ریاضیات

سراسری خارج از کشور – ریاضی ۸۶

۱۰۱- گزینه‌ی «۲»

$$\begin{cases} 2y+x=5 \Rightarrow y=\frac{5-x}{2} \\ y=4-|x| \end{cases} \xrightarrow[\text{صورت سؤال}]{\text{با توجه به}} 4-|x|>\frac{5-x}{2}$$

$$\Rightarrow 8-2|x|>5-x \Rightarrow x-2|x|+3>0 \Rightarrow \begin{cases} x\ge 0: x-2x+3>0 \Rightarrow x<3 \\ x<0: x+2x+3>0 \Rightarrow x>-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0\le x<3 \\ -1<x<0 \end{cases} \Rightarrow -1<x<3 \Rightarrow \max(b-a)=4$$

۱۰۲- گزینه‌ی «۴»

شرط یک‌به‌یک بودن: $\begin{cases} (3,2)\in f \\ (b,2)\in f \end{cases} \Rightarrow b=3$

شرط تابع‌بودن: $\begin{cases} (3,2)\in f \\ (3,a^2-a)\in f \end{cases} \Rightarrow a^2-a=2 \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ a=2 \end{cases}$

اما $a=-1$ قابل‌قبول نیست، زیرا f به ازای $a=-1$ تابع نخواهد بود.

$$\Rightarrow (a,b)=(2,3)$$

۱۰۳- گزینه‌ی «۴»

حاصل دترمینان $=(\log(6x-1))^2-(\log(1-x))^2=0$

$$\Rightarrow (\log(6x-1))^2=(\log(1-x))^2 \Rightarrow \log(6x-1)=\pm\log(1-x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log(6x-1)=\log(1-x) \Rightarrow 6x-1=1-x \Rightarrow x=\frac{2}{7} \\ \log(6x-1)=-\log(1-x) \Rightarrow 6x-1=(1-x)^{-1}=\frac{1}{1-x} \Rightarrow 6x-6x^2-1+x=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 6x^2-7x+2=0 \Rightarrow x=\frac{7\pm 1}{12} \Rightarrow x=\frac{2}{3},\frac{1}{2}$$

تذکر: دقت شود که مقادیر به‌دست آمده در دامنه‌ی معادله قرار دارند.

۱۰۴- گزینه‌ی «۳»

۱ و $\frac{5}{2}$ به ترتیب جملات اول و چهارم دنباله هستند، داریم:

$$d=\frac{a_n-a_m}{n-m}=\frac{a_4-a_1}{4-1}=\frac{\frac{5}{2}-1}{4-1}=\frac{1}{2}$$

$$S_{15}=\frac{15}{2}(2a_1+(15-1)d)=\frac{15}{2}(2+14\times\frac{1}{2})=67/5$$

۱۰۵- گزینه‌ی «۱»

$$g(x)=\frac{1-x}{x}=\frac{1}{x}-1 \Rightarrow g(f(x))=\frac{1}{x-[x]}-1$$

می‌دانیم:

$$0\le x-[x]<1 \Rightarrow \frac{1}{x-[x]}>1 \Rightarrow \underbrace{\frac{1}{x-[x]}-1}_{g(f(x))}>0$$

$$\Rightarrow g(f(x))>0 \Rightarrow \text{برد } gof=(0,+\infty)$$

۱۰۶-گزینه‌ی «۴»

می‌دانیم اگر دو تابع بر هم مماس باشند مشتق آن‌ها در نقطه‌ی تماس با هم برابر است از طرفی مقادیر توابع در نقاط تماس با هم برابرند:

$$g'(x)=f'(x)\Rightarrow 1=-4x^3+4x+1\Rightarrow -4x(x^2-1)=0\Rightarrow \begin{cases}x=0\\x=1\\x=-1\end{cases}$$

$\begin{cases}g(0)=1\\f(0)=0\end{cases}\Rightarrow$ دو تابع در نقطه‌ی $x=0$ مماس نیستند.

$\begin{cases}g(-1)=0\\f(-1)=0\end{cases}\Rightarrow$ دو تابع در نقطه‌ی $x=-1$ مماس هستند.

$\begin{cases}g(1)=2\\f(1)=2\end{cases}\Rightarrow$ دو تابع در نقطه‌ی $x=1$ مماس هستند.

حال تقاطع دو تابع را بررسی می‌کنیم:

$$f(x)=g(x)\Rightarrow -x^4+2x^2+x=x+1\Rightarrow x^4-2x^2+1=0$$
$$(x^2-1)^2=0\Rightarrow x=\pm 1$$

چون دو تابع در $x=\pm 1$ مماس هستند، پس این دو تابع نقطه‌ی تقاطع ندارند.

۱۰۷-گزینه‌ی «۱»

$$\lim_{x\to -4}\left(\frac{x+19}{(x-1)(x+4)}+\frac{3}{x+4}\right)=\lim_{x\to -4}\left(\frac{x+19+3(x-1)}{(x-1)(x+4)}\right.$$
$$=\lim_{x\to -4}\frac{4x+16}{(x-1)(x+4)}=\lim_{x\to -4}\frac{4(x+4)}{(x-1)(x+4)}=\lim_{x\to -4}\frac{4}{x-1}=-\frac{4}{5}$$

تذکر: دقت شود که ابهام از نوع $\infty-\infty$ است.

۱۰۸-گزینه‌ی «۳»

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 0^+}g(f(x))=\lim\limits_{x\to 0^+}g(2x)=1\\ \lim\limits_{x\to 0^-}g(f(x))=g(-\frac{1}{2})=1\\ g(f(0))=g(0)=1\end{array}\right\}\Rightarrow$$ gof در $x=0$ پیوسته است.

۱۰۹-گزینه‌ی «۴»

$$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=f'(2)$$
$$f'(x)=\left(\frac{x+\sqrt{2x}}{x-1}\right)'\times\cot\frac{\pi}{x}+\left(\frac{x+\sqrt{2x}}{x-1}\right)\times\left(\frac{\pi}{x^2}(1+\cot^2 x)\right)$$
$$f'(2)=0+\frac{2+\sqrt{4}}{2-1}\times\left(\frac{+\pi}{4}(1+\mathrm{Cot}^2\frac{\pi}{2}\right)=4\times\frac{\pi}{4}=\pi$$

۱۱۰-گزینه‌ی «۱»

اگر طول نقطه‌ی تماس را $x=\alpha$ در نظر بگیریم، داریم:

نقطه تماس: $M(0,4),A(\alpha,-\alpha^2+2\alpha)$

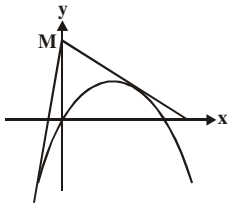
شیب خط مماس در $x=\alpha$: $y'(x)=-2x+2\Rightarrow y'(\alpha)=-2\alpha+2$

$$\text{شیب خط AM}=\frac{-\alpha^2+2\alpha-4}{\alpha-0}$$

شیب خطی که از نقاط A و M می‌گذرد برابر مشتق تابع در نقطه‌ی A است. داریم:

$$\Rightarrow\frac{-\alpha^2+2\alpha-4}{\alpha}=-2\alpha+2\Rightarrow -\alpha^2+2\alpha-4=-2\alpha^2+2\alpha\Rightarrow\alpha=\pm 2$$

$\xrightarrow{\text{شیب مثبت}}\alpha=-2\Rightarrow$ عرض نقطه‌ی تماس $=-(-2)^2+2(-2)=-4-4=-8$



۱۱۱-گزینه‌ی «۲»

$$\sin x+\sin 2x+\sin 3x=0 \Rightarrow 2\sin 2x\cos x+\sin 2x=0$$

$$\Rightarrow \sin 2x(2\cos x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} \sin 2x=0 \Rightarrow 2x=k\pi \Rightarrow x=\frac{k\pi}{2} & (k\in Z) \\ 2\cos x+1=0 \Rightarrow \cos x=-\frac{1}{2} \Rightarrow x=2k\pi\pm\frac{2\pi}{3} & (k\in Z) \end{cases}$$

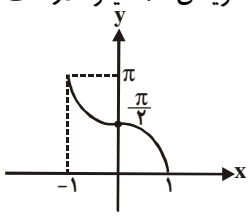
$$\xrightarrow{x\neq\frac{k\pi}{2}} x=2k\pi\pm\frac{2\pi}{3}$$

۱۱۲-گزینه‌ی «۲»

با توجه به شکل، تابع زوج است بنابراین گزینه‌های ۱ و ۳ نادرست هستند، از طرفی $y(0)\neq 0$ بنابراین گزینه‌ی «۴» نیز نادرست است.

پس گزینه‌ی «۲» صحیح است.

