سوال 109 در جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی داده شده، ریشه‌های مخرج کسر باید حذف شوند که در هیچ یک از گزینه‌های این سوال به این نکته توجه نشده است. جواب دقیق این معادله به صورت زیر است:

$$\frac{2\sin\frac{3x}{2}\cos\frac{x}{2}}{2\cos\frac{3x}{2}\cos\frac{x}{2}} = \cot x \Rightarrow \tan\frac{3x}{2} = \tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right) \Rightarrow \frac{3x}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} - x$$

$$\Rightarrow x = (2k+1)\frac{\pi}{2}, \quad k\in\mathbb{Z}$$

حال باید از این مجموعه جواب ریشه‌های $\cos x + \cos 2x = 0$ را حذف کنیم.

بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{مجموعه جواب} = \left\{x : x = (2k+1)\frac{\pi}{5}\right\} - \left\{x : x = (2k+1)\frac{\pi}{3},\ x = (2k-1)\pi\right\}$$

$$= \left\{x : x = (2k+1)\frac{\pi}{5}\right\} - \left\{x : x = (2k-1)\pi\right\}$$

سوال 117 تابع f در نقطه $x=\frac{1}{2}$ ناپیوسته است، به عبارت دقیق‌تر فقط پیوستگی راست دارد: زیرا

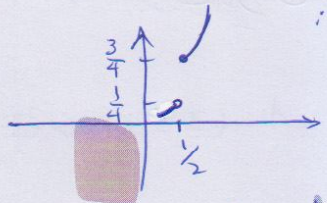
$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \lim_{x\to\frac{1}{2}^+} f(x) = \frac{3}{4} \neq \lim_{x\to\frac{1}{2}^-} f(x) = \frac{1}{4}$$

ضابطه این تابع در همسایگی نقطه $x=\frac{1}{2}$ به صورت زیر است:

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$f(x)=\begin{cases} x+x^2 & \frac{1}{2}\le x<\frac{1}{2}+\delta \\ x^2 & \frac{1}{2}-\delta<x<\frac{1}{2} \end{cases}$$

که نمودار آن در این همسایگی به صورت زیر است:



f در نقطه $x=\frac{1}{2}$ نقطه‌ی مشتق ناپذیر دارد. بنابراین طرح این سوال که زاویه‌ی بین دو مماس را بیابید اشکال دارد. که این مطلب در گزینه‌ها مقید نشده است.

باید توجه داشت که در نقاطی که گوشه یا زاویه رخ می‌دهد دو مماس متمایز موجود است والبته f در آن نقاط پیوسته است.

متأسفانه اگر بدون توجه به مطالب بالا مشتق چپ و راست را در نقطه $x=\frac{1}{2}$ محاسبه کنیم به اشتباه فاحشی به صورت زیر برخورد خواهیم کرد:

$$f'_+\left(\frac{1}{2}\right)=2 \quad , \quad f'_-\left(\frac{1}{2}\right)=1 \Rightarrow \tan\theta=\frac{2-1}{1+2}=\frac{1}{3}$$

که البته در گزینه‌ها موجود است!

با سپاس مهدی نورانی

دبیرستان تیزهوشان ناحیه ۲ شیراز

کارشناس کارشناسی ارشد ریاضی

این مطلب در تاریخ ۹۴/۳/۲۳ برای سازمان سنجش ارسال شده است.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا