



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی**

**سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور**

**نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نرم افزارهای ریاضیات**

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)



## تابع نمایی و لگاریتم



مهندس حمیدرضا بنیانی

۰۹۳۶ ۲۰۰ ۹۵۳۰

دانلود از سایت ریاضی سرا

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)



## تابع نمایی

به معرفی توابع نمایی و نمودار آن‌ها توجه کنید:

## نکته ۱

تابع نمایی:

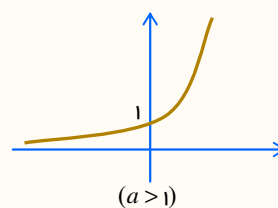
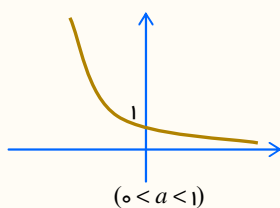
فرض کنید  $a \neq 1$  عددی مثبت باشد. تابعی که ضابطه‌ی آن به صورت:

$$y = a^x$$

است، «تابع نمایی» با پایه‌ی  $a$  نامیده می‌شود.

توجه کنید:

نمودار این تابع در دو حالت  $a > 1$  و  $0 < a < 1$  به صورت‌های زیر است:

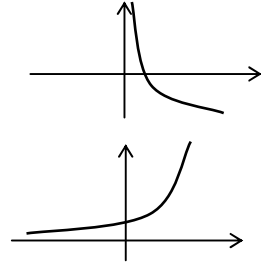


**مثال:** نمودار تابع زیر را توسط انتقال نمودارها رسم کنید:

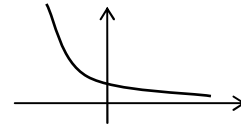
$$y = 3^{x-2} - 2$$

پاسخ:

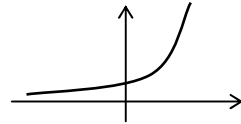
تست: نمودار تابع نمایی  $y = \left(\frac{2}{7}\right)^x$  شبیه کدام است؟



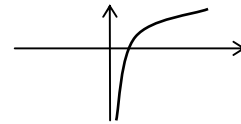
2



1



4



3

پاسخ:

تست: اگر نمودار تابع  $f(x) = a(b)^x - 1$  از دو نقطه‌ی  $A = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$  و  $B = (1, 1)$  بگذرد،  $f(-1)$  کدام است؟ (تجربی ۹۳)

4  $\frac{3}{4}$

3  $-\frac{1}{4}$

2  $-\frac{1}{2}$

1  $-\frac{3}{4}$

پاسخ:

## نکته ۲

دامنه و برد:

با توجه به نمودار تابع نمایی  $f(x) = a^x$  در هر دو حالت  $a > 1$  و  $0 < a < 1$  می‌بینید که:

دامنه همیشه تمام  $\mathbb{R}$  و برد آن اعداد مثبت  $(0, +\infty)$  است!

$$f: \mathbb{R} \longrightarrow (0, +\infty)$$

$$y = a^x$$

بنابراین:

- مقدار  $a^x$  هیچ‌گاه نمی‌تواند صفر یا عددی منفی شود.
- چون  $a^0 = 1$  است، نمودار تابع نمایی  $f(x) = a^x$  همیشه از نقطه‌ی  $(0, 1)$  عبور می‌کند.

**مثال:** دامنه و برد تابع  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{4-x}+1}$  را مشخص کنید.

پاسخ: 

**مثال:** معادله‌ی زیر را حل کنید:

$$3^x x^2 - 3^x x = 4 \times 3^{x+1}$$

پاسخ: 

نکته ۳

شرط نمایی بودن:

برای آن که تابع  $y = a^x$  نمایی محسوب شود، لازم است که  $a > 0$  و  $a \neq 1$  باشد.

