



**RIAZISARA**

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>



مجموعه های اعداد:

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\} : \text{مجموعه اعداد طبیعی}$$

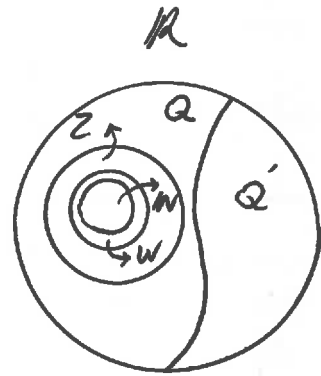
$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\} : \text{مجموعه اعداد حسابی}$$

$$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} : \text{مجموعه اعداد صحیح}$$

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0 \right\} : \text{مجموعه اعداد گویا}$$

مجموعه اعدادی که توان آن‌ها را به صورت نسبت دو عدد صحیح نمایش داد:  $Q'$ : مجموعه اعداد گسسته

$$R = Q \cup Q' : \text{مجموعه اعداد حقیقی}$$



بازه (فاصله): به هر زیرمجموعه‌ی پیوسته از اعداد حقیقی یک بازه می‌گوئیم.

اگر  $a, b \in R$  و  $a < b$  باشد داریم:

۱- بازه‌ی باز  $a, b$ :  $(a, b) = \{x \in R \mid a < x < b\}$

۲- بازه‌ی بسته  $a, b$ :  $[a, b] = \{x \in R \mid a \leq x \leq b\}$

۳- بازه نیم باز از چپ:  $(a, b] = \{x \in R \mid a < x \leq b\}$

۴- بازه نیم باز از راست:  $[a, b) = \{x \in R \mid a \leq x < b\}$

۵- بازه نیم باز  $a, +\infty$ :  $[a, +\infty) = \{x \in R \mid x \geq a\}$

۶- بازه باز  $a, +\infty$ :  $(a, +\infty) = \{x \in R \mid x > a\}$



۷- بازه نیم باز  $-\infty, a$  :  $(-\infty, a) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$

۸- بازه باز  $-\infty, a$  :  $(-\infty, a) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$

تمرین ۱: بازه های زیر را بصورت مجموعه و نمایش هندسی (روی محور) نمایش دهید.

۱)  $(-2, 5]$

۲)  $[-3, 4]$

۳)  $[-1, +\infty)$

۴)  $(-\infty, 5)$

اعمال روی بازه ها: با استفاده از مفهوم اجتماع، اشتراک و تفاضل در مجموعه های توان اجتماع اشتراک و تفاضل بازه ها را بدست آورده که یکی از راههای ساده استفاده از محور اعداد است.

نکته ۱: اجتماع بازه بسته روی یک عدد، بسته است. اشتراک بازه های باز و بسته روی یک عدد باز است.

نکته ۲: برای اجتماع و اشتراک روی سه بازه ابتدا بین دو بازه (عبارت داخل پرانتز) اجتماع یا اشتراک را بدست آورده و سپس حاصل را با بازه ی دیگر بدست می آوریم.

تمرین ۲: حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید و جواب را روی محور نشان دهید.

۱)  $[-2, 4) \cup (3, 7)$

۲)  $(2, +\infty) \cap (-\infty, 5]$



$$۳) [-۱, ۳) \cup [۳, ۵]$$

$$۴) [-۲, ۷] \cup [۳, ۹]$$

$$۵) [-۳, ۶] \cap (۵, ۱۰]$$

$$۶) (-\infty, ۳) \cup (-۱, ۳]$$

تمرین ۴: اگر  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}$  و  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 3\}$  و  $C = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x \leq 2\}$ ،  
بازه‌هایی را که با مجموعه‌های زیر تعریف شده‌اند مشخص کنید.

الف)  $A \cap B$

ب)  $A \cup B$

ج)  $C - B$

د)  $(A \cap B) \cup C$

ه)  $(A \cap B) \cup (B \cap C)$

تمرین ۵: نامعادلات زیر را حل کرده و مجموعه جواب را به صورت بازه در روی محور نشان دهید.

