

**RIAZISARA**

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

**توان:** اگر عددی چند بار در خودش ضرب شده باشد. برای مختصر نویسی از توان استفاده می شود.

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 \xrightarrow{\text{توان پایه}} \text{پایه}$$

(۳ به توان ۴)

$$\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_n = a^n \xrightarrow{\text{توان پایه}} \text{پایه}$$

(a به توان n) **مانند:**

**نکته:** هر عدد یا عبارتی که توان نداشته باشد توان آن یک است. عددی که توان آن یک باشد برابر با خود آن عدد است.

$$x = x^1 \qquad 8^1 = 8 \qquad \text{مانند:}$$

**نکته:** عدد یک به هر توانی که باشد. حاصل برابر با یک است.

$$1^{200} = 1 \qquad \text{مانند:}$$

**نکته:** هر عبارت یا عددی (غیر از صفر) به توان صفر باشد. حاصل برابر با یک است.

$$a^0 = 1 \qquad 6^0 = 1 \qquad \text{مانند:}$$

**نکته:** عدد منفی داخل پرانتز باشد علامت منفی به تعداد توان ضرب می شود. اگر عدد منفی داخل پرانتز نباشد منفی به توان

مر بوط نیست.

$$-4^2 = -(4 \times 4) = -16 \qquad (-4)^2 = -4 \times -4 = 16 \qquad \text{مانند:}$$

**نکته:** عدد کسری داخل پرانتز باشد صورت و مخارج به همان تعداد توان ضرب می شود. اگر عدد کسری داخل پرانتز نباشد فقط

عددی به توان ضرب می شود که توان بالای آن قرار داشته باشد.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \qquad \frac{2^2}{3} = \frac{2 \times 2}{3} = \frac{4}{3} \qquad \frac{2}{3^2} = \frac{2}{3 \times 3} = \frac{2}{9} \qquad \text{مانند:}$$

**نکته:** عدد منفی به توان زوج برسد حاصل عددی مثبت و اگر به توان فرد برسد حاصل عددی منفی می شود.

$$(-3)^4 = 81 \xrightarrow{\text{توان زوج}} \text{توان فرد} \qquad (-3)^3 = -27 \xrightarrow{\text{توان فرد}} \text{مانند:}$$

**مثال:** حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$4^3 - 2^5 + 9^0 = 64 - 32 + 1 = 33 \qquad \frac{-3^2 + 1^8 - 2^2}{6^2 \div 2^2} = \frac{-9 + 1 - 4}{36 \div 4} = \frac{-12}{9} = -\frac{4}{3}$$



**مثال:** اگر  $2^{10} = 1024$  باشد حاصل  $2^{12}$  و  $2^{15}$  را به دست آورید.

$$2^{12} = 2^{10} \times 2^2 = 1024 \times 4 = 4096$$

$$2^{15} = 2^{10} \times 2^5 = 1024 \times 32 = 32768$$

**مثال:** اگر  $3^a = 5$  باشد حاصل  $3^{a+2}$  را به دست آورید.

$$3^{a+2} = 3^a \times 3^2 = 5 \times 9 = 45$$

**جذر یا ریشه دوم اعداد:** در تساوی  $[3^2 = 9 \text{ و } (-3)^2 = 9]$  عدد ۹ را مجذور اعداد ۳ و -۳ می گویند. و اعداد ۳ و -۳

ریشه های دوم عدد ۹ می گویند.

**نکته:** هر عدد دارای دو ریشه دوم است که یکی قرینه ی دیگری است.

**مانند:** ریشه های دوم عدد ۳۶ برابر است با: ۶ و -۶

**نکته:** در جذر گیری فقط عدد مثبت آن در نظر گرفته می شود و جذر را با رادیکال ( $\sqrt{\quad}$ ) نشان می دهند.

**نکته:** اعداد منفی جذر ندارند. چون مجذور هیچ عددی؛ منفی نمی شود.

**نکته:** جذر اعداد صفر و یک برابر با خود آن اعداد است.

**مثال:** جذر اعداد زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{100} = 10$$

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{49 \times 25} = 7 \times 5 = 35$$

**جذر تقریبی اعداد:** برای به دست آوردن جذر تقریبی اعداد مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم:

(۱) ابتدا مشخص می کنیم عدد داده شده بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد.

