سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)
https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)
https://www.instagram.com/riazisara.ir

فصل اول- بخش اول (هندسه تحلیلی)

معادله خط:
معادله خط در حالت کلی بصورت $y = ax + b$ می باشد. که در آن a شیب خط و b عرض از مبدا یا همان نقطه برخورد خط با محور y ها می باشد.
نکته۱:
الف) شیب خط گذرنده از دو نقطه $A = (x_1, y_1)$ و $B = (x_2, y_2)$ برابر است با $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.
ب) دو خط **موازی** دارای **شیب های برابر** می باشند.
پ) **شیب های** دو خط **عمود بر هم عکس و قرینه** یکدیگر می باشد. یعنی اگر شیب یکی از این خطوط a باشد شیب دیگری $\frac{-1}{a}$ می شود. بنابراین حاصلضرب شیب هایشان -1 است.
مثال۱: خطو زیر نسبت به هم چه وضعیتی دارند(موازی – عمود- متقاطع غیرعمود).

الف) $l_1: \ 2x - y = 1\,, \quad l_2: 2y + x = 5$

ب) $l_1: 2x - 4y = 1\,, \quad l_2: 2y - x = 5$

پ) $l_1: y - x + 2 = 0\,, \quad l_2: \ 2y + x = 4$

مثال۲: مقدار k را طوری بیابید که خطوط به معادلات $3kx + 8y = 5$ و $6y - 4kx = -1$ برهم عمود باشند.

مثال۳: معادله خط گذرند از دو نقطه $A = (-4,2)$ و $B = (0,3)$ را بدست آورید.

مثال۴: معادله خط گذرا از نقطه $A = (5,1)$ و موازی با خط $3x - 9y = 1$ را بنویسید.

مثال۵: معادله خط گذرا از نقطه $A = (-7,4)$ و عمود بر خط $2x + 7y = 4$ را بنویسید.

مثال۶: معادله خطی را بنویسید که با خط $y - 2x - 3 = 0$ موازی باشد و طول از مبدا آن -5 باشد.

مثال۷: نشان دهید نقاط $A(-3,2)$ و $B(1,-2)$ و $C(9,-10)$ بر یک خط واقع اند.

مثال۸: مربع $ABCD$ در ناحیه اول صفحه مختصات قرار دارد (هر چهار راس آن) بطوریکه $A(5,1)$ و $B(10,4)$ دو راس مجاور آن هستند:
الف- شیب ضلع AB را بدست آورده و معادله آن را بنویسید.
ب- شیب ضلع AD را حساب کرده و معادله آن را بنویسید.

فاصله بین دو نقطه :
فاصله بین دو نقطه $A = (x_1, y_1)$ و $B = (x_2, y_2)$ (یا طول پاره خط واصل بین دو نقطه) از رابطه زیر بدست می آید:

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

مثال۹: نشان دهید مثلث با رئوس $A = (-2,4)$ و $B = (-5,1)$ و $C = (-6,5)$ متساوی الساقین است.

مثال۱۰: نشان دهید مثلث با رئوس $A=(1,3)$ و $B=(-1,2)$ و $C=(5,-5)$ قائم الزاویه است. سپس مساحت آنرا بیابید.

مثال۱۱: نقاط $A(1,0)$ و$B(-2,3)$ دو راس مقابل از مربعی هستند. مساحت مربع را بیابید.

مختصات نقطه وسط یک پاره خط:
اگر $A=(x_1,y_1)$ و $B=(x_2,y_2)$ دراین صورت نقطه وسط پاره خط AB نقطه $M=(x_M,y_M)$ است که طول و عرض آن از رابطه زیر بدست می آید:

$x_M=\frac{x_1+x_2}{2}, \quad y_M=\frac{y_1+y_2}{2}$

مثال۱۲: اگر یک سر پاره خطی نقطه $A=(1,-2)$ و نقطه میانی آن $M=(-1,3)$ باشد مختصات سر دیگر پاره خط را بیابید.

مثال۱۳: قرینه نقطه $A=(3\text{و}-4)$ را نسبت به مبدا مختصات بدست آورید.

