



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

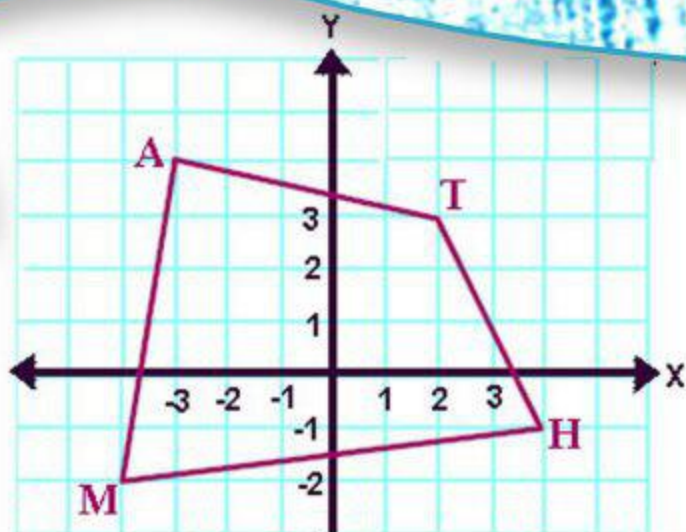
کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir



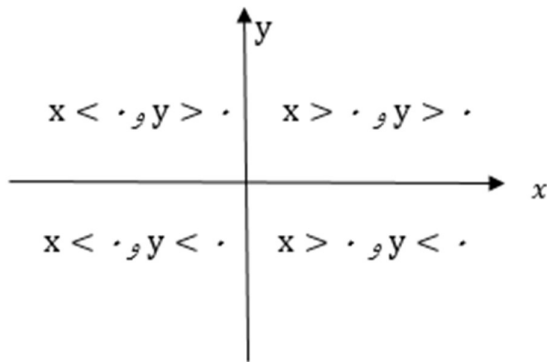
هندسه مختصات

کنگور ۹۸

مؤلف: مهندس حسن پور

((هندسه مختصاتی))

دستگاه محورهای مختصات دکارتی:



نکته: اگر نقطه ای روی محور x ها قرار داشته باشد، عرض آن صفر است لذا مختصات آن به صورت $(x, 0)$ است.

نکته: اگر نقطه ای روی محور y ها قرار داشته باشد، طول آن صفر است لذا مختصات آن به صورت $(0, y)$ است.

مثال) اگر نقطه $(\frac{m+1}{3-m}, m-2)$ در ناحیه چهارم محورهای مختصات قرار داشته باشد، آنگاه:

$$m < 2 \quad (1) \qquad -1 < m < 2 \quad (3) \qquad m > -1 \quad (2) \qquad m > 2 \quad (4)$$

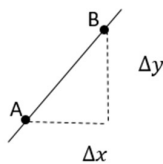
$$\frac{x > 0 \text{ و } y < 0}{\frac{m+1}{3-m} > 0} \rightarrow \frac{m}{3-m} \quad \begin{array}{c|c|c} -1 & 2 & \\ \hline - & + & - \end{array} \rightarrow -1 < m < 2$$

اشتراک دو بازه $\rightarrow m - 2 < 0 \rightarrow m < 2 \xrightarrow{\text{اشتراک دو بازه}} -1 < m < 2$

خط:

معادله خط در حالت بسته به صورت $y = mx + h$ را شیب (ضریب زاویه) و h را عرض از مبدأ می‌نامیم.

معادله خط با داشتن شیب و یک نقطه $A(x_0, y_0)$ و یا با داشتن دو نقطه به صورت زیر است:



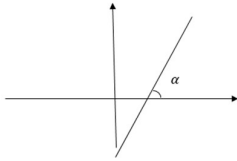
$$m = m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad \text{و} \quad y - y_A = m(x - x_A)$$

معادله یک خط در حالت گسترده به صورت $ax + by + c = 0$ است که در آن a و b هم زمان صفر نیستند به عنوان مثال همه

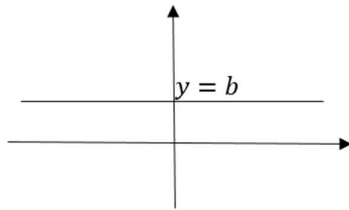
معادلات $2x + 3y - 1 = 0$ و $2x + y = 0$ و $y = 3$ معادله خط در دستگاه مختصات دکارتی می‌باشند. در این حالت شیب

خط برابر $m = -\frac{\text{ضریب } x}{\text{ضریب } y} = -\frac{a}{b}$ و عرض از مبدأ آن‌ها برابر $-\frac{c}{b}$ است.

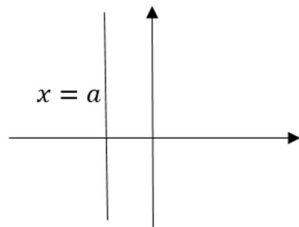
نکته: اگر خطی با جهت مثبت محور x ها زاویه α بسازد، آنگاه $\tan \alpha$ برابر شیب آن خط است. به عنوان مثال اگر خط با محور x ها زاویه 45° بسازد، m آن خط برابر $1 = \tan 45^\circ$ است.



نکته: اگر خطی موازی محور x ها باشد، شیب آن برابر صفر است و اگر خط از نقطه (a, b) بگذرد، معادله آن به صورت $y = b$ است.



نکته: اگر خطی موازی محور y ها باشد شیب برای آن تعریف نمی‌شود و اگر خط از نقطه (a, b) بگذرد، معادله آن به صورت $x = a$ است.



مثال) خطی که از نقاط $(3, 0)$ و $(0, 3)$ می‌گذرد، با جهت مثبت محور x ها چه زاویه ای می‌سازد؟

$$45^\circ \quad (4)$$

$$30^\circ \quad (3)$$

$$60^\circ \quad (2)$$

$$135^\circ \quad (1)$$

$$m = \frac{0 - 3}{3 - 0} = -1 \rightarrow \alpha = 135^\circ$$

مثال) خطی به شیب $-\frac{4}{3}$ ، از نقطه $(1, 2)$ می‌گذرد. معادله آن چگونه است؟

$$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y - 2 = -\frac{4}{3}(x - 1) \xrightarrow{\times 3} 3y - 6 = -4x + 4 \rightarrow 3y + 4x = 10$$

نکته: برای پیدا کردن محل برخورد دو خط، معادله آن‌ها را در دستگاه قرار می‌دهیم و طول و عرض نقطه برخورد را پیدا می‌کنیم.

(هدف حل دستگاه دو معادله دو مجهول)

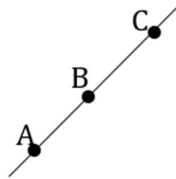
مثال) خطی که از دو نقطه $(2, 2)$ و $(1, -2)$ می‌گذرد خط $x + y = 1$ را در کدام نقطه قطع می‌کند؟

$$m = \frac{2 + 2}{2 - 1} = 4 \rightarrow y - 2 = 4(x - 2) \rightarrow y = 4x - 6$$

$$\begin{cases} y = 4x - 6 \\ y = -x + 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{مک}} 0 = 5x - 7 \rightarrow x = \frac{7}{5} \rightarrow y = 1 - \frac{7}{5} = -\frac{2}{5} \rightarrow \left(\frac{7}{5}, -\frac{2}{5}\right) \leftarrow \text{جواب}$$

نکته: معادله نیم‌ساز ناحیه اول و سوم $y = x$ و معادله نیم‌ساز ناحیه دوم و چهارم $y = -x$ است.

نکته: شرط قرار گرفتن سه نقطه روی یک استقامت (یک خط راست)



$$m_{AB} = m_{AC} \rightarrow \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A}$$

مثال) اگر سه نقطه $A: (-1, 0)$ و $B: (0, k)$ و $C: (k, 2)$ روی یک خط قرار داشته باشند، k چقدر است؟

$$m_{AB} = m_{AC} \rightarrow \frac{0 - k}{-1 - 0} = \frac{0 - 2}{-1 - k} \rightarrow k + k^2 = 2 \rightarrow k^2 + k - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} k = 1 & \text{ق ق} \\ k = -2 & \text{ق ق} \end{cases}$$

نکته: معادله خطی که طول از مبدأ آن a و عرض از مبدأ آن b است، $(a, b \neq 0)$ به صورت $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ است.

مثال) معادله خطی را بنویسید که عرض از مبدأ آن ۵ و طول از مبدأ آن -2 باشد.

$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{5} = 1 \xrightarrow{\times 10} 2y - 5x = 10$$

نکته: اگر معادله خط را به ما بدهند برای یافتن طول از مبدأ، $(y = 0)$ و برای یافتن عرض از مبدأ $(x = 0)$ را در معادله

قرار می‌دهیم.

شرط متقارب (همرس) بودن سه خط:

اگر سه خط از یک نقطه عبور کنند می‌گوییم آن سه خط متقارب هستند. برای بررسی متقارب بودن سه خط، نقطه تلاقی دوتا از آنها را پیدا می‌کنیم و در معادله خط سوم قرار می‌دهیم، اگر صدق کند سه خط متقارب هستند.

مثال) سه خط $x + y + 1 = 0$ و $2x + 3y + 1 = 0$ و $mx + 7y = 5$ متقارب هستند. m را بیابید.

$$\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ 2x + 3y + 1 = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} x = -2 \text{ و } y = 1 \xrightarrow{\text{محل تلاقی دو خط } (-2, 1) \leftarrow \text{صدق در خط سوم}} m(-2) + 7(1) = 5 \rightarrow m = 1$$

نکته: گاهی معادله خط به صورت پارامتری داده می‌شود (مثلاً به صورت $y = mx + 3m + 2$) چنین معادلاتی را دسته خطوط می‌نامیم. برای پیدا کردن نقطه ثابت یک دسته خطوط، به پارامتر m دو مقدار دلخواه می‌دهیم و دو خط حاصل را باهم تلاقی می‌دهیم.

