



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

Subject:

Year: Month: Day: ()

یادآوری 8

2: اتحاد مربع $\Rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

4: اتحاد فرج $\Rightarrow (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

6: اتحاد جمله وسطی $\Rightarrow (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + a.b$

مثال 8

حاصل اتحادهای زیر را بدست آورید.

12: $(a+4)^2 = a^2 + 8a + 16$

14: $(3a-1)^2 = 9a^2 - 6a + 1$

16: $(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}b)^2 = (\sqrt{2})^2 + 2(\sqrt{2})(\frac{1}{\sqrt{2}}b) + (\frac{1}{\sqrt{2}}b)^2 = 2 + 2b + \frac{b^2}{2}$

18: $(\sqrt{2} + \sqrt{2})(\sqrt{2} - \sqrt{2}) = 2 - 2$

20: $(x+7)(x+3) = x^2 + 7(x) + 12 = x^2 + 7x + 12$

22: $(3x+2)(3x+5) = 9x^2 + 7(3x) + 10 = 9x^2 + 21x + 10$

24: $(x+2)(x-3) = x^2 - 1(x) - 6 = x^2 - x - 6$

Subject:

Year:

Month:

Day:

()

$$(x-4)(x-2) = x^2 - 9(x) + 20 = x^2 - 9x + 20$$

$$(2x-3)(2x+1) = 4x^2 - 4x - 3$$

$$(x^2+5)(x^2+2) = x^4 + 11x^2 + 10$$

عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید

$$9x^2 - 14 = (3x-4)(3x+4)$$

$$x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{16} = (x + \frac{1}{4})^2$$

$$4x^2 - 4x + 1 = (2x-1)^2$$

$$y^2 + 2y - 10 = (y+2)(y-2)$$

$$9x^2 + 11x + 1 = (3x+4)(3x+1)$$

Subject: _____

Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

نکات طلایی برای مسائل تجزیه 8

۱- اگر عبارت دارای دو جمله باشد یعنی مزدوج است.

۲- اگر عبارت دارای سه جمله باشد یا مربع است یا مستطاب مستطاب.

۳- اگر دو جمله دارای توان نباشد اتحاد مربع است و اگر یک جمله دارای توان نباشد ملویم اتحاد مستطاب است.

(جهت تشخیص اعداد غیر مستطاب در اتحاد مستطاب می توانیم مثلا اولی و عدد حاصله در آن مستطاب ۱۰- در یکسان

۳ می شود.)

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad \text{اتحاد مکعب}$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) \quad \text{اتحاد مکعب اولی}$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

یادآوری مانتورگیری

$$x^4 + 4x^3 - 7x^2 + 11x = x(x^3 + 4x^2 - 7x + 11)$$

$$12x^3 - 11x^2 + 34x^2 + 11x = 11x(2x^2 - x + 3x + 1)$$

$$4x^2(x+3) + 3(x+3) = x+3(4x^2+3)$$

مثال 8

عبارت های جبری زیر را به صورت ساده ترین حالت تجزیم کنید

$$x^4 - 4x^2 = x^2(x^2 - 4) = x^2(x-2)(x+2)$$

$$12x^3(x+4)^2 - 11x^2(x+4)^2 = x^2(x+4)^2(12x - 11) = x^2(x+4)^2(12x - 11)$$

$$4x^2(x+4)^2(x-12) = 4x^2(x+4)^2(x-\sqrt{12})(x+\sqrt{12})$$

نکته 8: بعضی از محاسبات عددی را می توان به کمک اتحادها به راحتی انجام داد. بیای در واقع ساده

کردن محاسبات بی از کاربردهای اتحاد می باشد. مثلاً به ساده سازی عبارات زیر وقت نگیرید

$$(999)^2 = (1000 - 1)^2 = (1000)^2 - 2(1000)(1) + (1)^2 = 1000000 - 2000 + 1$$

$$2 \quad 99 \times 10^k = (100 - 1)(100 + 1) = (100)^2 - (1)^2 = 10000 - 1 = 9999$$

$$4 \quad (101)^2 = (100 + 1)^2 = (100)^2 + 2(100)(1) + (1)^2 = 10000 + 200 + 1 = 10201$$

یادآوری

$$10 \quad (a+b)^2 = a^2 + 2a(b) + b^2$$

$$12 \quad (a-b)^2 = (a+b)(a-b)$$

مثال 8

با استفاده از اتحادها حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$18 \quad (2a+1)^2 = (2a)^2 + 2(2a)(1) + (1)^2 = 4a^2 + 4a + 1 = 4a^2 + 4a + 1$$

$$20 \quad (\frac{1}{2}a-2)^2 = (\frac{1}{2}a)^2 - 2(\frac{1}{2}a)(2) + (2)^2 = \frac{1}{4}a^2 - 2a + 4$$

$$22 \quad (3a-1b)^2 = (3a)^2 - 2(3a)(1b) + (1b)^2 = 9a^2 - 6ab + b^2$$

$$24 \quad (2a + \frac{1}{2})^2 = (2a)^2 + 2(2a)(\frac{1}{2}) + (\frac{1}{2})^2 = 4a^2 + 2a + \frac{1}{4}$$

Subject: _____

Year: _____

Month: _____

Day: _____

()

$$xy^r - 1 = (xy - 1)(xy^r + (xy)(1) + (1)^r) = (xy - 1)(xy^r + xy + 1)$$

$$xa^r + 1 = (xa + 1)((1)ra^r + (ra)(1) + (1)^r) = (xa + 1)(ra^r + ra + 1)$$

$$t^r - \frac{1}{k} = (t^r)^k - (\frac{1}{k})^k = (t^r + \frac{1}{k})(t^r)^{k-1} + (t^r)^{k-2}(\frac{1}{k}) + \dots + (t^r)(\frac{1}{k})^{k-2} + (\frac{1}{k})^{k-1} = (t^r - \frac{1}{k})(t^r + \frac{1}{k} + \frac{t^r}{k} + \frac{1}{k})$$

$$a^r + 1 = a^r - r^r = (a - r)(a^r + ra + r^2 + \dots + r^{r-1})$$

تاریخ چند جمله ای 8

$$x^2 + 11x - x^4, 2x, 12$$

دارای رادیکال نباشد.

عبارت های لویانه

لوسرهایی صورت و مخرج آن ها چند جمله ای باشند عبارت های لویانه هستند. (در صورت مخرج لوسر)

پس از ساده شدن چند جمله ای نباشد یعنی x دارای رادیکال باشد در این صورت آن عبارت لویانه است

$$\frac{x^2 - 11x + \sqrt{4}}{2x - 1} \checkmark$$

$$\frac{2\sqrt{x} - 12}{x + 4x^2} \times$$

نکته

در تمامی عبارت های لویانه مخرج نباید صفر شود یعنی ریسیم مخرج نمی تواند جواب ما باشد **مثلا**

$$\frac{x^2 + 4x - 12}{x - 2} = x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

یعنی ما مجاز نیستیم به x عدد چهار بدسیم زیرا در این صورت مخرج لوسر صفری شود در صورتی که مخرج

باید صفر نرود

Subject:

Year:

Month:

Day:

()

$$\frac{dx}{dx} = \frac{dx}{x} \text{ و } \frac{4x^2}{dx} = \frac{4x^2}{x} \text{ و } \frac{4x^2}{dx^2} = \frac{4}{dx^2}$$

سهاده کردن عبارات دوباره

برای این که بتوانیم عبارات فوق را ساده کنیم باید صورت و مخرج را به ساده ترین حالت ممکن نوشتیم

و سپس عبارات های مشترک را حذف کنیم

مثال

عبارت های زیر را ساده کنید.

$$\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 4} = \frac{(x+2)^2}{(x-2)(x+2)} = \frac{x+2}{x-2}$$

$$\frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+1}{x+1}$$

$$\frac{4x^2 - 9}{4x^2 + 12x + 9} = \frac{(2x-3)(2x+3)}{(2x+3)(2x+3)} = \frac{2x-3}{2x+3}$$

$$\frac{x^2 - 12x + 1}{2x^2 - 12x + 18} = \frac{x(x-1)(x+2)}{2(x-2)^2} = \frac{x(x-1)(x+2)}{2(x-2)^2}$$

$$\frac{4x^2(x+2) - 4x^2(x+2)}{x^2 - 14x^2} = \frac{4x^2(x+2)(3x^2 - 2(x+2)^2)}{x^2(x^2 - 14)} \Rightarrow \frac{4x^2(x+2)(3x^2 - 2(x^2 + 4x + 4))}{x^2(x^2 - 14)} = \frac{4x^2(x+2)(x^2 - 4x - 4)}{x^2(x^2 - 14)}$$

$$\frac{-2x^2 - 12x^2 - 4x^2 + 4x^2(x+2)(x^2 - 14x - 22)}{x^2(x-2)(x+2)(x+2)}$$

لا تفرین کتاب صفحہ

1- با استفادہ از اتحادها حاصل عبارت های زیر را بسازید.

$$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

$$\left(y + \frac{1}{x}\right)^2 = y^2 + \frac{2}{x}y + \frac{1}{x^2}$$

$$\left(x - \frac{a}{y}\right)^2 = x^2 - \frac{2ax}{y} + \frac{a^2}{y^2}$$

$$(x^2 - \frac{1}{x})^2 = x^4 - 2x + \frac{1}{x^2}$$

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{b}{y}\right)^2 = \frac{1}{x^2} + \frac{2b}{xy} + \frac{b^2}{y^2}$$

2- با استفادہ از اتحادها در سمت های مختلف بین عبارت مناسب بگذارید.

$$(a + \sqrt{x})^2 = a^2 + 2a\sqrt{x} + x$$

$$(1 - 2x)^2 = 1 - 4x + 4x^2$$

$$(\sqrt{x} + x)^2 = x + 2x\sqrt{x} + x^2$$

3- به کمک اتحادها عبارت های زیر را تجزیه کنید.

$$x^4 - 1 = (x^2)^2 - 1^2 = (x^2 - 1)(x^2 + 1) = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$$

$$1 + 2^r = (1 + 2)(1 - 2 + 2^r)$$

$$x - x^4 = x^2(x^2)^2 - x^2 = x^2(x^2 - 1)(x^2 + 1)$$

$$9x^r - 4x + 1 = (3x - 1)^2$$

$$25x^r + 25 + 4 = (5x + 3)(5x + 1)$$

$$9x^r + 12 + 12 = (3x + 4)(3x + 4)$$

4. لذات عبارات های زیر نشان دهنده اتحاد مربع کتب (دو جمله ای یا اتحاد حاصل کتب دو جمله ای است)

$$(x + 5)(9x^r - 20x + 15), (x + 2)(x^r - 2x + 4), (4x + 9)(14x^r + 40x + 9), (7x - 2)(9x^r + 14x + 4)$$

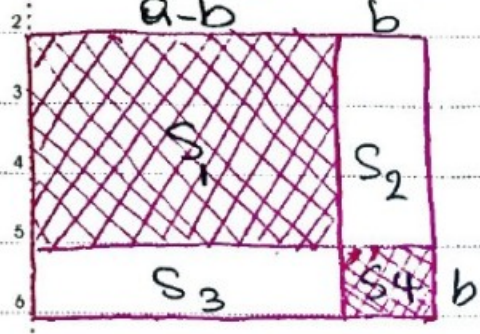
5. عبارات های مجری را برآید بنامده ترین حالت ها تجزیه کنید.

$$12x^9(x^r + 5)^3 - 10x^k(x^r + 5)^k = 2x^k(x^r + 5)^k(4x^r - 5(x^r + 5)) = 2x^k(x^r + 5)^k(x^r - 5) = 2x^k(x^r + 5)^k(x^r - 5)$$

$$(x - 5)(x + 5)$$

$$x^k - 42x^k = x^k(x^k - 42) = x^k(x^k - 5^2) = x^k(x^k - 5)(x^k + 5) = x^k(x - 5)(x + 5)(x^k + 5)$$

6. مربع وجود را به اندازن ضلع a است در نقطه بلبر هر دو فرسین لینه مساحت آنی برابر با a است ضلع a را به دو پاره خط $a-b$ و b تقسیم کنید و طول یکی را a در نقطه بلبرید.



تقسیم کنید و طول یکی را a در نقطه بلبرید.

الف) مساحت های S_1 ، S_2 ، S_3 و S_4 را بدست آورید.