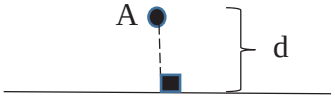
مثال۱۴: قرینه نقطه $A=(1\text{و}2)$ را نسبت به نقطه $M=(-1\text{و}4)$ بدست آورید.

مثال۱۵: نقاط $A=(1\text{و}4)$ و$B=(-3\text{و}1)$ و$C=(0\text{و}-1)$ رئوس یک مثلث می باشند. طول میانه وارد بر ضلع BC را بدست آورید. سپس معادله آن را بنویسید. همچنین معادله ارتفاع CH را بنویسید.

مثال۱۶: معادله عمودمنصف پاره خط واصل دو نقطه $A=(1\text{و}2)$ و $B=(-1\text{و}3)$ را بدست آورید.

فاصله یک نقطه از یک خط:
فاصله نقطه $A=(x_1,y_1)$ از خط $ax+by+c=0$ از رابطه زیر بدست می آید:

$$d=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$



مثال۱۷: فاصله نقطه $A=(-3,4)$ از هریک از خطوط زیر را بیابید:
الف)$3x+4y=7$
ب)$x=8$
پ)$y=0$

مثال۱۸: فاصله نقطه $A=(1,2)$ از خط $3x+4y=k$ برابر 2 است. مقدار k را بیابید.

مثال۱۹: اگر $A(-1,2)$ و $B(3,0)$ و $C(1,-2)$ سه راس مثلث ABC باشند، آنگاه طول ارتفاع AH را بیابید

مثال۲۰: خط به معادله $y=\frac{4}{3}x+4$ بر دایره به مرکز $A=(-2,4)$ مماس است. اندازه شعاع دایره را بیابید.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

مثال۲۱: دو انتهای یکی از قطرهای دایره نقاط $A = (2,-2)$ و $B = (6,4)$ می باشند. مختصات مرکز دایره و اندازه شعاع را بدست آورید.

مثال۲۲: اگر نقطه $A = (2,3)$ راس یک مربع و معادله $3x - 4y = 9$ یک ضلع مربع باشد، مساحت مربع را بیابید.

مثال۲۳: نشان دهید دو خط $4x - 7y + 5 = 0$ و $-8x + 14y + 9 = 0$ با هم موازیند. سپس فاصله این دو خط موازی را بدست آورید.

مثال۲۴: دوضلع یک مستطیل منطبق بر دو خط به معادلات $2y + x = 6$ و$2x - y = 7$ و یک راس $A = (8,5)$ آن است. مساحت این مستطیل را بدست آورید.

مثال۲۵: معادلات دو ضلع از یک مربع بصورت $y = 2x$ و $2y - 4x = 5$ است. مساحت مربع را بدست آورید.

مثال۲۶: فاصله خطی که دو نقطه $A(0,0)$ و $B(1,1)$ را بهم وصل می کنند، از خطی که دو نقطه $C(1,3)$ و $D(2,4)$ را بهم وصل میکند، بدست آورید.

پاسخ مثال ها:

پاسخ مثال ۱: برای بدست آوردن وضعیت خطو نسبت به یکدیگر شیب خطوط زا بدست می آوریم. وقتی معادله خط را داشته باشیم برای بدست آوردن شیب y را تنها می کنیم. سپس ضریب x شیب خط می شود.

الف- شیب خط l_1 برابر است با ۲ ، زیرا بعد از تنها شدن y معادله خط بصورت $y = 2x - 1$ در می آید.
شیب خط l_2 برابر است با $\frac{-1}{2}$، زیرا بعد از تنها شدن y معادله خط بصورت $y = 5 - \frac{x}{2}$ در می آید.
بنابراین از آنجا که شیبها عکس و قرینه اند طبق نکته ۱ قسمت پ) دو خط برهم عمودند.

ب- شیب خط l_1 برابر است با $\frac{1}{2}$ ، زیرا بعد از تنها شدن y معادله خط بصورت $y = \frac{1}{2}x - 1$ در می آید.
شیب خط l_2 برابر است با $\frac{1}{2}$، زیرا بعد از تنها شدن y معادله خط بصورت $y = \frac{5}{2} + \frac{x}{2}$ در می آید.
بنابراین از آنجا که شیبها برابرند طبق نکته ۱ قسمت ب) دو خط موازیند.