**مثال:** محدوده  $m$  را چنان تعیین کنید که تابع با ضابطه  $y = \left(\frac{1-2m}{m+1}\right)^x$  یک تابع نمایی باشد.

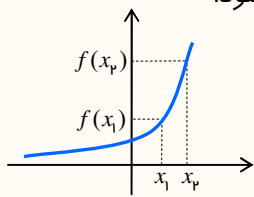
پاسخ: 

مقادیر تابع نمایی یا همواره در حال افزایش‌اند و یا در حال کاهش:

نکته ۴

تابع نمایی صعودی:

وقتی  $a > 1$  باشد، هر قدر  $x$  به توان‌های بزرگ‌تر می‌رسد، مقدار تابع بزرگ‌تر می‌شود:  
می‌بینید:



$x_1 < x_p$  نتیجه می‌دهد که  $f(x_1) < f(x_p)$ .

چنین تابعی را «صعودی» گویند.

حالت دوم توابع نمایی:

نکته ۵

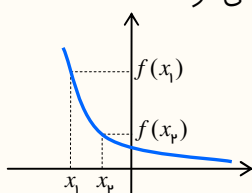
**تابع نمایی نزولی:**

وقتی  $0 < a < 1$  باشد، هر قدر  $x$  به توان‌های بزرگ‌تر می‌رسد، مقدار تابع کوچک‌تر می‌شود:

در این تابع:

$$f(x_1) > f(x_2) \text{ که نتیجه می‌دهد که } x_1 < x_2$$

چنین تابعی را «نزولی» گویند.



**تست:** تابع نمایی  $f(x) = \left(\frac{a+3}{2a-1}\right)^{-x}$  صعودی است. حدود  $a$  کدام است؟

④  $a > \frac{1}{2}$

③  $a \leq -3$

②  $a > 4$

①  $-3 < a < 4$

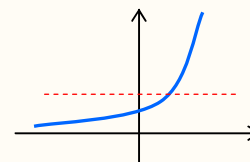
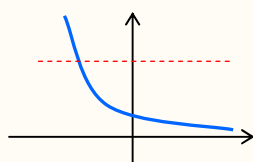
پاسخ:

نکته ۶

**یک به یک بودن:**

همان‌طور که می‌بینید، هر خط افقی نمودار تابع نمایی را:

یا قطع نمی‌کند و یا فقط در یک نقطه قطع می‌کند!



پس تابع  $y = a^x$  همیشه یک به یک است. یک نتیجه‌ی مهم از یک به یک بودن این تابع:

$$f(x_1) = f(x_2) \rightarrow a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2$$

این خاصیت در واقع روش حل معادلات نمایی است.

مثال: معادله ی  $2^{x-1} + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 208$  را حل کنید.

پاسخ: 

تست: مقدار  $x$  از معادله ی  $125^{1-3x} = \left(\frac{1}{\sqrt[3]{5}}\right)^{2x}$  کدام است؟

4  $-\frac{25}{9}$

3  $\frac{25}{9}$

2  $\frac{9}{25}$

1  $-\frac{9}{25}$

پاسخ: 

روش‌های زیر هم با توجه به نمودار نمایی بیان شده‌اند:

#### نکته ۷

#### حل نامعادلات تابع:

در حل نامعادلات نمایی، پایه‌ها را یکسان می‌کنیم. سپس با توجه به مقدار پایه، توسط یکی از دو روش زیر پایه حذف شده و نامعادله قابل حل می‌شود:

▪ اگر  $0 < a < 1$  باشد، جهت نامساوی عوض می‌شود:

$$a^P < a^Q \Leftrightarrow P > Q$$

▪ اگر  $a > 1$  باشد، جهت نامساوی عوض نمی‌شود:

$$a^P < a^Q \Leftrightarrow P < Q$$

مثال: نامعادله‌ی زیر را حل کنید:

$$(\sqrt{3} - \sqrt{8})^{1-x} \leq (\sqrt{3} + \sqrt{8})^{p-3x}$$

پاسخ: 

مثال: نامعادله‌ی  $(\sqrt{2})^{x^p-2x} \leq (\sqrt{2})^{2x}$  را حل کنید.