7. $S_1 =$

9. $S_2 =$

11. $S_3 =$

12. $S_4 =$

ب) مساحت S را بر حسب مساحت های S_1 ، S_2 ، S_3 و S_4 بدست آورید.

پ) اتحاد مربع توجه ای را از سمت «ب» نتیجه بلبرید.

Subject: _____
Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

7. با استفاده از اتحادهای نامعین عبارت های عددی زیر را بساز و بپسند.

$$(1000)^3 = (1000+1)^3 = 1000000000 + 3000000 + 3000 + 1 = 1003003001$$

$$(999)^3 = (1000-1)^3 = 1000000 - 3(1000)(1) + 3(1000)^2 - 1 = 997002999$$

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24



یادآوری اتحادها

3 $\Rightarrow (a+b)^2 \Rightarrow a^2 + 2(a)(b) + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

4 $\Rightarrow (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$ یا $(a+b)(a+b) = a^2 + (1+1)ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

7 $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

9 $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3a^2b + b^3 = a^3 + 6a^2b + 3ab^2 + b^3$

12 $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a-b)(a^2 + 2ab + b^2)$

یادآوری تلیب های تجزیه نردن (ساد نردن)

1. فاکتورگیری \leftarrow اگر یک عبارت در تمامی جمله ها وجود داشته باشد می توان از آن عبارتی فاکتور گرفت.

2. اگر عبارت فقط دو جمله داشته باشد \leftarrow اتحاد مربع می باشد. اگر بتوان سه باشد \leftarrow اتحاد مطلق می باشد.

3. اگر عبارت سه جمله داشته باشد \leftarrow (سه) دو جمله به صورت توان دو باشد \leftarrow اتحاد مربع است.

4. اگر فقط یک توان دو وجود داشته باشد \leftarrow اتحاد جمله مشترک است.

4. اگر عبارت دارای چهار جمله باشد و دو عدد دارای توان سه باشد \leftarrow اتحاد مطلق می باشد.

نکته 8

در عبارات های لویا به ازای ریشه های مخرج آن عبارت لویا تعریف شده می باشد (زیرا مخرج عبارت برابر مخرجی می شود)

مثال ← به ازای $x=2$ عبارت فوق تعریف شده است. $x-2=0 \Rightarrow x=2$

$$\frac{3x^2 + 19x - 12}{x-2}$$

نکته خنی اینتره

* اگر تعریف عبارت کسر در صورت و مخرج در مخرج وجود داشته باشد یا هم به ازای ریشه مخرج عبارت لویا تعریف شده می باشد

مثال ← به ازای $x=2$ عبارت فوق تعریف نشده است

$$\frac{x^2 - 5x + 4}{x-2} = \frac{(x-2)(x+2)}{x-2}$$

عبارات های لویای زیر با ازای چه مقادیری از مقیرها تعریف شده می باشد

$$\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$\frac{5}{x^2 + x} \Rightarrow x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

$$x - 2 \Rightarrow x = 2$$

ریاضی جدیدی لیر با برهم علامت مثبت و علامت منفی را قرار دهیم مثلاً

$$\frac{2x^2 + 4x + 2}{x^2} \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$\frac{x^2 + 2x^2 + 2x}{x(x+1)(x+2)} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

$$\frac{x^4 - a^4}{a^4 x^4 - a^4 x} = 0 \Rightarrow \begin{cases} a^4(x^2 - a^2) = 0 \\ a^4 x = 0 \\ x^2 - a^2 = 0 \Rightarrow x = \pm a \end{cases}$$

جمع و تفریق عبارات کسری برای جمع و تفریق کردن چند عبارت کسری یا باید مخرج مشترک بگیریم برای این کار

هر مخرج را به ساده ترین صورت نوشتن و سپس هر جمله آن جمله ای که توان بزرگ تری دارد را برمی آوریم.

مثال ←

حامل عبارت حل زیر را بدست آورید.

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} = \frac{(x-1) + (x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{2x}{(x+1)(x-1)}$$

$$\frac{x}{x^2+x} + \frac{x}{x^2-1} = \frac{x(x+1) + x(x)}{x(x+1)(x-1)} \Rightarrow x^2 + x = x(x+1) \text{ و } x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$$

$$\frac{x-2}{x-2} - \frac{x+1}{x+2} = \frac{(x-2)(x+2) - (x+1)(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2 - 4 - x^2 + 2x + 2x - 2}{(x-2)(x+2)} = \frac{2x-6}{(x-2)(x+2)}$$

$$\frac{1}{x^2-8x} - \frac{1+x}{x^2} + \frac{x+7}{x-2} = \frac{x^2 - 8x - (1+x)(x-2) + (x+7)x^2}{x^2(x-2)(x^2+2x+4)} \Rightarrow$$

چون توان 2 دارد

$$\textcircled{x^2} (x^2 - 8) = x^2 - 2^3 = (x-2)(x^2 + 2x + 4)$$

$$\frac{y+1}{y^2+y-1} + \frac{y-2}{y^2+2y} = \frac{y(y+1) + (y-2)(y-1)}{y(y+2)(y-1)} = \frac{y^2 + 2y + y^2 - 2y + 2}{y(y+2)(y-1)} \Rightarrow y^2 + y - 2 = (y+2)(y-1)$$

$$y^2 + 2y = y(y+2)$$

$$\frac{x + x^2 - 2x}{x+x} - \frac{x-2}{1} = \frac{x + x^2 - 2x - 2x(1+x) - 2(1+x)}{x+x} = \frac{x + x^2 - 2x - 2x - 2x^2 - 2 - 2x}{x+x} = \frac{-x^2 - 4x - 2}{x+x}$$

Subject:
Year: Month: Day: ()

$$\frac{x^2 + 1}{x - 1} - \frac{d}{x^2 - 1} = \frac{x^2 - 1}{x + 1} \Rightarrow \frac{(x^2 + 1)(x + 1) - 1 - (x^2 - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{\cancel{x^2 + 1} + \cancel{x^2 + 1} - 1 - \cancel{x^2 + 1} - \cancel{x^2 + 1}}{(x - 1)(x + 1)}$$

$$= \frac{1 \cdot x - 1}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{0 + (x - 1)}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{d}{x + 1}$$

$$\frac{x + 1}{x - 1} - 1 = \frac{x + 1 - (x - 1)}{x - 1} = \frac{\cancel{x + 1} - \cancel{x + 1}}{x - 1} = \frac{2}{x - 1}$$

$$\frac{1}{m} + 1 = \frac{-1 + m}{m} = \frac{m}{m} = 1$$

2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24



Subject:

Year: Month: Day: ()

یادگیری اتحادها

$$(a+b)^r = a^r + r a^{r-1} b + b^r$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + \dots \therefore (a+b)(x) + ab$$

$$(a+b)^r = a^r + r(a^{r-1}(b) + r(a^{r-2}(b^2) + b^r$$

$$a^r - b^r = (a-b)(a^{r-1} + ab^{r-2} + b^{r-1})$$

$$a^r + b^r = (a+b)(a^{r-1} - ab^{r-2} + b^{r-1})$$

معادله و مسائل توصیفی

معادله درجه اول \Leftarrow هر معادله به صورت $(ax + b = 0)$ را معادله ی درجه اول گویند.

زیر آن a یک می باشد (اگر توان x نوشته شده باشد معادله درجه اول است).

مثال ۴ $2x - \frac{1}{4} = 4$ و $x - 12 = 0$ و $2x + 4 = 0$ و $ax + b = 0$

روش حل معادله درجه اول \Leftarrow تمامی مجهولات (x) ها را به یک سمت تساوی و تمامی عدد طاربه

سمت دیگر تساوی می بریم و پس معادله را حل می کنیم یعنی x را می یابیم.

مثال ۵ \Leftarrow حاصل معادلات زیر را بدست آورید.

$$2x + 4 = 0 \rightarrow 2x = -4 \rightarrow x = \frac{-4}{2} = -2$$

$$x - 12 = 0 \rightarrow x = 12$$

$$2x - 4 = 9 \rightarrow 2x = 9 + 4 = 2x = 13 \rightarrow x = \frac{13}{2} = 6.5$$

$$4x + 3 = 9x - 12 \rightarrow 4x - 9x = -12 - 3 \rightarrow -5x = -15 \rightarrow$$

$$x = \frac{-15}{-5} = 3$$

هر عددی که از عبارات زیر با هم می‌تواند تبدیل آید.

الف) عددی باید به آن برابر آن ۲ برابر آن ۳ برابر آن عدد ۲ باشد.

$$2 = \frac{4}{x} \rightarrow x = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow 2x = 4 \rightarrow 4 - 2 = 2 \rightarrow 5x - 4 = 2 \rightarrow 5x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{5}$$

ب) مربع عددی برابر با همان عدد است. مربع دیگری به توان ۲

$$x^2 = 9x$$

ج) نیمی از سیر عمرش بیان ۳ سال بزرگتر است. اگر حاصل ضرب سن این مرد ۹۵ باشد سیر عمری او چقدر است؟

سال دارد

$$x(x-3) = 95$$

$$\Rightarrow x = 10 \Rightarrow x - 3 = 7$$

معادله‌ی درجه دوم

یک معادله درجه دوم می‌تواند دارای دو ریشه حقیقی و یک ریشه حقیقی و یک ریشه مجازی یا دو ریشه مجازی باشد.

مثال

$$ax^2 + bx + c = 0$$

فرم استاندارد معادله درجه دوم

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$x - x_1 = 0 \rightarrow x = x_1$$

$$x - x_2 = 0 \rightarrow x = x_2$$

مثال

$$(x - 2)(x + 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \\ x + 4 = 0 \rightarrow x = -4 \end{cases}$$

(معادله درجه دوم ضرایب صحیح) معادله درجه دوم

$$(x - x_1)^2 = 0 \rightarrow x - x_1 = 0 \rightarrow x = x_1$$

مثال

$$(x - 2)^2 = 0 \rightarrow x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$$

نکته

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

$$(n \ominus n_1)(n \ominus n_2) = 0$$

عادلہ درجہ دومی بنوسیدیم ریشہ های آن n_1 و n_2 باشد

$$(n \ominus n_1)^2 = 0$$

عادلہ درجہ دومی بنوسیدیم دلاری ریشہ مضاعف n_1 باشد

مثال

$$(x+2)(x+4) = 0$$

عادلہ درجہ دومی بنوسیدیم ریشہ های آن -2 و -4 باشد

$$(x-5)^2$$

عادلہ درجہ دومی بنوسیدیم دلاری ریشہ مضاعف 5 باشد

روش حل معادلات درجہ دوم روش تجزیه ای است

در این روش تمامی عبارات را به سمت مساوی آورده و با استفاده از تجزیه و فاکتورگیری آن ها، آن ها را

ساده کرده (یعنی به درون پرانتز می بینیم) سپس جواب را می یابیم

عوامل عدالت زیر را بدست آورید

$$x^2 - 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x^2 - 2) = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \vee x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{2}$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow (x-4)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 4, 1$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 5 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 5 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 5 \Rightarrow x^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$2x^2 - 18 = 0 \Rightarrow 2(x^2 - 9) = 0 \Rightarrow x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

$$\frac{x^2}{x} = x \Rightarrow \frac{x^2}{x} - x = 0 \Rightarrow x(\frac{x}{x} - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \frac{x}{x} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{x}{x} = 1 \Rightarrow x = 1 \times 2 = 2 \end{cases}$$

$$(x^2 + 2x - 4) = x^2 - 4 \Rightarrow (x+2)(x-2) - (x-4) = 0 \Rightarrow (x-4)(x+2-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-4 = 0 \Rightarrow x=4 \\ x+1 = 0 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$$

نتیجه

✓
 اگر معادله درجه یک باشد ۱) ضرایب سمت و عدد ثابت تغییر نکرده و درجه به هر حال تا ۱ و ۰ خالی می‌نویسیم

✓
 اگر معادله درجه دو باشد تمام ضرایب سمت و عدد ثابت مساوی آورده و سپس به کمک مانهولیری و یا اتحادها معادله را

حل می‌نویسیم

نام و نام خانوادگی

معادلات به فرم $k = (n-1)^2$ می توان با توجه به مقدار k حاصل را به صورت زیر بررسی کرد.