۱)  $2x + 5 \leq 1x - 1$

۲)  $-2 \leq 1x - 3 \leq 8$



$$۳) -۳ < ۱ - ۲x < ۳$$

$$۴) \frac{۱-x}{۲} < -۲$$

$$۵) -۱ < \frac{x-۵}{۲} < ۳$$

$$۶) \frac{۱}{۲}x + \frac{۱}{۳}x + x + ۵ < ۳(x+۱)$$

$$۷) -۳ < x+۷ < ۳x-۲$$

$$۸) -۳ < ۳x-۵ < x-۲$$

تمرین ۶: حدود معادله  $m$  را چنان بیابید که بازه  $(m-۱, m+۵)$  شامل عدد ۱ باشد.

تمرین ۷: عدد طبیعی  $n$  را چنان بیابید که بازه  $(-۱, n^۳)$  دقیقاً شامل ۵ عدد مربع کامل باشد.

مجموعه - گلو و دنباله

مدرس: عاصف محبتی  
ریاضی دهم

تمرین ۸: اگر نقطه‌ی مسایلی بازه‌ی  $[5m-1, 2m+7]$  برابر ۳ باشد، مقدار  $m$  و طول بازه‌ی -  
مندود را تعیین کنید.

مجموعه‌های منتهای و نامنتهای (با پایان و بی پایان):  
اگر تعداد اعضای یک مجموعه محدود باشد آنرا مجموعه منتهای و اگر تعداد اعضای آن نامحدود  
باشد آنرا مجموعه نامنتهای یا بی پایان می‌نامیم.

تمرین ۹: اعضای هر یک از مجموعه‌های زیر را نشان دهید، سپس مجموعه‌های با پایان و بی -  
پایان (نامنتهای) را مشخص کنید.

(۱) مجموعه اعداد طبیعی فرد

(۲) مجموعه اعداد طبیعی زوج کوچکتر از ۲۰

(۳) مجموعه اعداد زوج

(۴) مجموعه اعداد صحیح کوچکتر از ۱۳۹۶

(۵) مجموعه اعداد طبیعی بزرگتر از ۱ و کوچکتر از ۲۰

(۶) مجموعه اعداد صحیح بین -۶ و ۲-

(۷)  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 < x < 4\}$

(۸)  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 2.16\}$

(۹)  $C = \{2, 4, 8, \dots, 2^{1224}\}$

(۱۰)  $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{1}{x} \in \mathbb{Z}\}$



نکته ۱: اگر  $A \subseteq B$  و  $B$  مجموعه‌ای منتهی باشد، آنگاه  $A$  نیز منتهی است  
نکته ۲: اگر  $A \subseteq B$  و  $A$  مجموعه‌ای نامنتهی باشد، آنگاه  $A$  نیز نامنتهی است

مجموعه مرجع: مجموعه‌ای که مابقی مجموعه‌های خود را در هر یک ریاضی از آن انتخاب می‌کنیم  
گاهی از یک مجموعه به نام مجموعه مرجع یا جهانی گفته می‌شود که با  $M$  یا  $\Omega$  نشان می‌دهیم  
مجموعه منقسم: اگر  $A$  مجموعه مرجع و  $A$  یک زیرمجموعه دلخواه از آن باشد در این صورت منقسم  $A$   
را با نماد  $A'$  نشان می‌دهیم یعنی اعضای مجموعه‌ی  $A'$  در  $A$  نباشند.

تمرین ۱۰: اگر  $M = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x < -9\}$  و  $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x < -10\}$  باشد،  $A'$  را مشخص کنید.

تمرین ۱۱: اگر  $A$  مجموعه مقسوم علیه‌های ۴۸ و  $B$  مجموعه مقسوم علیه‌های ۱۶ باشد،  $B'$  را مشخص کنید.

تمرین ۱۲: اگر  $M = \{2k \mid k \in \mathbb{Z}\}$  و  $C = \{4k \mid k \in \mathbb{Z}\}$  منقسم مجموعه‌ی  $C$  را با اعضا و علامت ریاضی نشان دهید.

نکته ۱: اگر  $A \subseteq B$  آنگاه  $B' \subseteq A'$   
نکته ۲: اگر دو مجموعه ملوی باشند، منقسم‌های آنها نیز ملویند.