پ- شیب خط l_1 برابر است با ۱ ، زیرا بعد از تنها شدن y معادله خط بصورت $y = x - 2$ در می آید.
شیب خط l_2 برابر است با $\frac{-1}{2}$، زیرا بعد از تنها شدن y معادله خط بصورت $y = 2 - \frac{x}{2}$ در می آید.
بنابراین از آنجا که شیبها برابر نیستند دو خط نیز موازی نیستند. همچنین از آنجا که شیبها عکس و قرینه یکدیگرند دو خط عمود نمی باشند. بنابراین دو خط متقاطع غیرعمودند.

پاسخ مثال۲: دو خط زمانی برهم عمودند که شیبهای آنها عکس و قرینه یکدیگر باشد. بعبارت دیگر حاصلضرب شیبهای شان -1 شود. برای بدست آوردن شیب هر خط y را تنها کرده سپس ضریب x شیب خط است. خطاول بعد از تنها کردن y بصورت $y = \frac{5}{8} - \frac{3k}{8}x$ درمی آید بنابراین شیب آن $-\frac{3k}{8}$ است. معادله خط دوم بعد از تنها

کردن y بصورت $y = \frac{-1}{6} + \frac{4k}{6}x$ درمی آید بنابراین شیب آن $\frac{4k}{6}$ است. حاصلضرب این دو شیب را بدست آورده برابر -1 قرار می دهیم. $-\frac{3k}{8} \times \frac{4k}{6} = -1 \rightarrow \frac{k^2}{4} = 1 \rightarrow k = \pm 2$

پاسخ مثال۳: معادله خط بصورت $y = ax + b$ می باشد. که در آن a شیب خط و b عرض از مبدا است. از آنجا که دو نقطه از خط داده شده است شیب خط با توجه به نکته۱ قسمت الف) برابر است با

$$a = \frac{3-2}{0-(-4)} = \frac{1}{4}$$

و از آنجا طول نقطه B از خط برابر صفر است عرض B همان عرض از مبدا است(درغیراین صورت باید b را بدست می آوردیم). بنابراین معادله خط برابر است با: $y = \frac{1}{4}x + 3$.

پاسخ مثال۴: معادله خط موردنظر بصورت $y = ax + b$ می باشد. از آنجا که خط موردنظر با خط $3x - 9y = 1$ موازی است از شیب این خط برای خط موردنظر استفاده می کنیم. شیب خط داده شده برابر است با $\frac{1}{3}$. بنابراین معادله خط موردنظر بصورت $y = \frac{1}{3}x + b$ درمی آید. برای بدست آوردن b طول و عرض نقطه را در معادله خط موردنظر بجای x و y جایگذاری می کنیم.

$$1 = \frac{1}{3}(5) + b \rightarrow b = \frac{-2}{3}$$

بنابراین معادله خط بصورت $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ درمی آید.

پاسخ مثال۵: معادله خط موردنظر بصورت $y = ax + b$ می باشد. از آنجا که خط موردنظربر خط $2x + 7y = 4$ عمود است از عکس و قرینه شیب این خط برای خط موردنظر استفاده می کنیم. شیب خط داده شده برابر است با $\frac{-2}{7}$. بنابراین معادله خط موردنظر بصورت $y = \frac{-2}{7}x + b$ درمی آید. برای بدست آوردن b طول و عرض نقطه را در معادله خط موردنظر بجای x و y جایگذاری می کنیم.

$$4 = \frac{-2}{7}(-7) + b \rightarrow b = 2$$

بنابراین معادله خط بصورت $y = \frac{-2}{7}x + 2$ درمی آید.

پاسخ مثال۶: شیب خط موردنظر با شیب خط داده شده یکی است. بنابراین شیب خط موردنظر ۲ می باشد. بنابراین معادله خط موردنظر بصورت $y = 2x + b$ درمی آید. از طرفی محل برخورد خط موردنظر با محور x ها -5 است. بنابراین نقطه $(-5,0)$ از خط داده شده است. این نقطه را در معادله خط موردنظر جایگذاری می کنیم تا b بدست آید. $0 = 2(-5) + b$ بنابراین $b = 10$. پس معادله خط موردنظر $y = 2x + 10$ است.