مثال) تمام خطوط به معادله $(k + 2)x + (2k - 1)y + 3 - k = 0$ به ازای تمام مقادیر k از نقطه ثابتی می‌گذرد. مختصات نقطه ثابت را بیابید.

$$k = -2 \rightarrow -5y + 5 = 0 \rightarrow y = 1$$

$$k = 0 \rightarrow 2x - y + 3 = 0 \xrightarrow{y=1} 2x - 1 + 3 = 0 \rightarrow x = -1$$

نقطه ثابت $(-1, 1)$

وضعیت نسبی دوخط:

دوخط در صفحه یا متقاطع اند یا موازی یا منطبق. (عمود بودن حالت خاصی از تقاطع است)

در دو حالت بررسی می‌کنیم: ۱- معادلات خط به صورت بسته باشند ۲- معادلات خط به صورت گسترده باشند

$$\text{دوخط } \begin{cases} y = mx + h \\ y = m'x + h' \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases} \text{ (۲ مفروض اند. به جدول زیر دقت کنید.)}$$

حالت باز		حالت بسته	
$ax + by + c = 0$ $a'x + b'y + c' = 0$	حالت	$y = mx + h$ $y = m'x + h'$	حالت
$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$	دوخط منطبق	$m = m'$ و $h = h'$	دوخط منطبق
$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$	دو خط موازی	$m = m'$ و $h \neq h'$	دو خط موازی
$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$	دو خط متقاطع	$m \neq m'$	دو خط متقاطع

چند نکته:

۱- اگر دو خط متقاطع باشند یکدیگر را در یک نقطه قطع می‌کنند و برای پیدا کردن محل تلاقی دو خط دستگاه

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases} \text{ را حل می‌کنیم.}$$

۲- اگر دو خط با شیب های m و m' باشند، متقاطع باشند، برای محاسبه θ (زاویه حاده) بین آن‌ها از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\tan \theta = \left| \frac{m - m'}{1 + mm'} \right|$$

نکته: حالت خاص از متقاطع بودن: اگر $mm' = -1$ یا $aa' + bb' = 0$ باشد، دو خط برهم عمود هستند.مثال) خط گذرنده از نقطه $(1, 4)$ و موازی با خط $3x - 2y + 1 = 0$ را بیابید.

$$3x - 2y + 1 = 0 \rightarrow m = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2} = \text{شیب خط جدید} \rightarrow y - 4 = \frac{3}{2}(x - 1) \rightarrow 2y - 8 = 3x - 3$$

$$\rightarrow 3x - 2y - 5 = 0$$

مثال) معادله خطی را بنویسید که از نقطه $(-1, 2)$ گذشته و برخط $y = \frac{2}{3}x - 1$ عمود باشد.

$$m = \frac{2}{3} \rightarrow m_1 = -\frac{3}{2} \rightarrow y - 2 = -\frac{3}{2}(x + 1) \xrightarrow{\times 2} 2y - 4 = -3x - 3 \rightarrow 2y + 3x = 1$$

تحلیل دستگاه دو معادله دو مجهول به صورت $\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$ حالت (۱) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ باشد، دو خط برهم منطبق اند و دستگاه بی‌شمار جواب دارد.حالت (۲) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ باشد، دو خط باهم موازی اند و دستگاه فاقد جواب است.حالت (۳) اگر $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ باشد، دو خط متقاطع اند و دستگاه جواب منحصر به فرد دارد.

مثال) به ازای کدام مقدار m دستگاه $\begin{cases} x + my = 5 \\ 2x + (m + 3)y = 3 \end{cases}$ فاقد جواب است؟

$$\frac{1}{2} = \frac{m}{m+3} \neq \frac{5}{3} \rightarrow m+3 = 2m \rightarrow m = 3$$

نقطه

فاصله دو نقطه از هم: فاصله دو نقطه $A: (x_1, y_1)$ و $B: (x_2, y_2)$ از هم برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(\text{اختلاف طول ها})^2 + (\text{اختلاف عرض ها})^2}$$

نکته: اگر نقاط به صورت (x_2, y_1) و (x_1, y_1) باشد، آنگاه برای محاسبه فاصله: $AB = |x_2 - x_1|$

نکته: اگر نقاط به صورت (x_1, y_2) و (x_1, y_1) باشد، آنگاه برای محاسبه فاصله: $AB = |y_2 - y_1|$

نکته: فاصله نقطه $A(x, y)$ تا مبدأ برابر است با: $OA = \sqrt{x^2 + y^2}$

مثال) فاصله بین دو نقطه $A(8, 6)$ و $B(4, 3)$ را بیابید.

$$AB = \sqrt{(8 - 4)^2 + (6 - 3)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

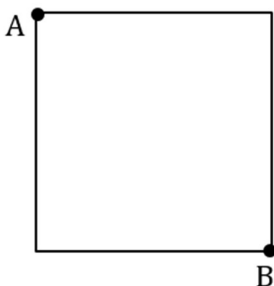
مثال) فاصله نقطه $A(-6, 8)$ تا مبدأ را بیابید.

$$OA = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$$

مثال) فاصله دو نقطه $(3, 11)$ و $(3, 7)$ را بیابید.

$$AB = |11 - 7| = 4$$

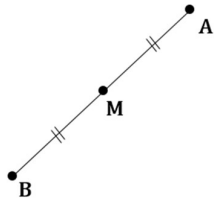
مثال) اگر نقاط $A(3, -2)$ و $B(0, 4)$ دو رأس متقابل یک مربع باشند، مساحت مربع را بیابید.



$$AB = d = \sqrt{(3 - 0)^2 + (-2 - 4)^2} = \sqrt{9 + 36} = \sqrt{45}$$

$$\text{مساحت} = \frac{\text{قطر}^2}{2} = \frac{45}{2}$$

نقطه وسط پاره خط :



$$AM = MB$$

$$M \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

مثال) مثلثی با رئوس $A(2,1)$ و $B(3,4)$ و $C(5,0)$ مفروض است.

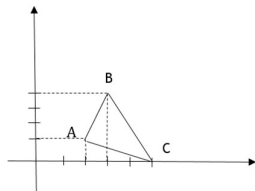
الف) مثلث را رسم کنید.

ب) مختصات نقطه وسط BC (M) را بیابید.

ج) طول میانه AM را بیابید.

د) معادله میانه AM را بیابید.

الف)



$$\text{ب) } M = \frac{B + C}{2} = \left(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2} \right) = \left(\frac{3 + 5}{2}, \frac{4 + 0}{2} \right) = (4, 2)$$

$$\text{ج) } A = (2, 1) \text{ و } M = (4, 2) \rightarrow AM = \sqrt{(4 - 2)^2 + (2 - 1)^2} = \sqrt{5}$$

برای نوشتن خط میانه خط AM ابتدا شیب در نقطه A و M را محاسبه می‌کنیم و سپس با نقطه A یا M معادله را می‌نویسیم.

$$\text{د) } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 1}{4 - 2} = \frac{1}{2} \rightarrow y - 1 = \frac{1}{2}(x - 2) \xrightarrow{\times 2} 2y = x$$

مثال) اگر دو سر قطر دایره ای $B(4,7)$ و $A(2,-1)$ باشد، مرکز این دایره تا مبدأ چقدر فاصله دارد؟

$$\text{مرکز دایره } W = \frac{A + B}{2} = \left(\frac{4 + 2}{2}, \frac{7 - 1}{2} \right) = (3, 3)$$

$$OW = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

نکته: محل تلاقی سه میانه مثلث را مرکز ثقل مثلث می‌نامیم. اگر $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ و $C(x_C, y_C)$ سه رأس مثلث G و مرکز ثقل آن باشد آنگاه:

$$G = \frac{A + B + C}{3} = \left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \right)$$

چند نکته در مورد قرینه یک نقطه نسبت به نقطه دیگر:

تعریف: اگر نقطه A را به نقطه M وصل کنیم و به همان اندازه امتداد دهیم تا به نقطه A' برسیم، آنگاه نقطه A' قرینه نقطه A نسبت به نقطه M است.



۱- اگر A' قرینه نقطه A نسبت به نقطه M باشد آنگاه M وسط پاره خط AA' قرار دارد.

$$M = \frac{(A + A')}{2} \rightarrow A' = 2M - A$$

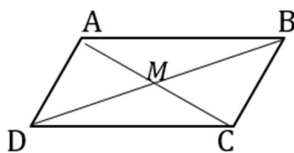
۲- قرینه نقطه $A(a, b)$ نسبت به مبدأ محور مختصات نقطه $A'(-a, -b)$ است زیرا نقطه O مبدأ مختصات وسط پاره خط AA' است.

مثال) قرینه نقطه $A(2, 3)$ نسبت به نقطه $M(2, 1)$ کدام است؟

$$M = \frac{(A + A')}{2} \rightarrow A' = 2M - A \rightarrow (4, 2) - (2, 3) = (2, -1)$$

مثال) قرینه نقطه $(5, -2)$ نسبت به مبدأ کدام است؟ $A' = (-5, 2)$

نکته: اگر چهارضلعی $ABCD$ یک متوازی الاضلاع باشد، (مربع، مستطیل و لوزی حالاتی خاص از متوازی الاضلاع هستند) قطرهایش یکدیگر را نصف می‌کنند.



$$M = \frac{A+C}{2} = \frac{B+D}{2}$$

مثال) اگر $A(1,2)$ و $B(2,0)$ و $C(2,-3)$ رأس های متوازی الاضلاع $ABCD$ باشند، مختصات رأس چهارم را بیابید.

$$\frac{A+C}{2} = \frac{B+D}{2} \rightarrow A+C = B+D \rightarrow (1,2) + (2,-3) = (2,0) + D \rightarrow$$

$$D = (1,2) + (2,-3) - (2,0) = (1,-1)$$

عمودمنصف: عمودمنصف پاره خط AB خطی است که از وسط پاره خط AB می گذرد و بر پاره خط AB عمود است برای نوشتن آن ابتدا مختصات نقطه M (وسط AB) را مشخص می کنیم و سپس شیب پاره خط AB را محاسبه کرده و عکس و قرینه می کنیم. حال با داشتن شیب و یک نقطه معادله خط عمودمنصف را می نویسیم.