پاسخ: 

چنان که دیدیم، تابع نمایی  $y = a^x$  یک به یک است. پس:

**تابع نمایی همیشه معکوس پذیر است!**

## نکته ۸

**تعریف لگاریتم:**

معکوس تابع نمایی  $f(x) = a^x$  را به صورت  $f^{-1}(x) = \log_a x$  نشان می‌دهند که:  
«لگاریتم عدد  $x$  در پایه  $a$ »

خوانده می‌شود. برای نمونه:

در تابع  $f(x) = 2^x$  داریم:  $f(3) = 2^3 = 8$ . بنابراین باید  $f^{-1}(8) = 3$  باشد. یعنی:

$$2^3 = 8 \Leftrightarrow \log_2 8 = 3$$

ارتباط بین عبارت نمایی و عبارت لگاریتمی همواره به صورت زیر است:

$$a^x = y \Leftrightarrow \log_a y = x$$

**مثال:** مقدار  $t$  را از رابطه‌های زیر بیابید.

الف)  $\log_{\frac{1}{2}} 256 = 1 - 2t$

ب)  $\log_{\frac{1}{2}} (\log_4 (\log_3 (-t+1))) = -1$

پاسخ: 

صورت دقیق تابع لگاریتمی:

نکته ۹

تابع لگاریتمی:

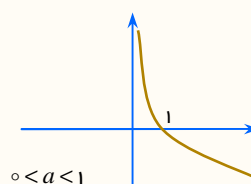
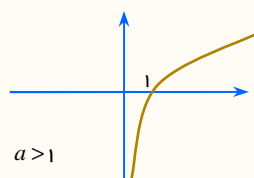
تابع لگاریتمی به صورت زیر است:

$$y = \log_a x \quad (a > 0, a \neq 1)$$

ارتباط عبارت لگاریتمی با عبارت نمایی به صورت زیر است:

$$a^x = y \Leftrightarrow \log_a y = x$$

نمودار تابع لگاریتمی مانند تابع نمایی دو حالت دارد:

می‌بینید که: نمودار تابع لگاریتمی  $y = \log_a x$  همواره از نقطه‌ی  $(1, 0)$  عبور می‌کند.**مثال:** نمودار هر یک از توابع زیر را توسط انتقال نمودارها رسم کنید:

الف)  $y = \log_3 x - 2$

ب)  $y = \log_3(x - 2)$

پاسخ:



## نکته ۱۰

## خواص مقدماتی لگاریتم:

▪ لگاریتم عدد ۱ در هر مبنای برابر صفر است:

$$\log_a 1 = 0$$

▪ اگر  $a > 1$  باشد، آنگاه:

$$\log_a x_1 < \log_a x_2 \Leftrightarrow x_1 < x_2$$

▪ اگر  $0 < a < 1$  باشد، آنگاه:

$$\log_a x_1 < \log_a x_2 \Leftrightarrow x_1 > x_2$$

توجه کنید:

در تمام این موارد بالا اعداد  $x_1$  و  $x_2$  باید مثبت باشند!

بویژه، موارد زیر از اهمیت بسیار زیادی برخوردار هستند:

$$a > 1: \begin{cases} \log_a x > 0 \Leftrightarrow x > 1 \\ \log_a x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1 \end{cases}$$

$$0 < a < 1: \begin{cases} \log_a x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1 \\ \log_a x < 0 \Leftrightarrow x > 1 \end{cases}$$

مثال: نامعادله  $\log_{0.25}(1+x-x^2) \leq 0$  را حل کنید.

پاسخ: 

لگاریتم اعشاری: 

اگر مبنای لگاریتم عدد ۱۰ باشد، به آن «لگاریتم اعشاری» گویند و از این پس برای راحتی از نوشتن مبنای ۱۰ خودداری می‌شود:

$$\log x = \log_{10} x$$

نکته ۱۱

**دامنه‌ی لگاریتم:**

در حالت کلی (حتی ممکن است مبنای لگاریتم متغیر باشد)، دامنه‌ی عبارت  $\log_{q(x)} p(x)$  برابر است با:

$$\{x: p(x) > 0, q(x) > 0, q(x) \neq 1\}$$

**مثال:** دامنه‌ی تابع زیر را تعیین کنید.

$$y = \log_{1+x}(4 - x^2)$$

پاسخ: 

**تست:** دامنه‌ی تابع  $f(x) = \sqrt{\log_{0.3} \frac{5x - x^2}{4}}$  کدام است؟

④  $(0, +\infty)$

③  $(0, 1] \cup [4, 5)$

②  $(0, 5)$

①  $(-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$

پاسخ: 

