



درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

۱۲۶- اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم، که تعداد جملات هر دسته، برابر شماره‌ی آن دسته باشد. $(1), (3, 5), (7, 9, 11), \dots$

مجموع دو جمله‌ی اول و آخر دسته سی‌ام کدام است؟

(۴) ۱۸۵۰

(۳) ۱۸۰۰

(۲) ۱۷۵۰

(۱) ۱۷۰۰

۱۲۶- گزینه ۳ جمله‌ی اول هر دسته از رابطه $I_n = n(n-1) + 1$ ، و جمله‌ی آخر هر دسته از رابطه‌ی $u_n = n(n+1) - 1$ به دست می‌آید. پس:

$$u_n + I_n = 2n^2 \rightarrow u_{30} + I_{30} = 2 \times (30)^2 = 1800$$

۱۲۷- شکل روبه رو، نمودار تابع $y = f(x)$ و نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم است. دامنه تابع با ضابطه‌ی $\sqrt{x - f^{-1}(x)}$ کدام است؟

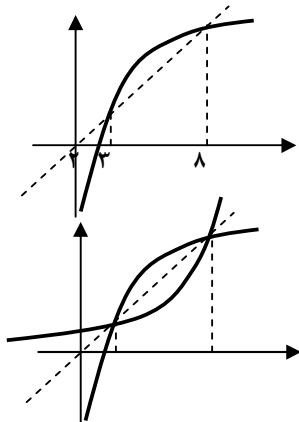
(۲) $[2, 3]$

(۱) $(0, 2]$

(۴) $[3, 8]$

(۳) $[2, 8]$

۱۲۷- گزینه ۴



معکوس تابع به شکل مقابل است و بنابراین در بازه‌ای که $y = x$ بالاتر از $y = f^{-1}(x)$ باشد،

تابع $\sqrt{x - f^{-1}(x)}$ تعریف شده است. پس بازه‌ی $[3, 8]$ دامنه است.

۱۲۸- حاصل عبارت $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ}$ ، با فرض $\tan 15^\circ = \frac{1}{28}$ ، کدام است؟

(۴) $\frac{16}{9}$

(۳) $\frac{9}{16}$

(۲) $-\frac{9}{16}$

(۱) $-\frac{16}{9}$

۱۲۸- گزینه ۱

$$\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ} = \frac{\cos(270^\circ + 15^\circ) - \sin(270^\circ - 15^\circ)}{\sin(3\pi - 15^\circ) - \sin(90^\circ + 15^\circ)} = \frac{\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ} \cdot \frac{+\cos 15^\circ}{\tan 15^\circ - 1} = \frac{1/28}{-1/28} = -\frac{16}{9}$$

۱۲۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 12 & -8 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$ باشند، ماتریس $(A - B)^{-1}$ ، کدام است؟

(۴) $\begin{bmatrix} 0/2 & 0/2 \\ -0/3 & 0/2 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 0/2 & -0/2 \\ 0/3 & 0/4 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} 0/3 & -0/2 \\ 0/2 & 0/4 \end{bmatrix}$

(۱) $\begin{bmatrix} -0/2 & 0/1 \\ 0/3 & 0/2 \end{bmatrix}$

$$(A - B)^{-1} = \left(\begin{bmatrix} 12 & -8 \\ 10 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} \right)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0/2 & 0/2 \\ -0/3 & 0/2 \end{bmatrix}$$

۱۲۹- گزینه ۴

۱۳۰- از داده‌های آماری با نمودار مستطیلی مقابل، سه داده ۱۴ و ۱۶ و ۱۶ حذف شده است. در نمودار

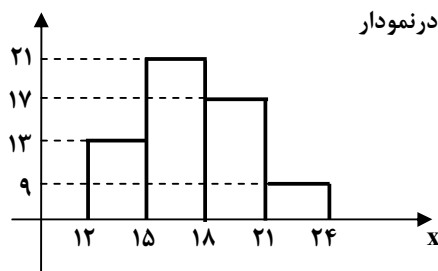
دایره‌ای داده‌های جدی، بزرگ‌ترین زاویه مرکزی نظیر دسته‌ها، چند درجه است؟