نکته: هر نقطه روی خط عمود منصف پاره خط AB انتخاب شود، فاصله آن نقطه از A و B یکسان است.

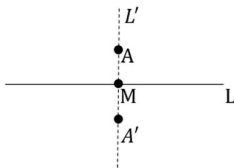
مثال) معادله عمودمنصف پاره خط $A(3,4)$ و $B(-1,2)$ را بیابید.

$$M = \left(\frac{-1+3}{2}, \frac{2+4}{2} \right) = (1,3)$$

$$m_{AB} = \frac{4-2}{3+1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow m = -2 \rightarrow y-3 = -2(x-1) \rightarrow y = -2x+5$$

مثال) قرینه نقطه $A(3,-5)$ را نسبت به خط $L: 2x - 4y = 6$ بیابید.

ابتدا معادله خطی که از A گذشته و بر خط L عمود است را می نویسیم.

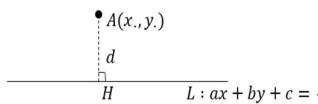


$$m_L = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2} \rightarrow m_{L'} = -2 \rightarrow y+5 = -2(x-3) \rightarrow y = -2x+1$$

$$\begin{cases} 2x - 4y = 6 \\ y = -2x + 1 \end{cases} \rightarrow 2x - 4(-2x+1) = 6 \rightarrow 10x = 10 \rightarrow x = 1 \text{ و } y = -1$$

$$M(1,-1) \rightarrow A' = 2M - A \rightarrow (2,-2) - (3,-5) = (-1,3)$$

فاصله نقطه از خط:



$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

مثال) فاصله نقطه $(2, -1)$ را از خط $3x - 4y = 2$ بیابید.

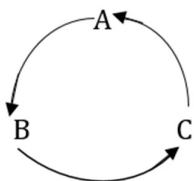
$$3x - 4y - 2 = 0 \rightarrow d = \frac{|3(2) - 4(-1) - 2|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{8}{5}$$

نکته: فاصله مبدأ مختصات از خط $ax + by + c = 0$ برابر است با: $d = \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

نکته: فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از خط $x = a$ برابر $d = |x_0 - a|$ و از خط $y = b$ برابر $d = |y_0 - b|$ است. به عنوان مثال فاصله نقطه $(5, 2)$ از خط $x = 2$ برابر $d = |5 - 2| = 3$ است و از خط $y = 5$ برابر $d = |2 - 5| = 3$ است.

مثال) مساحت مربعی که یک رأس آن $(-2, 1)$ و یک ضلع آن روی خط $3x + 4y = 1$ قرار دارد را بیابید.نقطه $(-2, 1)$ در خط صدق نمی‌کند پس روی خط قرار ندارد ($L: 3x + 4y - 1 = 0$)

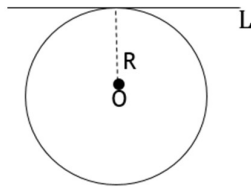
$$\text{فاصله نقطه } A \text{ تا خط } d = \frac{|3(-2) + 4(1) - 1|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{3}{5} \rightarrow s = d^2 = \frac{9}{25}$$

نکته عالی: با مشخص بودن مختصات سه رأس مثلث ABC می‌توان با فرمول زیر مساحت آن را حساب کرد:

$$S = \frac{1}{2} |x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)|$$

مثال) مساحت مثلث ABC با رأس های $A(-۳,۲)$ و $B(۲,۰)$ و $C(۱,۴)$ را بیابید.

$$S = \frac{1}{2} |-۳(۰ - ۴) + ۲(۴ - ۲) + ۱(۲ - ۰)| = \frac{1}{2} |۱۲ + ۴ + ۲| = ۹$$



مثال) شعاع دایره به مرکز $O(+۲,۳)$ و مماس بر خط به معادله $۳x - ۴y = ۴$ را بیابید.

$$R = \frac{|۳(۲) - ۴(۳) - ۴|}{\sqrt{۹+۱۶}} = \frac{۱۰}{۵} = ۲$$

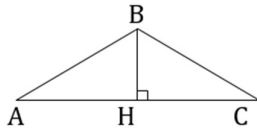
فاصله بین دو خط موازی: برای بدست آوردن فاصله دو خط موازی به معادلات $ax + by + c = ۰$ و $ax + by + c' = ۰$ از

$$\text{رابطه } d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ استفاده می کنیم.}$$

مثال) فاصله دو خط $۳x - ۴y - ۱ = ۰$ و $۶x - ۸y + ۵ = ۰$ را بیابید.

$$۳x - ۴y - ۱ = ۰ \xrightarrow{\times 2} ۶x - ۸y - ۲ = ۰ \rightarrow d = \frac{|-۲ - ۵|}{\sqrt{۳۶+۶۴}} = \frac{۷}{۱۰}$$

مثال) مثلث با سه رأس $A(۱,۴)$ و $B(-۲, -۲)$ و $C(۴,۲)$ مفروض است.



الف) معادله ارتفاع BH را محاسبه کنید.

ب) طول ارتفاع BH را بیابید.

الف) برای نوشتن معادله ارتفاع BH ، شیب ارتفاع را بدست می آوریم.

$$m_{AC} = \frac{۲ - ۴}{۴ - ۱} = -\frac{۲}{۳} \rightarrow m_{BH} = -\frac{۱}{m_{AC}} = \frac{۳}{۲}$$

$$B(-۲, -۲) \rightarrow y + ۲ = \frac{۳}{۲}(x + ۲) \rightarrow ۲y - ۳x - ۲ = ۰$$

ب) برای قسمت ب کافیت فاصله نقطه B را از خط AC حساب کنیم.

$$m_{AC} = -\frac{۲}{۳} \xrightarrow{A(۱,۴)} y - ۴ = -\frac{۲}{۳}(x - ۱) \xrightarrow{\times 3} ۳y - ۱۲ = -۲x + ۲ \rightarrow ۳y + ۲x - ۱۴ = ۰$$

$$BH = \frac{|۳(-۲) + ۲(-۲) - ۱۴|}{\sqrt{۹+۴}} = \frac{۲۴}{\sqrt{۱۳}}$$

تست های مقدماتی:

۱- اگر نقطه $(m + 1, 2m - 1)$ در ناحیه چهارم محورهای مختصات و زیر نیمساز ناحیه چهارم واقع باشد، حدود m کدام است؟

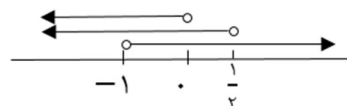
$$-1 < m < \frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$m < 0 \quad (۳)$$

$$m < \frac{1}{2} \quad (۲)$$

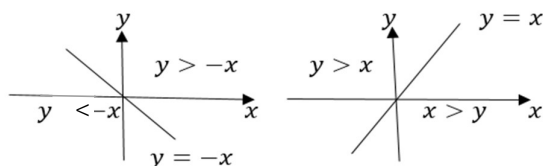
$$-1 < m < 0 \quad (۱)$$

$$\begin{cases} x > 0 \rightarrow m + 1 > 0 \rightarrow m > -1 \\ y < 0 \rightarrow 2m - 1 < 0 \rightarrow m < \frac{1}{2} \\ y < -x \rightarrow 2m - 1 < -m - 1 \rightarrow 3m < 0 \rightarrow m < 0 \end{cases}$$



$$-1 < m < 0$$

نکته:

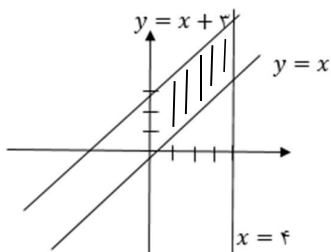
۲- مساحت متوازی الاضلاع محدود به خطوط $y = x + 3$ و $x = 4$ و محور y ها و نیمساز ناحیه اول برابر کدام گزینه است؟

$$۱۵ \quad (۴)$$

$$۱۶ \quad (۳)$$

$$۱۲ \quad (۲)$$

$$۸ \quad (۱)$$



$$۱۲ = ۳ \times ۴ = \text{ارتفاع} \times \text{طول قاعده} = \text{مساحت متوازی الاضلاع}$$

۳- مساحت ناحیه محدود به نمودار معادلات $y = 2x + 6$ و $y^2 - xy = 0$ کدام است؟

$$۱۲ \quad (۴)$$

$$۸ \quad (۳)$$

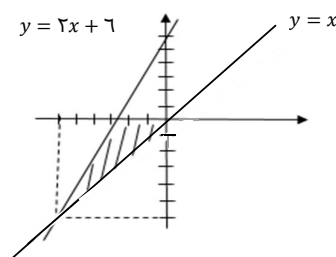
$$۹ \quad (۲)$$

$$۶ \quad (۱)$$

$$y^2 - xy = 0 \rightarrow y(y - x) = 0 \rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = x \end{cases}$$

$$\text{قطع} \begin{cases} y = x \\ y = 2x + 6 \end{cases} \rightarrow 2x + 6 = x \rightarrow x = -6 \rightarrow y = -6$$

$$\text{مساحت} = \frac{1}{2} (3)(6) = 9$$



۴- معادله خطی که از مبدأ مختصات و محل برخورد دو خط به معادله $2x + 3y + 8 = 0$ و $2x - 7y + 12 = 0$ می‌گذرد، کدام است؟

$$\underline{1)} \quad 2x + 23y = 0 \quad \underline{2)} \quad 4x + 19y = 0 \quad \underline{3)} \quad 4x + 15y = 0 \quad \underline{4)} \quad 5x + 11y = 0$$

$$\begin{cases} 2x + 3y + 8 = 0 \\ 2x - 7y + 12 = 0 \end{cases} \rightarrow 10y - 4 = 0 \rightarrow y = \frac{2}{5} \rightarrow x = -\frac{23}{5}$$