الف) $k > 0 \Rightarrow$ ^{چیز مثبتی} $(k \text{ عدد مثبت است}) \rightarrow n-1 + \sqrt{k}$

$(n-1)^2 = 4 \xrightarrow{\text{باز}}$ $(n-1) = \pm 2 \rightarrow \begin{cases} n-1=2 \Rightarrow n=3 \\ n-1=-2 \Rightarrow n=-1 \end{cases}$

ب) $k = 0 \Rightarrow (n-1)^2 = 0 \rightarrow (n-1) = 0 \rightarrow n = 1$

ج) $k < 0 \Rightarrow$ $(k \text{ عدد منفی است}) \rightarrow (n-1)^2 = -2$ جواب ندارد. X

Subject: _____

Year: _____

Month: _____

Day: _____

()

۱. معادله‌های زیر را حل کنید.

۴) $x^r - 1 = 0 \Rightarrow (x^r - 1) = 0 \Rightarrow x^r - 1 = 0 \Rightarrow x^r = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

۶) $(x+1)(x-1) = x^2 - 1 = (x+1)(x-1) - (x-1) = 0 \Rightarrow (x-1) = 0 \Rightarrow (x-1)(x+1) = 0 \Rightarrow$

$\left. \begin{matrix} x-1=0 \\ x+1=0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{matrix} x=1 \\ x=-1 \end{matrix}$

۸) $x^k - 2x^r = 0 \Rightarrow x^r(x^{\frac{k}{r}-1} - 2) = 0 \Rightarrow x^r = 0 \Rightarrow x = 0, x^{\frac{k}{r}-1} - 2 = 0 \Rightarrow x^{\frac{k}{r}-1} = 2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{2r}{k}}$

۱۰) $x^r = x - \frac{1}{x} \Rightarrow x^r - x + \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow x(x^{r-1} - 1) + \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow x(x^{r-1} - 1) = -\frac{1}{x} \Rightarrow x^2(x^{r-1} - 1) = -1 \Rightarrow x^2(x^{r-1} - 1) + 1 = 0$

۱۲) $x^r - 1 = 0 \Rightarrow x(x^{r-1} - 1) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ or } x^{r-1} - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

۱۴) $x^r - 5x + 4 = 0 \Rightarrow (x-1)(x^{r-1} + x^{r-2} + \dots + 1) = 0 \Rightarrow x = 1$

۱۶) $\frac{x^r}{x} = x \Rightarrow \frac{x^r}{x} - x = 0 \Rightarrow x(\frac{x^{r-1}}{x} - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ \frac{x^{r-1}}{x} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{x^{r-2}}{1} = 1 \Rightarrow x^{r-2} = 1 \Rightarrow x = \pm \sqrt[r-2]{1} \end{cases}$

۱۸) $x^r = 5 - x^r \Rightarrow 2x^r = 5 \Rightarrow x^r = \frac{5}{2} \Rightarrow x = \sqrt[r]{\frac{5}{2}}$

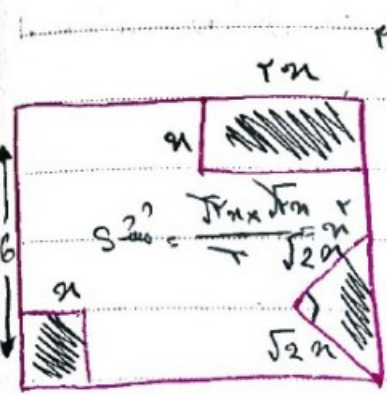
۲۰) $x^r + 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1$

۲۲) $9x^r + 3x - 2 = 0 \Rightarrow (3x-1)(3x+2) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}$

۲۴) $(x-1)^r = 1 \Rightarrow (x-1)^r - 1 = 0 \Rightarrow x-1 = 1 \Rightarrow x = 2, x = 0$

www.riazisara.ir

2. از فریبی به ضلع 6cm یک مثلث بر ببر و بریده شد است. مساحت بقی ماند 24 cm^2 است. طول ضلع درج بر ببر شده



مساحت بقی ماند $S_{\text{باقی ماند}} = S_{\text{مربع}} - S_{\text{مثلث}}$

$$S_{\text{باقی ماند}} = \frac{\sqrt{x} \times \sqrt{x} \times r}{2}$$

مساحت $S_{\text{باقی ماند}} = S_{\text{مربع}} + S_{\text{مستطیل}} + S_{\text{مثلث}}$

$$x^2 + 2x^2 + \frac{x^2}{2} = 24$$

$$24 - \frac{x^2}{2} = 2x^2 \rightarrow \frac{x^2}{2} = 24 - 2x^2 \rightarrow 4x^2 = 48 - 4x^2 \rightarrow 8x^2 = 48 \rightarrow x^2 = 6 \rightarrow x = \sqrt{6}$$

3. معادله درجه دومی بنویسید که $x=2$ و $x=3$ جواب های آن باشد. این معادله منحصراً منفرجه است.

$$(x-2)(x+3) = 0 \rightarrow x^2 + x - 6 = 0$$

4. معادله درجه دومی بنویسید که $x=1$ و $x=2$ معادله منحصراً منفرجه است.

$$(x-1)^2 = 0 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$$

5. در معادله $x^2 + k(x-1) = 0$

الف) جواب این معادله در صورت وجود از 2 تا 4 باشد $k=4$ ، $k=0$ ، $k=9$ و k بدست آورید.

$$(x-1)^2 = 2 \rightarrow x-1 = \pm\sqrt{2} \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$(x-1)^2 = 4 \rightarrow (x-1) = \pm 2 \rightarrow x = 1 \pm 2 = 3, -1$$

1: $(x-1)^2 = 0 \quad x = 1$

2:

3: $(x-1)^2 = -9$ جواب ندارد

4:

5: ب) به ازای چه مقادیری از k معادله ریشه مضاعف دارد؟ صفر

6:

7: پ) به ازای چه مقادیری از k معادله ریشه حقیقی دارد؟ به ازای $k \geq 4$ معادله دو ریشه حقیقی دارد $k = 4$

8:

9: ت) به ازای چه مقادیری از k معادله ریشه حقیقی ندارد؟ به ازای $k < -1$ معادله ریشه حقیقی ندارد $k = -1$

10:

11:

12:



14:

15:

16:

17:

18:

19:

20:

21:

22:

23:

24:

طریقات درج دوم بالاستفاده از روش مربع کامل
 ضرب در ۲ و برعکس ا باشد

$$x^2 - 2x + 9 = 0 \rightarrow x^2 - 2x = -9 \rightarrow (x^2 - 2x + \frac{4}{4}) = (-9 + \frac{4}{4}) \rightarrow (x - \frac{2}{2})^2 = \frac{-9 + 1}{1}$$

\downarrow
 $-\frac{2}{2}$
 $\frac{4}{4}$
 بر طرف ۲ برسان

$$x - \frac{2}{2} = \pm \frac{1}{1} \rightarrow -9 + \frac{4}{4} = \frac{2x - 2d}{4} = \frac{1}{1} \rightarrow x = \frac{2}{2} \pm \frac{1}{1}$$

$\begin{cases} \frac{2}{2} + \frac{1}{1} = \frac{4}{2} = 2 \\ \frac{2}{2} - \frac{1}{1} = \frac{1}{2} = 0.5 \end{cases}$

$$2x^2 + 3x - 2 = 0 \rightarrow 2(x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{2}{2}) = 0 \rightarrow x^2 + \frac{3}{2}x - 1 = 0 \rightarrow x^2 + \frac{3}{2}x = 1$$

\downarrow
 $\frac{9}{4}$
 $\frac{9}{4}$
 $\frac{9}{4}$

$$(x + \frac{3}{4})^2 = \frac{17}{4} \rightarrow x + \frac{3}{4} = \pm \frac{\sqrt{17}}{2} \rightarrow x = -\frac{3}{4} \pm \frac{\sqrt{17}}{2}$$

$\begin{cases} x + \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{17}}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \\ x + \frac{3}{4} = -\frac{\sqrt{17}}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \end{cases}$

عادله های درجه دوم زیر را به روش متغیر کامل کنید.

4 الف) $x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow x^2 - 5x = -4 \rightarrow (x^2 - 5x + \frac{25}{4}) = \frac{25}{4} - 4 \rightarrow (x - \frac{5}{2})^2 = \frac{9}{4} \rightarrow$
 $x - \frac{5}{2} = \pm \frac{3}{2} \rightarrow -4 + \frac{25}{4} = \frac{9}{4} \rightarrow \frac{25 - 16}{4} = \frac{9}{4} \rightarrow x = \frac{5}{2} \pm \frac{3}{2}$

8 ب) $9x^2 + 4x - 7 = 0 \rightarrow 9(x^2 + \frac{4}{9}x - \frac{7}{9}) = 0 \rightarrow x^2 + \frac{4}{9}x - \frac{7}{9} = 0 \rightarrow (x + \frac{2}{9})^2 - \frac{4}{81} - \frac{7}{9} = 0 \rightarrow (x + \frac{2}{9})^2 = \frac{73}{81} \rightarrow x + \frac{2}{9} = \pm \sqrt{\frac{73}{81}} \rightarrow x = -\frac{2}{9} \pm \frac{\sqrt{73}}{9}$

12 ج) $x^2 + \frac{1}{4} = -x \rightarrow x^2 + \frac{1}{4} + x = 0 \rightarrow (x + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 0 \rightarrow (x + \frac{1}{2})^2 = 0 \rightarrow x + \frac{1}{2} = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$

16 د) $x^2 + 4x + 9 = 0 \rightarrow x^2 + 4x = -9 \rightarrow (x^2 + 4x + 4) = -9 + 4 \rightarrow (x + 2)^2 = -5 \rightarrow x + 2 = \pm \sqrt{-5} \rightarrow x = -2 \pm i\sqrt{5}$

18 $x = -2$

حل معادلات درجه دوم بر روش بی (دلتا)

فرم کلی معادلات درجه دوم نوع به صورت $ax^2 + bx + c = 0$ می باشد که با توجه به مقادیر a, b, c می توان

تعداد ریشه ها و همچنین مقدار ریشه های معادله را بدست آورد. درود برای این کار ابتدا باید دلتا معادله را به صورت زیر

تعریف کنیم.

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

مثال ۴

$$x^2 + 4x + 4 = 0 \rightarrow b^2 - 4ac = 4^2 - 4(1)(4) = 16 - 16 = 0$$

$$2x^2 - 1 + 4x = 0 \rightarrow x^2 - 4(2)(-1) = 16 + 4 = 20$$

$$1) \Delta > 0 \rightarrow \text{معادله دو ریشه حقیقی دارد} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$$

$$2) \Delta = 0 \rightarrow \text{معادله یک ریشه حقیقی دارد} \rightarrow x = \frac{-b}{2a}$$

$$3) \Delta < 0 \rightarrow \text{معادله دو ریشه مختلط دارد}$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

حل سوال 8

معادلات زیر را به روش Δ حل کنید.

5: $x^2 + 2x + 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(1)(2) = 4 - 8 = -4 < 0 \rightarrow$ ریشه ندارد

7: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, \frac{2 + \sqrt{-4}}{2} = \frac{2 + 2i}{2} = 1 + i$

9: $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \frac{2 - \sqrt{-4}}{2} = \frac{2 - 2i}{2} = 1 - i$

11: $x^2 + 2\sqrt{2}x - 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 4(2) - 4(1)(-2) = 8 + 8 = 16 > 0 \rightarrow$ ریشه دارد

13: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, \frac{-\sqrt{2} + \sqrt{16}}{2} = \frac{-\sqrt{2} + 4}{2} = \frac{4 - \sqrt{2}}{2}$

15: $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \frac{-\sqrt{2} - \sqrt{16}}{2} = \frac{-\sqrt{2} - 4}{2} = -\frac{4 + \sqrt{2}}{2}$

17: $x^2 + x + 1 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(1)(1) = -3 < 0 \rightarrow$ ریشه ندارد

معادلات زیر را بر روش Δ حل کنید.

الف) $2x^2 + 4x - 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 16 - 4(2)(-1) = 44$ $\Delta > 0$ دو ریشه دارد

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 + \sqrt{44}}{4} \quad x_2 = \frac{-4 - \sqrt{44}}{4}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 - \sqrt{44}}{4} \quad \frac{-11}{1} = -11$$

ب) $4x^2 + 2x - 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 14 - 4(4)(-1) = 30$ $\Delta > 0$ دو ریشه دارد

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 + \sqrt{30}}{8} = \frac{-2 + 1}{4} = \frac{-1}{4}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 - \sqrt{30}}{8} = \frac{-2 - 1}{4} = \frac{-3}{4}$$

Subject: _____

Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

۱. معادله‌های درجه دوم زیر را حل کنید.