با توجه به نمودار $y=\text{Arccos}\,x$ که به صورت روبه‌رو است، نیز می‌توان به جواب رسید. داریم:



۱۱۳-گزینه‌ی «۳»

دنباله‌ی داده شده دنباله‌ی اکیداً صعودی است زیرا مشتق تابع $\frac{x-2}{4x}$ به ازای $x>1$ مثبت است. از طرفی دنباله، همگرا به $\frac{1}{4}$ است بنابراین مقادیر دنباله از $\frac{1}{4}$ بیشتر نخواهد شد زیرا در غیر این صورت دنباله صعودی نخواهد بود. (نادرستی گزینه‌های ۱ و ۲) از طرفی داریم:

$$a_{32}=\frac{32-2}{4\times 32}=\frac{30}{4\times 32}=\frac{15}{64} \xrightarrow{n\geq 32} a_n\in[\frac{15}{64},\frac{1}{4})$$

۱۱۴-گزینه‌ی «۳»

$$S_n=\sum_{k=1}^{n}\log\frac{k(k+3)}{(k+2)(k+1)}=\sum_{k=1}^{n}\log\frac{\frac{k}{k+2}}{\frac{k+1}{k+3}}=\sum_{k=1}^{n}(\log\frac{k}{k+2}-\log\frac{k+1}{k+3})$$

$$S_{99}=\sum_{k=1}^{99}(\log\frac{k}{k+2}-\log\frac{k+1}{k+3})=\log\frac{1}{3}-\log\frac{100}{102}=\log\frac{\frac{1}{3}}{\frac{100}{102}}=\log\frac{34}{100}$$

۱۱۵-گزینه‌ی «۱»

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=2^{\frac{1}{0^-}}=2^{-\infty}=0^+ \Rightarrow x\to 0^- \Rightarrow f(x)\to 0^+$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 0^-} g(f(x))=\lim_{x\to 0^+} g(x)=\lim_{x\to 0^+}\frac{2x-3}{x+1}=-3$$

۱۱۶-گزینه‌ی «۴»

ابتدا نقاط ناپیوستگی هر یک از توابع $y_1=[x]$ و $y_2=[x+\frac{1}{3}]$ در بازه‌ی داده شده را می‌یابیم. داریم:

$$y_1=[x]\Rightarrow x=k\ (k\in Z)\xrightarrow{0<x<3}0<k<3\xRightarrow{k\in Z}k\in\{1,2\}\Rightarrow x\in\{1,2\}$$

$$y_2=[x+\frac{1}{3}]\Rightarrow x+\frac{1}{3}=k\ (k\in Z)\Rightarrow x=k-\frac{1}{3}\xrightarrow{0<x<3}0<k-\frac{1}{3}<3\Rightarrow\frac{1}{3}<k<\frac{10}{3}$$

$$\xrightarrow{k\in Z}k\in\{1,2,3\}\Rightarrow x\in\{\frac{2}{3},\frac{5}{3},\frac{8}{3}\}$$

با توجه به این‌که نقاط ناپیوستگی توابع y_1 و y_2 نقطه‌ی مشترکی ندارند، بنابراین تابع f در ۵ نقطه ناپیوسته و در نتیجه مشتق‌ناپذیر است.

۱۱۷-گزینه‌ی «۲»

$g'(x)=3x^2+1>0\Rightarrow$ تابع g صعودی است.

بنابراین برای به‌دست آوردن ماکزیمم gof کافی است بیش‌ترین مقدار f را به‌ازای $x\le 1$ محاسبه کرده و در تابع g قرار دهیم. داریم:

$$f'(x)=3x^2-3=0\Rightarrow x=\pm 1$$

$$f\begin{cases}f(-1)=2\\ f(1)=-2\\ \lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty\end{cases}\Rightarrow f(-1)=2:\ \text{تابع}\Rightarrow Max(g(f(x)))=g(f(-1))=g(2)=10\ Max$$

۱۱۸-گزینه‌ی «۲»

نقطه‌ی تماس: $x+\sqrt{x}=2\Rightarrow x=1\ ,\ A(2,1)$

$$f'(x)=1+\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(f^{-1})'(2)=\frac{1}{f'(1)}=\frac{1}{1+\frac{1}{2\sqrt{1}}}=\frac{1}{1+\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \text{معادله‌ی خط مماس}: y-1=\frac{2}{3}(x-2)\xrightarrow[x=0]{\text{عرض از مبداء}}y=-\frac{1}{3}$$

۱۱۹-گزینه‌ی «۱»

تابع f در نقطه‌ی $x=1$ پیوسته است. از طرفی هر دو ضابطه‌ی داده شده در دامنه‌شان پیوسته هستند، بنابراین f در فاصله‌ی $[\frac{\sqrt{2}}{2},4]$ پیوسته است. از طرفی داریم:

$$f'(x)=\begin{cases}-8x\ ;\ x<1\\ 1-\frac{1}{2\sqrt{x}}\ ;\ x>1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}f'_-(1)=-8\\ f'_+(1)=\frac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow f'_-(1)\ne f'_+(1)\Rightarrow$$ تابع در $x=1$ مشتق‌ناپذیر است.

بنابراین f در بازه‌ی $(\frac{\sqrt{2}}{2},4)$ مشتق‌ناپزیر است، پس شرایط قضیه‌ی رول را ندارد.

۱۲۰-گزینه‌ی «۳»

$$y=\begin{cases}x^3-3x^2\ ;\ x\ge 3\\ -x^3+3x^2\ ;\ x<3\end{cases}\Rightarrow y'=\begin{cases}3x^2-6x\ ,\ x>3\\ -3x^2+6x\ ,\ x<3\end{cases}$$

$$\Rightarrow y''=\begin{cases}6x-6\ ,\ x>3\\ -6x+6\ ,\ x<3\end{cases}\Rightarrow y'=0\Rightarrow\begin{cases}x=1\ \text{غ ق ق}\ \ x>3\\ x=+1\qquad x<3\end{cases}$$

از طرفی مشتق دوم در $x=3$ موجود نیست بنابراین با توجه به جدول داریم:

		+1		3	
y''	+		−		+
	∪		∩		∪

$$\Rightarrow Max(b-a)=3-1=2$$

۱۲۱-گزینه‌ی «۴»

با توجه به نمودار تابع ، f دارای مجانب افقی $y=0$ و یک مجانب مایل است که از مبداء مختصات می‌گذرد. داریم:

$$f(x) \underset{x\to\infty}{\sim} ax+|x+\frac{b}{2}|=y \Rightarrow \begin{cases} x\to+\infty: y=ax+x+\frac{b}{2} \\ x\to-\infty: y=ax-x-\frac{b}{2} \end{cases}$$

با توجه به این‌که وقتی $x\to-\infty$ تابع مجانب افقی $y=0$ داریم:

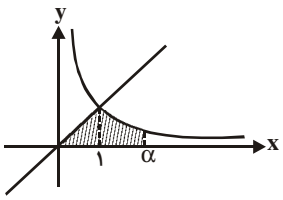
$$y=(a-1)x-\frac{b}{2}=0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \end{cases}$$

از طرفی عرض از مبداء منحنی مثبت است بنابراین $C>0$ است.

۱۲۲-گزینه‌ی «۳»

ابتدا نقطه‌ی برخورد دو منحنی را می‌یابیم:

$$\frac{1}{x^2}=x \Rightarrow x=1$$



$$\text{مساحت مورد نظر}=\int_0^1 x\,dx+\int_1^\alpha \frac{1}{x^2}dx$$

$$=\frac{x^2}{2}\Big]_0^1+\frac{-1}{x}\Big]_1^\alpha=\frac{1}{2}+(\frac{-1}{\alpha}-(-1))=S_\alpha$$

$$\lim_{x\to\infty} S_\alpha=\lim_{x\to\infty}(\frac{3}{2}-\frac{1}{\alpha})=\frac{3}{2}$$

۱۲۳-گزینه‌ی «۳»

$$\int_0^\pi \sin x\sqrt{1-\sin^2 x}\,dx=\int_0^\pi \sin x\sqrt{\cos^2 x}\,dx$$

$$=\int_0^\pi \sin x\,|\cos x|\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\cos x\,dx+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin x(-\cos x)dx=\frac{\sin^2 x}{2}\Big]_0^{\frac{\pi}{2}}+(-\frac{\sin^2 x}{2})\Big]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$$

$$=(\frac{1}{2}-0)+(0-(-\frac{1}{2}))=1$$

۱۲۴-گزینه‌ی «۲»

با توجه به صورت سؤال داریم:

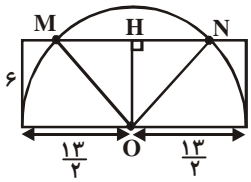
$$f'(x)=\frac{1}{x^2}\Rightarrow \int f'(x)dx=\int\frac{1}{x^2}dx\Rightarrow f(x)=\frac{-1}{x}+C$$

خط $y=2$ مجانب افقی تابع f است. داریم:

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=2\Rightarrow \lim_{x\to\infty}\frac{-1}{x}+C=2\Rightarrow C=2$$

$\Rightarrow f(x)=\frac{-1}{x}+2\Rightarrow$ نمودار از نقطه‌ی $(1,1)$ می‌گذرد.