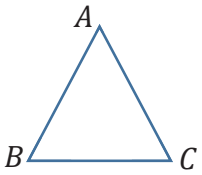
پاسخ مثال۷: برای آنکه این ۳ نقطه روی یک خط قرار داشته باشند باید داشته باشیم : شیب خط AB و AC و BC با هم برابرند.

$$\text{شیب خط } AC = \frac{2-(-10)}{-3-9} = -1, \quad \text{شیب خط } AB = \frac{2-(-2)}{-3-1} = -1, \quad \text{شیب خط } BC = \frac{-2-(-10)}{1-9} = -1$$

پاسخ مثال۸: الف- شیب ضلع AB برابر است با $\frac{4-1}{10-5} = \frac{3}{5}$. معادله آن برابر است با $y = \frac{3}{5}x + b$ که برای بدست آوردن b نقطه A را در معادله خط جایگذاری می کنیم. $1 = \frac{3}{5}(5) + b \rightarrow b = -2$. بنابراین معادله ضلع AB برابر است با $y = \frac{3}{5}x - 2$.

ب- از آنجا که ضلع AD بر ضلع AB عمود است بنابراین شیب آنها عکس و قرینه هم می باشد. پس شیب AD برابر است با $-\frac{5}{3}$. معادله آن برابر است با $y = -\frac{5}{3}x + b$. برای بدست آوردن b نقطه A را در معادله خط جایگذاری می کنیم. $1 = -\frac{5}{3}(5) + b \rightarrow b = \frac{28}{3}$ بنابراین معادله ضلع AD برابر است با $y = -\frac{5}{3}x + \frac{28}{3}$.

پاسخ مثال۹: مثلث درصورتی متساوی الساقین است که طول دو ضلع آن با هم برابر باشند. و طول هر ضلع درواقع همان طول پاره خط واصل بین هر دو نقطه می باشد. بنابراین با توجه به فرمول فوق طول هر ضلع بصورت زیر بدست می آید:



$$\overline{AB} = \sqrt{(-2-(-5))^2 + (4-1)^2} = \sqrt{18}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(-2-(-6))^2 + (4-5)^2} = \sqrt{17}$$
$$\overline{BC} = \sqrt{(-5-(-6))^2 + (1-5)^2} = \sqrt{17}$$

بنابراین از آنجا که طول دو ضلع برابر است مثلث متساوی الساقین است.

پاسخ مثال۱۰: مثلث درصورتی قائم الزاویه است که طول ضلع های آن در رابه فیثاغورث صدق کند.

$$\overline{AB} = \sqrt{(1-(-1))^2 + (3-2)^2} = \sqrt{5}$$
$$\overline{AC} = \sqrt{(1-5)^2 + (3-(-5))^2} = \sqrt{80}$$
$$\overline{BC} = \sqrt{(-1-5)^2 + (2-(-5))^2} = \sqrt{85}$$

حال از آنجا که رابطه زیر(فیثاغورث) برقرار است مثلث قائم الزاویه است.

$$(\sqrt{85})^2 = (\sqrt{80})^2 + (\sqrt{5})^2$$

مساحت مثلث برابر است با $\frac{\text{قاعده}\times\text{ارتفاع}}{2}$ و دو ضلع قائمه همان ارتفاع و قاعده می باشند. بنابراین مساحت برابر است با $\frac{\sqrt{80}\times\sqrt{5}}{2} = 10$.

پاسخ مثال۱۱: برای بدست آوردن مساحت نیاز به اندازه طول یک ضلع مربع داریم. از آنجا که مختصات دو **راس** مربع داده شده است، طول پاره خط واصل بین این دو نقطه طول ضلع مربع را به ما خواهد داد. بنابریان طول یک ضلع برابر است با

$$\overline{AB} = \sqrt{(-2-1)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{18}$$

بنابراین مساحت مربع برابر است با $S = \sqrt{18} \times \sqrt{18} = 18$.

پاسخ مثال۱۲:

$$-1 = \frac{1+x_2}{2} \rightarrow 1 + x_2 = -2 \rightarrow x_2 = -3$$
$$3 = \frac{-2+y_2}{2} \rightarrow -2 + y_2 = 6 \rightarrow y_2 = 8$$

بنابراین طول و عرض سر دیگر پاره خط برابر است با $B = (-3,8)$.

