



RIAZISARA

www.riazisara.ir

سایت ویژه ریاضیات

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir)

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

هماهنگی کلاس خصوصی آنلاین ریاضی ۰۹۲۲۰۶۳۳۰۶۲

Subject: نظریه ۱۴۰۰ ریاضی به نام مهربان ترین تهیه و تنظیم: بستگانه
Year: Month: Date: ()

سوال ۱۰۱ - گزینه ۴

$$x^4 - 7x^2 - 5 = 0$$

$$x^2 = t, \quad t^2 - 7t - 5 = 0, \quad t > 0, \quad t = \frac{7 + \sqrt{49}}{2}$$

$$x_1 = \sqrt{t}, \quad x_2 = -\sqrt{t} \Rightarrow S = 0, \quad P = -t$$

$$2P^2 - 3SP + 2S = 2P^2 = \frac{49 + 49 + 14\sqrt{49}}{2} = 59 + 7\sqrt{49}$$

سوال ۱۰۲ - گزینه ۳

$$(\log_2 5 - \log_2 2) \log_{\frac{5}{2}} (3x - 2) = 1$$

$$(\log_2 5 + \log_2 2)(\log_2 5 - \log_2 2) \log_{\frac{5}{2}} (3x - 2) = 1$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{5}{2}} (3x - 2) = 1 \rightarrow 3x - 2 = 10 \Rightarrow x = 4$$

سوال ۱۰۳ - گزینه ۴

$$147 = 7 \times 21, \quad 1323 = 3 \times 21 \times 21$$

$$(\log_{21} 3)^2 + (\log_{21} 7 + \log_{21} 21)(2 \log_{21} 21 + \log_{21} 3)$$

$$= (\log_{21} 3)^2 + (2 - \log_{21} 3)(2 + \log_{21} 3) = 4$$

$$\log_{21} 7 = 1 - \log_{21} 3 \quad \text{توجه:}$$

Subject:

Year: Month: Date: ()

سوال ۱۰۴. گزینه ۲

$$\frac{((m^2-1)x^2 - 4mx + 4)(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-1)}{x-3} > 0$$

اگر $x > \frac{3}{2} \rightarrow x-3 > 0$ و $\sqrt{x}-1 > 0$

5

$$\rightarrow ((m^2-1)x^2 - 4mx + 4)(\sqrt{x}-2) > 0$$

امکان نزنه ها

$$m = -2 \rightarrow (3x^2 + 8x + 4)(\sqrt{x}-2) > 0$$

10

گزینه ۲ $m = 0 \rightarrow (-x^2 + 4)(\sqrt{x}-2) > 0$

m	0	2	4
A	-	+	-

هین گزینه جواب است

15

سوال ۱۰۵. گزینه ۲

$$\tan^2 x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}, \sin^2 x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} \text{ و } \cos^2 x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{10}, \sin \alpha = \frac{1}{14}, \cos \alpha = \frac{10}{14}$$

$$\Rightarrow \frac{\tan \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{\frac{1}{10} - \frac{1}{14}}{\frac{1}{14} - \frac{10}{14}} = \frac{2 \times 1}{-7 \times 10} = \frac{-14}{105}$$

25

Subject:

Year: Month: Date: ()

سوال ۱۰۶. گزینه ۱.

فرمولی که حذف شده: $2 \sin x \cos y = \sin(x+y) + \sin(x-y)$

$$f(\alpha) = 4 \sin \alpha \cos 2\alpha + 2 \sin \alpha$$

5

$$f(\alpha) = 2(\sin^2 \alpha - \sin \alpha) + 2 \sin \alpha = 2 \sin^2 \alpha$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{41\pi}{9}\right) = 2 \sin\left(\frac{41\pi}{9}\right) = 2 \sin\left(14\pi - \frac{\pi}{9}\right) = -\sqrt{3}$$

10

سوال ۱۰۷. گزینه ۴.

$$1 + \cos 2x = 2 \cos^2 x$$

$$(1 + \cos 2\alpha)(1 + \cos 4\alpha)(1 + \cos 8\alpha) = \frac{1}{8}$$

15

$$(2 \cos^2 \alpha)(2 \cos^2 2\alpha)(2 \cos^2 4\alpha) = \frac{1}{8}$$

$$\alpha \neq k\pi \xrightarrow{2 \sin x \cos x = \sin 2x} \frac{x \sin^2 \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} \quad \sin^2 4\alpha = \sin^2 \alpha$$