(۲) ۱۰۵

(۱) ۹۰

(۴) ۱۳۵

(۳) ۱۲۰



۱۳۰- گزینه ۳ دو مقدار ۱۶ در دسته دوم قرار داشتند که با حذف آن‌ها فراوانی این دسته ۱۹ شده، و در ضمن فراوانی کل نیز به ۵۷ تقلیل

$$\alpha_i = \frac{19}{57} \times 360^\circ = 120^\circ \text{ می‌یابد، پس:}$$

ساقه	برگ
۵	۰ ۱ ۱ ۲ ۴ ۴ ۶ ۷ ۹ ۹
۶	۰ ۰ ۲ ۳ ۳ ۵ ۵ ۶
۷	۱ ۱ ۲ ۲ ۴ ۷ ۸

۱۳۱- داده‌های آماری به صورت ساقه و برگ نشان داده شده‌اند. در نمودار جعبه‌ای،

تفاضل میانه از میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۵/۰ (۳) ۱/۵ (۴) ۱/۵

۱۳۱- گزینه ۱ ۲۵ داده است که داده سیزدهم چارک دوم بوده و بنابراین برای چارک اول و سوم داریم: $Q_1 = \frac{a_6 + a_7}{2}$, $Q_3 = \frac{a_{19} + a_{20}}{2}$

پس برای جعبه داریم: $a_7, a_8, \dots, a_{18}, a_{19} \rightarrow 56, 57, \dots, 66, 71$

$$\bar{x} = \frac{4(50) + 8(60) + 70 + (56)}{13} = \frac{806}{13} = 62 \text{ , میانگین} = 62 \text{ میانجی} = 62 \text{ , } 62 - 62 = 0$$

۱۳۲- در جعبه‌ای ۳ مهره سفید، ۲ مهره سیاه و ۵ مهره قرمز موجود است. اگر دو مهره از آن بیرون آوریم، با کدام احتمال این دو مهره هم‌رنگ

نیستند؟

- (۱) $\frac{28}{45}$ (۲) $\frac{29}{45}$ (۳) $\frac{31}{45}$ (۴) $\frac{32}{45}$

۱۳۲- گزینه ۳ باید (سفید، سیاه) یا (سفید، قرمز) و یا (سیاه، قرمز) بیرون بیاید:

$$n(S) = \binom{10}{2} = 45 \text{ ; } P(A) = \frac{3 \times 2 + 3 \times 5 + 2 \times 5}{45} = \frac{31}{45}$$

۱۳۳- اگر $\tan \beta = \frac{1}{2}$ و $\alpha - \beta = \frac{\pi}{4}$ باشند، مقدار $\sin 2\alpha$ کدام است؟

- (۱) ۵/۴۵ (۲) ۵/۶ (۳) ۵/۷۵ (۴) ۵/۸

$$\alpha - \beta = \frac{\pi}{4} \rightarrow \alpha = \beta + \frac{\pi}{4} \xrightarrow{\tan} \tan \alpha = \tan\left(\beta + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \beta + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan \beta \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{1}{2} + 1}{1 - \frac{1}{2}} = 3$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{6}{1 + 9} = 0/6$$

۱۳۴- اگر $f(x) = \sqrt{3-x}$ و $g(x) = \log_p(x^2 + 2x)$ باشند، دامنه‌ی تابع fog ، کدام است؟

- (۱) $[-4, 2]$ (۲) $[-2, 0]$ (۳) $[-4, -1] \cup (1, 2]$ (۴) $[-4, -2) \cup (0, 2]$

۱۳۴- گزینه ۴ $3 - x \geq 0 \rightarrow D_f = [3, +\infty)$, $x^2 + 2x > 0 \rightarrow D_g = \mathbb{R} - [-2, 0)$

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} - [-2, 0] \mid \log_p(x^2 + 2x) \in [3, +\infty)\} ; \log_p(x^2 + 2x) \leq 3 \rightarrow x^2 + 2x \leq 8 \rightarrow$$

$$x^2 + 2x - 8 \leq 0 \rightarrow x \in [-4, 2] \xrightarrow{\cap} [-4, -2) \cup (0, 2]$$

۱۳۵- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax^n + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ باشد، آن گاه $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ ، کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) -۴ (۳) ۳ (۴) ۵