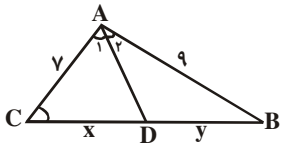
۱۲۵-گزینه‌ی «۳»



$$OH=6, ON=\frac{13}{2}\xrightarrow{\text{فیثاغورس}} HN^2=ON^2-OH^2=\frac{169}{4}-36=\frac{25}{4}\Rightarrow HN=\frac{5}{2}$$

$$MN=MH+HN=2HN=2\times\frac{5}{2}=5$$

۱۲۶-گزینه‌ی «۱»



$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow AD:$ نیمساز $\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{7}{9} \Rightarrow y = \frac{9}{7}x \quad (1)$

از طرفی: $AD^2 = AB.AC - CD.DB = 63 - xy \quad (2)$

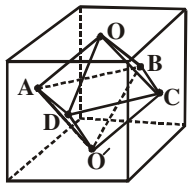
$\hat{A}_1 = \hat{C} \Rightarrow AD = CD = x \quad (3)$

$$\xrightarrow{(1),(2),(3)} x^2 = 63 - \frac{9}{7}x^2 \Rightarrow \frac{16}{7}x^2 = 63 \Rightarrow x^2 = \frac{63\times 7}{16} \Rightarrow x = \frac{3\times 7}{4} = \frac{21}{4}$$

$$\Rightarrow y = \frac{9}{7}\times\frac{21}{4} = \frac{27}{4}$$

$$BC = x + y = \frac{21}{4} + \frac{27}{4} = \frac{48}{4} = 12$$

۱۲۷-گزینه‌ی «۱»



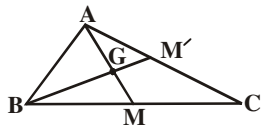
اگر طول یال مکعب را a در نظر بگیریم، آنگاه مطابق راهنمایی سؤال، هشت‌وجهی فوق از دو هرم منتظم به ارتفاع $\frac{a}{2}$ و قاعده‌ی مربع به ضلع $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ تشکیل شده است.

$$V_{OABCD} = \frac{1}{3}\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \times \frac{a}{2} = \frac{1}{3}\times\frac{a^2}{2}\times\frac{a}{2} = \frac{a^3}{12}$$

پس حجم هشت‌وجهی منتظم برابر $2\left(\frac{a^3}{12}\right) = \frac{a^3}{6}$ است.

۱۲۸-گزینه‌ی «۳»

میانه‌های AM و BM' را رسم می‌کنیم. داریم:



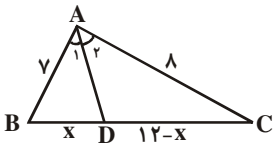
$$BG = \frac{2}{3}m_b = \frac{2}{3}(12) = 8$$

$$GM = \frac{1}{3}m_a = \frac{1}{3}(9) = 3$$

$$\overset{\Delta}{BGM}: |BG - GM| < BM < BG + GM \Rightarrow 5 < \frac{a}{2} < 11 \Rightarrow 10 < a < 22$$

در بین گزینه‌ها تنها $a = 15$ قابل قبول است.

۱۲۹-گزینه‌ی «۲»



نیمساز $AD \Rightarrow \frac{x}{12-x} = \frac{7}{8} \Rightarrow 8x = 84 - 7x$

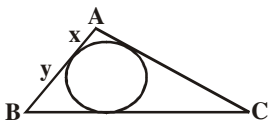
$$\Rightarrow 15x = 84 \Rightarrow x = \frac{84}{15} = \frac{28}{5} = 5/6$$

فاصله‌ی D از وسط ضلع BC برابر است با:

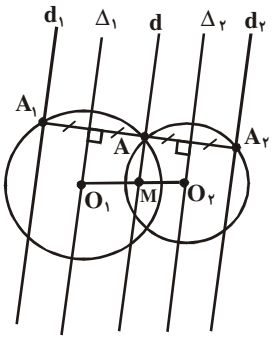
$$\left|5/6 - \frac{12}{2}\right| = 0/4$$

۱۳۰-گزینه‌ی «۱»

اگر P را نصف محیط مثلث ABC بگیریم، آنگاه $p = 15$ و داریم:

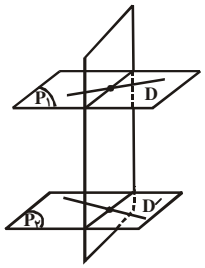


$$\begin{cases} x = p - BC = 15 - 13 = 2 \\ y = p - AC = 15 - 9 = 6 \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$



۱۳۱-گزینه‌ی «۳»

مطابق شکل، نقطه‌ی M (وسط پاره‌خط O_1O_2) را به A وصل می‌کنیم (خط d). از O_1 و O_2 به موازات خط d خطوط Δ_1 و Δ_2 را رسم می‌کنیم. واضح است که d از Δ_1 و Δ_2 به یک فاصله است. بازتاب خط d نسبت به خطوط Δ_1 و Δ_2 را رسم کرده و d_1 و d_2 را با دایره‌های مذکور A_1 و A_2 می‌نامیم. A_1 و A و A_2 بر روی یک خط واقع‌اند و داریم: $AA_1 = AA_2$.



۱۳۲-گزینه‌ی «۳»

صفحه‌ی دوم را P_1 و صفحه‌ی سوم را P_2 در نظر می‌گیریم. P_1 با P_2 حتماً موازی است، پس وضعیت سه صفحه‌ای P، P_1 و P_2 به صورت زیر است.

مطابق شکل، فصل‌مشترک‌های دوبه‌دوی این سه صفحه، تنها دو خط موازی هم است.

۱۳۳-گزینه‌ی «۴»

$a = (1,2,-4)$

$b = a \times k = (2,-1,0)$

$S = |a \times b| = |(1,2,-4) \times (2,-1,0)| = |(-4,-8,-5)| = \sqrt{105}$

۱۳۴-گزینه‌ی «۳»

$\overrightarrow{AB} = (0,2,4) \Rightarrow u_D = (0,1,2)$

فاصله‌ی مبداء از خط D: $h = \dfrac{|\overrightarrow{OA} \times u_D|}{|u_D|} = \dfrac{|(1,0,1) \times (0,1,2)|}{|(0,1,2)|} = \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}} \Rightarrow h^2 = \dfrac{6}{5}$

۱۳۵-گزینه‌ی «۲»

$B = (3,1,0) \in d : (\dfrac{x-3}{2} = y-1 = -z)$

$\overrightarrow{BA} = (-2,2,4)\ ,\ u_D = (2,1,-1)$

$\overrightarrow{BA} \times u_D = (-6,6,-6) \Rightarrow n_P = (1,-1,1)$

$P : 1(x-3) - (y-1) + 1(z-0) = 0 \Rightarrow x - y + z = 2$

۱۳۶-گزینه‌ی «۴»

شعاع دایره: $R \Rightarrow$ مرکز دایره: $W = (R,R)$

چون این دایره از $A(3,6)$ می‌گذرد پس:

$|WA| = R \Rightarrow \sqrt{(R-3)^2 + (R-6)^2} = R$

$\Rightarrow R^2 - 6R + 9 + R^2 - 12R + 36 = R^2 \Rightarrow R^2 - 18R + 45 = 0$

$\Rightarrow (R-15)(R-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} R_1 = 3 \\ R_2 = 15 \end{cases}$

۱۳۷-گزینه‌ی «۲»

$$\begin{cases} x=\frac{\sqrt{2}}{2}(x'-y') \\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}(x'+y') \end{cases} \quad x^2+y^2-6xy=4 \Rightarrow \frac{1}{2}(x'-y')^2+\frac{1}{2}(x'+y')^2-\frac{6}{2}(x'^2-y'^2)=4$$

$$\Rightarrow -4x'^2+8y'^2=8 \Rightarrow 2y'^2-x'^2=2$$

۱۳۸-گزینه‌ی «۱»

$$B=A.A^t=\begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ a & 2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & a \\ -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 14 & 3a \\ 3a & a^2+5 \end{bmatrix}$$

$$|B|=14(a^2+5)-9a^2=5a^2+70>0$$

پس دترمینان B همواره مثبت است.

۱۳۹-گزینه‌ی «۱»

$$\begin{vmatrix} 1 & a & bc-a^2 \\ 1 & b & ac-b^2 \\ 1 & c & ab-c^2 \end{vmatrix} \underset{R_3-R_1}{\overset{R_2-R_1}{=}} \begin{vmatrix} 1 & a & bc-a^2 \\ 0 & b-a & ac-b^2-bc+a^2 \\ 0 & c-a & ab-c^2-bc+a^2 \end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix} 1 & a & bc-a^2 \\ 0 & b-a & (a-b)(a+b+c) \\ 0 & c-a & (a-c)(a+b+c) \end{vmatrix}=(a-b)(c-a)\underbrace{\begin{vmatrix} 1 & a & bc-a^2 \\ 0 & -1 & a+b+c \\ 0 & 1 & -(a+b+c) \end{vmatrix}}_{\text{همواره صفر}}=0$$

۱۴۰-گزینه‌ی «۳»

$$x=\frac{|A_x|}{|A|}=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 7 & 3 & 2 \end{vmatrix}}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

۱۴۱-گزینه‌ی «۴»

مراحل تحصیلی، متغیر کیفی ترتیبی است.