معادله خط گذرنده از $(0, 0)$ و $(-\frac{23}{5}, \frac{2}{5})$:

$$m = \frac{\frac{2}{5} - 0}{-\frac{23}{5} - 0} = -\frac{2}{23} \rightarrow y - 0 = -\frac{2}{23}(x - 0) \rightarrow 2x + 23y = 0$$

۵- به ازای کدام مقادیر a نقاط $(a, 3)$ و $(6, 4a + 1)$ و مبدأ مختصات در یک راستا قرار دارند؟ (تجربی ۸۵)

$$\underline{1)} \quad 2 \text{ و } \frac{9}{4} \quad \underline{2)} \quad -2 \text{ و } \frac{2}{4} \quad \underline{3)} \quad -2 \text{ و } -\frac{2}{4} \quad \underline{4)} \quad 2 \text{ و } -\frac{9}{4}$$

$$\frac{4a + 1 - 0}{6 - 0} = \frac{3 - 0}{a - 0} \rightarrow 4a^2 + a - 18 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -\frac{9}{4} \end{cases}$$

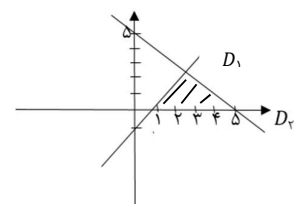
۶- مساحت محدود به محور x ها، خط D_1 گذرنده از نقاط $(0, -1)$ و $(1, 0)$ و خط D_2 گذرنده از نقاط $(2, 3)$ و $(5, 0)$ کدام است؟

$$\underline{1)} \quad 1 \quad \underline{2)} \quad 2 \quad \underline{3)} \quad 4 \quad \underline{4)} \quad 8$$

$$D_1: (1, 0) \text{ و } (0, -1) \rightarrow m = 1 \rightarrow y - 0 = 1(x - 1) \rightarrow y = x - 1$$

$$D_2: (2, 3) \text{ و } (5, 0) \rightarrow m = -1 \rightarrow y - 3 = -1(x - 2) \rightarrow y = -x + 5$$

$$D_1 = D_2 \rightarrow x - 1 = -x + 5 \rightarrow x = 3 \rightarrow y = 2 \rightarrow S = \frac{1}{2}(4)(2) = 4$$



۷- خطی با ضریب زاویه m از نقطه $(1, 2)$ گذشته و محورهای مختصات را در A و B قطع می‌کند. به ازای کدام m مساحت مثلث OAB برابر ۴ است؟

۳ (۴)

-۳ (۳)

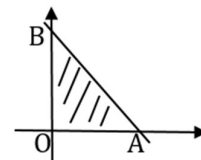
-۲ (۲)

۲ (۱)

$$y - 2 = m(x - 1) \rightarrow y = mx + 2 - m$$

$$x=0 \rightarrow y = 2 - m \rightarrow$$

$$y=0 \rightarrow mx + 2 - m = 0 \rightarrow x = \frac{m - 2}{m}$$



$$S_{OAB} = \frac{1}{2} |2 - m| \times \left| \frac{m - 2}{m} \right| = 4 \rightarrow |m - 2|^2 = 8|m| \xrightarrow{\text{جایگذاری گزینه ها}} m = -2$$

۸- اگر طول از مبدأ خطی سه برابر عرض از مبدأ آن باشد و خط از نقطه $(1, 2)$ بگذرد کدام نقطه روی آن خط قرار دارد؟

(۲, -۱) (۴)

(۱, ۲) (۳)

(-۱, ۲) (۲)

(۰, ۵) (۱)

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \xrightarrow{a=3b} \frac{x}{3b} + \frac{y}{b} = 1 \xrightarrow{\text{صدق در } (1,2)} \frac{1}{3b} + \frac{2}{b} = 1 \xrightarrow{\times 3b} 1 + 6 = 3b \rightarrow b = \frac{7}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{قرار در معادله خط}} \frac{x}{3\left(\frac{7}{3}\right)} + \frac{y}{\frac{7}{3}} = 1 \rightarrow \frac{x}{7} + \frac{3y}{7} = 1 \xrightarrow{\times 7} x + 3y = 7 \rightarrow \text{در گزینه ۳ صدق می کند}$$

تست‌های اوضاع نسبی دو خط:

۱- معادله خطی که موازی نیم‌ساز ربع چهارم باشد و خط به معادله $2x - y = 5$ را در نقطه ای به طول یک قطع کند کدام است؟

$$x + y = 2 \quad (1) \quad x + y = -1 \quad (2) \quad x + y = 1 \quad (3) \quad x + y = -2 \quad (4)$$

قرار در خط
 $x = 1 \rightarrow 2(1) - y = 5 \rightarrow y = -3 \rightarrow A(1, -3)$

شیب نیم‌ساز ناحیه چهارم ($y = -x$) برابر -1 است که برابر شیب خط مذکور است.

$$y - (-3) = -1(x - 1) \rightarrow y = -x - 2 \rightarrow y + x = -2$$

۲- به ازای کدام مقدار a دو خط $2x + (a + 3)y = 5 + a$ و $ax + (a + 1)y = -3$ معادلات دو ضلع متقابل یک

متوازی الاضلاع هستند؟

$$1 \quad (1) \quad -2 \quad (2) \quad -1 \quad (3) \quad 2 \quad (4)$$

باید دو خط فوق موازی باشند:

$$m_1 = m_2 \rightarrow -\frac{1}{a+1} = -\frac{2}{a+3} \rightarrow a^2 + 3a = 2a + 2 \rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \rightarrow a = 1 \text{ و } a = -2$$

به ازای $a = 1$ دو خط موازی و به ازای $a = -2$ دو خط منطبق می‌شوند پس $a = 1$ جواب است.

۳- عرض از مبدأ خط گذرنده از نقطه $(4, -2)$ و عمود بر خط گذرنده از نقطه $(2, 6)$ و $(-1, 2)$ کدام است؟

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 0 \quad (3) \quad -1 \quad (4)$$

$$(2, 6) \text{ و } (-1, 2) \rightarrow m = \frac{6-2}{2+1} = \frac{4}{3} \rightarrow m' = -\frac{3}{4}, A(4, -2)$$

$$\text{معادله خط: } y + 2 = -\frac{3}{4}(x - 4) \xrightarrow{x=0} y = 1$$

۴- عرض از مبدأ خطی که از محل تلاقی خطوط $x + 2y = 1$ و $3x + 5y = 0$ گذشته و بر نیم‌ساز ناحیه اول و سوم عمود است کدام است؟

$$\begin{array}{cccc} 4 & (1) & -2 & (2) \\ & & 5 & (3) \\ & & -1 & (4) \end{array}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 3x + 5y = 0 \end{cases} \rightarrow x = -5, y = 3 \rightarrow (-5, 3)$$

شیب نیم‌ساز ناحیه اول و سوم برابر ۱ است پس شیب خط مذکور -۱ است.

$$m = -1, A(-5, 3) \rightarrow y - 3 = -1(x + 5) \xrightarrow{x=0} y = -2 \text{ از مبدأ}$$

۵- دو خط $(m+1)x + my = -3$ و $(1+3m)y = 7 - 3mx$ بر هم عمودند. m کدام است؟

$$\begin{array}{cccc} 2/3 & (1) & -2/3 & (2) \\ & & 2/3 & (3) \\ & & -2/3 & (4) \end{array}$$

$$\begin{cases} (m+1)x + my = -3 \rightarrow m_1 = -\frac{m+1}{m} \\ 3mx + (1+3m)y = 7 \rightarrow m_2 = \frac{3m}{1+3m} \end{cases} \rightarrow m_1 m_2 = -1 \rightarrow \left(-\frac{m+1}{m}\right) \left(\frac{3m}{1+3m}\right) = -1$$

$$\rightarrow \frac{3m+3}{1+3m} = -1 \rightarrow 3m+3 = -1-3 \rightarrow 6m = -4 \rightarrow m = -\frac{2}{3}$$

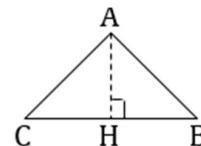
۶- سه ضلع مثلثی به معادلات $AB: 2y - x = 3$ و $AC: y - 2x = 5$ و $BC: 2y + 3x = 6$ مفروض اند. معادله ارتفاع AH از مثلث مفروض کدام است؟ (تجربی خارج ۸۹)

$$\begin{array}{cccc} 15 & (1) & 9y - 6x = 17 & (2) \\ & & 3y - 2x = 7 & (3) \\ & & 3y + 2x = 9 & (4) \end{array}$$

برای پیدا کردن A خطوط AB و AC را قطع می‌دهیم

$$\begin{cases} 2y - x = 3 \\ y - 2x = 5 \end{cases} \rightarrow x = -\frac{7}{3}, y = \frac{1}{3} \rightarrow A\left(-\frac{7}{3}, \frac{1}{3}\right)$$

$$m_{AH} = -\frac{1}{m_{BC}} = -\frac{1}{-\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \rightarrow y - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}\left(x + \frac{7}{3}\right) \rightarrow 9y - 6x = 17$$