ویژگی‌های بیشتر از مجموعی مرجع و مجموعی مستقیم:

1)  $(A')' = A$

2)  $\phi' = M$

3)  $M' = \phi$

4)  $A \cup A' = M$

5)  $A \cap A' = \phi$

6)  $A - B = A \cap B'$

7)  $(A \cup B)' = A' \cap B'$

8)  $(A \cap B)' = A' \cup B'$

قوانین مورگان

تمرین ۱۳: طرف دیگر تساوی‌های زیر را بدست آورید.

1)  $(A \cup M') \cup (A \cup \phi)'$

2)  $(A \cap M)' \cap (\phi' \cup A)'$

3)  $(A \cup \phi)' \cup (A \cup M)$

4)  $(A' \cup A)' \cup (A \cap A')'$

دو مجموعه جدا از هم: دو مجموعه‌ی  $A$  و  $B$  را جدا از هم گوئیم هرگاه  $A \cap B = \phi$

تمرین ۱۴: اگر  $A$  و  $B$  (دو مجموعه‌ی جدا از هم) و  $C$  نیز دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند آیا می‌توان گفت  $A$  و  $C$  نیز جدا از هم هستند؟



تمرین ۱۵: اگر دو مجموعه جدا از هم باشند، کدامتقسیم آنها نیز جدا از هم خواهند بود؟

تمرین ۱۶: اگر  $A$  و  $B$  جدا از هم باشند، حاصل  $(A \cup B) \cap A$  چیست؟

عدد اصلی یک مجموعه: تعداد عضوهای یک مجموعه متناهی را عدد اصلی آن مجموعه می نامیم.  
 عدد اصلی مجموعه ای مانند  $A$  را با  $n(A)$  یا  $|A|$  (بخوانند اندازه ی  $A$ ) نشان می دهیم.  
 عدد اصلی اجتماع (و مجموعه ی متناهی): اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه متناهی باشند، آنگاه:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

نکته ۱: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه متناهی مجزا باشند، آنگاه داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

نکته ۲: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه متناهی باشند، همواره داریم:

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

تمرین ۱۷: در یک کلاس ۳۲ نفره، ۲۴ نفر فوتبال و ۱۸ نفر والیبال بازی می کنند. چند نفر در این کلاس هم فوتبال و هم والیبال بازی می کنند؟

تمرین ۱۸: در یک کلاس ۳ نفری اگر ۱۲ نفر فنزیک و ۸ نفر فنزیک و شیمی قبول شده باشند. چند نفر درس شیمی را قبول شده اند؟

تمرین ۱۹: در یک کلاس ۵ نفری، ۳ نفر در درس ریاضی و ۳ نفر در درس فیزیک قبول شده‌اند. اگر ۱ نفر در هر دو درس مردود شده باشند، چند نفر در هر دو درس قبول شده‌اند؟

تمرین ۲۰: اجتماع دو مجموعه  $A$  و  $B$ ، ۲۵ عضو دارد، به مجموعه  $A$ ، ۵ عضو جدید و متمایز اضافه می‌کنیم و به اشتراک آنها چهار عضو افزوده می‌شود. اجتماع مجموعه  $B$  در مجموعه جدید حاصل از  $A$  چند عضو دارد؟

تمرین ۲۱: ۲۷ نفر از ساکنین یک روستا در دو کارگاه ریختنی و بافتنی ثبت نام کرده‌اند. اگر ۵ نفر در کارگاه ریختنی و ۱۹ نفر در کارگاه بافتنی شرکت کرده باشند، چند نفر فقط ریختنی را انتخاب کرده‌اند؟

تمرین ۲۲: از ۸۵ دانش آموز پایه دهم یک مدرسه، ۹۰ نفر در مسابقات ورزشی و ۴۸ نفر

در مسابقات علمی شرکت کرده اند، همچنین ۳۷ نفر نیز در هر دو مسابقه شرکت کرده اند. مشخص کنید چه تعداد از این دانش آموزان:

الف - در هیچ مسابقه ای شرکت نکرده اند  
ب - حداقل در یک مسابقه شرکت کرده اند  
پ - فقط در یک مسابقه شرکت کرده اند  
ت - دقیقاً در یکی از دو مسابقه شرکت کرده اند.

الگو:

بسیاری از دیده های اطراف ما از روند خاصی تبعیت می کنند و قالب خاصی دارند. با بررسی برخی از نمونه های توان روند تولدی آنها را بی گری و مشخص نمود. این روند را الگوی باسم در الگو نام می دهند. در این رابطه منطقی و منسب بین اعضای مساله وجود دارد.