۱۴۲-گزینه‌ی «۲»

مطابق جدول: $\frac{\sum f_i(x_i-12)}{\sum f_i}=0 \Rightarrow \bar{x}=\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}=12$

$$\delta=\sqrt{\frac{\sum f_i(x_i-12)^2}{\sum f_i}}=\sqrt{\frac{36}{16}}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$

$$CV=\frac{\delta}{\bar{x}}=\frac{\frac{3}{2}}{12}=\frac{1}{8}$$

۱۴۳-گزینه‌ی «۳»

فرض استقرا: $2^k>k^2$

حکم استقرا: $2^{k+1}>(k+1)^2 \longrightarrow 2^{k+1}=2\times 2^k>2k^2$

باید $2k^2>(k+1)^2$ برقرار باشد، پس:

$$2k^2>k^2+2k+1 \Rightarrow k^2-2k-1>0 \Rightarrow (k-1)^2>2$$

۱۴۴-گزینه‌ی «۱»

طبق صورت سؤال داریم:

$C=\{A,B\}\Rightarrow B\in C$ گزینه‌ی «۴»

$B=\{۲,A\}\Rightarrow A\in B$ گزینه‌ی «۳»

$B=\{۲,\{۲\}\}\Rightarrow \{۲\}\subseteq B\Rightarrow A\subseteq B$ گزینه‌ی «۲»

۱۴۵-گزینه‌ی «۴»

$$A_۳=(\frac{-۲}{۳},\frac{۱}{۳}),A_۶=(\frac{-۱}{۳},\frac{۲}{۳})$$

$$(A_۳\cup A_۶)-A_۳=A_۶-A_۳=(\frac{-۱}{۳},\frac{۲}{۳})-(\frac{-۲}{۳},\frac{۱}{۳})=[\frac{۱}{۳},\frac{۲}{۳})$$

۱۴۶-گزینه‌ی «۱»

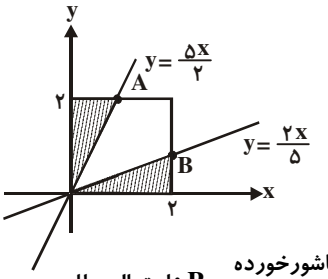
$$\begin{cases}(A\times B)\subset(B\times A)\\ A,B\neq\phi\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A\subset B\\ B\subset A\end{cases}\Rightarrow A=B\Rightarrow A\Delta B=(A-B)\cup(B-A)=\phi\cup\phi=\phi$$

۱۴۷-گزینه‌ی «۲»

دو عدد مثبت x و y را در نظر بگیرید، طبق فرض داریم:

$$\frac{x}{y}<۰/۴\Rightarrow x<\frac{۲}{۵}y\Rightarrow y>\frac{۵x}{۲}$$

$$\frac{y}{x}<۰/۴\Rightarrow y<\frac{۲x}{۵}$$



$$A\left|\begin{matrix}\frac{۴}{۵}\\ ۲\end{matrix}\right.\ ,\ B\left|\begin{matrix}۲\\ \frac{۴}{۵}\end{matrix}\right.$$

$$\text{احتمال مطلوب}: P=\frac{\text{مساحت هاشورخورده}}{\text{مساحت مربع}}=\frac{۲\times(\frac{۱}{۲}\times۲\times\frac{۴}{۵})}{۲\times۲}=\frac{۲}{۵}=۰/۴$$

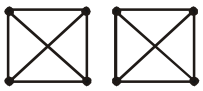
۱۴۸-گزینه‌ی «۲»

$$P(۷\cap\overline{۱۱})=P(۷-۱۱)=P(۷)-P(۷\cap۱۱)=P(۷)-P(۷۷)$$

$$=\frac{[\frac{۳۰۰}{۷}]}{۳۰۰}-\frac{[\frac{۳۰۰}{۷۷}]}{۳۰۰}=\frac{۴۲}{۳۰۰}-\frac{۳}{۳۰۰}=\frac{۳۹}{۳۰۰}=\frac{۱۳}{۱۰۰}$$

۱۴۹-گزینه‌ی «۳»

$$q=\frac{pr}{۲}\Rightarrow ۱۲=\frac{۳p}{۲}\Rightarrow p=۸$$



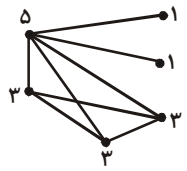
نمودار گراف به صورت روبه‌رو است. این گراف در مجموع ۶ دور به طول ۴ دارد.

۱۵۰-گزینه‌ی «۴»

$$۱۳۵ = ۵\times ۲۷ = ۵\times ۳\times ۳\times ۳\times ۱\times ۱$$

چون یکی از عامل‌های ۱۳۵ عدد ۵ است، پس $p \geq ۶$. دنباله‌ی درجات رئوس گراف با کم‌ترین مرتبه عبارتست از:

$$۵,۳,۳,۳,۱,۱ \xrightarrow{\text{نمودار}}$$



این گراف، $\binom{۴}{۳} = ۴$ دور به طول ۳ دارد.

۱۵۱-گزینه‌ی «۴»

$$N = (a۵۱b)_۷ \ , \ N = ۹k \quad (k \in N)$$

$$N = ۷^۳a + ۵\times ۷^۲ + ۱\times ۷ + b \overset{۹}{\equiv} ۰ \Rightarrow (-۲)^۳a + ۵\times(-۲)^۲ + (-۲) + b \overset{۹}{\equiv} ۰$$

$$\Rightarrow a + ۲ - ۲ + b \overset{۹}{\equiv} ۰ \Rightarrow a + b \overset{۹}{\equiv} ۰$$

دقت کنید که $a \neq ۰$ و هم‌چنین $۰ \leq a$ و $b \leq ۶$، پس فقط مقادیر زیر قابل قبول است:

$$\begin{cases} a = ۳ \ , \ b = ۶ \\ a = ۴ \ , \ b = ۵ \\ a = ۵ \ , \ b = ۴ \\ a = ۶ \ , \ b = ۳ \end{cases}$$

۱۵۲-گزینه‌ی «۲»

$$\begin{cases} ۱۳^{۴۳} \overset{۱۷}{\equiv} (-۴)^{۴۳} \\ (-۴)^۲ \overset{۱۷}{\equiv} ۱۶ \overset{۱۷}{\equiv} -۱ \end{cases} \Rightarrow ۱۳^{۴۳} \overset{۱۷}{\equiv} [(-۴)^۲]^{۲۱} \times (-۴) \overset{۱۷}{\equiv} (-۱)^{۲۱}(-۴) \overset{۱۷}{\equiv} ۴$$

۱۵۳-گزینه‌ی «۱»

$$\begin{cases} ۲۷۳ = ۳\times ۷\times ۱۳ \\ \varphi(۲۷۳) = ۲۷۳(۱-\frac{۱}{۳})(۱-\frac{۱}{۷})(۱-\frac{۱}{۱۳}) = ۲\times ۶\times ۱۲ = ۱۴ \end{cases}$$

۱۵۴-گزینه‌ی «۴»

احتمال این‌که هیچ رقم ۲ای را شامل نباشد را به‌دست آوریم:

$$P(A') = \frac{۸\times ۹^۲}{۹\times ۱۰^۲} = \frac{۷۲}{۱۰۰} = ۰/۷۲ \Rightarrow P(A) = ۱ - P(A') = ۰/۲۸$$

۱۵۵-گزینه‌ی «۲»

$$\alpha + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۶} = ۱ \Rightarrow \alpha = \frac{۱}{۲}$$

در بین گزینه‌ها تنها $P(X = i) = \frac{i}{۶}$ تابع احتمال مناسب برای این متغیر تصادفی است.

فیزیک

سراسری خارج از کشور – ریاضی ۸۶

۱۵۶-گزینه‌ی «۴»

می‌دانیم برای تعیین نوع حرکت باید جهت سرعت و شتاب جسم را با هم مقایسه کنیم. با توجه به نمودار $a-t$، شتاب متحرک در بازه‌ی زمانی صفر تا t_1 مثبت است، امّا علامت سرعت اولیه‌ی جسم معلوم نیست و حرکت متحرک بسته به علامت و مقدار سرعت اولیه و مقدار شتاب در بازه‌ی زمانی صفر تا t_1 می‌تواند پیوسته تندشونده، پیوسته کندشونده و یا ابتدا کندشونده، سپس تندشونده باشد.

۱۵۷-گزینه‌ی «۳»

می‌دانیم جابه‌جایی متحرکی که حرکت شتاب ثابت دارد و از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، در بازه‌های زمانی متوالی، پس از ساده کردن به صورت ۱,۳,۵,۷,... می‌باشد که در گزینه‌ی «۳» این موضوع رعایت شده است:

$$d_1 = 40\times 1, d_2 = 40\times 3, d_3 = 40\times 5, ...$$

۱۵۸-گزینه‌ی «۱»

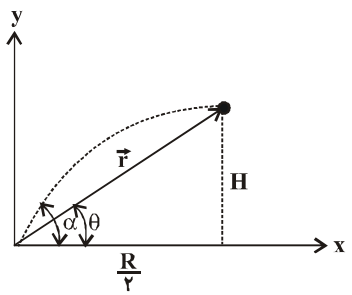
ابتدا از مؤلفه‌های سرعت جسم نسبت به زمان مشتق می‌گیریم و مؤلفه‌های شتاب جسم را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} a_x = \dfrac{dV_x}{dx} = 4 \\ a_y = \dfrac{dV_y}{dy} = 4t - 4 \end{cases}$$

چون مؤلفه‌ی شتاب در راستای محور xها ثابت است، شتاب متحرک وقتی کمینه می‌شود که مؤلفه‌ی شتاب در راستای محور yها حداقل مقدار یعنی صفر باشد. در این صورت می‌توان نوشت:

$$a_y = 4t - 4 = 0 \Rightarrow t = 1s$$

۱۵۹-گزینه‌ی «۴»



$$\tan\theta = \frac{H}{\frac{R}{2}} \Rightarrow \tan\theta = \frac{\frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}}{2\times\frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{1}{2}\tan\alpha \Rightarrow \tan\theta = \frac{1}{2}\tan 30 = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

توجه کنید که زاویه‌ی θ تنها به زاویه‌ی پرتاب اولیه بستگی دارد و تابع سرعت اولیه نمی‌باشد.

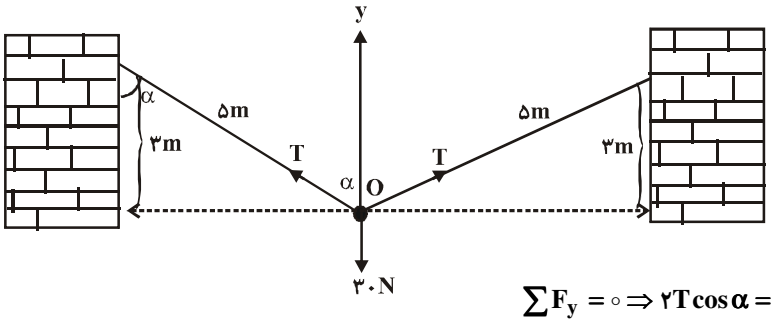
۱۶۰-گزینه‌ی «۱»

چون وزن ظاهری شخص کم‌تر از وزن واقعی او است، شتاب آسانسور به سمت پایین بوده است و می‌توان نوشت:

$$W' = m(g-a) \Rightarrow 480 = 60\times(10-a) \Rightarrow a = 2\frac{m}{s^2}$$

۱۶۱-گزینه‌ی «۲»

دقت کنید بنابر صورت سؤال طناب‌کش آمده و طولش به ۱۰m رسیده است. اگر کشش هر طناب را T بنامیم، از شرط تعادل برای نقطه‌ی O می‌توان نوشت:

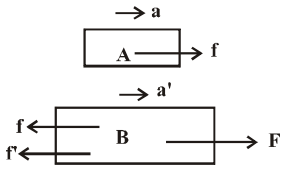


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 2T\cos\alpha = 30 \xrightarrow{\cos\alpha = \frac{3}{5}} 2T\frac{3}{5} = 30 \Rightarrow T = 25N$$

۱۶۲-گزینه‌ی «۱»

چون بیشینه‌ی نیروی اصطکاک ایستایی کل مجموعه با سطح افقی، از نیروی محرک کوچک‌تر است، اصطکاک بین جسم A و سطح افقی از نوع جنبشی است و هم‌چنین اصطکاک بین دو جسم A و B از نوع جنبشی خواهد بود، زیرا بیشینه‌ی اصطکاک ایستایی بین دو جسم A و B قادر به تأمین شتاب مورد نیاز برای حرکت جسم B به همراه جسم A نیست. بنابراین بزرگی نیروی اصطکاک بین دو جسم برابر است با:

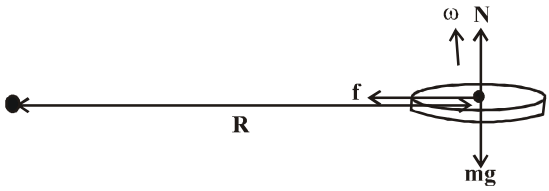
$$f = f_k = m_B g\mu_k = 1\times 10\times 0/25 = 2/5N$$



به دست آوردن شتاب دو جسم:

$$\begin{cases} f = m_A a \Rightarrow 2/5 = 1\times a \Rightarrow a = 2/5\frac{m}{s^2} \\ F - f - f' = m_B a' \Rightarrow 34 - 2/5 - 10 = 3a' \Rightarrow a' = \frac{43}{6}\frac{m}{s^2} \end{cases}$$

۱۶۳-گزینه‌ی «۱»

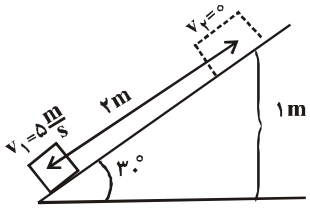


$$\omega = 15rpm \Rightarrow \omega = \frac{15\times 2\pi}{60}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2}\frac{rad}{s}$$

نیروی اصطکاک ایستایی، نیروی مرکزگرای لازم برای حرکت دایره‌ای سکه را تأمین می‌کند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$m\omega^2 R = mg\mu \Rightarrow \mu = \frac{\omega^2 R}{g} \Rightarrow \mu = \frac{\frac{\pi^2}{4}\times 2}{10} \Rightarrow \mu = \frac{1}{2}$$

۱۶۴-گزینه‌ی «۳»



ابتدا قضیه‌ی کار و انرژی را برای مسیر رفت جسم می‌نویسیم:

$$W_T = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_f = \frac{1}{2}\times 2\times(0^2 - 5^2)$$

$$\Rightarrow -2\times 10\times 1 + W_f = -25 \Rightarrow W_f = -5J$$

کار نیروی اصطکاک در مسیر برگشت هم برابر $-5J$ است و بنابراین کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت و برگشت برابربا $-10J$ خواهد بود.

۱۶۵-گزینه‌ی «۴»

ابتدا گرمای لازم جهت ذوب ۱۰۰g یخ صفر درجه‌ی سلسیوس را حساب می‌کنیم:

$$Q_{\text{یخ}} = mL_F \Rightarrow Q_{\text{یخ}} = ۰/۱\times ۳۳۴\times ۱۰^{۳} = ۳۳۴۰۰J$$

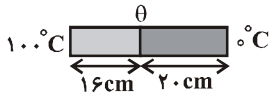
این گرما از m کیلوگرم آب $۵۰^\circ C$ گرفته می‌شود و سبب می‌شود دمای آن به $۰^\circ C$ برسد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$Q_{\text{آب}} = mc\Delta\theta \Rightarrow ۳۳۴۰۰ = m\times ۴۲۰۰\times ۵۰ \Rightarrow m \simeq ۰/۱۵۹kg \Rightarrow m \simeq ۱۵۹g$$

گویا طراح محترم(یخ) $L_F =$ را در ذهنش برابر $۳۳۶\frac{kJ}{kg}$ در نظر گرفته که در این صورت جواب دقیقاً برابر ۱۶۰g خواهد بود.

۱۶۶-گزینه‌ی «۳»

گرمایی که میله‌ی اهنی از آب $۱۰۰^\circ C$ می‌گیرد، باید توسط میله‌ی مسی به آب $۰^\circ C$ منتقل شود، یعنی آهنگ انتقال گرما در دو میله یکسان است و داریم:



$$\frac{Q}{t} = K\frac{A\Delta\theta}{L} \xrightarrow{A_{\text{آهن}} = A_{\text{مس}}} \frac{K_{\text{آهن}}\times(۱۰۰-\theta)}{۰/۱۶} = \frac{K_{\text{مس}}\times(\theta-۰)}{۰/۱۶}$$

$$\Rightarrow (۱۰۰-\theta) = ۴\theta \Rightarrow \theta = ۲۰^\circ C$$

۱۶۷-گزینه‌ی «۲»

$$\Delta U = nc_{MV}\Delta T = n\times\frac{۳}{۲}R\times(\frac{P_۲V_۲}{nR} - \frac{P_۱V_۱}{nR}) = \frac{۳}{۲}(P_۲V_۲ - P_۱V_۱) = \frac{۳}{۲}\times\frac{۲}{۱۰۰۰}\times(P_۲ - P_۱) = ۳۰۰J$$

یعنی انرژی درونی گاز در فرایند هم حجم ab به اندازه‌ی ۳۰۰J افزایش یافته است.