خواص اصلی لگاریتم و کاربرد آنها در حل معادلات آورده می‌شوند:

## نکته ۱۲

برخی خواص لگاریتم:

▪ لگاریتم هر عدد مثبت در مبنای خودش، برابر ۱ است:

$$\log_a a = 1$$

▪ لگاریتم، ضرب را به جمع و تقسیم را به تفریق تبدیل می‌کند:

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y \quad \text{و} \quad \log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

**مثال:** نشان دهید تساوی زیر برقرار است:

$$\log 2 + \log 5 = 1$$

پاسخ: 

خواص لگاریتم برای عددهای توان‌دار:

## نکته ۱۳

برای هر عدد مثبت  $x$  و هر عدد حقیقی  $r$  داریم:

$$\log_a x^r = r \log_a x \quad \text{▪}$$

$$\log_{a^r} x = \frac{1}{r} \log_a x \quad \text{▪}$$

**مثال:** اگر  $\log_b a = m$  باشد،  $\log_{\sqrt[m]{b}} a^5 b$  را بر حسب  $m$  بیان کنید.

پاسخ: 

تست: مقدار عددی  $\log_{\frac{1}{32}} 32 + \log_{\sqrt[3]{3}} \sqrt{27}$  کدام است؟

4  $\frac{1}{8}$

3  $-\frac{1}{8}$

2  $-\frac{17}{8}$

1  $\frac{17}{8}$

پاسخ: 

تست: اگر لگاریتم عدد  $2\sqrt[3]{5}/25$  در مبنای 8 برابر A باشد، آنگاه لگاریتم عدد  $\left(\frac{1}{A}-1\right)$  در پایه ی 4 کدام است؟

4  $\frac{3}{2}$  (کنکور 1390)

3  $\frac{2}{3}$

2  $\frac{1}{3}$

1 -3

پاسخ: 

نکته ۱۴

### حل معادلات لگاریتمی:

با توجه به نمودار تابع لگاریتمی، این تابع همواره یک به یک است. پس:

$$\log_a P = \log_a Q \Rightarrow P = Q$$

بنابراین برای حل معادلات لگاریتمی چنین عمل می کنیم:

- با استفاده از ویژگی های لگاریتم، طرفین تساوی را به دو لگاریتم بدون ضریب تبدیل می کنیم.
- با استفاده از مطلب بالا، لگاریتم ها حذف می شوند.
- جواب های بدست آمده را در معادله جای  $x$  قرار می دهیم. شرط قابل قبول بودن یک جواب این است که:

جلوی هیچ لگاریتمی عدد منفی قرار نگیرد!

**تست:** مجموع جواب‌های معادله‌ی  $\log_3(5x-2) = 1 + \log_{\sqrt{3}} x$  کدام است؟

4  $\frac{5}{4}$

3  $\frac{5}{2}$

2  $\frac{2}{5}$

1  $\frac{3}{5}$

پاسخ: 

**مثال:** جواب‌های معادله‌ی  $(\log_2 x)^2 - 3 \log_2 x = 4$  را تعیین کنید.

پاسخ: 

**تست:** از تساوی  $\log_x(x^2+4) = 1 + \log_x 5$ ، مقدار لگاریتم  $x$  در پایه ۲ کدام است؟ (تجربی ۹۳)

4  $\frac{3}{2}$

3 ۲

2  $\frac{1}{2}$

1 -۱

پاسخ: 

شدت زمین لرزه‌ها (زلزله) را با واحد «ریشتر» بیان می‌کنند و هر قدر مقدار ریشتر بزرگ‌تر باشد، انرژی آزاد شده توسط آن هم بیشتر بوده و خرابی ناشی از آن هم وسیع‌تر خواهد بود.

نکته ۱۵

**انرژی زلزله:**

اندازه‌ی یک زلزله بر حسب ریشتر را با  $M$  و مقدار انرژی آزاد شده توسط آن بر حسب واحد اندازه‌گیری «ارگ» را با  $E$  نشان می‌دهیم. در این صورت:  
بین  $M$  و  $E$  رابطه‌ی زیر وجود دارد و با داشتن یکی، دیگری بدست می‌آید:

$$\log E = 11/8 + 1/5 \times M$$

**مثال:** در یک زلزله با بزرگی  $7/4$  ریشتر، چقدر انرژی آزاد می‌شود؟

پاسخ: 

**تست:** در سال ۲۰۰۴ در کشور اندونزی، زلزله‌ای رخ داد که انرژی حاصل از آن  $10^{25/45}$  ارگ بود. بزرگی این زلزله بر حسب ریشتر کدام است؟

④ ۹/۵

③ ۹/۱

② ۸/۵

① ۸/۱

پاسخ: 

در بخش پایانی، نمونه‌هایی پیشرفته‌تر از مباحث این جزوه ویژه «داوطلبان صد درصدی» آزمون‌ها می‌آوریم:



**اگر قادر به درک راه حل‌ها نیستید، بدون نگرانی از این بخش عبور کنید!**

**تست:** دامنه‌ی تابع  $f(x) = \log_{\sqrt{x}}(9 - 4x^2)$  کدام است؟

②  $(0, \frac{3}{2}) - \{1\}$

①  $(0, \frac{3}{2})$

④  $[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}] - \{0, 1\}$

③  $[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}] - \{1\}$

پاسخ:

**تست:** حاصل عبارت  $\log_{\frac{5}{2}} 625 + 9^{\log_3 \sqrt{5}}$  کدام است؟

④ ۱

③ ۹

② -۹

① -۱

پاسخ:

### نکته ۱۶

#### خواص دیگری از لگاریتم:

موارد زیر هم در مورد لگاریتم برقرار هستند:

▪  $\log_a \frac{1}{x} = \log_{\frac{1}{a}} x = -\log_a x$

▪  $\log_a a^x = x$  و  $a^{\log_a x} = x$

▪  $\log_c b \times \log_a c = \log_a b$

در نتیجه:  $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$  و بویژه:  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

مطلب آخر هنگام «تغییر مبنا» کاربرهای زیادی دارد.

**تست:** اگر  $\log_{12} 3 = k$ ، آنگاه  $\log_{\sqrt{3}} 16$  کدام است؟

$$\frac{4-k}{k} \quad (4)$$

$$\frac{4(1-k)}{k} \quad (3)$$

$$\frac{4k}{1-k} \quad (2)$$

$$\frac{4}{1-k} \quad (1)$$

پاسخ: 

**تست:** مجموع مکعبات جوابهای معادله  $3 \log_x x - 2 \log_x 2 = 5$  کدام است؟

$$216/5 \quad (4)$$

$$64/5 \quad (3)$$

$$27/5 \quad (2)$$

$$8/5 \quad (1)$$

پاسخ: 

**تست:** هرگاه  $\log_{25} 25x^2 + \log_x 25 = 7$  باشد، آنگاه  $\log_{16}(x^2 + 3)$  کدام می‌تواند باشد؟

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{4}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

پاسخ: 

**تست:** مجموع جوابهای معادله  $100x = x^{\log x}$  کدام است؟

$$100/1 \quad (4)$$

$$110 \quad (3)$$

$$100/01 \quad (2)$$

$$101 \quad (1)$$

پاسخ:



**تست:** جواب معادله  $3^x = 2^{1-2x}$ ، برابر عدد  $x = \log_b 2$  بدست آمده؛ مقدار  $b$  کدام است؟

۱۲ ④

۲۷ ③

۹ ②

۳ ①

پاسخ:



**تست:** حاصل  $[\frac{1}{5} \log 2] + [5 \log 2]$  کدام است؟ ( [ ] : علامت جزء صحیح )

صفر ④

۳ ③

۲ ②

۱ ①

پاسخ:



**تست:** اگر  $\log_8 18 = a$  باشد، مقدار  $\log_4 6$  بر حسب  $a$  کدام است؟

 $\frac{3a-1}{2}$  ④ $\frac{3a+1}{4}$  ③ $\frac{3a}{4}$  ② $\frac{3a-1}{4}$  ①

پاسخ:



**تست:** مجموعه‌ی جواب معادله‌ی  $\left(\frac{1}{8}\right)^{[x]} = 4^{1-[x]}$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

④  $(1, 2)$

③  $[1, 2)$

②  $(-2, -1]$

①  $[-2, -1)$

پاسخ: 

**تست:** بیشترین مقدار عبارت  $(\log_5 5)^{\sin x + 1}$  کدام است؟

④  $(\log_5 5)^{\pi}$

③  $(\log_5 5)^{\pi}$

②  $\log_5 5$

①  $\log_5 5$

پاسخ: 

نکته ۱۷

**تعیین تعداد ارقام:**

اگر  $n$  یک عدد طبیعی باشد و  $[\log n] = k$ ، در این صورت:  
تعداد رقم‌های عدد  $n$  برابر  $k + 1$  خواهد بود.

**تست:** می‌دانیم  $\log 3 = 0.4771$ . عدد  $3^{200}$  چند رقم دارد؟

④ ۱۹۶

③ ۱۹۵

② ۹۶

① ۹۵

پاسخ: 



تمرین تست:

۱- دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \sqrt{1 - \log(x-1)}$  کدام بازه است؟

- ① (1, 2)      ② [2, 10]      ③ [1, 1)      ④ (1, 1]

۲- توابع کدام گزینه با هم برابرند؟

- ①  $f(x) = \log x^2$  و  $g(x) = 2 \log x$       ②  $f(x) = 1$  و  $g(x) = \frac{|x|}{\sqrt{x^2}}$   
 ③  $f(x) = x$  و  $g(x) = \sqrt{x^2}$       ④  $f(x) = \frac{x}{|x|}$  و  $g(x) = \frac{|x|}{x}$

۳- دامنه‌ی تعریف تابع  $y = \log[x]$  کدام است؟ ( [ ] به معنای جزء صحیح.)

- ① (1, ∞)      ② [0, ∞)      ③ (0, ∞)      ④ (1, ∞)

۴- دامنه‌ی تعریف تابع  $y = \frac{\log(x-1)}{\log(4-x^2)}$  کدام است؟

- ① (-2, 2)      ② (1, 2) - {√3}      ③ (1, 2)      ④ (1, ∞)

۵- حاصل  $\log(\sin 1^\circ) \times \log(\sin 2^\circ) \times \dots \times \log(\sin 90^\circ)$  کدام است؟

- ① 1      ② -1      ③ 2      ④ -2

۶- حاصل  $\log_3 \sqrt[4]{49} + \log_7 \sqrt[5]{16}$  کدام است؟

- ① 1/5      ② 1/4      ③ 1/3      ④ 1/2

۷- معادله‌ی  $\log_x(x^2 - 12) = 2$  چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟

- ① 1      ② 4      ③ 2      ④ 3

۸- اگر  $\log_3 27 = k$  باشد، حاصل  $\log_3 2$  کدام است؟

- ①  $\frac{2-k}{3k}$       ②  $\frac{k-3}{2k}$       ③  $\frac{3-k}{2k}$       ④  $\frac{k-2}{3k}$

۹- اگر  $\log_3(\log_3(\log_3 x)) = 1$ ، آنگاه  $x$  کدام است؟

- ①  $2^{12}$       ②  $4^{12}$       ③  $2^9$       ④  $4^9$

۱۰- اگر  $\log_x \sqrt{v} = -\frac{1}{p}$ ، آنگاه  $\log_p (1 + \frac{1}{x})$  برابر کدام است؟

- ۱ ۳      ۲ -۳      ۳ ۲      ۴ -۲

۱۱- حاصل  $\log_4 3 \times \log_6 16 \times \log_8 8 \times \log_9 6$  کدام است؟

- ۱ ۲۴      ۲ ۱۸      ۳ ۱۲      ۴ ۱۵

۱۲- اگر  $a = 121/48$  و  $b = 0/12$  باشد، حاصل  $[\log a] + [\log b]$  کدام است؟

- ۱ ۱      ۲ ۳      ۳ ۲      ۴ ۰

۱۳- اگر  $\log_p 4^x = x^3$ ، مقدار لگاریتم  $x$  در پایه  $\frac{1}{p}$  کدام است؟