۷- یک خط از دسته خطوط به معادله $(k+1)y + 2kx - k + 1 = 0$ بر خط گذرنده از دو نقطه $A(2, -1)$ و $B(8, 3)$ عمود است. معادله آن خط کدام است؟

$$2y - 2x = -5 \quad (۴)$$

$$2y - 3x = -5 \quad (۳)$$

$$2y + 3x = 1 \quad (۲)$$

$$2y + 3x = 4 \quad (۱)$$

$$m_{AB} = \frac{3+1}{8-2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$m = -\frac{2k}{k+1} \quad \text{شیب خط}$$

$$m_{AB} \times m = -1 \rightarrow \left(\frac{2}{3}\right) \left(-\frac{2k}{k+1}\right) = -1 \rightarrow 4k = 3k + 3 \rightarrow k = 3 \xrightarrow{\text{قرار در معادله خط}} 4y + 6x - 2 = 0$$

$$\div 2 \rightarrow 2y + 3x = 1$$

۸- مثلث ABC با رئوس $A(1, 2)$ و $B(m, 2m+1)$ و $C(4, 1)$ در رأس A قائم است. مساحت این مثلث کدام است؟

$$\sqrt{10} \quad (۴)$$

$$2\sqrt{10} \quad (۳)$$

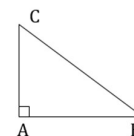
$$10 \quad (۲)$$

$$5 \quad (۱)$$

$$m_{AB} = \frac{2m+1-2}{m-1} = \frac{2m-1}{m-1}$$

$$m_{AC} = \frac{1-2}{4-1} = -\frac{1}{3}$$

$$m_{AB} \times m_{AC} = -1 \rightarrow \frac{2m-1}{m-1} \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -1 \rightarrow 2m-1 = 3m-3 \rightarrow m = 2$$



$$\begin{cases} A(1, 2) \\ B(2, 5) \\ C(4, 1) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} AB = \sqrt{(2-1)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{10} \\ AC = \sqrt{(4-1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{10} \end{cases} \rightarrow S = \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} \sqrt{10} \times \sqrt{10} = 5$$

۹- معادله سه ضلع یک مثلث $x + y = 1$ و $y = 2x$ و $x = 1$ است. معادله خطی که کوچکترین ارتفاع این مثلث بر آن قرار دارد کدام است؟

$$y + x = \frac{1}{3} \quad (۴)$$

$$y + x = \frac{2}{3} \quad (۳)$$

$$x = \frac{2}{3} \quad (۲)$$

$$y = \frac{2}{3} \quad (۱)$$

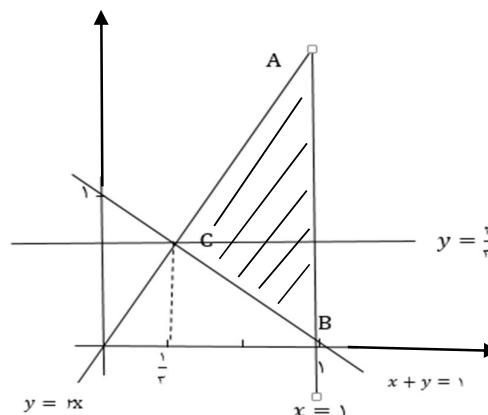
کوچکترین ارتفاع مثلث خطی است که بر بزرگترین ضلع آن فرود آید.

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2x \end{cases} \xrightarrow{\text{قطع}} A: (1, 2)$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x + y = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{قطع}} B: (1, 0)$$

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ y = 2x \end{cases} \rightarrow x = \frac{1}{3} \rightarrow C \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

کوچکترین ارتفاع روی $y = \frac{2}{3}$ قرار دارد.



تست‌های فاصله دو نقطه، وسط دو نقطه، عمودمنصف پاره خط:

۱- اگر نقاط $A(۲, -۱)$ و $B(۳, -۳)$ دو رأس مجاور یک مربع باشند، مساحت مربع کدام است؟

۸ (۴)

۱۵ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

$$طول ضلع مربع = AB = \sqrt{(۳-۲)^2 + (-۳+۱)^2} = \sqrt{۵} \rightarrow مساحت = \sqrt{۵}^2 = ۵$$

۲- نقاط $A(۳,۳)$ و $B(-۱,۱)$ و $O(۰,۰)$ سه رأس یک مستطیل اند. مساحت مستطیل کدام است؟

۹ (۴)

۱۲ (۳)

۶ (۲)

۳ (۱)

$$OA = \sqrt{۹+۹} = ۳\sqrt{۲} \text{ و } OB = \sqrt{۲} \rightarrow S = OA \times OB = ۶$$

۳- مثلث ABC با رئوس $A(۱,۲)$ و $B(۲,۵)$ و $C(۴,۱)$ چگونه است؟

قائم الزاویه (۴)

قائم الزاویه متساوی الساقین (۳)

متساوی الساقین (۲)

(۱) متساوی الاضلاع

$$\begin{cases} AB = \sqrt{۱+۹} = \sqrt{۱۰} \\ AC = \sqrt{۹+۱} = \sqrt{۱۰} \\ BC = \sqrt{۴+۱۶} = \sqrt{۲۰} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} AB^2 + AC^2 = BC^2 \\ AC = AB \end{cases} \rightarrow \text{مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین}$$

۴- نقاط $A(۲,۳)$ و $B(-۱,۶)$ دو سر قطر یک دایره هستند. مساحت این دایره کدام است؟

۴/۵π (۴)

۳π (۳)

۴π (۲)

۴/۵π (۱)

$$AB = \sqrt{۹+۹} = ۳\sqrt{۲} \rightarrow R = \text{شعاع} = \frac{AB}{۲} = \frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$$

$$S = \pi R^2 = \pi \frac{۹}{۲} = ۴/۵\pi$$

۵- کدام یک از نقاط زیر روی دایره به مرکز $(-۲, ۱)$ و گذرنده از نقطه $(۵, ۱)$ قرار دارد؟

- (۱) $(-۱, +۱)$ (۲) $(۰, ۲)$ (۳) $(-۱, ۴)$ (۴) $(-۳, ۲)$

نقطه $O(۱, -۲)$ و $M(۵, ۱)$ مفروض اند.

$$OM = R = \sqrt{(۵-۱)^2 + (۱+۲)^2} = ۵$$

حال فاصله تک تک گزینه ها را با نقطه O محاسبه می کنیم. هر کدام برابر ۵ شد پاسخ صحیح است

$$۱) OA = \sqrt{(۱+۱)^2 + (-۲-۱)^2} = \sqrt{۱۳}$$

$$۲) OB = \sqrt{(۱-۰)^2 + (-۲-۲)^2} = \sqrt{۱۷}$$

$$۳) OC = \sqrt{(۱+۱)^2 + (-۲-۴)^2} = \sqrt{۴۰}$$

$$۴) OD = \sqrt{(-۲-۱)^2 + (۲+۲)^2} = ۵$$

۶- خطوط $x + y = ۳$ و $۳x - ۲y = -۱$ معادله دو قطر یک دایره هستند که از نقطه $A(-۳, ۴)$ می گذرد. شعاع دایره کدام است؟

$$\sqrt{۱۰} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{۵}}{۲} \quad (۳)$$

$$۲\sqrt{۵} \quad (۲)$$

$$\sqrt{۵} \quad (۱)$$

محل تلاقی قطرها همان مرکز است

$$\begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ x + y = 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} x = 1 \text{ و } y = 2 \rightarrow O(1, 2)$$

$$OA = R = \sqrt{(-۳-۱)^2 + (۴-۲)^2} = \sqrt{۱۶+۴} = ۲\sqrt{۵}$$

۷- اگر مسافت فیزیکی هر درجه طول و عرض جغرافیایی ۱۱۰ کیلومتر و طول و عرض جغرافیایی شهر A به ترتیب ۴۵° و ۳۷° و طول و عرض جغرافیایی شهر B به ترتیب ۳۷° و ۳۱° باشد فاصله دو شهر A و B چند کیلومتر است؟

$$۷۷۰ \quad (۴)$$

$$۸۸۰ \quad (۳)$$

$$۱۱۰۰ \quad (۲)$$

$$۹۹۰ \quad (۱)$$

$$A \text{ موقعیت شهر } (۴۵, ۳۷) \quad \Delta x = x_2 - x_1 = ۴۵ - ۳۷ = ۸ \xrightarrow{\times ۱۱۰} \Delta x = ۸۸۰ \text{ km}$$

$$B \text{ موقعیت شهر } (۳۷, ۳۱) \quad \Delta y = y_2 - y_1 = ۳۷ - ۳۱ = ۶ \xrightarrow{\times ۱۱۰} \Delta y = ۶۶۰ \text{ km}$$

$$B \text{ و } A \text{ فاصله دو شهر } = AB = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{(۸ \times ۱۱۰)^2 + (۶ \times ۱۱۰)^2} = \sqrt{۱۱۰^2(۶۴ + ۳۶)}$$

$$= \sqrt{۱۱۰^2 \times ۱۰^2} = ۱۰ \times ۱۱۰ = ۱۱۰۰ \text{ km}$$

۸- نقاط $A(۴, -۲)$ و $B(۱۰, ۴)$ و $C(۰, -۲)$ رئوس یک مثلث اند. طول میانه BM کدام است؟

۹ (۴)

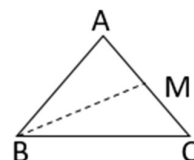
۷ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

$$M = \left(\frac{۴ + ۰}{۲}, \frac{-۲ - ۲}{۲} \right) = (۲, -۲)$$

$$BM = \sqrt{(۱۰ - ۲)^2 + (۴ + ۲)^2} = ۱۰$$



۹- نقاط $A(۴, -۲)$ و $B(۱۰, ۴)$ و $C(۰, -۲)$ رئوس یک مثلث اند. معادله خط میانه CM کدام است؟

$$۳x + ۷y = ۷ \quad (۴)$$

$$۳x - ۷y = ۱۴ \quad (۳)$$

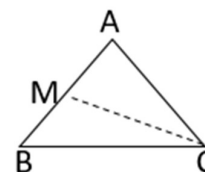
$$۳x - ۷y = ۷ \quad (۲)$$

$$۳x + ۷y = ۱۴ \quad (۱)$$

$$M = \left(\frac{۱۰ + ۴}{۲}, \frac{۴ + (-۲)}{۲} \right) = (۷, ۱)$$

$$m_{CM} = \frac{-۲ - ۱}{۰ - ۷} = \frac{۳}{۷}$$

$$CM \text{ معادله میانه: } y + ۲ = \frac{۳}{۷}(x - ۰) \xrightarrow{\times ۷} ۷y + ۱۴ = ۳x \rightarrow ۳x - ۷y = ۱۴$$