(۲) سپس عدد وسط دو عدد را مشخص کرده و مجذور آن را می نویسیم.

(۳) سپس اگر مجذور عدد وسطی از عدد داده شده بیشتر بود ۴ عدد کمتر از عدد وسطی و اگر از عدد داده شده کمتر بود ۴ عدد بزرگتر از عدد وسطی را می نویسیم.

(۴) داخل یک جدول مجذورهای ۴ عدد را نوشته سپس مجذور عددی که به عدد داده شده نزدیکتر بود همان جذر تقریبی عدد است.

**نکته:** برای این که بدانیم عدد داده شده بین کدام دو صحیح متوالی قرار دارد مجذور دو عددی را مشخص می کنیم که به عدد داده شده نزدیک باشد.

## درسنامه و نکات کلیدی

### مسعود زیر کاری

## فصل هفتم

### (توان و جذر)

## پایه هفتم

### ناحیه یک زاهدان

**مثال:** مشخص عدد  $\sqrt{۳۲}$  و  $\sqrt{۸۳}$  بین کدام دو عدد قرار دارد و به کدام عدد نزدیکتر است.

$$\sqrt{۳۵} < \sqrt{۳۲} < \sqrt{۳۶} \quad (\text{بین ۵ و ۶ که به ۶ نزدیکتر است}) \quad \sqrt{۸۱} < \sqrt{۸۳} < \sqrt{۱۰۰} \quad (\text{بین ۹ و ۱۰ که به ۹ نزدیکتر است})$$

**مثال:** جذر تقریبی عدد ۴۷ را به دست آورید.

مرحله ۱  
عدد وسط  
 $۶ \rightarrow ۶/۵ \leftarrow ۷$   
 $\sqrt{۳۶} < \sqrt{۴۷} < \sqrt{۴۹}$

مرحله ۲  
مجنور عدد وسط  
 $(۶/۵)^2 = ۴۲/۲۵$

مرحله ۳

$$۴۲/۲۵ < ۴۷$$

چون مجذور عدد وسط کمتر از عدد شده مجذور

۴ عدد بزرگتر از عدد وسط را می نویسیم

$$\sqrt{۴۷} \approx ۶/۸$$

عدد	۶/۶	۶/۷	۶/۸	۶/۹
مجنور عدد	۴۳/۵۶	۴۴/۸۹	۴۶/۲۴	۴۷/۶۱

**مثال:** جذر تقریب عدد ۶۶ را به دست آورید.

مرحله ۱  
عدد وسط  
 $۸ \rightarrow ۸/۵ \leftarrow ۹$   
 $\sqrt{۶۴} < \sqrt{۶۶} < \sqrt{۸۱}$

مرحله ۲  
مجنور عدد وسط  
 $(۸/۵)^2 = ۷۲/۲۵$

مرحله ۳

$$۷۲/۲۵ > ۶۶$$

چون مجذور عدد وسط بیشتر از عدد شده مجذور

۴ عدد کوچکتر از عدد وسط را می نویسیم

$$\sqrt{۶۶} \approx ۸/۱$$

عدد	۸/۱	۸/۲	۸/۳	۸/۴
مجنور عدد	۶۵/۶۱	۶۷/۲۴	۶۸/۸۹	۷۰/۵۶

مرحله ۴

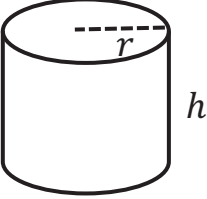
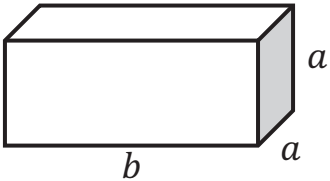
**نکته:** یکی از کاربرد های جذر در مساحت شکل های هندسی مانند مربع و دایره است.