کلمه: اولین قدم برای یافتن الگو در مسائل مختلف کشف نظم بین اشکال، تصاویر، اعداد، عبارات و... می باشد.

تمرین ۲۳: در شکل های زیر که از چوب کبریت تشکیل یافته اند، مشخص کنید:

الف - در شکل هشتم چند چوب کبریت وجود دارد؟  
ب - در مرحله ی ۱۵ ام چند چوب کبریت وجود دارد؟



(۱)



(۲)

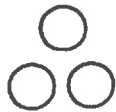


(۳)

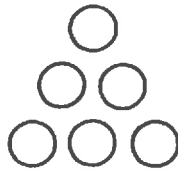
تمرین ۲۴: شکل نهم از چند دایره تشکیل شده است؟ در مرحله ی ۱۱ ام چند دایره داریم؟



(۱)



(۲)



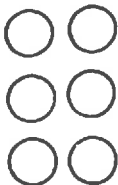
(۳)

تمرین ۲۵: اگر شکل زیر به همین ترتیب ادامه یابد، شکل سیزدهم از چند دایره تشکیل می شود؟

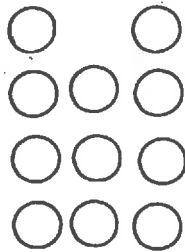
شکل ۱۱ ام از چند دایره تشکیل می شود؟



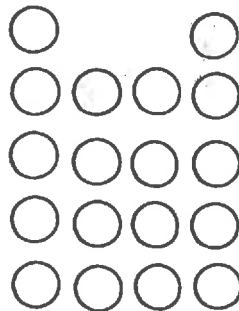
(۱)



(۲)



(۳)



(۴)

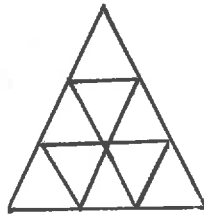
تمرین ۲۶: در شکل زیر در مرحله  $n$  هفتم از چند مثلث تشکیل شده است؟ در مرحله  $n$  ام از چند مثلث تشکیل شده است؟



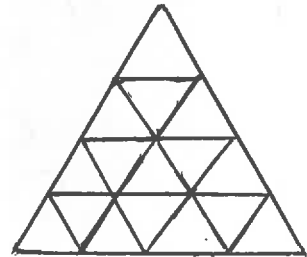
(۱)



(۲)

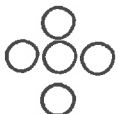


(۳)

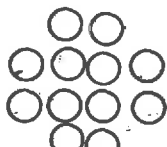


(۴)

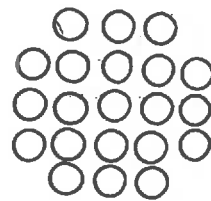
تمرین ۲۷: در شکل زیر در مرحله دهم از چند دایره تشکیل شده است؟ در مرحله  $n$  ام از چند دایره تشکیل شده است؟



(۱)



(۲)



(۳)

دنباله: به یک رشته یا یک سری از اعداد که پشت سر هم نوشته می شوند را دنباله می گویند  
تذکر: اولین عدد هر دنباله را جمله اول، دومین عدد را جمله دوم و ... و  $n$  امین جمله را جمله  $n$  ام یا جمله عمومی دنباله گوئیم.

دنباله ها معمولاً با سه روش قابل نمایش هستند:  
روش اول: قانون دنباله را با عبارتی جبری که بر حسب  $n$  می باشد، نشان می دهند.

تمرین ۲۸: چهار جمله اول هر یک از دنباله های زیر را بنویسید.

$$۱) a_n = \frac{n^3}{2n-5}$$

$$۲) b_n = \frac{2^n + 1}{n+1}$$

$$۳) c_n = n(-2)^n$$

$$۴) d_n = \frac{(n+1)(-1)^{n-1}}{n+2}$$

$$۵) e_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n (n^{-1})$$

تمرین ۲۹: چندمین جملهی دنبالهی  $t_n = \frac{2n+40}{n}$  برابر  $\frac{1}{10}$  می شود؟

تمرین ۳۰: لام جمله ی دنباله با جمله عمومی  $a_n = \frac{n^2}{5n+18}$  برابر ۳ است؟