۱۰- میانه‌های مثلث ABC با رئوس $A(۴, ۴)$ و $B(۳, -۱)$ و $C(۲, ۰)$ در نقطه (a, b) متقاطع‌اند. $a^2 + b$ کدام است؟

۷ (۴)

۸ (۳)

۱۳ (۲)

۱۰ (۱)

محل برخورد میانه‌های هر مثلث، مرکز ثقل آن مثلث است

$$G = \frac{A + B + C}{۳} \rightarrow G = \left(\frac{۲ + ۳ + ۴}{۳}, \frac{۰ - ۱ + ۴}{۳} \right) = (۳, ۱) = (a, b) \rightarrow a^2 + b = ۱۰$$

۱۱- دو انتهای یکی از قطرهای دایره نقاط $A(۲, -۴)$ و $B(-۶, ۲)$ است. کدام یک از نقاط زیر روی این دایره قرار دارد؟

- (۱) $(۳, ۱)$ (۲) $(۴, ۰)$ (۳) $(۳, -۱)$ (۴) $(۲, ۱)$

$$O \text{ مرکز} = \left(\frac{-۶ + ۲}{۲}, \frac{۲ - ۴}{۲} \right) = (-۲, -۱)$$

$$AB = \sqrt{(-۶ - ۲)^2 + (۲ + ۴)^2} = ۱۰ \rightarrow R = \frac{AB}{۲} = ۵$$

فاصله هر کدام از گزینه ها تا مرکز برابر ۵ باشد آن گزینه صحیح است

$$۱) OA = \sqrt{(۳ + ۲)^2 + (۱ + ۱)^2} \neq ۵$$

$$۲) OB = \sqrt{(۴ + ۲)^2 + (۰ - ۱)^2} \neq ۵$$

$$۳) OC = \sqrt{(۳ + ۲)^2 + (-۱ + ۱)^2} = ۵ \rightarrow \text{صحیح}$$

۱۲- دو نقطه $A(a, a - ۲)$ و $B(a + ۱, ۳a + ۴)$ دو رأس مثلث ABC هستند اگر خط $۴x - ۲y = ۳$ معادله میانه نظیر C باشد، مقدار a کدام است؟

$$\frac{۲}{۳} (۴)$$

$$-\frac{۲}{۳} (۳)$$

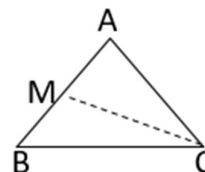
$$-\frac{۲}{۳} (۲)$$

$$\frac{۲}{۳} (۱)$$

$$m \left(\frac{a + a + ۱}{۲}, \frac{a - ۲ + ۳a + ۴}{۲} \right) = \left(\frac{۲a + ۱}{۲}, \frac{۲a + ۲}{۲} \right)$$

$$\xrightarrow{\text{صدق در خط } ۴x - ۲y = ۳} ۴ \left(\frac{۲a + ۱}{۲} \right) - ۲ \left(\frac{۲a + ۲}{۲} \right) = ۳$$

$$۴a + ۲ - ۲a - ۲ = ۳ \rightarrow a = \frac{۳}{۲}$$



۱۳- عمودمنصف پاره خط AB که $A(۳, ۲)$ و $B(-۱, ۴)$ هستند، از کدام نقطه زیر می‌گذرد؟

$$(۲, ۵) (۴)$$

$$(۲, ۱) (۳)$$

$$(۳, ۵) (۲)$$

$$(۳, ۴) (۱)$$

$$M = \left(\frac{۳ + (-۱)}{۲}, \frac{۴ + ۲}{۲} \right) = (۱, ۳)$$

$$m_{AB} = \frac{۴ - ۲}{-۱ - ۳} = -\frac{۱}{۲} \rightarrow \text{شیب عمود منصف } AB = ۲$$

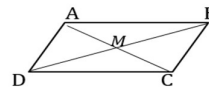
$$\text{معادله خط عمود منصف: } y - ۳ = ۲(x - ۱) \rightarrow y = ۲x + ۱$$

با توجه به گزینه ها مختصات $(۲, ۵)$ در معادله صدق می‌کند

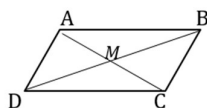
۱۴- اگر AC قطر متوازی الاضلاع $ABCD$ باشد و $A(-1,7)$ و $B(2,-3)$ و $C(6,0)$ رأس های آن باشند، مختصات D کدام است؟

(۴) $(3,9)$ (۳) $(2,9)$ (۲) $(3,10)$ (۱) $(2,10)$

$$M = \frac{A+C}{2} = \frac{B+D}{2} \rightarrow A+C = B+D \rightarrow D = A+C-B = (3,10)$$



۱۵- نقاط $(2,0)$ و $(3,-1)$ دو رأس و نقطه $(1,4)$ محل تلاقی دو قطر یک متوازی الاضلاع هستند. کدام نقطه زیر یکی از رئوس دیگر است؟

(۴) $(-1,10)$ (۳) $(-1,9)$ (۲) $(-1,8)$ (۱) $(-1,7)$ 

دو رأس $A(2,0)$ و $B(3,-1)$ رئوس متقابل نیستند چون $\frac{A+B}{2} \neq M$ بنابراین این دو رأس، مجاور هستند.

$$M = \frac{A+C}{2} \rightarrow C = 2M - A = (0,8)$$

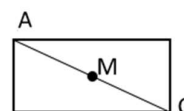
$$M = \frac{B+D}{2} \rightarrow D = 2M - B = (-1,9)$$

۱۶- نقطه $A(4,-1)$ رأس یک مستطیل است که دو آن روی خطوطی به معادلات $x+y=5$ و $2x-y=1$ می باشد. مختصات وسط قطر مستطیل کدام است؟

(۴) $(2,4)$ (۳) $(1,2)$ (۲) $(3,1)$ (۱) $(2,3)$

نقطه A در هیچ کدام از خطوط صدق نمی کند لذا محل تلاقی دو خط رأس متقابل A می باشد.

$$\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=1 \end{cases} \rightarrow C(2,3) \rightarrow M = \frac{A+C}{2} = (3,1)$$



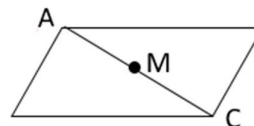
۱۷- نقطه $A(7,6)$ رأس یک متوازی الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر خطوطی به معادلات $2y-3x=11$ و

$3y+4x=8$ هستند. مختصات وسط قطر آن کدام است؟ (تجربی ۹۰)

(۴) $(4,3)$ (۳) $(3,5)$ (۲) $(3,4)$ (۱) $(1,5)$

نقطه A در هیچ کدام از خطوط صدق نمی کند لذا محل تلاقی دو خط رأس متقابل A می باشد.

$$\begin{cases} 2y-3x=11 \\ 3y+4x=8 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} C(-1,4) \rightarrow M = \frac{A+C}{2} = (3,5)$$



تست‌های فاصله نقطه تا خط و فاصله دو خط موازی:

۱- فاصله نقطه $(1, 2)$ از خط $y = \frac{3}{4}x - 1$ کدام است؟

۲/۳ (۴)

۱/۶ (۳)

۲ (۲)

۱/۸ (۱)

$$y = \frac{3}{4}x - 1 \rightarrow 4y - 3x + 4 = 0 \rightarrow d = \frac{|4(2) - 3(1) + 4|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{9}{5} = 1/8$$

۲- فاصله نقطه $A(2, 3)$ از خط $y = -2$ چند برابر فاصله A تا خط $x = 5$ است؟

۳/۲ (۴)

۲/۳ (۳)

۵/۳ (۲)

۳/۵ (۱)

فاصله A از خط $y = -2$ برابر $d_1 = |3 - (-2)| = 5$ است و فاصله A از خط $x = 5$ برابر $d_2 = |5 - 2| = 3$ است

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{5}{3} \text{ پس}$$

۳- فاصله نقطه $A(1, 1)$ از خط $y + m^2x - 2m = 0$ برابر $\frac{4}{\sqrt{1+m^2}}$ است. مقدار مثبت m کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

$$\text{فاصله نقطه } A \text{ از خط} = \frac{|1 + m^2 - 2m|}{\sqrt{1 + m^2}} = \frac{4}{\sqrt{1 + m^2}} \rightarrow |m^2 - 2m + 1| = 4 \rightarrow (m - 1)^2 = 4$$

$$\rightarrow (m - 1) = \pm 2 \rightarrow m = 3 \text{ یا } -1$$

۴- خط به معادله $3x - 4y = 6$ بر دایره به مرکز $(2, 3)$ مماس است. شعاع دایره کدام است؟

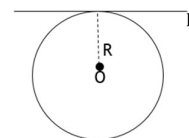
۷/۱۲ (۴)

۱۲/۵ (۳)

۲ (۲)

۵/۱۲ (۱)

$$\text{فاصله مرکز تا خط} = R = \frac{|3(2) - 4(3) - 6|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{12}{5}$$



۵- نقطه $A(۳, -۱)$ وسط قطر مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر خط به معادله $x - ۲y = ۵$ است. مساحت این مربع کدام است؟ (تجربی خارج ۹۳)

۸۰ (۴)