**مثال:** مساحت مربعی ۶/۲۵ شده است. طول یک ضلع مربع چند است.

$$\sqrt{۶/۲۵} = ۲/۵ \rightarrow \text{یک ضلع مربع} \times \text{خودش} = \text{مساحت مربع}$$

**مثال:** مساحت دایره ای ۲۸/۲۶ شده است. شعاع دایره چند است.

$$\text{شعاع دایره} \rightarrow \sqrt{۹} = ۳ \Rightarrow \frac{۲۸/۲۶}{۳/۱۴} = ۹ \Rightarrow \text{شعاع} \times \text{شعاع} = \frac{۳}{۱۴} \times \text{شعاع} = \text{مساحت دایره}$$

ردیف	سؤالات	ردیف	سؤالات
۱	مقدار هر عبارت را به دست آورید. الف) $2 - 2 \times 4^2 \div 2^3 =$ ب) $4^3 + 3^2 - 5^2 =$ ج) $3 - 2^2(1 + 9 \div 3) - 7^0 =$	۷	الف) توان دوم هر عدد ..... و توان سوم ..... نام دارد. ب) اختلاف مکعب ۵ و مجذور ۴ را به دست آورید.
۲	الف) اعداد زیر را به صورت عدد توان دار تجزیه کنید ۸۰                      ۱۳۵                      ۱۴۰۰ ب) اعداد $4^{23}$ و $11^{20}$ دارای چند رقم هستند. ج) اگر $2^{10} = 1024$ باشد، حاصل عبارتهای زیر: $2^8 =$ $2^{14} =$	۸	حجم هر شکل را به صورت عبارت جبری توان دار بنویسید.  
۳	الف) اعداد زیر را به صورت گسترده توان دار بنویسید. ۳۷۵                      ۱۴۲۳ ب) درستی یا نادرستی هر عبارت را توضیح دهید. $4^0 + 5^0 = 1$ $2^0 + \left(\frac{3}{4}\right)^0 > 1$	۹	مقدار عددی هر عبارت را به دست آورید. الف) $a^2 - 2ab + b^2$ ( $a = -2$ و $b = 3$ ) ب) $3a^2b + 4 + 5b$ ( $a = -1$ و $b = -4$ )
۴	حاصل هر عبارت را به صورت عدد توان دار بنویسید. الف) $a^9 \times a^3 \times a =$ ج) $27 \times 3^2 =$ ب) $6^7 \times 12^2 \times 2^7 =$ د) $4^{20} + 4^{20} =$	۱۰	الف) ریشه دوم عدد ۴۹ برابر است با ..... و ..... ب) اعداد ..... جذر ندارند. ج) مساحت مربعی $0/36$ شده است، طول ضلع مربع چند است.
۵	حاصل جذرهای زیر را به دست آورید. الف) $\sqrt{81 \times 0/04} =$ ب) $\frac{\sqrt{\sqrt{16}}}{\sqrt{49 \times 9}} =$ ج) $\sqrt{71 - \sqrt{44 + \sqrt{25}}} =$	۱۱	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) $a^9 \times \dots = a^{14}$ ب) $3^5 = 18^5 \times \dots$ ج) $\sqrt{\frac{4}{\dots}} = \frac{\dots}{9}$ د) $\sqrt{\frac{1}{25}} \times \dots = \dots \times 0/2$
۶	هر یک اعداد زیر بین کدام دو عدد طبیعی متوالی قرار دارد و به کدام عدد نزدیکتر است. الف) $\sqrt{20}$ ب) $\sqrt{85}$	۱۲	جذر تقریبی اعداد زیر را به کمک جدول مناسب تا یک رقم اعشار به دست آورید. الف) $\sqrt{19} \approx$ ب) $\sqrt{78} \approx$

" بیکن "

ریاضیات دروازه علوم است .

الف)  $2 - \frac{2 \times 14}{-32 - 4} = A = 2 - 4 = -2$       ب)  $\frac{44 + 9}{73} - 25 = 48$       ①

ج)  $3 - \frac{4(1+3)}{4} - 1 = \frac{3-14}{-13} - 1 = -14$       نکته) هر عدد (غیر صفر) توان منفرجه برابر یک است.