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n}{3x - (-2x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a}{5} \times \frac{x^n}{x} = -1 \Rightarrow \begin{cases} n=1 \\ a=-5 \end{cases} \quad \text{گزینه ۱}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-5x + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}} = \frac{0}{0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-5x + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}} \times \frac{3x + \sqrt{4x^2 + 15x}}{3x + \sqrt{4x^2 + 15x}} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-5(x-3)}{5x(x-3)} \times \frac{18}{1} = -6$$

$$f(x) = \begin{cases} \sin \frac{\pi}{x} & ; 1 \leq x \leq 6 \\ a + \cos^2 \frac{\pi x}{36} & ; x > 6 \end{cases} \quad \text{۱۳۶- به ازای کدام مقدار } a, \text{ تابع با ضابطه}$$

پیوسته است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

گزینه ۲

$$\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 6^-} \sin \frac{\pi}{x} = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} ; \lim_{x \rightarrow 6^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 6^+} (a + \cos^2 \frac{\pi x}{36}) = a + \frac{3}{4} \Rightarrow a + \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

۱۳۷- در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به تغییر متغیر x ، در نقطه‌ی $x=1$ با نمو متغیر $0/21$ ، از آهنگ لحظه‌ای تابع در این نقطه، چقدر کم‌تر است؟

- (۱) $\frac{1}{42}$ (۲) $\frac{1}{21}$ (۳) $\frac{3}{42}$ (۴) $\frac{2}{21}$

گزینه ۱

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(1/21) - f(1)}{0/21} = \frac{1/1 - 1}{0/21} = \frac{1}{21} \quad \text{آهنگ آنی} = f'(1) = \frac{1}{2\sqrt{1}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{21} = \frac{21-2}{42} = \frac{1}{42}$$

۱۳۸- در پرتاب یک تاس، اگر عدد زوج ظاهر شود، یک تیرانداز مجاز است ۴ تیر رها کند. در غیر این صورت ۳ تیر رها می‌کند، می‌دانیم احتمال موفقیت در هر تیر رها شده $\frac{2}{3}$ است. با کدام احتمال فقط ۲ بار موفقیت حاصل می‌شود؟

- (۱) $\frac{8}{27}$ (۲) $\frac{10}{27}$ (۳) $\frac{11}{27}$ (۴) $\frac{13}{27}$

$$P(A) = \frac{3}{6} \times \binom{4}{2} \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{3}{6} \times \binom{3}{2} \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{10}{27} \quad \text{گزینه ۲}$$

۱۳۹- ریشه‌های کدام معادله، از معکوس ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم $2x^2 - 3x - 1 = 0$ یک واحد کم‌تر است؟

- (۱) $x^2 - 3x + 1 = 0$ (۲) $x^2 + 3x + 1 = 0$ (۳) $x^2 - 5x + 2 = 0$ (۴) $x^2 + 5x + 2 = 0$

$$s = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{3}{2}, \quad p = x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{1}{2} \quad \text{گزینه ۴}$$

$$X_1 = \frac{1}{x_1} - 1, X_2 = \frac{1}{x_2} - 1 ; \quad X_1 + X_2 = \frac{1}{x_1} - 1 + \frac{1}{x_2} - 1 = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} - 2 = \frac{3}{-1/2} - 2 = -3 - 2 = -5$$

$$P = X_1 X_2 = \left(\frac{1}{x_1} - 1\right) \left(\frac{1}{x_2} - 1\right) = \frac{1}{x_1 x_2} - \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} + 1 = -2 + 3 + 1 = 2 ; \quad x^2 - Sx + P = 0 \rightarrow x^2 + 5x + 2 = 0$$

۱۴۰- تابع با ضابطه‌ی $y = x|x - 2|$ ، در یک بازه، نزولی است. ضابطه‌ی معکوس آن در این بازه کدام است؟

(۱) $1 - \sqrt{1+x}; x < 0$ (۲) $1 - \sqrt{1-x}; x < 1$ (۳) $1 + \sqrt{1-x}; 0 < x < 1$ (۴) $1 - \sqrt{1-x}; 0 < x < 1$

۱۴۰- گزینه ۳

$$y = x|x - 2| = \begin{cases} x^2 - 2x & ; x \geq 2 \\ -x^2 + 2x & ; x < 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{نزولی}} y = -x^2 + 2x ; 1 \leq x < 2 \Rightarrow y = -(x-1)^2 + 1 \Rightarrow$$

$$\sqrt{1-y} + 1 = x \Rightarrow \begin{cases} f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{1-x} \\ 0 < x < 1 \end{cases}$$

۱۴۱- دنباله ای با جمله‌ی عمومی $a_n = \frac{7 + 4^{n-1}}{2 + 4^n}$ ، چگونه است؟

(۱) بی کران - صعودی (۲) بی کران - نزولی (۳) کراندار - صعودی (۴) کراندار - نزولی

چون همگرا است پس کران دار است. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 + 4^{n-1}}{2 + 4^n} = \frac{1}{4}$

۱۴۱- گزینه ۴

چون جملات کوچک شده‌اند پس نزولی است: $a_1 = \frac{7}{6}, a_2 = \frac{11}{18}, \dots$

۱۴۲- کارایی کارگری عادی، در کارخانه‌ای پس از t ماه، روزانه به تعداد $f(t) = 90 - 40e^{-0.02t}$ واحد است. پس از چند ماه تجربه‌ی کاری،

روزانه ۷۰ واحد را کامل می‌کند؟ ($\ln 2 = 0.69$)

(۱) ۱۷ (۲) ۳۴ (۳) ۵۱ (۴) ۶۸

۱۴۲- گزینه ۲

$$70 = 90 - 40e^{-0.02t} \rightarrow 40e^{-0.02t} = 20 \rightarrow e^{-0.02t} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\ln} \ln(e^{-0.02t}) = \ln(2^{-1}) \rightarrow -0.02t = -0.69 \rightarrow \boxed{t = 34}$$

۱۴۳- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $2\cos^2 x + 2\sin x \cos x = 1$ ، به کدام صورت است؟

(۱) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$ (۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۳) $k\pi - \frac{\pi}{8}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{8}$

۱۴۳- گزینه ۱

$$2\cos^2 x + 2\sin x \cos x = 1 \rightarrow 2\cos^2 x - 1 + 2\sin x \cos x = 0 \Rightarrow \cos 2x + \sin 2x = 0 \Rightarrow \sin 2x = -\cos 2x \xrightarrow{\div \cos 2x}$$

$$\tan 2x = -1 \Rightarrow 2x = k\pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow \boxed{x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}}$$

۱۴۴- اگر $f(x) = \frac{4}{5}x - \frac{1}{5}|x|$ و $g(x) = 4x + |x|$ باشند، مقدار مشتق تابع $f \circ g$ ، کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) مشتق ندارد

۱۴۴- گزینه ۲

$$g(x) = 4x + |x| = \begin{cases} 5x & ; x \geq 0 \\ 3x & ; x < 0 \end{cases} \Rightarrow f \circ g(x) = \begin{cases} 3x & ; x \geq 0 \\ 3x & ; x < 0 \end{cases} \rightarrow (f \circ g(x))' = 3$$

۱۴۵- خط مماس بر منحنی به معادله $y = \sqrt{2x}e^{2-x}$ ، در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن، محور y ها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

$$y = \sqrt{2x}e^{2-x} \rightarrow y' = \frac{2}{2\sqrt{2x}}e^{2-x} - e^{2-x}\sqrt{2x} \rightarrow y'(2) = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2}$$

۱۴۵- گزینه ۳

$$f(2) = 2, y - 2 = -\frac{3}{2}(x - 2) \xrightarrow{x=0} y = 5$$

۱۴۶- اگر تابع‌هایی به صورت $f(x) = x^3 - (m+2)x^2 + 3x$ ، همواره صعودی باشند، آن‌گاه مجموعه طول نقاط عطف این توابع، در کدام

بازه است؟

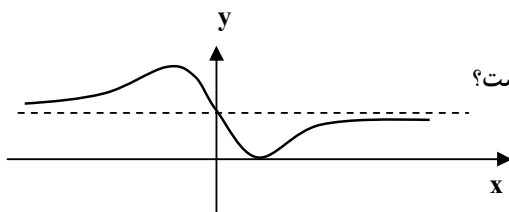
(۴) $[0, 1]$ (۳) $[-1, 1]$ (۲) $[-2, 2]$ (۱) $[-2, 0]$

$$f(x) = x^3 - (m+2)x^2 + 3x \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 2(m+2)x + 3 \rightarrow$$

۱۴۶- گزینه ۳

$$\begin{cases} \Delta < 0 \rightarrow (m+2)^2 - 9 < 0 \rightarrow m^2 + 4m - 5 < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Rightarrow m \in (-5, 1)$$

$$f''(x) = 6x - 2(m+2) = 0 \rightarrow x = \frac{m+2}{3} \xrightarrow{m \in (-5, 1)} -5 < m < 1 \Rightarrow -1 < \frac{m+2}{3} < 1$$