پاسخ مثال۱۳: قرینه نقطه A نسبت به مبدا نقطه ای مانند B است.

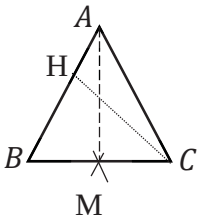
بنابراین مثل این است که یک سر پاره خط و نقطه وسط پاره خط را داده باشند و سر دیگر پاره خط را از ما بخواهند. بنابراین مانند مثال قبل عمل می کنیم.

$$0 = \frac{3 + x_2}{2} \rightarrow 3 + x_2 = 0 \rightarrow x_2 = -3$$
$$0 = \frac{-4 + y_2}{2} \rightarrow -4 + y_2 = 0 \rightarrow y_2 = 4$$

پاسخ مثال۱۴: مانند مثال قبل عمل می کنیم.

$$-1 = \frac{1 + x_2}{2} \rightarrow 1 + x_2 = -2 \rightarrow x_2 = -3$$
$$4 = \frac{2 + y_2}{2} \rightarrow 2 + y_2 = 8 \rightarrow y_2 = 6$$

پاسخ مثال۱۵: ابتدا باید وسط ضلع BC را بدست آوریم. سپس طول ضلع AM را بدست می آوریم. وسط ضلع BC بصورت زیر بدست می آید:



$$x_M = \frac{-3 + 0}{2} = \frac{-3}{2} \quad , \quad y_M = \frac{1 + (-1)}{2} = 0 \rightarrow \text{M} = (\frac{-3}{2}, 0)$$

حال با مشخص شدن دو سر پاره خط AM ، طول ضلع AM بصورت زیر بدست می آید:

$$\overline{AM} = \sqrt{(1 - (\frac{-3}{2}))^2 + (4 - 0)^2} = \sqrt{\frac{89}{4}}$$

حال معادله خط AM را بدست می آوریم:
معادله خط بصورت $y = ax + b$ می باشد. از آنجا که دو نقطه از خط مشخص می باشد شیب بصورت زیر بدست می آید:

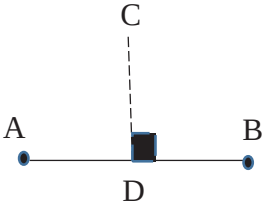
$$a = \frac{4 - 0}{1 - (\frac{-3}{2})} = \frac{8}{5}$$

بنابراین معادله خط بصورت $y = \frac{8}{5}x + b$ در می آید. حال برای بدست آوردن b طول و عرض یکی از این نقاط را به جای x و y جایگذاری می کنیم.

$$4 = \frac{8}{5}(1) + \text{b} \rightarrow b = \frac{12}{5}$$

بنابراین معادله ضلع AM بصورت $y = \frac{8}{5}x + \frac{12}{5}$ در می آید.
حال برای بدست آوردن معادله ارتفاع CH از عکس و قرینه شیب خط AB و همچنین مختصات نقطه C استفاده می کنیم. شیب خط AB برابر است با $a = \frac{1-4}{-3-1} = \frac{3}{4}$. بنابراین شیب خط CH برابر است با $\frac{-4}{3}$. درنتیجه معادله خط CH برابر است با $y = \frac{-4}{3}x + \text{b}$. حال مختصات نقطه C را در خط جایگذاری می کنیم و b را بدست می آوریم. $-1 = \frac{-4}{3}(0) + b$ بنابراین معادله ارتفاع CH برابر است با $y = \frac{-4}{3}x - 1$.

پاسخ مثال۱۶: ابتدا نقطه وسط AB را بدست می آوریم.



$$x_D = \frac{-1 + 1}{2} = 0 \quad , \quad y_D = \frac{3 + 2}{2} = \frac{5}{2} \rightarrow \text{D} = \left(0, \frac{5}{2}\right)$$

حال با داشتن یک نقطه از خط CD و همچنین با استفاده از عکس و قرینه شیب خط AB معادله خط CD نوشته می شود.
شیب خط AB برابر است با

$$a = \frac{3-2}{-1-1} = \frac{1}{-2}$$

حال از آنجا که خط CD بر خط AB عمود است شیب خط AB را عکس و قرینه می کنیم یعنی 2.
حال معادله خط CD برابر است با $y = 2x + b$ و چون نقطه D از خط CD دارای طول صفر است عرض آن همان عرض از مبدا است. بنابراین داریم: $y = 2x + \frac{5}{2}$.