الف)  $100 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 2^4 \times 5$  و  $135 = 3^3 \times 5$  و  $1400 = 2^3 \times 5^2 \times 7$       ②

ب)  $14^{\frac{1}{2}} = 14^{\frac{2}{4}} = (2 \times 7)^{\frac{2}{4}} = 2^{\frac{2}{4}} \times 7^{\frac{2}{4}} = 2^{\frac{1}{2}} \times 7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \times \sqrt{7} = \sqrt{14}$   
 تجزیه:  $4^{\frac{3}{4}} = (2^2)^{\frac{3}{4}} = 2^{\frac{6}{4}} = 2^{\frac{3}{2}} = 2 \times 2^{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2}$   
 $2^{\frac{1}{2}} = 10.24 \approx 1000 = 10^3$        $2^{\frac{1}{2}} = (2^{\frac{1}{2}})^4 = (10^{\frac{1}{2}})^4 = 10^2$

ج)  $2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{10}{20}} \div 2^{\frac{2}{20}} = 1024 \div 4 = 256$        $2^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{10}{40}} \times 2^{\frac{2}{40}} = 1024 \times 4 = 4096$

الف)  $375 = 300 + 75 = 3 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 5 \times 10^0$  و  $1423 = 1 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0$       ③

ب)  $4^0 + 5^0 = 1 \Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = 1$  نادرست و  $2^0 + (\frac{3}{4})^0 > 1 \Rightarrow \frac{1}{2} + 1 > 1$  درست

الف)  $a^9 \times a^3 \times a^1 = a^{13}$       ب)  $4^7 \times 12^2 \times 2^7 = 12^2 \times 12^2 = 12^4$       ④

ج)  $27 \times 3^2 = 3^3 \times 3^2 = 3^5$        $4^{\frac{2}{3}} + 4^{\frac{1}{3}} = 4^{\frac{2}{3}} \times 2 = (2^{\frac{2}{3}})^2 \times 2 = 2^{\frac{4}{3}} \times 2 = 2^{\frac{10}{3}} = 2^3 \times 2^{\frac{1}{3}} = 8 \times \sqrt[3]{2}$

الف)  $9 \times \frac{1}{2} = 4.5$       ب)  $\frac{2}{\sqrt{2} \times 9} = \frac{2}{9\sqrt{2}}$       ج)  $\sqrt{71 - \sqrt{44 + \sqrt{15}}} = \sqrt{64} = 8$       ⑤

الف)  $\sqrt[4]{16} < \sqrt{25} < \sqrt[3]{27}$       ب)  $\sqrt[3]{125} < \sqrt{18} < \sqrt[4]{16}$       ⑥

الف)  $125 - (74)^2 = 125 - 5476 = -5351$       الف) مجذور یا مربع - مکعب

$V = S \times h = (r \times r \times \pi) \times h = \pi r^2 h$       الف)  $V = S \times h = (a \times a) \times b = a^2 b$       ⑦

الف)  $(-2)^2 - 2 \times (-2) \times 3 + 3^2 = 4 + 12 + 9 = 25$       ⑧

ب)  $3 \times \frac{(-1)^2}{+1} \times (-4) + 4 + 5(-4) = -12 + 4 - 20 = -28$

الف)  $\sqrt{1.44} = 1.2$       الف)  $7$  و  $-7$       ب) منفی      ج) یک ضلع مربع  $1.2$       ⑩

الف)  $4^5 \times 3^5 = 18^5$       ب)  $a^9 \times a^5 = a^{14}$       ⑪

ج)  $\sqrt{\frac{4}{81}} = \frac{2}{9}$        $\sqrt{\frac{1}{25} \times 9 \times 4} = \frac{1}{5} \times 6 = \frac{6}{5}$

الف) بین ۴، ۵ قرار دارد ولی به ۴ نزدیکتر است

$$\sqrt{16} < \sqrt{19} < \sqrt{25}$$

عدد	۴،۱	۴،۲	۴،۳	۴،۴
مجدور	۱۶،۸۱	۱۷،۶۴	۱۸،۴۹	۱۹،۳۶

$$\sqrt{19} \approx 4,3$$

ب) بین ۸، ۹ قرار دارد ولی به ۹ نزدیکتر است

$$\sqrt{64} < \sqrt{78} < \sqrt{81}$$

عدد	۸،۶	۸،۷	۸،۸	۸،۹
مجدور	۷۳،۹۶	۷۵،۶۹	۷۷،۴۴	۷۹،۲۱

$$\sqrt{78} \approx 8,8$$

زیادتر