۷۵ (۳)

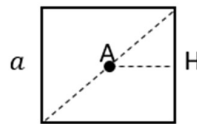
۴۰ (۲)

۴۵ (۱)

دو برابر فاصله نقطه A تا خط $x - ۲y = ۵$ برابر با طول ضلع مربع است

$$a = ۲AH = ۲ \frac{|۲(-۱) - ۳ - ۵|}{\sqrt{۱+۴}} = \frac{۲۰}{\sqrt{۵}} = ۴\sqrt{۵}$$

$$S = a^۲ = (۴\sqrt{۵})^۲ = ۸۰$$



۶- دو ضلع یک مستطیل منطبق بر دو خط به معادلات $۲y + x = ۶$ و $۲x - y = ۷$ منطبق اند و یک رأس آن نقطه $A(۸, ۵)$ است. مساحت این مستطیل کدام است؟ (تجربی ۹۰ خارج)

۱۲/۸ (۴)

۱۱/۴ (۳)

۹/۶ (۲)

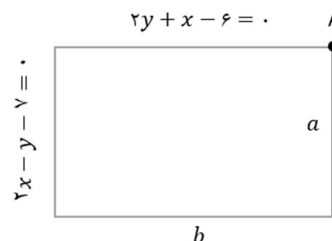
۷/۲ (۱)

نقطه A روی هیچ کدام این خطوط صدق نمی کند لذا:

$$۲y + x - ۶ = ۰ \text{ تا } A \text{ فاصله نقطه } a = \frac{|۱۰ + ۸ - ۶|}{\sqrt{۱+۴}} = \frac{۱۲}{\sqrt{۵}}$$

$$۲x - y - ۷ = ۰ \text{ تا } A \text{ فاصله نقطه } b = \frac{|۱۶ - ۵ - ۷|}{\sqrt{۱+۴}} = \frac{۴}{\sqrt{۵}}$$

$$S = ab = \frac{۱۲}{\sqrt{۵}} \times \frac{۴}{\sqrt{۵}} = ۹/۶$$



۷- یک ضلع مربعی منطبق بر خطی به معادله $۳x = ۴y + ۱$ است و نقطه $A(۲, ۲)$ یکی از رئوس آن است. به ترتیب محیط، مساحت و قطر مربع کدام است؟

 $\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}, \frac{۴}{۹}, \frac{۸}{۳}$ (۴)

 $\frac{۴\sqrt{۲}}{۵}, \frac{۱۰}{۲۵}, \frac{۱۶}{۵}$ (۳)

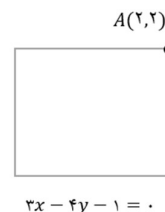
 $\frac{۲\sqrt{۲}}{۵}, \frac{۹}{۲۵}, \frac{۱۲}{۵}$ (۲)

 $\frac{۲\sqrt{۲}}{۵}, \frac{۴}{۲۵}, \frac{۸}{۵}$ (۱)

نقطه $A(۲, ۲)$ روی خط $۳x - ۴y - ۱ = ۰$ صدق نمی کند (قرار ندارد) پس شکل به صورت زیر است:

$$\text{ضلع} = a = \text{فاصله } A \text{ تا خط} = \frac{|۶ - ۸ - ۱|}{\sqrt{۹+۱۶}} = \frac{۳}{۵}$$

$$\text{محیط} = ۴a = \frac{۱۲}{۵} \quad \text{مساحت} = a^۲ = \frac{۹}{۲۵} \quad \text{طول قطر} = d = \sqrt{۲}a = \frac{۳}{۵}\sqrt{۲}$$



۸- فاصله مبدأ مختصات از خط $2y = mx + 4$ گذرنده از نقطه $(1, 2)$ برابر ۱ است. m کدام است؟

$$\frac{2}{3} \text{ (۱)} \quad \frac{2}{3} \text{ (۲)} \quad -\frac{2}{3} \text{ (۳)} \quad -\frac{2}{3} \text{ (۴)}$$

نقطه $(1, 2)$ از خط می‌گذرد (صدق می‌کند) در نتیجه:

صدق در خط $(1, 2)$

$$\rightarrow 4 = m + b \rightarrow b = 4 - m \quad (A)$$

$$\text{فاصله } O \text{ تا خط} = \frac{|b|}{\sqrt{4 + m^2}} = 1 \rightarrow |b| = \sqrt{4 + m^2} \quad (B)$$

رابطه A را در B قرار می‌دهیم و به توان ۲ می‌رسانیم

$$|4 - m| = \sqrt{4 + m^2} \rightarrow 16 - 8m + m^2 = 4 + m^2 \rightarrow m = \frac{3}{2}$$

۹- فاصله مبدأ مختصات از خط $4 = m^2x + (2 + m)y$ برابر ۲ است فاصله مبدأ از خط $12 = (2 + m)y - m^2x$ کدام است؟

$$\frac{3}{4} \text{ (۱)} \quad 6 \text{ (۲)} \quad 2 \text{ (۳)} \quad 4 \text{ (۴)}$$

$$m^2x + (2 + m)y - 4 = 0 \text{ فاصله مبدأ تا } = \frac{4}{\sqrt{m^4 + (2 + m)^2}} = 1 \rightarrow \sqrt{m^4 + (2 + m)^2} = 4 \quad (*)$$

$$(2 + m)y - m^2x - 12 = 0 \text{ فاصله مبدأ تا } = \frac{12}{\sqrt{(2 + m)^2 + m^4}} \xrightarrow{(*)} = \frac{12}{4} = 3$$

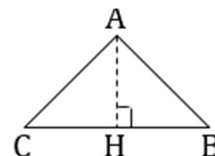
۱۰- مثلث ABC با رئوس $A(3, 1)$ و $B(4, -1)$ و $C(0, 3)$ مفروض‌اند. طول ارتفاع AH کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (۱)} \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (۲)} \quad \frac{1}{2} \text{ (۳)} \quad \sqrt{2} \text{ (۴)}$$

طول ارتفاع AH برابر است با فاصله نقطه A تا خط BC :

$$m_{BC} = \frac{3 + 1}{0 - 4} = -1 \rightarrow y - 3 = -1(x - 0) \rightarrow y + x - 3 = 0$$

$$\text{فاصله } A \text{ تا خط } BC = AH = \frac{|3 + 1 - 3|}{\sqrt{1 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



۱۱- فاصله نقطه‌ای واقع بر نیمساز ناحیه دوم از خط به معادله $3y - 2x + 4 = 0$ برابر $3\sqrt{13}$ است. عرض این نقطه کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

نقطه فرضی روی نیمساز ناحیه دوم ($y = -x$) به صورت $(\alpha, -\alpha)$ است و فاصله این نقطه تا خط برابر است با:

$$\frac{|-3\alpha - 2\alpha + 4|}{\sqrt{9+4}} = 3\sqrt{13} \rightarrow |-\alpha + 4| = 39 \rightarrow -\alpha + 4 = \pm 39 \rightarrow \begin{cases} \alpha = -7 \\ \alpha = \frac{43}{5} \end{cases} \xrightarrow{\alpha < 0} A(-7, 7)$$

۱۲- دو نقطه روی خط به معادله $y = x - 1$ قرار دارند که فاصله این نقاط از خط به معادله $2x - 3y = 5$ برابر $\sqrt{13}$ است. طول این نقاط کدام است؟

۱۱ و ۹ (۴)

-۱۵ و ۱۱ (۳)

-۱۵ و ۱۱ (۲)

-۱۵ و ۹ (۱)

نقطه فرضی روی خط $A(\alpha, \alpha - 1)$

$$2x - 3y - 5 = 0 \text{ تا } A \text{ فاصله نقطه} = \frac{|2\alpha - 3(\alpha - 1) - 5|}{\sqrt{4+9}} = \sqrt{13} \rightarrow |-\alpha - 2| = 13 \rightarrow |\alpha + 2| = 13$$

$$\rightarrow \alpha + 2 = \pm 13 \rightarrow \alpha = -15, 11$$

۱۳- فاصله دو خط به معادلات $y = \sqrt{3}x + 2$ و $\sqrt{3}y - 3x + 6 = 0$ کدام است؟

۲ + $\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{3} + 1$ (۳) $\sqrt{3} - 1$ (۲)۲ - $\sqrt{3}$ (۱)

$$\begin{cases} \sqrt{3}y - 3x + 6 = 0 \\ y - \sqrt{3}x - 2 = 0 \end{cases} \xrightarrow{\times \sqrt{3}} \begin{cases} \sqrt{3}y - 3x + 6 = 0 \\ \sqrt{3}y - 3x - 2\sqrt{3} = 0 \end{cases} \rightarrow d = \frac{|6 + 2\sqrt{3}|}{\sqrt{3+9}} = \frac{6 + 2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 1 + \sqrt{3}$$

۱۴- دو ضلع یک مربع منطبق بر دو خط به معادلات $2x - 2y = 3$ و $y = x + 1$ هستند. مساحت این مربع کدام است؟

(تجربی ۹۲)

 $\frac{25}{4}$ (۴) $\frac{25}{8}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{9}{8}$ (۱)

$$\begin{cases} 2x - 2y = 3 \\ y = x + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - 2y - 3 = 0 \\ 2x - 2y + 2 = 0 \end{cases} \rightarrow \text{طول ضلع مربع} = a = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-2 - 3|}{\sqrt{4+4}} = \frac{5}{\sqrt{8}}$$

$$\rightarrow S = a^2 = \frac{25}{8}$$

۱۵- دایره ای به دو خط به معادلات $2x + 3y = 7$ و $4x + 6y = -12$ مماس است. طول قطر این دایره کدام است؟

$$2\sqrt{15} \quad (۴)$$

$$\sqrt{15} \quad (۳)$$

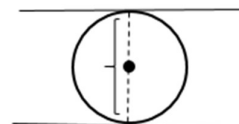
$$2\sqrt{13} \quad (۲)$$

$$\sqrt{13} \quad (۱)$$

$$\begin{cases} 4x + 6y = -12 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases} \xrightarrow{\div 2} \begin{cases} 2x + 3y = -6 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases} \rightarrow \text{دو خط موازی}$$