تمرین ۳۱: فرض کنید  $a_n = n^2 - n + 13$  یک عدد ۲۵ در دنباله ی  $\{a_n\}$  وجود دارد؟

تمرین ۳۲: از جمله ی چندم به بعد جمله ات دنباله ی  $t_n = \frac{3n+1}{n+9}$  بزرگتر از ۱۷ می شود؟

تمرین ۳۳: مؤمن جمله ی دنباله ی  $a_n = (-3)^n + 3n$  با چندمین جمله ی دنباله ی -

$a_n = -5n - 14$  برابر خواهد بود؟

روش دوم (الگویابی، مدلسازی و قانون دنباله): بعضی از دنباله‌ها طوری ساخته شده‌اند که با کمی دقت کردن متوجه می‌شویم که نظم و رابطه بین جملات وجود دارد، این رابطه و قانون را جمله عمومی دنباله گویند.

تمرین ۳۴: جمله عمومی دنباله‌های زیر را بنویسید.

۱)  $11, 14, 17, 20, \dots$

۲)  $19, 15, 11, 7, \dots$

۳)  $3, \frac{8}{3}, \frac{7}{3}, 2, \dots$

۴)  $\frac{1}{6}, \frac{4}{8}, \frac{9}{10}, \dots$

۵)  $4, \frac{7}{4}, \frac{12}{9}, \frac{19}{16}, \dots$

۶)  $\frac{15}{8}, \frac{19}{15}, \frac{23}{22}, \frac{27}{29}, \dots$

۷)  $-\frac{11}{2}, \frac{13}{6}, -\frac{18}{10}, \frac{17}{14}, \dots$

۸)  $2, 4, 8, 16, \dots$

۹)  $5, 7, 29, \dots$

۱۰)  $7, 77, 777, \dots$

روش سوم: در برخی از دنباله‌ها، هر جمله با جمله قبلی یا جملات قبلی رابطه مشخصی دارد، اینگونه دنباله‌ها را دنباله‌های بازگشتی گویند.  
نکته: یکی از معروفترین دنباله‌های بازگشتی، دنباله فیبوناچی می‌باشد:

مدرس: عاصف محبتی  
ریاضی دهم



مجموعه - الگوریتم دنباله

$$a_1 = a_2 = 1, n > 2 : a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \rightarrow a_n = 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots$$

تمرین ۳۵: جمله ی پنجم دنباله ی  $a_1 = 1, a_{n+1} = 3a_n - 4$  را بدست آورید.

تمرین ۳۷: جمله ی چهارم دنباله ی  $a_1 = 2, a_{n+1} = 3 - 4a_n$  را بدست آورید.

تمرین ۳۸: جمله ی سیم دنباله ی  $a_1 = 1, a_n = a_{n-1} + (2n-1)$  را بدست آورید.

تمرین ۳۹: دنباله ی  $a_n$  به صورت  $a_1 = 2, a_n = a_{n-1} + 3$  تعریف شده است، فرمول صریح جمله ی  $n$ ام این دنباله را بنویسید.

$$a_1 = 5, a_n = 2a_{n-1}$$

تعریف شده است

تمرین ۴: دنباله  $a_n$  بصورت

فرمول صریح جمله  $n$  ام این دنباله را بنویسید.

دنباله حسابی: همراه به جملات (دنباله ای)، عدد ثابتی اضافه یا کم کنیم، (دنباله ای حسابی) بدست می آید، یعنی اختلاف هر دو جمله متوالی مقداری ثابت است و به این مقدار ثابت قدرنسبت می گوئیم.

$$a_n = a + (n-1)d$$

جمله عمومی (دنباله حسابی):

تمرین ۴۱: کدام یک از دنباله های زیر حسابی هستند؟ قدرنسبت و جمله دهم این دنباله ها را مشخص کنید.

۱) ۵, ۹, ۱۳, ۱۷, ...

۲) ۴, ۱۳, ۲۲, ۳۱, ...

۳) ۵, -۸, ۱۱, -۱۴, ...