20

$$\Rightarrow \sin 4\alpha = \pm \sin \alpha$$

$$4\alpha = 2k\pi \pm \alpha, \quad 4\alpha = 2k\pi + \pi \pm \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{k\pi}{5}, \quad \alpha = \frac{k\pi}{9}, \quad \alpha \neq k\pi$$

25

بزرگترین جواب در بازه $[0, \pi]$ عبارتست از $\frac{4\pi}{9}$

۱۰۸. گزینه ۳. $P(x) = ax^2 + bx + c$

$$ax^2 + bx + c = (2ax + b)\left(\frac{1}{r}x + 1\right) - 2$$

$$= ax^2 + \left(2a + \frac{b}{r}\right)x + b - 2$$

$$\Rightarrow 2a + \frac{b}{r} = b \Rightarrow b = 2a, \quad c = b - 2$$

$$\Rightarrow P(x) = ax^2 + 2ax + 2a - 2$$

۱۰. $a + 2a + 2a - 2 = 9a - 2$ مجموع ضرایب

پس ضرایب طبیعی فرض شده اند، کمترین مقدار مجموع ضرایب

برابر $9 - 2 = 7$ است.

۱۵. ۱۰۹. گزینه ۱

$$a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1, \quad a_1 = 1$$

$$a_{100} = \frac{k}{m}$$

۲۰ فرض $a_{99} = x \Rightarrow a_{99} = \frac{1}{x} + 1 = \frac{x+1}{x}$

$$a_{100} = \frac{x}{x+1} + 1 = \frac{2x+1}{x+1} = \frac{k}{m}$$

$$(2m - k)x = k - m \Rightarrow x = \frac{k-m}{2m-k}$$

۱۱۰. گزینه ۱

$$a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_9 = 19$$

$$1 + 4 + 1 + a + 2 + 2 + 1 + a + 4 + 0 + 2 + a + 8 = 19$$

$$\Rightarrow 3a + 20 = 19 \Rightarrow \underline{a = -1}$$

$$a_2 + a_0 + a_8 + \dots + a_{19} =$$

$$\left(\left[\frac{2}{2}\right] + a\right) + \left(\left[\frac{0}{2}\right] + a\right) + \left(\left[\frac{8}{2}\right] + a\right) + \dots + \left(\left[\frac{19}{2}\right] + a\right)$$

$$= 1 + 1 + \underbrace{2 + 2 + 2 + \dots + 2}_{5-1} + 10a = 18 - 10 = -2$$

۱۱۱. گزینه ۴

$$f(x) = \sqrt[3]{9C^2x-1} - \sqrt[3]{1-9C^2x}$$

$$-1 \leq 9C^2x-1 \leq 8 \Rightarrow -1 \leq \sqrt[3]{9C^2x-1} \leq 2$$

اگر قرار دهیم $t = \sqrt[3]{9C^2x-1}$ آن وقت

$$\frac{1}{2} \leq t \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} y = u - \frac{1}{u} \\ \frac{1}{2} \leq u \leq 2 \end{cases}$$

$$y' = 1 + \frac{1}{u^2} > 0 \Rightarrow \text{همواره صعودی}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} - 2 \leq y \leq 2 - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{15}{4} \leq y \leq \frac{15}{4}$$

110

$$b - a = \frac{15}{4} + \frac{1}{2} = \frac{17}{4}$$

Subject:

Year: Month: Date: ()