۱۶۸-گزینه‌ی «۱»

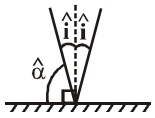
$$V_۲ = V_۱ - \frac{۲۵}{۱۰۰}V_۱ = \frac{۳}{۴}V_۱ \Rightarrow V_۲ = \frac{۳}{۴}lit$$

$$W = -P\Delta V \Rightarrow W = -۱۰^{۵}\times(\frac{۳}{۴} - ۱)\times ۱۰^{-۳} \Rightarrow W = ۲۵J$$

۱۶۹-گزینه‌ی «۳»

$$\Delta U = nc_{MV}\Delta T \Rightarrow \Delta U = \frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۲}\times ۸\times(۶۰۰ - ۳۰۰) \Rightarrow \Delta U = ۱۸۰۰J$$

۱۷۰-گزینه‌ی «۱»



$$\begin{cases}\hat{\alpha}+\hat{i}=90^\circ\\ 2\hat{i}=\frac{1}{4}\hat{\alpha}\end{cases}\Rightarrow 8\hat{i}+\hat{i}=90\Rightarrow \hat{i}=10^\circ$$

۱۷۱-گزینه‌ی «۴»

تصویر در آینه‌ی تخت وارونی جانبی دارد و مجموع زمانی که ساعت در آینه نشان می‌دهد و زمانی که ساعت واقعاً آن را نشان می‌دهد برابر ۱۲ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$4:50'+x:y'=12:00'\Rightarrow y=10',x=7$$

بنابراین اگر مستقیماً به ساعت نگاه کنیم، ساعت ۷ و ۱۰ دقیقه خواهد بود.

۱۷۲-گزینه‌ی «۳»

اگر ناظر از هوا به میله به صورت تقریباً عمودی نگاه کند، طول قسمت داخل آب را $\frac{3}{4}$ برابر (عکس ضریب شکست مطلق آب) می‌بیند و بنابراین آن را نزدیک‌تر به سطح آب تصور می‌کند.

۱۷۳-گزینه‌ی «۲»

$$\begin{cases}p_1=f\xrightarrow{p_1=n_1f}m_1=\frac{1}{n_1+1}\Rightarrow m_1=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{(A'B')}{3}=\frac{1}{2}\Rightarrow(A'B')_1=1/5cm\\ p_2=2f\xrightarrow{p_2=n_2f}m_2=\frac{1}{n_2+1}\Rightarrow m_2=\frac{1}{2+1}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{(A'B')_2}{3}=\frac{1}{3}\Rightarrow(A'B')_2=1cm\end{cases}$$

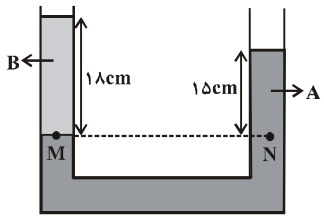
ملاحظه می‌شود با جابه‌جایی جسم از f تا $2f$ عدسی واگرا، طول تصویر آن از $1/5cm$ به $1cm$ می‌رسد، پس به اندازه‌ی $0/5cm$ کاهش یافته است.

۱۷۴-گزینه‌ی «۴»

چون نیروی چسبندگی سطحی بین مولکول‌های A و B بر نیروی چسبندگی بین مولکول‌های A غلبه دارد، مایع A به صورت لایه‌ی نازکی در ظرف B پخش شده و سطح آن را تر می‌کند.

۱۷۵-گزینه‌ی «۱»

بنابر اصل پاسکال، فشار در نقاط هم تراز M و N که در یک مایع ساکن قرار دارند، با هم برابر است، بنابراین می‌توان نوشت:



$$P_M=P_N\Rightarrow P_0+\rho_B gh_B=P_0+\rho_A gh_A$$

$$\Rightarrow\rho_B h_B=\rho_A h_A\Rightarrow\rho_B\times18=\rho_A\times15\Rightarrow\frac{\rho_B}{\rho_A}=\frac{15}{18}=\frac{5}{6}$$

۱۷۶-گزینه‌ی «۳»

جرم و زمان از جمله کمیت‌های اصلی و کیلوگرم و ثانیه که یکای این کمیت‌ها هستند از جمله‌ها یکاهای اصلی می‌باشند.

۱۷۷-گزینه‌ی «۳»

چون سرعت ذره ثابت است، انرژی جنبشی آن ثابت می‌ماند. هم‌چنین چون بار مثبت در خلاف جهت میدان حرکت داده شده است، کار میدان بر روی بار منفی می‌باشد و انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش یافته است و داریم:

$$\Delta U = q\Delta V \Rightarrow \Delta U = Eqd$$

۱۷۸-گزینه‌ی «۴»

با باز کردن کلید k، مقاومت موازی R از مدار حذف شده و مقاومت معادل مدار (R_T) افزایش می‌یابد و بنابر رابطه‌ی $I = \frac{\varepsilon}{R_T + r}$، جریان اصلی مدار که از آمپرسنج عبور می‌کند، کاهش می‌یابد و آمپرسنج عدد کوچک‌تری را نشان می‌دهد. هم‌چنین چون ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مولدها یعنی $V = \varepsilon - Ir$ را نشان می‌دهد، با کاهش جریان، عدد بزرگ‌تری را نشان خواهد داد و اختلاف پتانسیل دو سر مولد افزایش می‌یابد.

۱۷۹-گزینه‌ی «۲»

چون لامپ را به نصف ولتاژ اسمی خود بسته‌ایم، توان مصرفی‌اش بنابر رابطه‌ی $P = \frac{V^۲}{R}$، به $\frac{۱}{۴}$ مقدار اسمی خود یعنی ۲۵W کاهش می‌یابد. از طرف دیگر با توجه به رابطه‌ی $U = Pt$، داریم:

$$U = ۲۵\times ۰/۵\times ۳۶۰۰ \Rightarrow U = ۴۵۰۰۰J \Rightarrow U = ۴۵kJ$$

۱۸۰-گزینه‌ی «۳»

ε را برحسب r محاسبه می‌کنیم و مقدار آن را به دست می‌آوریم:

$$\frac{V}{\varepsilon} = ۰/۸ \Rightarrow \frac{\varepsilon - Ir}{\varepsilon} = ۰/۸ \Rightarrow Ir = ۰/۲\varepsilon \Rightarrow ۰/۸r = ۰/۲\varepsilon \Rightarrow ۴r = \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = ۴\times ۲ = ۸V$$

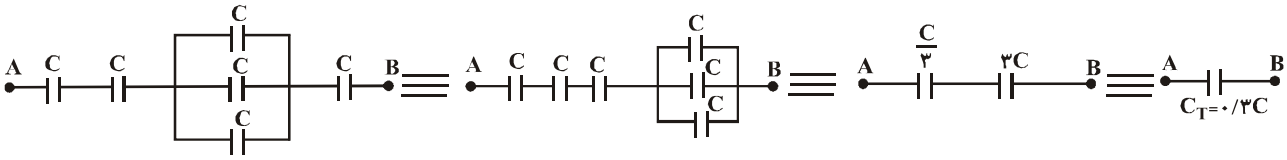
۱۸۱-گزینه‌ی «۱»

اگر جریان گذرا از مقاومت ۳۰ اهمی را I' بنامیم، با حرکت از نقطه‌ی A به سمت B و جمع جبری اختلاف پتانسیل اجزای مدار می‌توان نوشت:

$$V_A - ۳۰\times I' - ۵\times I = V_B \Rightarrow V_A - V_B = ۳۰\times I' + ۵\times ۰/۵ \Rightarrow ۸/۵ = ۳۰I' + ۲/۵ \Rightarrow I' = ۰/۲A$$

۱۸۲-گزینه‌ی «۲»

با توجه به متوالی و موازی بودن مقاومت‌ها، به صورت زیر در چند مرحله مدار را ساده‌تر می‌کنیم و ظرفیت C را به دست می‌آوریم:



بنابراین می‌توان نوشت:

$$C_T = ۰/۶\mu F \Rightarrow ۰/۳C = ۰/۶\mu F \Rightarrow C = ۲\mu F$$

۱۸۳-گزینه‌ی «۲»

$$q_۲ = q_۱ + ۰/۲q_۱ \Rightarrow q_۲ = ۱/۲q_۱$$

$$U = \frac{q^۲}{۲c} \Rightarrow \frac{U_۲}{U_۱} = (\frac{q_۲}{q_۱})^۲ \times (\frac{c_۱}{c_۲}) \Rightarrow \frac{U_۲}{U_۱} = ۱/۲^۲ \times ۱ \Rightarrow U_۲ = ۱/۴۴U_۱$$

$$\Rightarrow \Delta U = ۰/۴۴U_۱ \Rightarrow ۱۶ = ۰/۴۴\frac{q_۱^۲}{۲\times ۲۲} \Rightarrow q_۱ = ۴۰\mu C$$

۱۸۴-گزینه‌ی «۴»

اگر جریانی که از یک سیملوله عبور می‌کند، ۲ برابر شود، بنابر رابطه‌ی $U = \frac{۱}{۲}LI^۲$، انرژی‌ای که در میدان مغناطیسی درون آن ذخیره می‌شود ۴ برابر می‌شود. هم‌چنین با توجه به رابطه‌ی رابطه‌ی $B = \mu_\circ nI$، با دو برابر شدن جریان عبوری، بزرگی میدان مغناطیسی یک‌نواخت داخل سیملوله هم دو برابر خواهد شد.