۴)  $\frac{6}{10}, \frac{8}{13}, \frac{10}{16}, \dots$

۵)  $0, \sqrt{5}, 2\sqrt{5}, 3\sqrt{5}, \dots$

۶)  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$

۷)  $1, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{4}}{4}, \dots$

۸)  $2, \frac{7}{3}, 2\frac{2}{3}, 3, \dots$

۹)  $\frac{3a+5}{9}, \frac{9a+2}{9}, \frac{9a-1}{9}, \dots$

۱۰)  $\frac{1+\sqrt{2}}{3}, \frac{5-\sqrt{2}}{12}, \frac{1-\sqrt{2}}{2}, \dots$

تمرین ۴۲: چهار جمله اول یک دنباله حسابی را بنویسید که جمله سوم آن ۵ و قدر نسبت آن  $\frac{1}{3}$  باشد.

تمرین ۴۳: در یک دنباله حسابی جمله هفدهم برابر ۶ و قدر نسبت آن  $\frac{3}{8}$  می باشد، جمله سوم این دنباله حسابی را بنویسید.

تمرین ۴۴: در دنباله‌ی معادلی جمله‌ی چندم ۹۵ است؟  
۴، ۱۱، ۱۸، ...

تمرین ۴۵: در یک دنباله حسابی جمله چهارم مساوی ۹ و جمله سیزدهم ۲۷ می‌باشد،  
جمله سی‌ام را بدست آورید.

تمرین ۴۶: جمله‌ی عمومی یک دنباله حسابی بصورت  
 $a_n = (b-3)n^2 - 2bn + 4$   
است. جمله سوم این دنباله را تعیین کنید.

تمرین ۴۷: در یک دنباله‌ی حسابی اگر  $a_8 = 8$  و  $a_n = 5$  باشد، قدر نسبت این  
دنباله را بیابید.

واسطه‌ی حسابی: اگر  $a, b, c$  سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند، آنگاه داریم:

$$2b = a + c \quad \text{یا} \quad b = \frac{a + c}{2}$$

عدد  $b$  را واسطه‌ی حسابی بین دو عدد  $a$  و  $c$  گوئیم.

تمرین ۴۸: اعداد  $5x - 1$ ،  $3x + 4$  و  $2x + 3$  سه جمله متوالی یک دنباله حسابی می‌باشند. قدر نسبت این دنباله را بدست آورید.

تمرین ۴۹: اگر اعداد  $x + 5$  و  $x^2 + 2$  و  $3x - 1$  سه جمله‌ی متوالی یک دنباله حسابی باشند، آنگاه  $x$  را بیابید.

تمرین ۵۰: مقدار  $x$  را چنان بیابید که  $4x^2 - x$  و  $(3x - 1)^2 - 3x^2 + 12x$  و  $x^2 + (x + 1)^2$  سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله حسابی باشند.

تمرین ۵۱: بین دو عدد ۳ و ۱۹ سه عدد حینان درج کنید که شکل دنباله حسابی دهند

تمرین ۵۲: در دنباله‌ی حسابی  $a_1, a_2, a_3, \dots$  حاصل  $(d \neq 0)$   $\frac{a_{15} - a_{10}}{a_8 - a_5}$  را بدست آورید.

تمرین ۵۳: جمله هفدهم یک دنباله حسابی ۶۰ و جمله بیست و سوم آن ۱۴ است. در این دنباله حاصل  $a_{40} - a_{22}$  را محاسبه کنید.

تمرین ۵۴: در یک دنباله حسابی مجموع جملات سیزدهم و نوزدهم ۷۸ باشد، مجموع جمله دهم و بیست و نهم چند است؟ در این دنباله جمله شانزدهم چند است؟

تمرین ۵۵: مجموع سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی برابر ۲۴ و حاصلضرب آنها ۳۱۲ است، قدر نسبت این دنباله را بیابید.

تمرین ۵۶: مجموع سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی برابر ۹ و مجموع مربعات آنها ۳ است. آن سه عدد را مشخص کنید.

تمرین ۵۷: مثلث قائم الزاویه ای بیابید که ضلع کوچک آن یک باشد و اضلاع از کوچک به بزرگ تشکیل دنباله حسابی دهند.

تمرین ۵۸: اگر زاویه های مثلثی را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم، تشکیل یک دنباله ی -

حبابی می دهند نشان دهید که یکی از زوایای این مثلث  $90^\circ$  است؟

تمرین ۵۹: اگر اضلاع یک مثلث قائم الزامی شکل دنباله‌ی حبابی دهند، ثابت کنید، قدر نسبت آنها برابر ربع ضلع وسطی است.