۱۴۷- شکل روبه رو، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 8}{x^2 + 4}$ است. $a + b$ کدام است؟

(۲) -۶

(۱) -۷

(۴) ۱۰

(۲) ۹

۱۴۷- گزینه ۲ تابع فقط یک ریشه دارد، پس دلتای صورت صفر است. از طرفی مجانب افقی خود را قطع کرده است، داریم:

$$f(0) = \frac{8}{4} = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} y = 2 \rightarrow a = 2;$$

$$\Delta = 0 \rightarrow b^2 - 4(2)(8) = 0 \rightarrow b = \pm 8 \rightarrow b = -8$$

چون ریشه مثبت است، پس باید b منفی باشد

$$a + b = 2 + (-8) = -6$$

۱۴۸- خط هادی یک سهمی به معادله $x = \frac{13}{4}$ است. هر پرتوی که از نقطه‌ی $(-\frac{5}{4}, -2)$ بر این سهمی بتابد، در امتداد محور x ها باز می‌تابد.

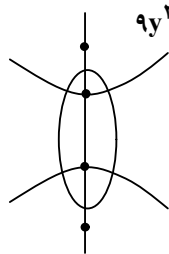
این سهمی محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟(۴) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۱) $\frac{1}{3}$

۱۴۸- گزینه ۳ چون خط هادی $x = \frac{13}{4}$ است، پس سهمی افقی است و نقطه داده شده با توجه به اطلاعات داده شده، کانون است، پس:

$$F(-\frac{5}{4}, -2) = F(\alpha + p, \beta) \Rightarrow \alpha + p = -\frac{5}{4}, \beta = -2$$

$$x = \frac{13}{4} = \alpha - p, \alpha + p = -\frac{5}{4} \rightarrow \alpha = 1, p = -\frac{9}{4} \Rightarrow (y + 2)^2 = 4(-\frac{9}{4})(x - 1) \xrightarrow{y=0} x_A = \frac{5}{9}$$

۱۴۹- هذلولی به معادله $5y^2 - 4x^2 - 20y = 0$ مفروض است. معادله‌ی یک بیضی که کانون‌های آن منطبق بر رأس‌های هذلولی و رأس‌های آن در کانون‌های این هذلولی باشد، کدام است؟



$$9y^2 + 5x^2 - 36y = 9 \quad (۴) \quad 4y^2 + 5x^2 - 16y = 4 \quad (۳) \quad 5y^2 + 9x^2 - 10y = 36 \quad (۲) \quad 5y^2 + 9x^2 - 20y = 25 \quad (۱)$$

۱۴۹- گزینه ۱ با توجه به فرض و شکل داریم: نصف فاصله کانونی هذلولی = نصف قطر بزرگ بیضی

$$5y^2 - 4x^2 - 20y = 0 \rightarrow 5(y^2 - 4y + 4 - 4) - 4x^2 = 0 \rightarrow 5(y-2)^2 - 4x^2 = 20 \rightarrow \frac{(y-2)^2}{4} - \frac{x^2}{5} = 1$$

$$a^2 = 4 \rightarrow a = 2 = c', \quad c^2 = a^2 + b^2 = 4 + 5 = 9 \rightarrow c = 3 = a' \rightarrow b' = \sqrt{5}$$

$$\frac{(y-2)^2}{9} + \frac{x^2}{5} = 1 \Rightarrow 5y^2 + 9x^2 - 20y = 25$$

۱۵۰- حاصل $\int_0^\pi \frac{dx}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$ برابر کدام است؟

(۴) صفر

(۳) π

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۵۰- گزینه ۲

$$\int_0^\pi \frac{dx}{\sqrt{1+\tan^2 x}} = \int_0^\pi \frac{dx}{\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}}} = \int_0^\pi |\cos x| dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = 2(\sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 2$$

۱۵۱- اگر $\int \frac{\sqrt{x^3 - 4x}}{\sqrt{x^2}} dx = 3\sqrt{x} f(x) + c$ باشد، آن‌گاه $f(x)$ ، کدام است؟