۱۱۲. گزینه ۱

$$f(x) = -\log_4 (4 + \sqrt{|x|} - |x|)$$

می توان گزینه ها را امتحان کرد. $4 < |x| - \sqrt{|x|}$ باید

$$\sqrt{|x|} = t \quad t^2 - t - 4 < 0 \Rightarrow -2 < t < 4$$

$$\xrightarrow{\text{حل تشریحی}} \sqrt{|x|} < 4 \Rightarrow -9 < x < 9$$

۱۱۳. وقتی گفته نمودار حاصل $(g(x))$ وارون خود را در نقطه به عرض

۱ قطع می کند، یعنی g از نقطه $A(1, 1)$ می گذرد یا $g(1) = 1$

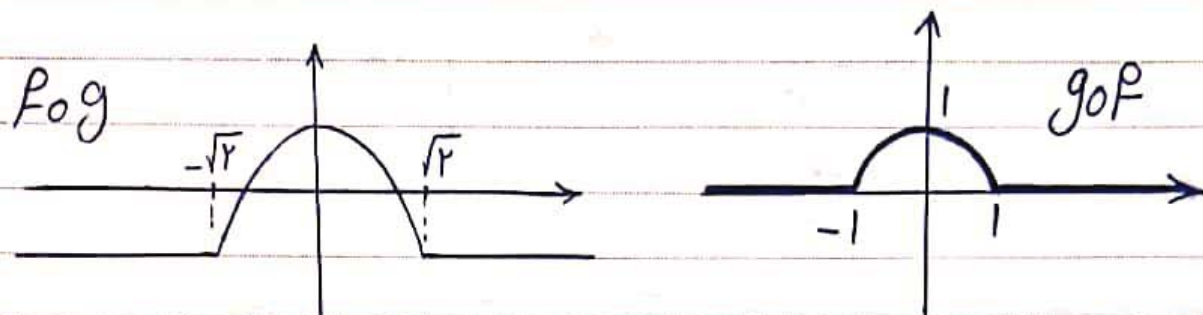
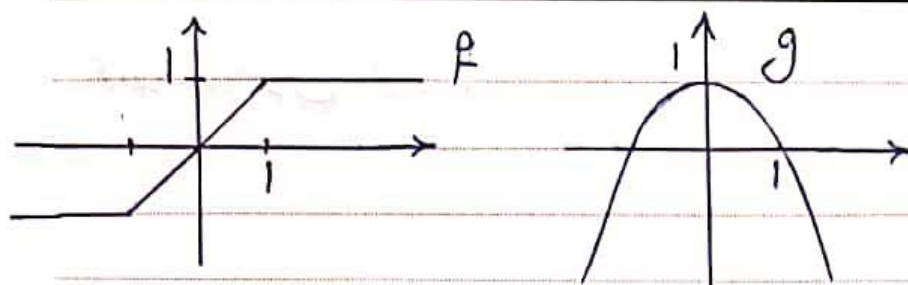
۱۵ پس وقتی تابع g را یک واحد به راست منتقل کنیم نمودار حاصل

از نقطه $B(1, 0)$ می گذرد یعنی محور x را در نقطه به طول ۱

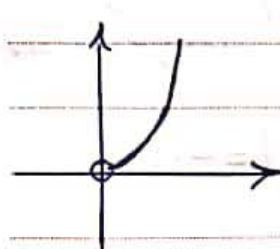
قطع می کند. سوالی مفهومی با مفروضات آخر افتاده بود سبب

۲۰ ۱۱۴. گزینه ۳ (با توجه به توضیحات فوق)

۱۱۴. گزینه ۳



$\{ -\sqrt{2}, \sqrt{2}, -1, 1 \} =$ اجتماع مجموعه نقاط مستقیم نابندار دو تابع



۱۱۵. گزینه ؟ (گزینه ۲ با اندک اصلاح)

$$y = x^2, x \geq 0$$

۱۱۶. گزینه ۴ با همه گزینه ها

وقتی $u \rightarrow 0$ آن گاه $\begin{cases} \sin u \sim u \\ \tan u \sim u \end{cases}$

$$1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - 1 \right)^2}{\left(2 \sin^2 \frac{\sqrt{2x}}{2} \right)^n} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1 - \sqrt{1-x^2})^2}{\left(2 \times \frac{2x}{4} \right)^n} \times \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\text{نزد} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1 - (1-x^2))^2}{4x^n} \times 1 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4}{4x^n} = a \Rightarrow \begin{cases} n=4 \\ a=\frac{1}{4} \end{cases}$$

110

و البته حالت دیگری نیز ممکن است رخ دهد

ادامه سوال ۱۱۶

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^4}{4x^n} = a$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n=4 \\ a=\frac{1}{4} \end{cases} \quad \text{یا} \quad \begin{cases} n < 4 \\ a=0 \end{cases}$$

$$n+a=\frac{17}{4} \quad \text{یا} \quad n+a < 4$$

۱۰ احتمالاً هدف طراح گزینه ۴ بوده و ظاهراً همه گزینه‌ها درست است

$$x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^- \Rightarrow \begin{cases} \left[\frac{4}{x^2}\right] = [12^-] = 11 \\ \left[\frac{-2}{x^2}\right] = [(-1)^+] = -1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^-} \frac{10x - 5 + 11}{14x - (-1)} = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^-} \frac{10x + 6}{14x + 1} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