تمرین ۶۰: اگر زوایای یک مثلث شکل دنباله حبابی دهند و زاویه بزرگتر  $4^\circ$  برابر زاویه کوچکتر باشد، آنجا بزرگترین زاویه مثلث کدام است؟

تمرین ۶۱: در یک مثلث قائم الزامی اندازه وتر  $2$  و اضلاع شکل دنباله حبابی می دهند، مساحت مثلث کدام است؟

مدرس: عاصف محبتی

ریاضی دهم



مجموعه - الگو دنباله

تمرین ۶۲: اگر زوایای داخلی یک پنج ضلعی شکل دنباله حسابی دهند و بزرگترین زاویه  $136^\circ$  باشد، بقیه زاویه‌ها را مشخص کنید.

تمرین ۶۳: جمله نهم یک دنباله عددی برابر ۱۱۰ و  $t_4^2 - t_{14}^2 = 240$  می باشد، جمله بیست و نهم آن کدام است؟

تمرین ۶۴: دو دنباله‌ی حسابی زیر چند جمله مشترک کمتر از ۱۰۰ دارند؟

۴۳، ۴۷، ۵۱، ...

۳۴، ۳۷، ۴۰، ...

تمرین ۶۵: بیستیمین جمله مشترک دو دنباله حسابی زیر کدام است؟

۳، ۷، ۱۵، ...

۴، ۷، ۱۰، ...

مجموعه - الگو و دنباله



مدرس: عاصف محبتی

ریاضی دهم

تمرین ۶۶: در یک دنباله حسابی جمله چهارم برابر با ۸ و جمله پنجم برابر با ۱۰ می‌باشد، چندمین جمله این دنباله ۷۸ می‌شود؟

$$a_n - a_{n-2} = 8$$

تمرین ۶۷: در یک دنباله حسابی جمله سوم برابر با ۱۰ و رابطه  $2a_7 + a_1 = 54$  برقرار است، جمله پانزدهم این دنباله کدام است؟

$$2a_7 + a_1 = 54$$

تمرین ۶۸: در یک دنباله حسابی  $4a_{17} - 3a_{10} = a_{14} + 8$  برقرار است، قدر نسبت این دنباله را بدست آورید.

$$4a_{17} - 3a_{10} = a_{14} + 8$$

تمرین ۶۹: مجموع ۵ جمله اول یک دنباله حسابی ۴۵ و مجموع ۵ جمله بعدی آن ۱۹۵ است، جمله اول و قدر نسبت را مشخص کنید.

دنباله هندسی: اگر در یک دنباله حاصل تقسیم هر جمله به جمله قبلی مقدار ثابتی باشد، این دنباله را دنباله هندسی گوئیم و این مقدار ثابت را قدر نسبت نامیده و با  $q$  نمایش می دهیم.

$$a_n = a_1 q^{n-1} \quad \text{فرمول جمله عمومی دنباله هندسی:}$$

نکته: اگر  $1 < q < 1$  دنباله از نظر قدر مطلق جملات نزولی و اگر  $1 > q > 1$  دنباله از نظر قدر مطلق جملات صعودی است.

تمرین ۷۰: کدامیک از دنباله های زیر یک دنباله هندسی می باشد؟ جمله عمومی دنباله های هندسی را بدست آورید.

۱)  $0.1, 0.4, 1.6, 6.4, \dots$

۲)  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$

۳)  $2\sqrt{2}, 4, 4\sqrt{2}, 8, \dots$

۴)  $-\frac{9}{8}, \frac{9}{8}, -\frac{9}{8}, \dots$

۵)  $2, 6, 24, 120, \dots$

$$۶) \frac{2}{3}, 3, 9, 18, \dots$$

$$۷) 4, -1, \frac{1}{4}, -\frac{1}{16}, \dots$$

$$۸) 12, 3, \frac{3}{4}, \frac{3}{16}, \dots$$

تمرین ۷۱: چهار جمله اول یک دنباله هندسی را بنویسید که جمله دوم آن ۸ و قدر نسبت آن  $\frac{1}{3}$  باشد.

تمرین ۷۲: در دنباله هندسی  $3, 9, 12, 24, \dots$

الف - جمله عمومی را بنویسید

ب - جمله هفتم را بدست آورید.