1) $x^2 - x + 2 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 1 - 4(1)(2) = 1 - 8 = -7 < 0$ ریشه ندارد.

2) $2x^2 + x - 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 1 - 4(2)(-1) = 1 + 8 = 9 > 0$ دو ریشه دارد.

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{9}}{4} = \frac{-1 + 3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - \sqrt{9}}{4} = \frac{-1 - 3}{4} = \frac{-4}{4} = -1$

3) $kx^2 - kx + 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 14 - 4(k)(1) \rightarrow 14 - 4k = 0$ یک ریشه دارد.

$x = \frac{-b}{2a} = \frac{k}{2k} = \frac{1}{2}$

4) $x^2 + 17x - 18 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 289 - 4(1)(-18) = 289 + 72 = 361 > 0$ دو ریشه دارد.

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-17 + \sqrt{361}}{2} = \frac{-17 + 19}{2} = \frac{2}{2} = 1$

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-17 - \sqrt{361}}{2} = \frac{-17 - 19}{2} = \frac{-36}{2} = -18$

5) $2x - 9x + 150 \Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 1 - F(F)(F) = 1 - 49 = -48$ مقادیر مثبت و منفی دارد

6) $9x^2 + \sqrt{3}x - 150 \Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 9 - F(1)(-1) = 9 - (-F) = 9 + F$ مقادیر مثبت و منفی دارد

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-\sqrt{3} \pm \sqrt{-48}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-\sqrt{3} - \sqrt{-48}}{2}$$

2. معادله $2x^2 - 3x - 5 = 0$ را بر روی Δ حل کنید با مناسبی روشی برای حل و جواب مرتب آن را بنویسید.

درست است

$x^2 - 2x - 5 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 4 - F(1)(-5) = 4 - (-F) = 4 + F$ مقادیر مثبت و منفی دارد

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 \pm \sqrt{24}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{6}}{2} = \frac{2}{2} \pm \frac{2\sqrt{6}}{2} = 1 \pm \sqrt{6}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 - \sqrt{24}}{2} = \frac{2 - 2\sqrt{6}}{2} = \frac{2}{2} - \frac{2\sqrt{6}}{2} = 1 - \sqrt{6}$$

$$x_{1,2} = \frac{1}{2} x - \frac{1}{2} x - \frac{1}{2} x$$

این جنبی مهم تر

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ می توان روابط زیر را بدست آورد.

(1) اگر مجموع ضرایب برابر صفر باشد $(a+b+c=0)$ یک ریشه مساوی 1 و ریشه دیگر آن $-\frac{c}{a}$ می باشد

مثال \leftarrow $2x^2 + 5x - 7 = 0 \rightarrow$ مجموع ضرایب $= 0$ $x_1 = 1, x_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{7}{2}$

(2) اگر رابطه $a+c=b$ در این صورت یک ریشه معادله (-1) و ریشه دیگر آن $(-\frac{c}{a})$ می باشد

مثال \leftarrow $x^2 + 5x + 4 = 0 \rightarrow a+c=b$ $x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{4}{1} = -4$

(3) مجموع دو ریشه این معادله برابر است با $(-\frac{b}{a})$ $(x_1 + x_2 = -\frac{b}{a})$

مثال \leftarrow $2x^2 + 4x - 12 = 0 \rightarrow$ مجموع ریشه ها $= -\frac{b}{a} \Rightarrow -\frac{4}{2}$

(4) حاصل ضرب ریشه ها در این معادله برابر است با $(\frac{c}{a})$ $(x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a})$

مثال \leftarrow $2x^2 + 4x - 12 = 0$ حاصل ضرب ریشه ها $\frac{c}{a} \Rightarrow \frac{-12}{2} = -6$

این جنبی

ریشه های معادله در خود معادله صدق می کند یعنی اگر جواب معادله را به داده باشند می توانیم آن جواب را در

خودتان را قرار دهید.

مثال ۴ ← دارای جواب ۴ می باشد ✓
 $4x^2 + 9x + 2 = 0$ ✓

جواب عدد این معادله را بدست آورید.

$$4(-4)^2 + 9(-4) + 2 = 0 \rightarrow 22 + (-36) + 2 = 0 \rightarrow 9 + 4a = 0$$

$$4a = -9 \rightarrow a = \frac{-9}{4} = -1.5$$

حال به a پیدا شد معادله را بسط می دهیم و از روش Δ به دست می آوریم

$$4x^2 + 9x + 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9^2 - 4(4)(2) = 81 - 32 = 49$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-9 + 7}{8} = \frac{-2}{8} = \frac{-1}{4}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-9 - 7}{8} = \frac{-16}{8} = -2$$

مثال ۵ ←

تعداد جواب از معادله های زیر از کجای هر معادله معلوم می باشد؟
 ۱. $x^2 + 2x + 1 = 0$
 ۲. $x^2 + 1 = 0$
 ۳. $x^2 - 4 = 0$

Subject:

Year: Month: Day: ()

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

$$x^2 + 9x - 1 = 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac = 81 - 4(1)(-1) = 85 \quad \text{جواب دارد}$$

جواب دارد

$$x^2 - x + 9 = 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(9) = -35 \quad \text{مجموع بزرگتر از منفرد نیست پس هیچ جواب ندارد}$$

عبارات لویا

نحوه حل عبارات لویا

تمامی عبارات را به یک سمت تساوی می آوریم

مخرج مشترک می گیریم

و پس فقط صورت را مساوی صفر قرار می دهیم

نکته: اگر در معادله دو سمت درجه یک باشد آن را به صورت $ax+b=0$ در نظر بگیریم

مثال

ریشه معادلات زیر را بیابید (معادلات زیر را حل کنید)

معادله را به این شکل در نظر بگیرید

$$\frac{1}{n-2} - \frac{2}{n-4} = 2 \rightarrow \frac{1}{n-2} - \frac{2}{n-4} - 2 = 0 \rightarrow \frac{1 - 2(n-2) - 2(n-2)^2}{n-4} = 0$$

$$1 - 2n + 4 - 2(n^2 - 4n + 4) = 0 \rightarrow 1 - 2n + 4 - 2n^2 + 8n - 8 = 0 \rightarrow -2n^2 + 6n - 3 = 0 \rightarrow 2n^2 - 6n + 3 = 0$$

$$\frac{2n^2 - 6n + 3}{2n^2 - 6n + 3} = 0 \rightarrow \frac{2n^2 - 6n + 3}{2n^2 - 6n + 3} = 0 \rightarrow \frac{2n^2 - 6n + 3}{2n^2 - 6n + 3} = 0$$

$$(2n^2 - 6n + 3)(n-4) = 0 \rightarrow 2n^2 - 6n + 3 = 0 \rightarrow n = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 24}}{4} = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{4} = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$n-4 = 0 \rightarrow n = 4$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

$$1 + \frac{\Lambda}{n^r} = \frac{F}{n} \rightarrow 1 + \frac{\Lambda}{n^r} - \frac{F}{n} = 0 \rightarrow \frac{(n^r) + \Lambda - F n}{n^r} = 0 \rightarrow n^r - F n + \Lambda = 0 \rightarrow \Delta$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 14 - 4(1)(\Lambda) = 14 - 4\Lambda = -14 < 0 \rightarrow \text{no real roots}$$

$$\frac{n-r}{n-r} = \frac{n+1}{n+r} \rightarrow \frac{n-r}{n-r} - \frac{n+1}{n+r} = 0 \rightarrow \frac{(n-r)(n+r) - (n+1)(n-r)}{(n-r)(n+r)} = 0 \rightarrow n-r = 0$$

$$n-r = 0 \Rightarrow n = r \Rightarrow n = \frac{1}{r}$$

$$\frac{rK}{1+m} + 1 = \frac{rK}{1-m} \rightarrow \frac{rK}{1+m} + 1 - \frac{rK}{1-m} = 0 \rightarrow \frac{rK(1-m) + (1+m)(1-m) - rK(1+m)}{(1+m)(1-m)}$$

$$\xrightarrow{\text{Simplify}} m^r - Fm + 1 = 0 \rightarrow (m+a)(m-r) = 0 \begin{cases} m+a = -a \\ m-r = r \end{cases}$$

$$\frac{y+r}{y+r} - \frac{y^r}{y^r-9} = 1 - \frac{y-1}{r-y} \rightarrow \frac{y+r}{y+r} - \frac{y^r}{y^r-9} - 1 + \frac{y-1}{r-y} = 0 \rightarrow \frac{(y+r)(y^r-9) - (y^r-9) - 1((y+r)(y-1))}{(y+r)(y-1)}$$

$$\frac{(y+r)(y^r-9) + (y-1)(y+r)}{(y+r)(y-1)} = 0 \rightarrow -y^r - ry + 9 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4(r)(1) =$$

$$9 + 4\Lambda = 4\sqrt{\Lambda} > 0 \rightarrow \text{no real roots}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{r + \sqrt{4\Lambda}}{-r}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{r - \sqrt{4\Lambda}}{-r}$$

ما در این جزوه حل کردیم

$$\frac{r \cdot n - d}{n + r} = 1 \rightarrow \frac{r \cdot n - d}{n + r} - 1 = 0 \rightarrow \frac{r \cdot n - d - (n + r)}{n + r} = 0 \rightarrow r \cdot n - d - n - r = 0$$

$$r \cdot n - n = d + r \rightarrow n(r - 1) = d + r \rightarrow n = \frac{d + r}{r - 1}$$

$$\frac{r \cdot n - r}{n} + \frac{r \cdot n + d}{n + r} = d \rightarrow \frac{r \cdot n - r}{n} + \frac{r \cdot n + d}{n + r} - d = 0 \rightarrow \frac{(r \cdot n - r)(n + r) + (r \cdot n + d)(n) - d(n)(n + r)}{n(n + r)}$$

$$\frac{r}{n + r} + \frac{n}{n + r} = n + r \rightarrow \frac{r}{n + r} + \frac{n}{n + r} - (n + r) = 0 \rightarrow \frac{r + n - (n + r)(n + r)}{n + r} = 0 \rightarrow r + n - (n + r)^2 = 0$$

$$\frac{r}{n + r} + \frac{n}{n + r} = n + r \rightarrow \frac{r}{n + r} + \frac{n}{n + r} - (n + r) = 0 \rightarrow \frac{r + n - (n + r)(n + r)}{n + r} = 0 \rightarrow r + n - (n + r)^2 = 0$$

$$r + n - (n + r)^2 = 0 \rightarrow -n^2 - 2nr - r^2 + r + n = 0 \rightarrow (n + r)^2 = 0 \rightarrow n + r = 0 \rightarrow n = -r$$

$$\frac{r^2 - 2nr + r}{n^2 - 2n} = \frac{1 + n}{n} = \frac{n - 1}{n - r} = \frac{r^2 - 2nr + r}{n^2 - 2n} = \frac{1 + n}{n} = \frac{n - 1}{n - r} \Rightarrow \frac{r^2 - 2nr + r - (n - 1)(n - r)}{n(n - 1)}$$

$$\frac{(n - 1)(n)}{n(n - 1)} = 0 \rightarrow \frac{r^2 - 2nr + r - (n - 1)(n - r)}{n(n - 1)} = 0 \rightarrow r^2 - 2nr + r - (n - 1)(n - r) = 0 \rightarrow r^2 + r = 0 \rightarrow r = 0 \rightarrow n = -r$$

$$\frac{r}{n - 1} - \frac{r}{n + r} = \frac{r}{n - 1} \Rightarrow \frac{r}{n - 1} - \frac{r}{n + r} - \frac{r}{n - 1} = 0 \Rightarrow \frac{r(n + r)(n - 1) - r(n - 1)(n - 1) - r(n - 1)(n + r)}{(n - 1)(n + r)(n - 1)}$$

$$\frac{r}{n + r} + \frac{r}{n} - 1 - \frac{r}{n} + \frac{r}{n} - \frac{r}{n} - 1 + \frac{r}{n} + \frac{r}{n} = 0 \rightarrow r^2 + r - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$$

$$1 - r^2 - 4 = -1 - r^2 = -119 \rightarrow r = \dots$$

Subject: _____
 Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

$$\frac{11}{x^2 - 4} + \frac{x+2}{2-x} = \frac{2x-4}{x+2} \Rightarrow \frac{11}{x^2 - 4} + \frac{x+2}{2-x} \cdot \frac{2x-4}{2x-4} \Rightarrow \frac{11 + (-x-2)(x+2)}{(x+2)(x-2)}$$