پاسخ مثال۱۷: برای آنکه فاصله این نقطه را از هریک از خطوط بدست آوریم باید معادلات خطوط را مرتب کنیم یعنی همه باید به یک طرف تساوی آورده شوند. بنابراین معادله خط الف باید بصورت $3x + 4y - 7 = 0$ معادله خط دوم $x - 8 = 0$ باشد. معادله خط سوم مرتب است.

الف) $d = \frac{|3(-3)+4(4)-7|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{0}{5} = 0$

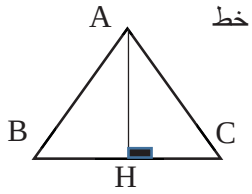
ب) $d = \frac{|(-3)-8|}{\sqrt{1^2+0^2}} = 11$

پ) $d = \frac{|(4)|}{\sqrt{0^2+1^2}} = 4$

پاسخ مثال۱۸:

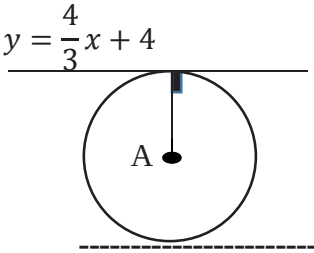
$$2 = \frac{|3(1)+4(2)-k|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{|11-k|}{5} \rightarrow 10 = |11-k| \rightarrow 11-k = \pm 10 \rightarrow k = 1,21$$

پاسخ مثال۱۹: ابتدا معادله ضلع (خط) BC را بدست می آوریم. سپس فاصله نقطه A از خط BC همان طول ارتفاع AH می باشد. شیب خط BC برابر است با $a = \frac{-2-0}{1-3} = 1$. بنابراین معادله خط BC برابر است با $y = 1x + b$. حال برای بدست آوردن b مختصات راس B را در معادله خط جایگذاری می کنیم. $0 = 1(3) + b$ بنابراین $b = -3$. پس معادله خط BC برابر است با $y = x - 3$. حال فاصله نقطه A را از خط BC بدست می آوریم.



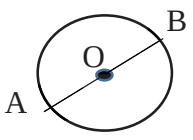
$$d = \frac{|(2)-(-1)+3|}{\sqrt{(-1)^2+1^2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

پاسخ مثال۲۰: از آنجا که خط مماس در نقطه تماس بر شعاع دایره عمود است بنابراین با توجه به داده های مساله شعاع از رابطه فاصله نقطه از خط بدست می آید.



$$d = r = \frac{\left|(4) - \frac{4}{3}(-2) - 4\right|}{\sqrt{(\frac{4}{3})^2 + 1^2}} = \frac{8}{5}$$

پاسخ مثال۲۱: مرکز دایره درواقع همان نقطه میانی پاره خط AB می باشد. و اندازه شعاع برابر است با طول پاره خط OA (یا OB). بنابراین مختصات مرکز برابر است با:

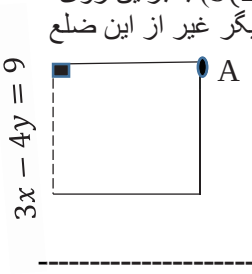


$$x_O = \frac{6+2}{2} = 4 \quad , \quad y_O = \frac{4+(-2)}{2} = 1 \rightarrow O = (4,1)$$

و اندازه شعاع برابر است با:

$$r = \overline{OA} = \sqrt{(4-2)^2 + (1-(-2))^2} = \sqrt{13}$$

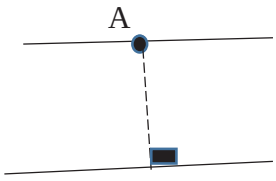
پاسخ مثال۲۲: از آنجا که نقطه A در معادله خط داده شده صدق نمی کند $(3(2)-4(3)\neq 9)$ بنابراین روی این خط قرار ندارد. بنابراین وقتی این خط ضلعی از مربع است این نقطه باید روی ضلعی دیگر غیر از این ضلع باشد. بنابراین طول ضلع مربع برابر است با فاصله نقطه A از خط داده شده.



$$d=\frac{|3(2)-4(3)-9|}{\sqrt{(3)^2+(-4)^2}}=3$$

بنابراین مساحت مربع برابر است با $S=3\times 3=9$.