پ - کدام جمله از این دنباله برابر  $768$  می باشد؟

تمرین ۷۳: چندمین جمله یک دنباله هندسی با جمله اول  $1$  و قدر نسبت  $\frac{1}{4}$  برابر  $\frac{1}{256}$  می باشد؟

تمرین ۷۴: جمله عمومی یک دنباله هندسی  $a_n = 6 \times 2^{3n-1}$  است، قدر نسبت آن کدام است؟

تمرین ۷۵: در دنباله‌ی روبرو مجموع جملات پنجم و ششم را حد کنید.  $108, 36, 12, 4, \dots$

تمرین ۷۶: در یک دنباله هندسی جمله دهم مربع جمله ششم است، چه رابطه‌ای بین جمله اول و قدر نسبت وجود دارد؟

تمرین ۷۷: در یک دنباله هندسی حاصلضرب جمله چهارم و ششم برابر جمله دهم است، مطلوبیت تفاضل جمله اول از قدر نسبت

تمرین ۷۸: جمله هفتم یک دنباله هندسی برابر ۱۹۲ و جمله چهارم آن ۲۴ است، قدر نسبت آن کدام است؟

تمرین ۷۹: در یک دنباله هندسی با جملات هم علامت، جملات پنجم و نهم به ترتیب ۱۸ و ۱۴۸۸ می باشد، جمله سوم این دنباله را بدست آورید.

تمرین ۸۰: در یک دنباله هندسی نودی جمله اول برابر ۴ و تفاضل جملات دوم و سوم یک می باشد. قدر نسبت این دنباله را تعیین کنید.

تمرین ۸۱: تعداد جملات دنباله  $۲۵ \times ۱۰۲۴, \dots, \frac{۲۵}{۲}, \frac{۲۵}{۴}, \frac{۲۵}{۸}$  کدام است؟

تمرین ۸۲: در یک دنباله هندسی  $a_8 = 2a_4$ ، جمله اول این دنباله را مشخص کنید.



تمرین ۸۳: دو دنباله هندسی رابطی  $a_1, a_2, a_3, \dots$  برقرار است، قدر نسبت این دنباله را بیابید.

و رابطی هندسی در دنباله هندسی:

اگر  $a, b, c$  سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، نگاه داریم:  $b^2 = ac$

تمرین ۸۴: اگر سه عدد  $2^a, 2^b, 2^c$  تشکیل دنباله هندسی دهند، رابطه حسابی بین دو عدد  $a, b$  را بدست آورید.

تمرین ۸۵: اگر  $1, x, y, 3$  دنباله هندسی و  $1, x, y, 3$  دنباله حسابی باشند،  $x$  و  $y$  کدام است؟

تمرین ۸۶: وارطری هندی بین دو عدد  $\sqrt{5} + \sqrt{3}$  و  $\sqrt{5} - \sqrt{3}$  را بدست آورید.

تمرین ۸۷: اگر  $x+3$ ،  $x+2$ ،  $x+1$  جمله های یک دنباله ی هندسی باشند:

الف -  $x$  را بیابید ب - قدر نسبت این دنباله چقدر است؟

پ - جمله ی ششم این دنباله را بدست آورید.

تمرین ۸۸: بین ۳ و ۲۴۳ سه وارطری هندسی درج کنید.

تمرین ۸۹: بین دو عدد ۹ و ۷۲ دو وارطری هندسی درج کنید.

تمرین ۹۰: جمله ی سوم، ششم و یازدهم یک دنباله ی حسابی به ترتیب ۵۲-، ۱۴، ۲-

می باشد، جمله هشتم کن چقدر است؟

تمرین ۹۱: در یک دنباله ی هندسی جملی دهم و نهم به ترتیب ۱۰ و ۲۰ است. جمله ی هشتم کجاست؟

تمرین ۹۲: مجموع جمله های اول و چهارم یک دنباله ی هندسی ۵۶ و مجموع جمله های دوم و سوم آن ۲۴ است. این دنباله را مشخص کنید.

تمرین ۹۳: در یک دنباله ی هندسی مجموع جملات اول و دوم و سوم برابر ۱۳ و حاصل ضرب آنها ۲۷ است. این دنباله را مشخص کنید.