نتیجه: فاصله دو خط = قطر دایره

$$\text{قطر} = \frac{|-6 - 7|}{\sqrt{4 + 9}} = \frac{13}{\sqrt{13}} = \sqrt{13}$$



تمرین:

۱- اگر نقطه $(1, 2m + 1)$ در ناحیه سوم و بالای نیم‌ساز ناحیه سوم واقع باشد، حدود m کدام است؟

$$(1) -3 < m < -1 \quad (2) m > -\frac{1}{3} \quad (3) -2 < m < -\frac{1}{3} \quad (4) m > -2$$

۲- به ازای کدام مقدار a شیب خط گذرنده از نقاط $(4, a+1)$ و $(3, 2a)$ برابر $\frac{1}{3}$ است؟

$$(1) 2 \quad (2) 4 \quad (3) -2 \quad (4) -4$$

۳- دو نقطه A و B به طول های ۱ و ۲ روی خط $y = 4x - 3$ واقع‌اند. اگر تصاویر A و B روی محور x ها برابر C و D باشد مساحت ذوزنقه $ABCD$ کدام است؟

$$(1) 2 \quad (2) 3 \quad (3) 5 \quad (4) 4$$

۴- اگر سه نقطه متمایز $A(1, 1)$ و $B(-1, -1)$ و $C(m, m^2 + 2m)$ روی یک خط راست باشد m کدام است؟

$$(1) 0 \quad (2) -1 \quad (3) -1 \quad (4) 1$$

۵- به ازای کدام مقدار a سه خط $y + 2x = 0$ و $y + ax + 5 = 0$ و $y + 3x = a$ یکدیگر را در یک نقطه قطع می‌کنند؟

$$(1) -1 \quad (2) 1 \quad (3) 2 \quad (4) \text{نشدنی}$$

۶- چند خط می‌توان رسم کرد که از نقطه $(3, 1)$ بگذرد و با محور های مختصات در ناحیه اول مثلثی به مساحت ۸ واحد می‌سازد؟

$$(1) 2 \quad (2) 3 \quad (3) 1 \quad (4) 0$$

۷- یکی از دسته خطوط به معادله $y = (k-1)x + (2k+1)$ موازی خط گذرا از نقاط $(-1, 5)$ و $(-2, 3)$ است. مقدار k کدام است؟

$$(1) \frac{1}{5} \quad (2) \frac{1}{5} \quad (3) -\frac{1}{3} \quad (4) -\frac{1}{5}$$

۸- به ازای کدام مقدار m دستگاه معادلات $\begin{cases} mx + y = m - 1 \\ 3x + (m - 2)y = (4 - 2)m \end{cases}$ دارای بی‌شمار جواب است؟ (تجربی ۹۳)

$$(1) -2 \quad (2) -1 \quad (3) 3 \quad (4) \text{هیچ مقدار}$$

۹- اگر خط به معادله $y = x + 2$ بر خط $y = (2m+1)x + 1$ عمود باشد، m کدام است؟

$$(1) -\frac{3}{2} \quad (2) -\frac{2}{3} \quad (3) \frac{2}{3} \quad (4) \frac{3}{2}$$

۱۰- نوع مثلث با رئوس $A(1, 1)$ و $B(3, 2)$ و $C(2, -1)$ کدام است؟

$$(1) \text{متساوی الاضلاع} \quad (2) \text{متساوی الساقین} \quad (3) \text{قائم الزاویه متساوی الساقین} \quad (4) \text{قائم الزاویه}$$

۱۱- اگر A' قرینه نقطه $A(-۳,۴)$ نسبت به مبدأ و B' قرینه نقطه $B(۲,۱)$ نسبت به نقطه $M(۳, -۱)$ باشد، شیب خط گذرنده از نقاط A' و B' کدام است؟

۱ (۱) -۱ (۲) $\frac{۲}{۳}$ (۳) $-\frac{۲}{۳}$ (۴)

۱۲- نقاط $A(۲, -۱)$ و $B(۴, -۳)$ دو سر قطری از یک دایره هستند معادله قطر عمود بر قطر AB کدام است؟

۱ (۱) $y = -x + ۱$ (۲) $y = x - ۵$ (۳) $y = ۲x - ۸$ (۴) $y = -۲x + ۴$

۱۳- اگر $A(۱,۵)$ و $B(۳,۷)$ دو رأس متقابل یک لوزی باشند، خط محور تقارن لوزی کدام است؟

۱ (۱) $x + y = ۸$ (۲) $x + y = ۶$ (۳) $x + y = ۱۰$ (۴) $x + y = -۸$

۱۴- نقاط $A(۱,۲)$ و $B(-۵,۲)$ و $C(-۲,۵)$ سه رأس یک مستطیل است. مجموع طول و عرض رأس چهارم کدام است؟

۱ (۱) -۳ (۲) -۵ (۳) -۱ (۴) ۱

۱۵- نقاط $A(m + n, -۱)$ و $B(۰, -n)$ و $C(۱,۳)$ و $D(۴, m - ۱)$ رأس های یک متوازی الاضلاع هستند. مساحت این متوازی الاضلاع کدام است؟

۱ (۱) ۱۶ (۲) ۱۴ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۱۶- دو نقطه بر خط به معادله $y = ۲x + ۱$ قرار دارند به طوری که فاصله این نقاط از خط به معادله $۲x + y - ۴ = ۰$ برابر $\frac{۲}{\sqrt{۵}}$ است. طول این نقاط کدام است؟

۱ (۱) $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۲}{۳}$ (۲) $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۵}{۴}$ (۳) $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۳}{۲}$ (۴) ۱ و ۲

۱۷- مساحت مثلثی با رئوس $A(۲,۵)$ و $B(۰,۳)$ و $C(۰,۲)$ کدام است؟

۱ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) $\frac{۶}{۵}$ (۴) $\frac{۷}{۵}$

۱۸- به ازای کدام مقادیر a مساحت مثلثی با سه رأس $A(۱,۳)$ و $B(۲, -۱)$ و $C(a, ۱)$ برابر ۶ می شود؟

۱ (۱) $-\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۷}{۳}$ (۲) $-\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۲}{۳}$ (۳) -۱ و ۷ (۴) -۱ و ۲

۱۹- دونقطه $A(۲a, a)$ و $B(a + ۳, a - ۴)$ دو رأس از یک مثلث هستند میانه نظیر رأس C منطبق بر خط $y = ۵$ است. طول نقطه وسط AB کدام است؟

۱ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۲۰- نقاط $A(۱,۰)$ و $B(۴,۲)$ و $C(a, -a)$ مفروض اند. به ازای کدام مقدار a مثلث ABC در رأس A قائم و متساوی الساقین است؟

۱ (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۱- خطی به معادله $2y - 3x + 6 = 0$ محورهای x و y را به ترتیب در نقاط A و B قطع کرده نقطه P بر امتداد AB با شرط $PB = 2PA$ انتخاب شده. فاصله P تا مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۴

۲۲- فاصله نقطه $(2, 1)$ از خط به معادله $2x + y + m = 0$ برابر $2\sqrt{5}$ است مقدار مثبت m کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۳- فاصله مبدأ از خط به معادله $2y + m = mx + 4$ برابر ۲ می‌باشد. این خط محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) ۳

۲۴- اضلاع مثلثی منطبق بر سه خط به معادلات $2y + x = 8$ و $3y + x = 4$ و $y = 2x - 1$ هستند نوع مثلث کدام است؟

- (۱) متساوی الاضلاع (۲) متساوی الساقین (۳) قائم الزاویه متساوی الساقین (۴) قائم الزاویه

۲۵- اگر نقاط $A(-1, 2)$ و $B(3, 0)$ و $C(1, -2)$ سه رأس مثلث ABC باشند، معادله خط ارتفاع AH کدام است؟

- (۱) $y = 1 - x$ (۲) $y = 2 - x$ (۳) $y = x - 2$ (۴) $y = x - 1$

۲۶- دو سر قطر مشترک یک مربع و یک دایره نقاط $A(3, 2)$ و $B(-1, -1)$ می‌باشد. اختلاف مساحت دو شکل چند برابر $2 - \pi$ است؟

- (۱) ۶ (۲) $\frac{6}{25}$ (۳) $\frac{6}{5}$ (۴) $\frac{6}{75}$

۲۷- دایره ای از دو نقطه $A(4, 0)$ و $B(0, -2)$ می‌گذرد و یک قطر آن خط $y = x - 1$ است. شعاع این دایره کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{13}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{65}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{65}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{13}}{4}$

۲۸- اگر $A(3, -1)$ مفروض باشد و قرینه آن نسبت به نقطه $(2, 0)$ را B بنامیم و اگر C قرینه A نسبت به مبدأ باشد، مساحت مثلث ABC است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۱۰

۲۹- ضلع یک مثلث به مساحت ۶ بر خط به معادله $2y + x = 3$ واقع و یک رأس آن $(-1, 0)$ است اگر ضلع دیگر ین مثلث بر محور x ها منطبق باشد، طول میانه وارد بر این ضلع کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{2}$ (۲) ۶ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) ۵

۳۰- معادله دو ضلع از متوازی الاضلاعی به صورت $2x + 3y = 7$ و $x - 2y = 0$ است اگر $(-3, 2)$ یکی از رئوس آن باشد، کدام یک از نقاط زیر رأس دیگر از متوازی الاضلاع است؟

- (۱) $(4, 2)$ (۲) $(5, -1)$ (۳) $(-1, 3)$ (۴) $(-2, -1)$