(۴) $x^2 - 2$

(۳) $x^2 - x$

(۲) $\frac{2}{3}x^2 - 1$

(۱) $\frac{1}{3}x^2 - 2x$

۱۵۱- گزینه ۳

$$\int \frac{\sqrt{x^3 - 4x}}{\sqrt{x^2}} dx = \int \left(\frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x^2}} - \frac{4x}{\sqrt{x^2}} \right) dx = \int (\sqrt{x} - 4\sqrt{x}) dx = \frac{2}{3}x^{3/2} - 8x^{3/2} = 2\sqrt{x} (x^2 - x) = 2\sqrt{x} f(x) + c \rightarrow f(x) = x^2 - x$$

۱۵۲- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$)، در رأس A خط عمود بر AC نیمساز زاویه‌ی داخلی C را در D قطع می‌کند. اگر M محل تلاقی نیمسازهای داخلی مثلث مفروض باشد، AD برابر کدام است؟

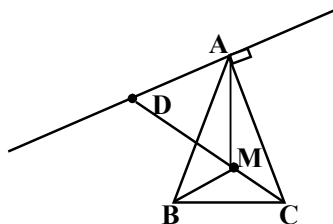
(۲) MD

(۱) AM

(۴) $\frac{1}{2}AC$

(۳) MC

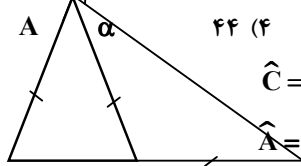
۱۵۲- گزینه ۱



$$\frac{\widehat{C}}{2} = \alpha = \widehat{ACM} \rightarrow \widehat{A} = 180 - 2\alpha \rightarrow \frac{\widehat{A}}{2} = \widehat{CAM} = 90 - \alpha \quad \widehat{AMD} = \widehat{CAM} + \widehat{ACM} = 90 - \alpha + \alpha \rightarrow \widehat{AMD} = 90 - \alpha$$

$$\widehat{ADC} = 90 - \alpha; \quad \widehat{ADC} = \widehat{AMD} \rightarrow AD = AM$$

۱۵۳- در مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC$)، قاعده‌ی BC را به اندازه‌ی ساق تا نقطه‌ی D امتداد می‌دهیم. اگر زاویه‌ی خارجی رأس A از مثلث ABD برابر 102° درجه باشد، کوچک‌ترین زاویه‌ی مثلث ABC ، چند درجه است؟



۴۴ (۴)

۴۲ (۳)

۳۸ (۲)

۳۴ (۱)

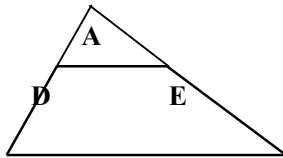
$$\hat{C} = \hat{D} = \hat{B} ; \alpha = \hat{D} + \hat{B} = \hat{D} + 2\hat{D} = 102 \rightarrow \hat{D} = 34 \rightarrow \hat{B} = 34$$

۱۵۳- گزینه ۴

$$\hat{A} = 180 - 2\hat{B} = 180 - 136 = 44$$

B C D

۱۵۴- در دوزنقه‌ای اندازه‌ی قاعده‌ها ۹ و ۴ واحد و طول ساق‌ها ۶ و ۵ واحد است. محیط مثلثی که از امتداد ساق‌ها در بیرون دوزنقه تشکیل شود، کدام است؟



۱۲/۸ (۴)

۱۲/۲ (۳)

۱۱/۶ (۲)

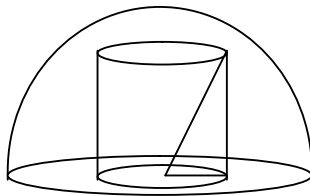
۱۱/۴ (۱)

۱۵۴- گزینه ۴

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} \rightarrow \frac{4}{9} = \frac{AD}{5+AD} \rightarrow 5AD = 20 \rightarrow AD = 4$$

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} \rightarrow \frac{4}{9} = \frac{AE}{6+AE} \rightarrow 5AE = 24 \rightarrow AE = 4/5$$

B

C $AD + AE + ED = 4 + 4/5 + 4 = 12/5$ 

$$r^2 + h^2 = R^2 \rightarrow r^2 + 6^2 = 9^2 \rightarrow r^2 = 45 ; V = \pi r^2 h = \pi \times 45 \times 6 = 270\pi$$

۲۷۰π (۴)

۲۴۰π (۳)

۲۱۰π (۲)

۱۸۰π (۱)

۱۵۵- گزینه ۴