مخرج مشترک $x-2$

$$\frac{(2x-4)(x-2)}{(x+2)(x-2)} \Rightarrow 11 - x - 2x - 4 - 2x^2 + 4x - 4 = 0 \Rightarrow -2x^2 + 2x - 1 \Delta \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$$

$$2 - 2(-2)(-1) \Rightarrow 2 - 12 = -10 < 0 \text{ (ریشه ندارد)}$$

Subject: _____
Year: _____

Month: _____ Day: _____ ()

نکته: رسم معادله در خود معادله صورت می‌گیرد یعنی اگر به جای تمامی a های معادله a ، صورت معادله را قرار دهیم

معادله همبسته درست می‌باشد

معادله‌ای به معنی a معادله $\frac{a}{a} = \frac{a+1}{a+1}$ دارای جواب $a=1$ و a های باستان

یعنی می‌توانیم به جای تمامی a های معادله عدد یک را قرار داد و پس از ایدیت آورد

$$\frac{a}{a} = \frac{a+1}{a+1} \xrightarrow{a=1} \frac{1}{1} = \frac{1+1}{1+1} \Rightarrow a = \frac{2}{1+1} \Rightarrow a = \frac{2}{1+1} \Rightarrow \frac{a(1+a)-2}{1+a} = 0$$

$$a+a-2 \rightarrow (a+2)(a-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a+2=0 \rightarrow a=-2 \\ a-1=0 \rightarrow a=1 \end{cases}$$



14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

Subject:

Year: Month: Day: ()

مجموع معلوم نوع در نوح طبیعی متوالی برابر است. آن دو عدد را پیدا کنید.

$$\frac{1}{r^n} + \frac{1}{r^{n+1}} = \frac{\Delta}{r} \Rightarrow \frac{1}{r^n} + \frac{1}{r^{n+1}} - \frac{\Delta}{r} = 0 \Rightarrow \frac{1(r^{n+1}) + r^n - \Delta(r)(r^n)}{r^n(r^{n+1})} = 0$$

$$4n^2 + 4n - \Delta n^2 - \Delta n = 0 \Rightarrow -\Delta n^2 + 4n + 4n - \Delta n = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow 4^2 - 4(-\Delta)(4) \Rightarrow$$

$$144 > 0 \Rightarrow \Delta = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-4 + \sqrt{16 + 64}}{2(-\Delta)} = -\frac{4}{\Delta}$$

$$\Delta = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2(-\Delta)} = -\frac{4 - \sqrt{16 + 64}}{2(-\Delta)} = 2$$

14. $C_n t = -r$ جواب $\frac{r-t}{r-t} = \frac{r t^r + k}{(t^r+1)^r - 4A}$ می باشد. k, A را پیدا کنید.

$$\frac{r-t}{r-t} = \frac{r t^r + k}{(t^r+1)^r - 4A} \Rightarrow \frac{r(-r)}{r-r(-r)} = \frac{r(-r)^r + k}{((-r)^r+1)^r - 4A} \Rightarrow \frac{r}{1-r^2} = \frac{r^r+k}{1-r^2}$$

$$\frac{r}{1-r^2} = \frac{r^r+k}{1-r^2} \Rightarrow \frac{r}{1-r^2} \times \frac{1-r^2}{1-r^2} \Rightarrow r+k = 1 \Rightarrow k = 1 - r$$

تابع

رابطه خطی هر معادله به صورت $y = ax + b$ است

در رابطه خطی با هر توان x از درجه یک باشد مثل رابطه های زیر خطی هستند

$y = 2x + 3$ $y = -x + \frac{4}{3}$ $y = \frac{x}{2} + 4$ $y = x$

ولی معادله های به صورت زیر که دارای توانی بزرگ تر از یک می باشد رابطه خطی نمی گویند مثلاً

$y = x^2$ $y = -2x^2 + 3x - 9$ $y = x^2 + 4x^2 - 5x + 2$

در رابطه $y = ax + b$ اعداد حقیقی هستند و a متغیر مستقل است و y متغیر وابسته

گویند

مثال

با توجه به رابطه داده شده جدول زیر را کامل کنید

x	1	2	3	4	5	6	7
y	1	-7	-3	3	1	1	0

$y = -2x^2 + 3$

$3 = -2x^2 + 3 \Rightarrow x = 0$

1						
2	x	1	2	$\frac{1}{2}$	0	-1
3	y	2	5	$\frac{5}{2}$	1	2

$y = nx^r$

مساحت دایره از رابطه $S = \pi r^2$ و محیط آن از رابطه $P = 2\pi r$ بدست می آید

با توجه به شش‌های داده شده در جدول زیر مساحت و محیط دایره را بدست آورید.

	r	1	1.5	2	3	4
14						
15	$S = \pi r^2$	π	2.25π	4π	9π	16π
16						
17	$P = 2\pi r$	2π	3π	4π	6π	8π

زوج مرتب

اگر در رابطه ای x و y را در کنار هم به صورت (x, y) بنویسیم به آن زوج مرتب گویند

در زوج مرتب به x مولفه اول یا مختص اول و به y مولفه دوم یا مختص دوم گویند

برای اینکه دو زوج مرتب با هم برابر باشند باید مولفه های اول با هم و مولفه های دوم نیز با هم برابر باشند

$$(a, b) = (c, d) \rightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$$

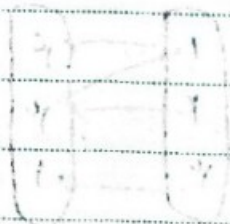
یعنی

$$(x+2, y-3) = (4, 5) \rightarrow \begin{cases} x+2 = 4 \\ y-3 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 8 \end{cases}$$

جدول زیر را کامل کنید

x	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	1	$\sqrt{2}$	2
y	-2	1	2	2	4	$2\sqrt{2}+1$	7
(x, y)	$(-1, -2)$	$(0, 1)$	$(\frac{1}{2}, 2)$	$(1, 2)$	$(1, 4)$	$(\sqrt{2}, 2\sqrt{2}+1)$	$(2, 7)$

$$y = 2x + 1$$



تابع

تعریف اول تابع: دارای مولفه اول مساوی نباشند (منفی ها با هم برابر نباشند) (زوج مرتب)

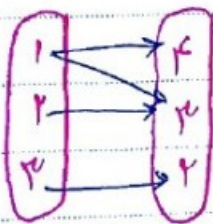
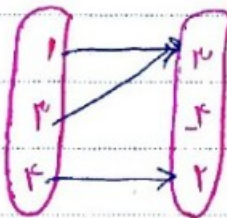
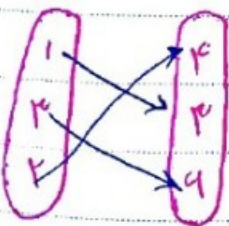
مثال

کدام یک از رابطه های زیر یک تابع است؟

$$\{(1,2), (3,4), (2,3), (1,-1)\} \checkmark$$

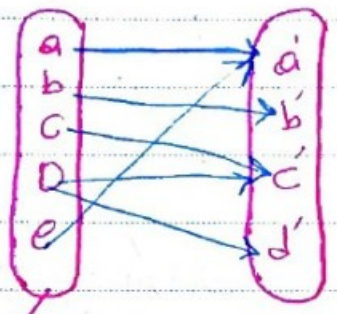
$$\{(2,3), (4,4), (3,6), (4,2)\} \times$$

تعریف دوم تابع: (غیردار بودن) از آن خودار اول بین نسبت چپ متفاوت بیان خارج شود.



سوال ←

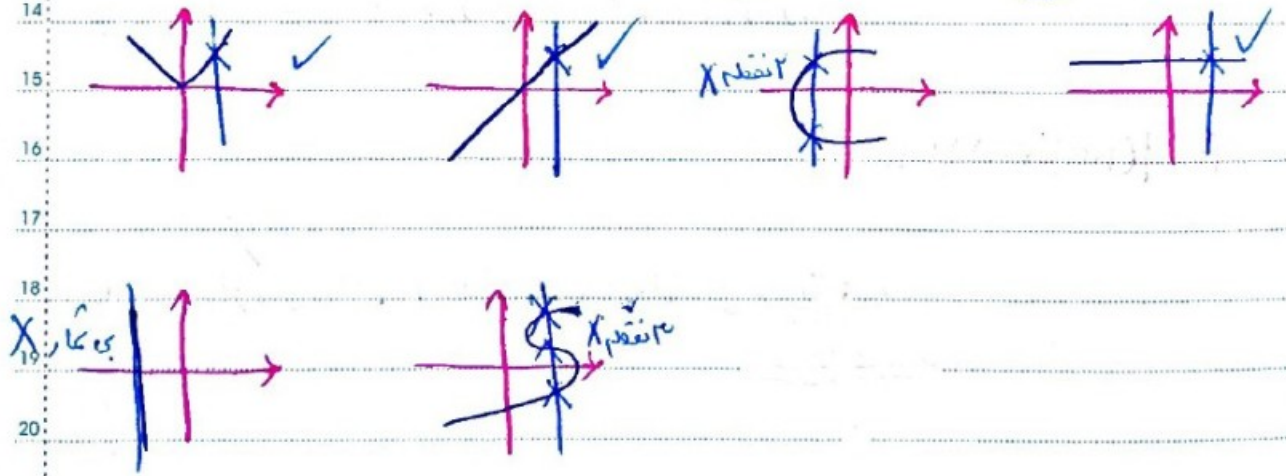
متودار بیضای یک رابطه رسم شده است. با حذف کدام عنوان این رابطه تابع خواهد شد؟



با حذف کدام یک بیضای از D حذف می شود و متودار تبدیل به متودار تابع می گردد.

تعریف سوئچ تابع: اگر هر خط موازی محور Ox حتماً رسم کنیم و این خط متودار تابع را جدالتی

کسی نقطه قطع کند متودار مورد نظر تابع می باشد.



مثال =

لدام یک از نمودار زیر نموداری تابع هستند؟



تعریف چهارم تابع: اگر در یک نقطه خاص x ها یا هم برابر باشند در آن نقطه باید یکی داشته باشند

برابر باشند

مثال =

میانجم رابطه A یک تابع باشد مقدار m را بدست آورید.

$$A = \{(1, m), (2, 9), (3, 2), (4, 3)\} \quad m = ?$$

با توجه به این که دارای x برابر است باید دارای y برابر نیز باشد

مثال =

اگر رابطه F تابع باشد در این صورت حاصل آن x را بدست آورید

$$F = \{(x, x+y), (2, 4), (5, 2), (3, 4), (5, x-y)\}$$

1 $(1, 2) = (1, x+y) \rightarrow x+y=3$

3 $(2, 2) = (2, x-y) \rightarrow x-y=2$

$$\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} 2x+4 &= 2x-2 \\ x+y=3 &\rightarrow 2+y=3 \rightarrow y=1 \end{aligned}$$

5 $x^2+y^2=3^2+1^2=10$

7 *مجموعه تابع F بر پایه اعداد صحیح و b, a, c بر پایه اعداد صحیح*

8 $F = \{(1, 4), (2, 2a+b), (1, 9), (1, 2a+3), (2, 2b)\}$

10 $(1, 4) = (1, 2a+3) \rightarrow 2a+3=4 \rightarrow 2a=4-3 \rightarrow a = \frac{1}{2}$ (1)

12 $(2, 2a+b) = (2, 2b) \rightarrow 2a+b=2b \rightarrow 2(1)+b=2b \rightarrow 2b-b=2 \rightarrow$

14 $b=2$ (2)

دامنه و بردش

دامنه به مقادیری که می تواند داشته باشد دامنه گویند. D

برده به مقادیری که می تواند داشته باشد برد می گویند. R

تذکره: اگر در جای عبارت $A \rightarrow B$ دیده شد منظور از A همان دامنه و منظور از B همان برد می باشد

مثال

دامنه و برد را برای حرکت از تابع های زیر بدست آورید

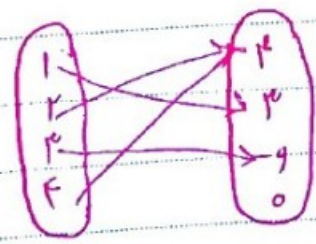
$A \rightarrow B$

«زوج مرتب» $f = \{(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16)\}$

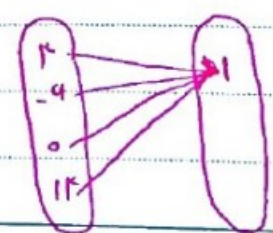
$D = \{1, 2, 3, 4\}$

$R = \{1, 4, 9, 16\}$

«سودا بیانی (فون)»



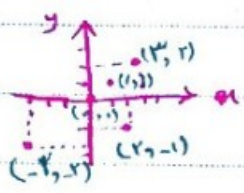
$D = \{1, 2, 3, 4\}$



$R = \{1, 4, 9, 16\}$

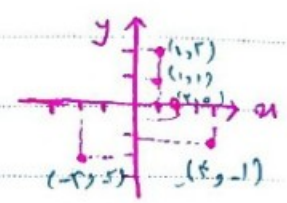
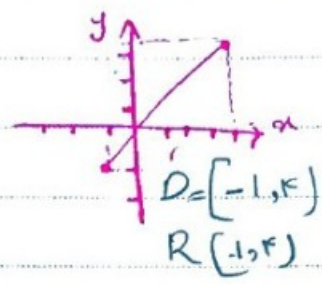
دانلود از سایت ریاضی سرا

1: دستگاه معادلات



$$D = \{-3, 0, 1, 2, 3\}$$

$$R = \{-2, 0, 1, 2, 3\}$$



$$D = \{-2, 1, 2, 3\}$$

$$R = \{-2, 1, 2, 3\}$$



نکته: تابع را با $f(x)$ نشان می دهند

$$f(x) = x - 1$$

← مثال

در بعضی از سوالات تابع را نیز به صورت $f: A \rightarrow R$ نشان می دهند که بدین

$$f(x) = x - 1$$

آن این است که دامنه تابع A و برد تابع R برابر R می باشد

مثال: با توجه به ضابطه هر تابع مجرب، معادله ی هر تابع را مشخص کنید

الف) $f: A \rightarrow B$

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

$$A = \left\{ -2, 0, \sqrt{2}, \frac{1}{2} \right\}$$

$$B = \left\{ \frac{1}{2}, -1, \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}, -3 \right\}$$

$$x = -2 \rightarrow f(-2) = \frac{-2+1}{-2-1} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$

$$x = 0 \rightarrow f(0) = \frac{0+1}{0-1} = -1$$

$$x = 1 \rightarrow f(1) = \frac{1+1}{1-1} = \frac{2}{0} \times \text{غیر تعریف}$$

$$x = \sqrt{2} \rightarrow f(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$$

$$x = \frac{1}{2} \rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}+1}{\frac{1}{2}-1} = \frac{\frac{1+2}{2}}{\frac{1-2}{2}} = \left(\frac{3}{-1}\right) = -3$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

$$f: A \rightarrow B$$

$$A = \{0, -1, 1, 2, 3\}$$

$$f(x) = \sqrt{x+1} - 1$$

$$B = \{0, -1, 2, 1, \sqrt{2}-1\}$$

$$f(0) = \sqrt{0+1} - 1 = 0$$

$$f(-1) = \sqrt{-1+1} - 1 = -1$$

$$f(1) = \sqrt{1+1} - 1 = \sqrt{2} - 1$$

$$f(2) = \sqrt{2+1} - 1 = \sqrt{3} - 1$$

$$f(3) = \sqrt{3+1} - 1 = \sqrt{4} - 1 = 1$$



تابع خطی تابعی است که نمودار آن به صورت یک خط راست می باشد

شماره ۸

دما طبق تابع خطی به صورت $y = mx + b$ می باشد که در آن m شیب و b نقطه تقاطع با محور عمودی است

مثال: با توجه به تابع خطی داده شده نمودارهای زیر را بدست آورید.

$$f(x) = 3x + 4$$



تذکره: فقط لیست در توابع خطی توان a می باشد

$$f(0) = 3(0) + 4 = 4$$

$$f(-2) = 3(-2) + 4 = -2$$

$$f(4) = 3(4) + 4 = 16$$

$$f(a) = 22 \rightarrow b = 3(a) + 4 = 22 \rightarrow 3a = 22 - 4 \rightarrow 3a = 18 \rightarrow a = \frac{18}{3} = 6$$

$$f(b) = 2 \rightarrow a = 3(b) + 4 = 2 \rightarrow 3b = 2 - 4 \rightarrow 3b = -2 \rightarrow b = \frac{-2}{3}$$

$$f(x) = 4 \rightarrow x = 3(x) + 4 = 4 \rightarrow 3x = 4 - 4 \rightarrow 3x = 0 \rightarrow x = 0$$

Subject: _____

Year: _____ Month: _____ Day: _____ ()

نمونه نوشتن تابع درجه اول (تابع خطی)

زغالی که دو نقطه (x_1, y_1) و (x_2, y_2) داشته باشیم می توانیم تابع خطی را با استفاده از رابطه مقابل

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{بدست آوریم} \quad \text{نسبت خط (ضریب زاویه)} \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

مثال:

در یک تابع خطی $f(0) = 2$ و $f(1) = 3$ باشد تابع $f(x)$ را بدست آورید.

$$f(0) = 2 \rightarrow (0, 2) \quad (1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 2}{1 - 0} = 1$$

$$f(1) = 3 \rightarrow (1, 3) \quad (2)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 2 = 1(x - 0) \rightarrow$$

$$y - 2 = 1x \rightarrow y = \frac{1}{1}x + 2$$

اگر نمودار تابع خطی f از مبدأ عبور کرده و $f(-1) = 2$ باشد ضابطه تابع f را بدست آورید.

$$f(-1) = 2 \rightarrow (-1, 2) \quad (2)$$

$$(0, 0) \rightarrow \text{از مبدأ عبور کرده} \quad (1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{-1 - 0} = -2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 0 = -2(x - 0) \rightarrow y = -2x$$

معادله m و n را چنان بیابید تا در تابع به ضرایب m و n داشته باشیم $f(x) = f$ و $f(1) = 1$

$$(1, 2) \text{ (1)} \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f - 1}{1 - 1} = \frac{f}{0} = f$$

$$(1, 1) \text{ (2)} \quad y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 1 = f(x - 1) \rightarrow y = fx - f + 1 \rightarrow y = fx - f + 1$$

در تابع خطی f داریم $f(1) = 1$ و $f(2) = 2$ و $f(3) = 3$ و $f(4) = 4$ و $f(5) = 5$ و $f(6) = 6$ و $f(7) = 7$ و $f(8) = 8$ و $f(9) = 9$ و $f(10) = 10$ و $f(11) = 11$ و $f(12) = 12$ و $f(13) = 13$ و $f(14) = 14$ و $f(15) = 15$ و $f(16) = 16$ و $f(17) = 17$ و $f(18) = 18$ و $f(19) = 19$ و $f(20) = 20$ و $f(21) = 21$ و $f(22) = 22$ و $f(23) = 23$ و $f(24) = 24$

ابتدا معادله‌ی تابع را بدست می‌آوریم و سپس $f(5)$ و $f(10)$ را می‌یابیم

$$(1, 5) \text{ (1)} \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f - d}{1 - 1} = \frac{f}{0} = f$$

$$(1, 10) \text{ (2)} \quad y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - d = f(x - 1) \rightarrow y = fx - f + d \rightarrow y = fx - f + d$$

$$y = f(10) + d \rightarrow y = 10f + d \rightarrow y = 10f + d$$

$$y = f(5) + d \rightarrow y = 5f + d \rightarrow y = 5f + d$$

مطابق تابع خطی از مبدأ می‌گذرد و $f(1) = 1$ و $f(2) = 2$ و $f(3) = 3$ و $f(4) = 4$ و $f(5) = 5$ و $f(6) = 6$ و $f(7) = 7$ و $f(8) = 8$ و $f(9) = 9$ و $f(10) = 10$ و $f(11) = 11$ و $f(12) = 12$ و $f(13) = 13$ و $f(14) = 14$ و $f(15) = 15$ و $f(16) = 16$ و $f(17) = 17$ و $f(18) = 18$ و $f(19) = 19$ و $f(20) = 20$ و $f(21) = 21$ و $f(22) = 22$ و $f(23) = 23$ و $f(24) = 24$

$$(1, 0) \text{ (1)}$$

$$(1, 1) \text{ (2)} \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f - 0}{1 - 0} = \frac{f}{1} = f$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 0 = f(x - 0) \rightarrow y = \frac{f}{1} x$$

$$f(1, 1) = y = \frac{f}{1} \left(\frac{1}{1}\right) = \frac{f}{1} \quad \frac{f}{1} - \left(1 - \frac{f}{1}\right) = \frac{f}{1}$$

$$f(-1, 1) = y = \frac{f}{1} \left(-\frac{1}{1}\right) = \frac{f}{1}$$

رسم نمودار خطی ۸

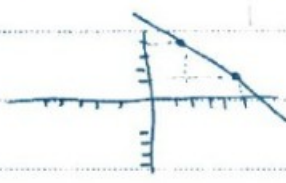
مثال ۸: ضابطه تابع خطی از سه نقطه (۲، ۳)، (۴، ۱) و (۱، ۲) مشخص کنید و نمودار آن را

رسم نمایید.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 3}{4 - 2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 3 = -1(x - 2) \rightarrow y = -x + 2 + 3 \rightarrow y = -x + 5$$

x	۲	۴
y	۳	۱



نمودار تابع خطی $y = 2x + 3$ را رسم نمایید

x	۰	۱
y	۳	۵



Subject:

Year:

Month:

Day: ()

نمودار توابع زیر را رسم کنید

$$y = 2x + 4 \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & 1 \\ \hline y & 4 & 6 \end{array}$$




$$y = -1.5x + 2 \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & 1 \\ \hline y & 2 & 0.5 \end{array}$$



Subject:


Year: Month: Day: ()


تابع درجه دوم (پاره‌ای) تابع به معادله $y = ax^2 + bx + c$ می‌باشد که $a \neq 0$ می‌باشد تابع یک سهمی

(معادله یک سهمی) می‌باشد که نمودار آن به صورت  می‌باشد

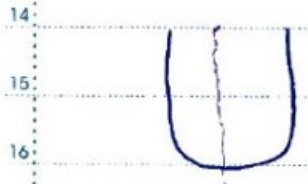
یا  اگر $a > 0$

یا  اگر $a < 0$

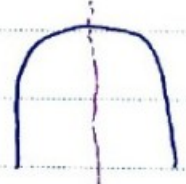
به طور مثال: نمودار تابع $y = 3x^2 + 5x - 14$ تقریباً به صورت  می‌باشد زیرا $a > 0$ است

وکی نمودار تابع $y = -x^2 + 8$ به صورت  می‌باشد زیرا $a < 0$ است

هر سهمی دارای یک محور تقارن می‌باشد. معادله آن به صورت $x = \frac{-b}{2a}$ است.