۱۱۸. گزینه ۴
 امکان گزینه‌ها بهترین حل است

① $a=0, b=2 \Rightarrow f(x) = \frac{-2x^2+2}{-2x+2} \times$ یک نقطه نامرئی

③ $a=-2, b=0 \Rightarrow f(x) = \frac{-2x^3+2}{-2x^2+2} = 1 \times$ مجانب ندارد

② $a=1, b=10 \Rightarrow f(x) = \frac{1x^3-10x^2+2}{1x^3-10x+2} = \frac{(x-1)(1x^2-2x+2)}{(x-1)(1x^2+1x-2)}$

110

له منج ۴، ریشه طرد یعنی ۳ نقطه نامرئی

Subject:

Year: Month: Date: ()

۱۱۸. بررسی درستی گزینه ۴. $a = -1, b = -4$

$$f(x) = \frac{-1x^3 + 4x^2 + 2}{-1x^3 + 4x + 2} = \frac{(x-1)(-1x^2 - 2x - 2)}{(x-1)(-1x^2 - 1x - 2)}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{(x-1)(-1x^2 - 2x - 2)}{-2(x-1)(2x+1)^2}$$

طول نقاط نابینا $\left\{ \begin{array}{l} x = -1/2 \\ y = 1 \end{array} \right.$ ، $\left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1/2 \end{array} \right.$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[\omega]{(ax)^{\omega + \omega + \omega + \dots + 100}}}{a^{\omega} x^k} = -1 \quad \text{گزینه ۲.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[\omega]{(ax)^{\omega \times \omega}}}{a^{\omega} x^k} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|(ax)^{\omega}|}{a^{\omega} x^k}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-|a^{\omega}| x^{\omega}}{a^{\omega} x^k} = -1$$

$$\Rightarrow \underline{k = \omega}, \quad |a^{\omega}| = a^{\omega}$$

$$\Rightarrow \underline{a = 1}$$

گزینه ۲
=

۱۲۰. گزینه ۲

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{C_1 x^2 + b}{x} + ax$$

$b = -1$ قطباً

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f'(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-4C_1 x \sin^2 x + 2ax}{x}$$

$$\Rightarrow -4(1)(2) + 2a = 2 \Rightarrow a = 7 \Rightarrow a + b = 6$$

۱۲۱. گزینه ۳

$$f(x) = |\sin^2 x| + 1$$

خطوط معاف !!

$$f(x) = \begin{cases} \sin^2 x + 1 & 0 \leq x < \pi/2 \\ -\sin^2 x + 1 & -\pi/2 < x < 0 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2\cos^2 x \\ -2\cos^2 x \end{cases}$$

$$f'_+(0) = 2, \quad f'_-(0) = -2$$

$$y = 2x + 1, \quad y = -2x + 1$$

$$2x + 1 = -x \rightarrow x = -\frac{1}{3} \rightarrow A\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$$

$$-2x + 1 = -x \rightarrow x = 1 \rightarrow B(1, -1)$$

$$\Rightarrow |AB| = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$



۱۲۲. گزینه ۲. توجه به مجانب قائم این تابع

سپارک کشه است.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2 - \frac{1}{0^+} = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$$

۱۲۳. گزینه ۴.

$$f(x) = \frac{x^4}{x^3 - 1} \Rightarrow f'(x) = \frac{4x^3(x^3 - 1) - x^4(3x^2)}{(x^3 - 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^3(x^3 - 4x)}{(x^3 - 1)^2}$$

جواب: $2\sqrt[3]{4} - 2$

x	0	2	$2\sqrt[3]{4}$
y'	+	-	+
y	↗	↘	↗

۱۲۴. گزینه ۳.

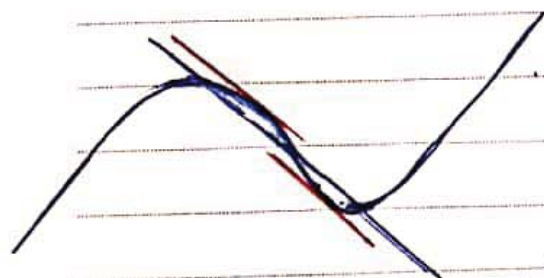
$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 4(x^2 - x - 2) = 0 \Rightarrow x = -1, x = 2$$

$$A(-1, 1), B(2, -19) \Rightarrow m_{AB} = \frac{-20}{3} = -\frac{20}{3}$$

$$f'(x) = -9 \Rightarrow 4x^2 - 4x - 2 = 0 \Rightarrow \text{دو ریشه دارد.}$$

البته با توجه به فرض سوال می توان گفت که



نمودار این تابع به صورت مقابل است.

و همواره در دو نقطه روی نمودار

خط مماس بر منحنی مواز خطی است

که نقاط استریم را به هم وصل می کنند