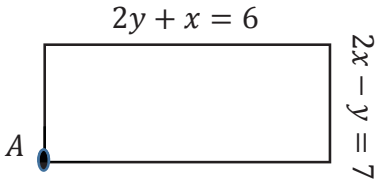
پاسخ مثال۲۳:



برای بدست آوردن فاصله دو خط موازی کافی است یک نقطه را از یکی از این خطوط انتخاب کرده سپس فاصله این نقطه را از خط دیگر بدست آوریم.
نقطه $A=(\frac{-5}{4},0)$ را روی خط اول انتخاب کرده سپس فاصله این نقطه را از خط دوم بدست می آوریم.

$$d=\frac{\left|-8\left(\frac{-5}{4}\right)+14(0)+9\right|}{\sqrt{(-8)^2+(14)^2}}=\frac{19}{\sqrt{260}}$$

پاسخ مثال۲۴: برای بدست آوردن مساحت مستطیل نیاز به اندازه طول و عرض مستطیل داریم.
از آنجا که شیب خط اول $\frac{-1}{2}$ و شیب خط دوم 2 است. این دو خط بر هم عمودند. بنابراین یکی از این خطوط معادله یکی از طول ها و دیگری معادله یکی از عرض ها می باشد و از آنجا که نقطه A در هیچ یک از این دو معادله صدق نمی کند $(6\neq 2(5)+(8))$ و $7\neq (5)-2(8)$. بنابراین روی هیچ یک از این خطوط قرار ندارد.
طول و عرض مستطیل برابر است با فاصله نقطه A از هریک از این خطوط.بنابراین داریم:



$$d_1=\frac{|2(5)+(8)-6|}{\sqrt{(2)^2+(1)^2}}=\frac{12}{\sqrt{5}} \qquad \text{و} \qquad \mathrm{d}_2=\frac{|2(8)-(5)-7|}{\sqrt{(2)^2+(-1)^2}}=\frac{4}{\sqrt{5}}$$

بنابراین مساحت مستطیل برابر است با $S=\frac{12}{\sqrt{5}}\times\frac{4}{\sqrt{5}}=\frac{48}{5}$.

پاسخ مثال۲۵: برای بدست آوردن مساحت نیاز به بدست آوردن طول ضلع مربع داریم.
شیب خط اول ۲ و شیب خط دوم نیز ۲ است. بنابراین این دو خط موازیند. بنابراین این دو خط معادله دو ضلع روبرو از مربع می باشند. بنابراین طول ضلع مربع فاصله این دو خط موازی میباشند. نقطه $(1,2)$ را روی خط اول درنظر می گیریم. فاصله این نقطه را از خط دوم بدست می آوریم.

$$d=\frac{|2(2)-4(1)-5|}{\sqrt{(-4)^2+(2)^2}}=\frac{5}{\sqrt{20}}$$

بنابراین طول ضلع مربع $\frac{5}{\sqrt{20}}$ است. پس $S=\frac{5}{\sqrt{20}}\times\frac{5}{\sqrt{20}}=\frac{5}{4}$.

---

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

پاسخ مثال۲۶: ابتدا شیب دو خط را بدست می آوریم تا مشخص شود دو خط نسبت به هم چه وضعیتی دارند.

$$a_{AB} = \frac{1-0}{1-0} = 1 \quad , \quad a_{CD} = \frac{4-3}{2-1} = 1$$

بنابراین دو خط موازیند. و مانند مثالهای قبل معادله یکی از خطوط را بدست می آوریم سپس فاصله این خط از یکی از نقاط خط دیگر بدست می آوریم.

معادله خط AB برابر است با $y = 1x + b$. حال مختصات نقطه A را در خط جایگذاری می کنیم پس $b = 0$.

بنابراین معادله خط AB برابر است با $y = x$. حال فاصله نقطه C را از خط AB را بدست می آوریم.

$$d = \frac{|(3) - (1)|}{\sqrt{(1)^2 + (1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$