محور تقارن $x = \frac{-b}{2a}$



محور تقارن $x = \frac{-b}{2a}$

مثال: معادله محور تقارن سهمی $y = -4x^2 + 8x - 1$ را بدست آورید

$y = -4x^2 + 8x - 1 \rightarrow a = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2(-4)} = 1$

$y = 8x^2 + 2x + 2 \rightarrow a = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2(8)} = \frac{-1}{8}$

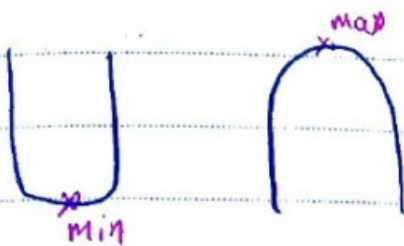
Subject: _____

Year: _____

Month: _____

Day: _____

()



هر همی دارای یک نقطه min و max می باشد. به نقطه min و max رأس می گویند یعنی نیمی نیمی تویند و با n نشان می دهند

و مختصات آن برابر است با $S\left(\frac{-b}{2a}, \frac{\Delta}{4a}\right)$

$\begin{matrix} x \\ \downarrow \\ \frac{-b}{2a} \\ \downarrow \\ y \\ \downarrow \\ \frac{\Delta}{4a} \end{matrix}$

مثال: فضا را بر اساس همی های زیر مشخص کنید

$$y = 2x^2 - 7x + 1 \rightarrow S\left(\frac{-b}{2a}, \frac{\Delta}{4a}\right) \rightarrow S\left(\frac{7}{4}, \frac{-1}{4}\right) \text{ (1, 2)}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow 14 - 4(1)(1) = 10$$

$$y = x^2 - 9 \rightarrow S\left(\frac{-b}{2a}, \frac{\Delta}{4a}\right) \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 0 - 4(1)(9) = -36 \rightarrow S\left(\frac{0}{2(1)}, \frac{-36}{4(1)}\right) = S(0, -9)$$

با توجه به این که ضریب a منفی می باشد یعنی دهانه سهمی به سمت پایین است یعنی این نقطه رأس

نقطه \max می باشد

بنابراین معادله سهمی به صورت $y = a(x-h)^2 + k$ باشد معادله محور تقارن و مختصات رأس

سهمی به صورت زیر است

$$a = k \text{ و معادله محور تقارن}$$

$$(h, k) : \text{مختصات رأس}$$

مثال:

$$y = 3(x-5)^2 + 1$$

$$a = 3 \text{ و معادله محور تقارن}$$

$$(5, 1) : \text{مختصات رأس}$$

معادله محور تقارن و مختصات سهمی زیر را بدست آورید

$$y = 2(x+2)^2 + 9$$

$$\text{معادله محور تقارن } x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$$

$$\text{رأس } S = (-2, 9)$$

رسم نمودار سهمی ۸

برای رسم نمودار سهمی به ۳ نقطه نیاز داریم ابتدا طول محور تقاطع را می یابیم
 و پس یک نقطه قبل از آن و یک نقطه بعد از آن را در جدول زیر قرار می دهیم.
 ی این ۳ نقطه را بدست می آوریم با داشتن مختصات این ۳ نقطه می توان نمودار سهمی را رسم نمود.

مثال ۱

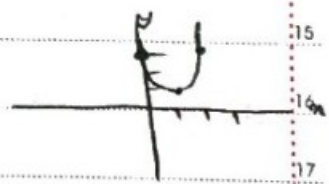
ابتدا مختصات رسم و مختصات محور تقاطع سهمی به معادله $y = 2(x-1)^2 + 1$ را مشخص کرده

نمودار آن را رسم نموده.

۱) معادله محور تقاطع

(۱, ۱) و (۱, ۱) را رسم

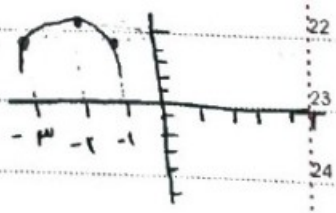
x	0	1	2
y	3	1	3



ابتدا مختصات رأس و محور تقاطع سهمی $y = -\frac{1}{4}(x+2)^2 + 5$ را بدست آورده و پس نمودار آن را

۲) و جدول محور تقاطع
 (-2, 5), S, رأس

x	-3	-2	-1
y	4	5	4



Subject:

Year: Month: Day: ()

$$y = \frac{a}{r} + \frac{f}{r}x + 1$$

محور تقاطع $\frac{b}{ra}, \frac{f}{r(1)}, \frac{-f}{r}, -r$

محور $S = \left(\frac{-b}{ra}, \frac{-\Delta}{ra} \right), \left(\frac{-f}{r(1)}, \frac{-1r}{r(1)} \right) \rightarrow S = \left(\frac{-f}{r}, \frac{-1r}{r} \right) \rightarrow S(-r, -r)$

$$\Delta = b^2 - 4ac = f^2 - 4(1)(1) = 14 - 4 = 10$$

x	-r	-r	-1
y	-r	-r	-r



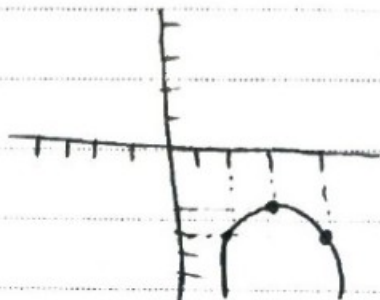
$$y = \frac{a}{r} + \frac{f}{r}x - 1$$

محور تقاطع $\frac{b}{ra}, \frac{f}{r(1)}, \frac{-f}{-r}, r$

محور $S = \left(\frac{-b}{ra}, \frac{-\Delta}{ra} \right) \rightarrow S = \left(\frac{-f}{r(1)}, \frac{-f}{r(1)} \right) \rightarrow S(r, 1)$

$$\Delta = b^2 - 4ac = f^2 - 4(-1)(-1) = 10$$

x	r	r	r
y	-r	-1	-r



№: 133

تذکره در وقتی از مسائل معادله درجه دوم را به ما نشی دهید و ما باید خودمان آن معادله را بیست آوریم

مثال

مسئله مستطیلی ۲۴ متر است اگر اندازه یکی از اضلاع آن را با ۹ و مساحت آن را با ۵ نشان دهیم

ابتدا نقوط تابع مساحت را بر حسب ۹ رسم نماییم و سپس مشخص کردیم که برای چه مقداری از ۹ مساحت این

مستطیل max می شود

$$2(n+9) = 24 \rightarrow n+9 = \frac{24}{2} = 12 \rightarrow n = 12 - 9$$

$$S = n \cdot y = n(12 - n) = 12n - n^2$$

رابطه درجه دوم

$$S = 12n - n^2$$

$$n = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{2(-1)} = \frac{12}{2}$$

n	$\frac{11}{2}$	$\frac{12}{2}$	$\frac{13}{2}$
S	$\frac{49}{4}$	$\frac{36}{4}$	$\frac{25}{4}$

Subject:

Month:

Day: ()

Year:

مثال 6 در تابع $mx + ny = k$ به شرط اینکه حاصل ضرب m و n برابر $mn(a, y)$ مقدار شود مقدار m از رابطه $m = \frac{k}{n}$ به دست می آید.

$$m = \frac{k}{n}$$

$$n = \frac{k}{m}$$

مقدار m و n

مثال 7

در تابع $2x + 4y = 20$ مقدار x را بدست آورده m و n را در $mx + ny = k$ قرار دهیم.

$$x = \frac{20}{2} = 10$$

$$y = \frac{20}{4} = 5$$

تغییر

تغییرها نوعی باشد یعنی

آن تغییرهایی که قابل شمارش و اندازه گیری هستند (مثلاً قد و وزن)

تغییرهایی که قابل شمارش نیستند (مثلاً فراموشی، فصل های سال، نوع لامپ های موجود در شهر)

فانم اسی (نسبت) فقط اعداد صحیح را می توانند داشته باشند مثلاً مقدار تصافیت و قد انسان های بلندی

نسبتی (پیوسته) هر عددی را می توانند داشته باشند مثلاً (قد و وزن افراد)

ترتیبی و نظم خاصی بین داده ها وجود دارد مثلاً مراحل تحصیل یا ماه های سال

هیچ ترتیب خاصی بین داده ها وجود ندارد مثلاً گروه خون و نوع لامپ های موجود در کشور

۱ / ۱ / ۱

۱ میانگین ۸ میانه‌ها در یک خطی نسبت به جانش در اختیار ما قرار می دهد.

۲
۳ برای میانگین تا کرده ها را به هم جمع کرده و پس بر تعداد تقسیم می نمایم

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}}$$

۴ مثال

۵ میانگین ران های ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ کیلومتر چقدر است؟

$$\frac{10 + 20 + 30 + 40}{4} = \frac{100}{4} = 25$$

۶ میانگین اعداد ۵، ۷، ۸ و ۹ چقدر است؟

$$\frac{5 + 7 + 8 + 9}{4} = \frac{29}{4} = 7.25$$

۷ اگر میانگین داده های ۱۰ و ۲۰ برابر ۱۵ باشد مقدار ۹ چقدر است؟

$$\frac{10 + 20 + 9}{3} = 15 \rightarrow 10 + 20 + 9 = 45$$

زور افتاده

اول عددی که باقیمانده فاصله‌ی زیادی دارد عدد اولی یا در ابتدای اعدادی باشد یا در انتهای

اولی ها

۳، ۴، ۹، ۱۰، ۱۳، ۹۸

۱۲، ۱۳، ۱۳۹، ۱۴

میانگین

اگر داده‌های خود را از کوچکترین مرتبه لیست کن عددی در وسط قرار می‌گیرد میانگین آن‌ها

۲، ۴، ۸، ۹، ۱۱، ۱۳

۲، ۳، ۴، ۸، ۱۱، ۱۳، ۱۳

دوم تعداد اعداد فرد باشد

$$\frac{8+9}{2} = 8,5$$

میانگین تواند عضو داده‌ها نباشد

مثال میانگین داده‌های ۱۰، ۱۴، ۸۶، ۲، ۹۸، ۹۹ چیست؟

۱، ۲، ۱۴، ۴۸، ۸۶، ۹۹

میانگین داده‌های ۱۱، ۱۰، ۸۶، ۲، ۹۸، ۹۹ چیست؟

۱، ۲، ۱۱، ۱۴، ۴۸، ۸۶، ۹۹

$$\frac{11+14}{2} = \frac{25}{2} = 12,5$$

یادآوری 8

واریانس و انحراف معیار 8

اگر n عدد در صورت \dots داشته باشیم واریانس آن برابر است با (σ^2)

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

واریانس $\sigma^2 = \sqrt{\dots}$
 انحراف معیار σ

مثالی به درسیه ای می نویسند واریانس یا انحراف معیار را می بیند ابتدا میانگین را بگیریم و سپس با استفاده از روابط

تفاوت واریانس و انحراف معیار را می بینیم.

مثال 5

انحراف معیار داده کلاس زیر بدست آورده

$$45 + 28 + 27 + 25 + 20 + 10 + 44 + 49 + 42 + 47 + 18$$

18, 47, 42, 49, 44, 20, 25, 27, 28, 45

$$\frac{47}{10} = 4.7, \quad (45 - 4.7)^2 + (28 - 4.7)^2 + (27 - 4.7)^2 + (25 - 4.7)^2 + (20 - 4.7)^2 + (10 - 4.7)^2 + (44 - 4.7)^2 + (49 - 4.7)^2 + (42 - 4.7)^2 + (47 - 4.7)^2$$

$$\frac{47}{10} = 4.7 \Rightarrow \sigma = \sqrt{11.2}$$

اعراف بنابر ابداع آورد

2, 4, 6, 8, N =

میان = $\frac{2, 4, 6, 8, N}{5} = \frac{2d}{5} = d$

$(2-d)^2 + (4-d)^2 + (6-d)^2 + (8-d)^2 + (N-d)^2 = \frac{32}{5} = 4, 8$

اعراف $\Rightarrow G = \sqrt{4, 8}$

4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100

میان = $\frac{4+9+16+25+36+49+64+81+100}{9} = \frac{36}{9} = 4$

$(4-1)^2 + (9-1)^2 + (16-1)^2 + (25-1)^2 + (36-1)^2 + (49-1)^2 + (64-1)^2 + (81-1)^2 + (100-1)^2 = \frac{54}{1} = 54$

اعراف $\Rightarrow G = \sqrt{54}$

تلمه معقوفی کا

نام دیگر انحراف معیار از میانگین باشد یعنی داده‌های با چقدر به میانگین فاصله دارند

بنابراین هر چه انحراف معیار بیشتر باشد یعنی پراکنده‌تر داده‌ها (نیمت به میانگین) بیشتر می‌باشد.

$$99,9 \text{ درصد داده‌ها در بازه‌ی } (30 - 40 + 30) \text{ قرار می‌گیرد}$$

$$99 \text{ درصد داده‌ها در بازه‌ی } (20 - 30 + 20) \text{ قرار می‌گیرد}$$

$$98 \text{ درصد داده‌ها در بازه‌ی } (0 - 10 + 10) \text{ قرار می‌گیرد}$$

توجه! اگر بخواهیم به‌طور دقیق‌تر بدانیم که پراکنده‌تر است انحراف معیار هر دو دسته را بویست کرده

و آن دسته‌ای که انحراف معیارش بیشتر باشد پراکنده‌تر خواهد بود.

مثال ۶

دو دسته داده‌ی زیر صفت فالایی را در هواپازار به صورت جداگانه برحسب هزار زیل نشان می‌دهند:

الف) در ۳۰ دسته پراکنده‌ی بیشتر است

هزار زیل	۸	۱۳	۹	۱۲	۱۰	۱۱	۱۲	۹	۱۰	۱۱	۱۰
هزار زیل	۱۰	۱۳	۸	۱۰	۹	۱۱	۱۰	۱۰	۱۱	۹	۱۰

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

از
انحراف عمیق هر دو را مقسوم بر بعد آن درصورتی که دارای پرانسی است می باشد.