۱۸۵-گزینه‌ی «۱»

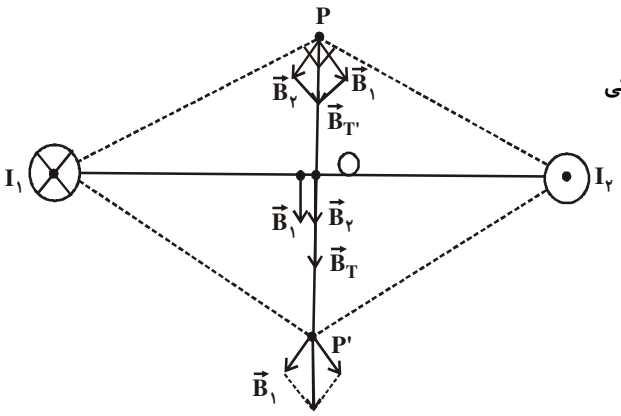
ابتدا ضریب خودالقایی سیملوله را محاسبه می‌کنیم:

$$L = k\mu_\circ \frac{N^۲A}{l} \Rightarrow L = ۱\times ۴\pi \times ۱۰^{-۷} \times \frac{۱۰۰^۲ \times \pi \times (۰/۱)^۲}{۰/۲۵} \Rightarrow L = ۱/۶\pi^۲ \times ۱۰^{-۴} H$$

اکنون با استفاده از رابطه‌ی $\varepsilon_L = |-L\frac{dI}{dt}|$ بزرگی جریان خودالقایی ایجاد شده در سیملوله را به دست می‌آوریم:

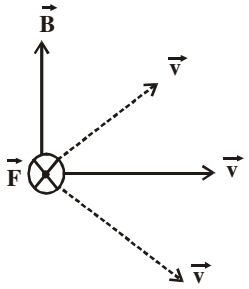
$$\varepsilon_L = |-۱/۶\pi^۲ \times ۱۰^{-۴} \times \frac{\circ - ۳۰}{۰/۰۲}| \Rightarrow \varepsilon_L = ۰/۲۴\pi^۲ V$$

۱۸۶-گزینه‌ی «۳»



مطابق شکل از نقطه‌ی P تا نقطه‌ی O، فاصله‌ی نقطه از سیم‌ها کم‌تر شده و زاویه‌ی بین بردار میدان ناشی از سیم‌ها نیز کاهش می‌یابد. بنابراین بزرگی برایند میدان‌های مغناطیسی ناشی از سیم‌ها افزایش می‌یابد. هم‌چنین از نقطه‌ی O تا نقطه‌ی P'، فاصله‌ی نقطه از سیم‌ها افزایش می‌یابد و زاویه‌ی بین بردار میدان ناشی از سیم‌ها نیز افزایش می‌یابد، بنابراین بزرگی برایند میدان‌های مغناطیسی ناشی از سیم‌ها افزایش خواهد یافت.

۱۸۷-گزینه‌ی «۴»



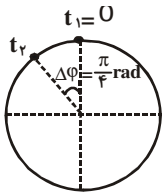
بنابر قاعده‌ی دست راست، جهت حرکت الکترون به هر یک از صورت رسم شده می‌تواند باشد و نیروی واردبر آن بر صفحه‌ای که از $\vec{v}$ و $\vec{B}$ ساخته می‌شود، عمود است.

۱۸۸-گزینه‌ی «۳»

$$v=\omega\sqrt{A^2-x^2}\xrightarrow{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}}v=\sqrt{\frac{k}{m}(A^2-x^2)}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{40}{0/4}(5^2-3^2)}\Rightarrow v=40\frac{cm}{s}$$

۱۸۹-گزینه‌ی «۲»

با توجه به نمودار K بر حسب t، دوره‌ی نوسانگر برابر با $T=0/2\times4=0/8s$ می‌باشد. همچنین با توجه به رابطه‌ی $K=E\cos(\varpi t+\theta_0)$ می‌توان نوشت:



$$t=0\Rightarrow K=E\cos(\theta_0)\xrightarrow{K=0}\cos\theta_0=0\Rightarrow\begin{cases}\theta_0=\pi rad\\ \theta_0=3\pi rad\end{cases}$$

همچنین می‌دانیم به ازای مکان‌های $x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}A$، انرژی جنبشی نوسانگر با انرژی پتانسیل آن برابر است و با توجه به دایره‌ی مرجع رسم شده، اگر فرض کنیم $\theta_0=\pi rad$ باشد، انرژی جنبشی نوسانگر برای اولین بار به ازای فاز $\varphi=\frac{5\pi}{4}rad$ با انرژی پتانسیل آن برابر می‌شود و بنا به رابطه‌ی $\Delta\varphi=w\Delta t$ می‌توان نوشت:

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{T}\times\Delta t\Rightarrow(\frac{5\pi}{4}-\pi)=\frac{2\pi}{0/8}\times\Delta t\Rightarrow\Delta t=\frac{1}{10}s\Rightarrow t_2=\frac{1}{10}s=0/1\,s$$

۱۹۰-گزینه‌ی «۲»

می‌دانیم اختلاف فاصله‌ی دو نقطه‌ی در فاز مخالف، مضرب فردی از $\frac{\lambda}{2}$ است، پس می‌توان نوشت:

$$K=2\pi\frac{rad}{m}\Rightarrow K=\frac{2\pi}{\lambda}=2\pi\Rightarrow\lambda=1m$$

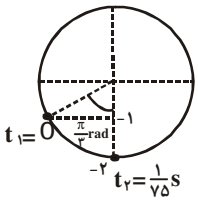
$$\Delta x=(2m-1)\frac{\lambda}{2}\xrightarrow{\lambda=1m}\begin{cases}m=1\Rightarrow\Delta x=\frac{1}{2}m\\ m=2\Rightarrow\Delta x=\frac{3}{2}m\\ m=3\Rightarrow\Delta x=\frac{5}{2}m\\ m=4\Rightarrow\Delta x=\frac{7}{2}m\end{cases}$$

۱۹۱-گزینه‌ی «۱»

ابتدا دوره‌ی حرکت هماهنگ ساده‌ی اجزای محیط را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\lambda}{۲}=۴۰cm \Rightarrow \lambda=۰/۸m\ ,\ \lambda=VT \Rightarrow T=\frac{\lambda}{V}=\frac{۰/۸}{۱۰}=\frac{۸}{۱۰۰}s$$

اکنون فاز نقطه‌ی M را در لحظه‌ی $t=۰$ به‌دست می‌آوریم:



$$\sin\varphi=-\frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} \varphi=\frac{۷\pi}{۶}rad & \text{ق ق} \\ \varphi=\frac{۱۱\pi}{۶}rad & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

با توجه به جهت انتشار موج، نقطه‌ی M به سمت بعد کمینه در حرکت است و بنابراین $\varphi=\frac{۷\pi}{۶}rad$ قابل قبول است. برای محاسبه‌ی تغییر فاز نقطه‌ی M در بازه‌ی زمانی $\Delta t=\frac{۱}{۷۵}t$ داریم:

$$\Delta\varphi=w\Delta t \Rightarrow \Delta\varphi=\frac{۲\pi}{T}\Delta t \Rightarrow \Delta\varphi=\frac{۲\pi}{۰/۰۸}\times\frac{۱}{۷۵} \Rightarrow \Delta\varphi=\frac{\pi}{۳}rad$$

بنابراین نقطه‌ی M در لحظه‌ی $t_۲=\frac{۱}{۷۵}s$ در بعد کمینه است و چون در تمام بازه‌ی زمانی ۰ تا $\frac{۱}{۷۵}s$ در حال دورشدن از وضع تعادل بوده است، حرکت آن کند شونده می‌باشد

۱۹۲-گزینه‌ی «۲»

ابتدا حداقل اختلاف بین دو نقطه‌ی A و B را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta\varphi=۲\pi(-۰/۲-(-۰/۶)) \Longrightarrow \Delta\varphi=۰/۸\pi$$

حال با استفاده از رابطه‌ی $\Delta\varphi=k\Delta x$ داریم:

$$۰/۸\pi=\frac{۲\pi}{\lambda}\times\Delta x \Rightarrow \Delta x=\frac{۲}{۵}\lambda$$

توجه کنید چون ما حداقل اختلاف فاز بین دو نقطه‌ی A و B را در نظر گرفته‌ایم، حداقل فاصله‌ی بین این دو نقطه را محاسبه کرده‌ایم.