- ۱  $\frac{1}{p}$       ۲  $-\frac{1}{p}$       ۳ ۲      ۴ -۲

۱۴- کدام گزینه درست است؟

- ۱  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{100} > \log_{\frac{1}{2}} 100$       ۲  $\log_{\frac{1}{2}} 3 > \log_{\frac{1}{2}} 2$   
 ۳  $\log_5 3 > \log_3 5$       ۴  $\log_{\frac{1}{2}} 3 > \log_{\frac{1}{2}} 2$

۱۵- حاصل عبارت  $|\log_{\frac{1}{2}} 8| + \log_8 \frac{\sqrt{2}}{2}$  کدام است؟

- ۱  $\frac{19}{6}$       ۲  $\frac{17}{6}$       ۳  $\frac{1}{6}$       ۴  $-\frac{1}{6}$

۱۶- اگر  $\log_{500} \frac{1}{500} = A$  باشد، آنگاه:

- ۱  $-5 < A < -4$       ۲  $4 < A < 5$       ۳  $-6 < A < -5$       ۴  $5 < A < 6$

۱۷- مجموعه جواب نامعادله  $\log \frac{x+4}{5} < -2$  کدام است؟

- ۱  $-3 < x < -2/5$       ۲  $-4 < x < -3/95$   
 ۳  $-3 < x < -2/95$       ۴  $-4 < x < -3/5$



ویژه‌ی داوطلبان سرآمد

۱- مقدار  $y$  از دستگاه  $\begin{cases} 2\sqrt{2} = 2^{x-3} \times 4^y \\ \log_2 2x - \log_2 y = 2 \log_2 3 \end{cases}$  کدام است؟

۴  $\frac{3}{2}$

۳  $\frac{3}{4}$

۲  $\frac{5}{13}$

۱  $\frac{9}{13}$

۲- حاصل عبارت  $\log_{(\sqrt{2}+2\sqrt{2})}(\sqrt{2}-1)$  کدام است؟

۴  $-2$

۳  $2$

۲  $-\frac{1}{2}$

۱  $\frac{1}{2}$

۳- اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله‌ی  $9^x - 15(3^{x-1}) + 6 = 0$  باشند، مقدار  $\frac{x_1}{x_2}$  با شرط  $x_1 > x_2$  کدام است؟

۴  $\log_{\frac{1}{3}} 2$

۳  $\log_3 4$

۲  $\log_2 \frac{1}{3}$

۱  $\log_2 3$

۴- مجموع جواب‌های معادله‌ی  $x^{2 \log_4 x} = \frac{8}{x^2}$  کدام است؟

۴  $\frac{9}{2}$

۳  $\frac{49}{12}$

۲  $\frac{15}{13}$

۱  $\frac{17}{8}$

۵- حاصل عبارت  $\log(\tan 17^\circ) + \log(\tan 31^\circ) + \log(\tan 73^\circ) + \log(\tan 59^\circ)$  چیست؟

۴ نامشخص

۳  $2$

۲  $0$

۱  $1$

۶- حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ی  $(\log_2 x)^2 - 8 \log_2 x = 5$  کدام است؟

۴  $8$

۳  $16$

۲  $32$

۱  $64$

۷- اگر  $\log_2 5 = m$ ، مقدار  $\log_5 4$  کدام است؟

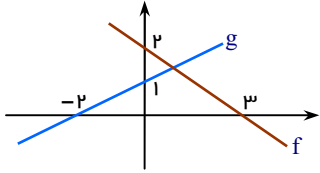
۴  $\frac{m}{4-2m}$

۳  $\frac{4-2m}{m}$

۲  $\frac{4-m}{m}$

۱  $\frac{m}{2}$

۸- شکل مقابل نمودار هر دو تابع  $f$  و  $g$  را نشان می‌دهد. اگر دامنه‌ی تابع  $y = \log_{f(x)} g(x)$  به صورت  $(a, b) \cup (c, d)$  باشد، حاصل  $ad + bc$  کدام است؟



2  $\frac{15}{4}$

4  $-\frac{15}{4}$

1  $\frac{5}{4}$

3  $-\frac{15}{4}$