ب) دایره تقسیمات هر دو از داده ها را در جدول آورید.

روش تریس - بزرگترین دایره تقسیمات

دایره تقسیمات الف) $12 - 15 \div 5$

ب) $12 - 15 \div 5$

ج) توجیح می دهیم از آنجا که باز فریب پیدا می شود؟ آن بازاری که دارای انحراف عمیق تر است.

Subject:

Year:

Month:

Day: ()

نمرات درس ریاضی دانش آموزی در طول سال برابر است با ۱۷ و ۱۶ و ۱۸ و ۱۷ و ۱۸ و ۱۹

الف) میانگین و مد این نمرات را برای دانش آموز حساب کنید.

۱۹، ۱۹، ۱۸، ۱۸، ۱۷، ۱۷، ۱۷، ۱۷

میانگین = $\frac{17+17+18+18+19+19}{4} = \frac{98}{4} = 24.5$

ب) کدام یک از مشخصه های قوس میانه و ربع این دانش آموز در درس ریاضی با بعد از امتحان

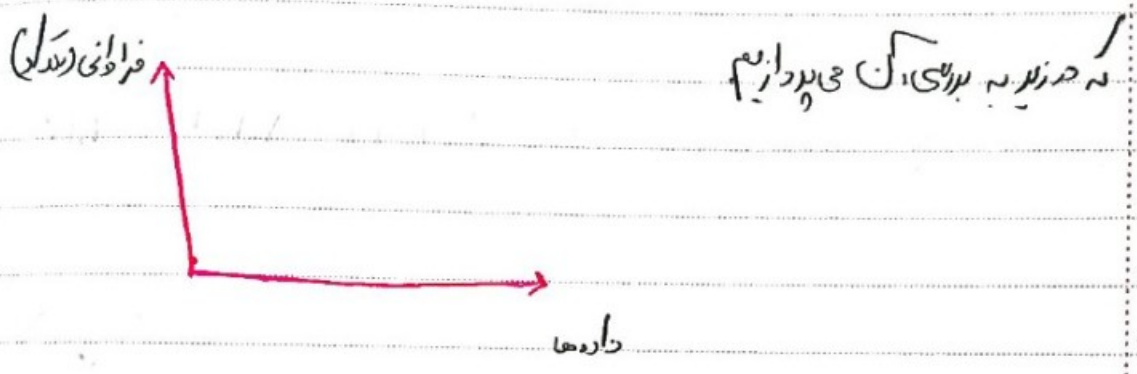
ج) اگر معلم درس ریاضی این دانش آموز برای خیرات نمره ۷ است. امتحان مجدد را به او بدهد برای این مشخصه های

در این دروس بیشتر از ۱۸ است و در این امتحان چه نمره ای باید نسبت دهد

$\frac{17}{1} \leq 90, 91, 100 \rightarrow 90, 91, 100$ (17)

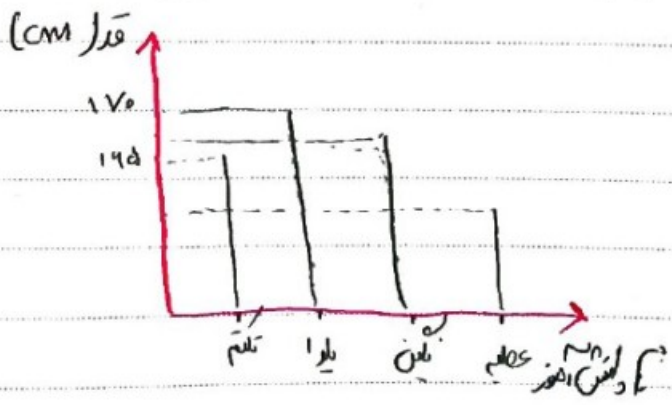
نمودار میله‌ای

این از روش‌هایی که می‌توان داده‌ها را نمایش داد و یا حتی با یکدیگر مقایسه کرد نمودار میله‌ای است



مثال

نمودار میله‌ای مربوط به قد دانش‌آموزان کلاس خود را بنویسید

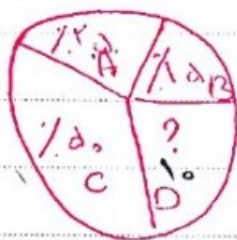
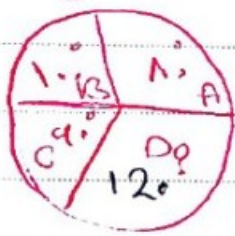


نمودار دایره ای؟

بسیار از نمودارهایی که می‌توانیم آن‌ها را با یکدیگر مقایسه کرد نمودار دایره ای می‌باشد.

نمودار دایره ای به دو صورت می‌تواند رسم شود:

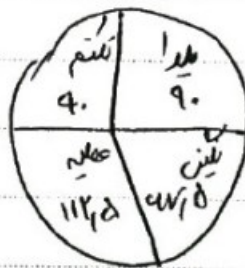
یکی بر حسب درصد و دیگری بر حسب زاویه.



نحوه بدست آوردن درصد هر قسمت؟

$$A \text{ درصد} \times \frac{A \text{ تعداد}}{\text{تعداد کل}} \times 100$$

$$\text{زاویه} \times \frac{A \text{ تعداد}}{\text{تعداد کل}} \times 360$$



علاوه بر این می‌توانیم از فرمول $\frac{A \text{ تعداد}}{\text{تعداد کل}} \times 100$ و $\frac{A \text{ زاویه}}{360} \times 100$ استفاده کنیم.

$$\frac{14}{14} \times 360 = 360$$

$$\frac{5}{14} \times 360 = 127,5$$

$$\frac{4}{14} \times 360 = 102,85$$

$$\frac{3}{14} \times 360 = 77,14$$

این‌ها هم می‌تواند استفاده کرد.

نمودار نقطه ای

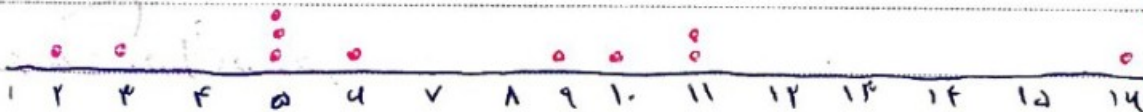
انرژی از اعداد را به صورت نقطه بالای محور علامت بزغیم (مثال دهیم) ب

نمودار حاصل نمودار نقطه ای لوبیز

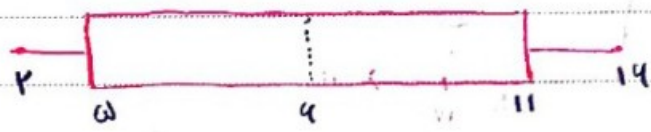
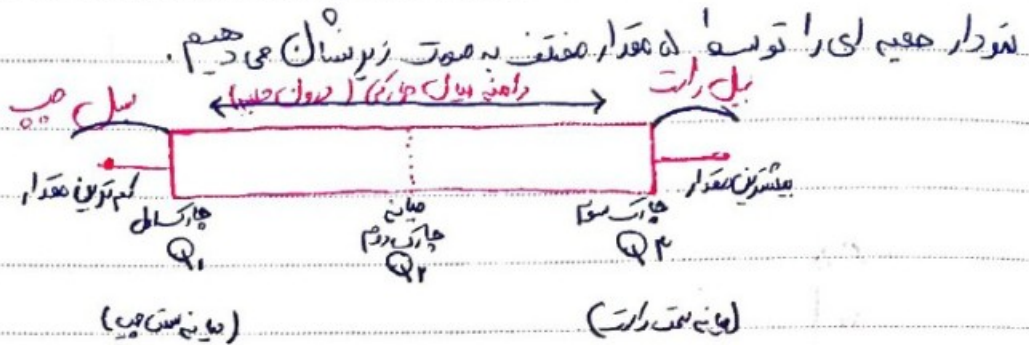
مثال

نمودار نقطه ای داده های زیر را رسم کنید

۱۹، ۱۱، ۱۱، ۹، ۵، ۵، ۵، ۵، ۵، ۳



تعداد جمع‌های ۵



۱۲ و ۱۱ و ۱۰ و ۹ و ۸ و ۷ و ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲

۵ = میانین Q_1

۱۱ = میانین Q_3

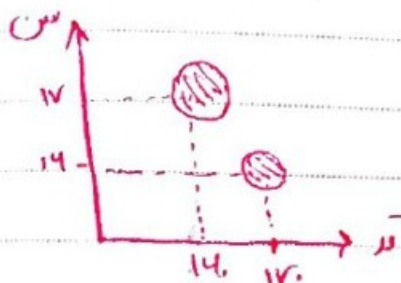
تعداد جمع‌های ۵ را به‌زیر را رسم بنمایید

۱۸ و ۱۳ و ۱۱ و ۱۱ و ۱۱ و ۹ و ۵ و ۴ و ۲

نمودار جیبی به

نمودار جیبی نموداری است که برای تعریف همنوعان متغیر عددی به نامی رود در آن تابع جیبی نقطه

از دایره‌های توپر استفاده می‌نمایند.



هر نقطه یا دایره در نمودار جیبی در واقع یک تساوی مرتب به صورت $(\sqrt{3}, \sqrt{2}, \sqrt{1})$ را مشخص می‌نمایند

نقطه در آن داریم

$\sqrt{3}$: موقعیت نقطه روی محور افقی

$\sqrt{2}$: موقعیت نقطه روی محور عمودی

$\sqrt{1}$: اندازه نقطه (مسافت دایره)

(ساق دایره‌ها متناسب با جزر مقادیر متغیر سوا است)

تذکره: در نمودارهای جیبی متغیر سوا نباید دارای مقدار صفری یا منفی باشد.

سوال ۵

مقدار متغیر $س$ در نمودار همبستگی مناسب با کدام یک از موارد زیر است؟

الف) شعاع دایره‌ها (ب) قطر دایره‌ها (ج) عمق دایره‌ها (د) مساحت دایره‌ها

بر درستی سؤال صحت چند مقدار متغیر $س$ مناسب با کدام یک از گزینه‌ها می‌باشد؟
الف) شعاع دایره‌ها

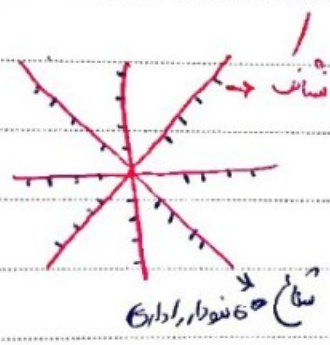
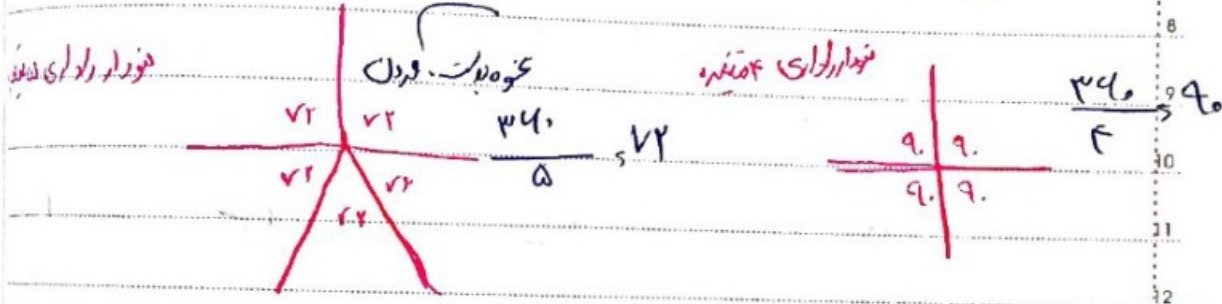
نمودارهای همبستگی برای نمایش چند متغیر عددی در یک نمودار می‌تواند رخ دهد؟

الف) یک متغیر (ب) دو متغیر (ج) سه متغیر (د) محدودیتی ندارد



نمودار راداری؟

نمودار راداری روشی برای نمایش داده‌های چند متغیره در غالب نمودارهای دایره‌ای است. در آن به تنهایی با بیشتر بر روی محورهای نشان داده می‌شود. نقطه برخورد این محورها یعنی لغت (محل قرارگیری و زاویه نمودار نسبت به محورهای اطلاعات خاصی را بیان می‌کند



مثال؟