۱۹۳-گزینه‌ی «۱»

بنابر رابطه‌ی تراز شدت یک صوت داریم:

$$۱۲=۱۰\log(\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}) \Rightarrow ۱/۲=\log(\frac{I}{I_۰}) \Rightarrow ۴\times۰/۳=\log(\frac{I}{۱۰^{-۱۲}})\ \beta=۱۰\log(\frac{I}{I_۰}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ۴\log۲=\log(\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}) \Rightarrow I=۲^۴\times۱۰^{-۱۲} \Rightarrow I=۱۶\times۱۰^{-۱۲}\frac{W}{m^۲}$$

$$I=۱/۶\times۱۰^{-۱۱}\frac{W}{m^۲}$$

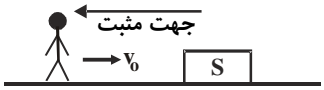
۱۹۴-گزینه‌ی «۲»

ابتدا باتوجه به رابطه‌ی هماهنگ‌های متوالی یک لوله‌ی صوتی بسته بسامد، هماهنگ پنجم لوله‌ی صوتی را به‌دست می‌آوریم:

$$f_۱=۳۴۰Hz$$

$$f_۵=۵f_۱=۵\times۳۴۰=۱۷۰۰Hz$$

حال با استفاده از قاعده‌ی دوپلر یعنی $\frac{f_o}{\vec{v}-\vec{v}_o}=\frac{f_s}{\vec{v}-\vec{v}_s}$ داریم:



$$\frac{f_o}{v+v_o}=\frac{f_s}{v} \Rightarrow \frac{f_o}{۳۴۰+۱۰}=\frac{۱۷۰۰}{۳۴۰}$$

$$\Rightarrow f_o=۱۷۵۰Hz$$

۱۹۵-گزینه‌ی «۳»

برای زیادترشدن فاصله‌ی بین نوارها در آزمایش یانگ لازم است عرض نوارها افزایش یابد. با توجه به رابطه‌ی $W=\frac{\lambda D}{2a}$، برای افزایش پهنای نوارها باید فاصله‌ی پرده از صفحه‌ی شکاف‌ها یعنی D را بیش‌تر نمود. همچنین با کاهش بسامد نور مورد آزمایش، بنابر رابطه‌ی $\lambda=\frac{c}{f}$، طول موج افزایش یافته و پهنای نوارها هم افزایش می‌یابد.

۱۹۶-گزینه‌ی «۲»

با توجه به رابطه‌ی $\lambda=\frac{v}{f}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{\lambda_{\text{هوا}}}{\lambda_{\text{آب}}}=\frac{v_{\text{هوا}}}{v_{\text{آب}}}\Rightarrow\frac{\lambda_{\text{هوا}}}{\lambda_{\text{آب}}}=\frac{3\times10^{8}}{2/25\times10^{8}}=\frac{4}{3}$$

۱۹۷-گزینه‌ی «۱»

با استفاده از رابطه‌ی ریدبرگ- بالر و با توجه به این‌که $n'=3$ و $n=6$ است، می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{\lambda}=Z^{2}R_{H}(\frac{1}{n'^{2}}-\frac{1}{n^{2}})\Rightarrow\frac{1}{\lambda}=2^{2}\times0/01(\frac{1}{3^{2}}-\frac{1}{6^{2}})\Rightarrow\lambda=300\,nm$$

چون λ به دست آمده از λ مربوط به نور آبی یعنی $400\,nm$ کوتاه‌تر است، نور گسیل شده در ناحیه‌ی فرابنفش قرار دارد.

۱۹۸-گزینه‌ی «۲»

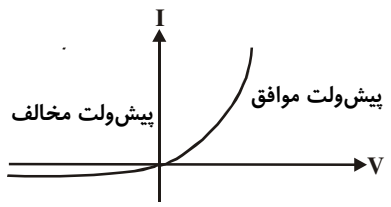
بنابر رابطه‌ی فوتوالکتریک اینشتین می‌توان نوشت:

$$eV_{0}=hf-W_{0}\Rightarrow eV_{0}=\frac{hc}{\lambda}-W_{0}\Rightarrow1\times4=\frac{4\times10^{-15}\times3\times10^{8}}{\lambda}$$

$$\Rightarrow\lambda=2\times10^{-7}\,m\Rightarrow\lambda=200\,nm$$

۱۹۹-گزینه‌ی «۴»

دیود یک مقاومت غیراهمی است و نمودار جریان بر حسب ولتاژ آن مطابق شکل مقابل است. دیود وقتی در پیش‌ولت موافق است جریان را از خود عبور می‌دهد و وقتی در پیش‌ولت مخالف است، جریان را از خود عبور نمی‌دهد.



۲۰۰-گزینه‌ی «۴»

واکنش واپاشی α زا به صورت زیر است:

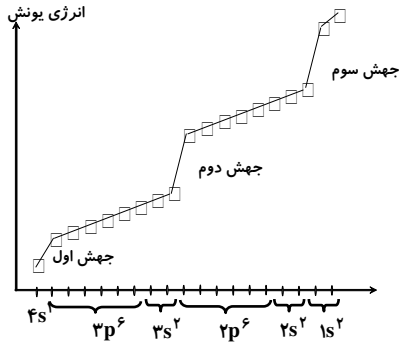
$$^{A}_{Z}X\longrightarrow{}^{4}_{2}\alpha^{+2}+{}^{A-4}_{Z-2}Y^{-2}$$

بنابراین واکنش، عدد جرمی عنصر دختر ۴ واحد کم‌تر از عدد جرمی عنصر مادر است و عدد اتمی عنصر دختر هم ۲ واحد کوچک‌تر از عنصر مادر است. در حقیقت عدد جرمی هسته به اندازه‌ی عدد جرمی هلیم یعنی ۴ واحد کاهش می‌یابد. همچنین هسته‌ی دختر دارای بار $q=-2e$ است.

شیمی

سراسری خارج کشور ریاضی ۸۶

۲۰۱- گزینه‌ی «۱»رادرفورد با تاباندن پرتوی آلفا بر ورقه‌ی نازکی از جنس طلا، نسبت پرتوهای دارای انحراف بیش از ۹۰° به کل پرتوهای تابیده شده را اندازه گرفته و از تعداد بسیار کم پرتوهای دارای انحراف بیش از ۹۰° نتیجه گرفت که قطر هسته‌ی اتم طلا در مقایسه با قطر اتم آن، در حدود $۱۰^۵$ مرتبه کوچک‌تر است .



۲۰۲- گزینه‌ی «۱» با توجه به شکل، اتم مورد نظر در زیر لایه‌ی ۴s دارای یک الکترون است.

به عبارتی، آرایش الکترونی این عنصر به صورت زیر می‌باشد:

$$[_{۱۸}Ar]\,۴s^۱$$

بنابراین، این عنصر در دوره‌ی چهارم و گروه ۱ جدول تناوبی قرار دارد.

۲۰۳- گزینه‌ی «۳» جهت‌گیری اوربیتال‌ها در هر زیرلایه، به مقدار m_l (عدد کوانتومی مغناطیسی) بستگی دارد.

۲۰۴- گزینه‌ی «۴» اتم‌های مربوط به عنصرهای گروه‌های ۲، ۱۳ و ۱۴ در زیر لایه‌ی p لایه‌ی ظرفیت خود، به ترتیب، ۰ و ۱ و ۲ الکترون دارند.

۲۰۵- گزینه‌ی «۳» C فلزی از گروه IIA است و با از دست دادن دو الکترون به آرایش گاز نجیب دوره‌ی قبل می‌رسد.

B نافلزی از گروه VIA است و با گرفتن دو الکترون به آرایش گاز نجیب هم دوره‌ی خود می‌رسد.

$$C:[_{۱۸}Ar]\,۴s^۲ \xrightarrow{-۲e^-} C^{۲+}:[_{۱۸}Ar]$$

$$B:[_{۱۰}Ne]\,۳s^۲\,۳p^۴ \xrightarrow{+۲e^-} B^{۲-}:[_{۱۸}Ar]$$

۲۰۶- گزینه‌ی «۱» در دوره‌های دوم و سوم جدول تناوبی، به طور کلی، با افزایش عدد اتمی عنصرها مقدار انرژی نخستین یونش آن‌ها بیش‌تر می‌شود، با دو استثنا: بعد از عنصر گروه‌های ۲ و ۱۳، انرژی نخستین یونش دچار کاهش می‌شود.

۲۰۷- گزینه‌ی «۲» در جدول تناوبی، بیش‌ترین الکترونگاتیوی به فلوئور (F) و کم‌ترین الکترونگاتیوی به سزیم (Cs) تعلق دارد.

۲۰۸- گزینه‌ی «۴» آرایش یون‌ها در شبکه‌ی بلور یونی به گونه‌ای است که یون‌های ناهمنام کنار هم قرار بگیرند. بنابراین، فاصله‌ی میان یون‌های همنام در مقایسه با فاصله‌ی میان یون‌های ناهمنام بیش‌تر است.

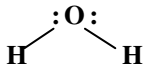
۲۰۹- گزینه‌ی «۱» هیدروژن کلرید، ترکیبی با موکلول‌های قطبی است:

$$\overset{+\delta}{H}-\overset{-\delta}{Cl}$$

با توجه به بیش‌تر بودن الکترونگاتیوی اتم کلر در مقایسه با هیدروژن، ابر الکترونی مشترک بیش‌تر به سمت اتم Cl کشیده شده و موجب ایجاد بار جزئی منفی روی اتم کلر می‌شود و اتم H دارای بار جزئی مثبت می‌شود.

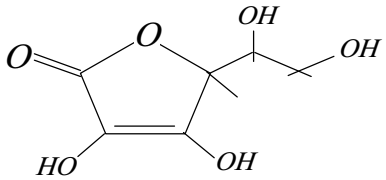
۲۱۰- گزینه‌ی «۴» نام درست ترکیب داده شده عبارت است از : ۳- اتیل- ۲، ۴- دی متیل هگزان

۲۱۱- گزینه‌ی «۴»

H_2O  شکل هندسی: خمیده تعداد قلمرو الکترونی اتم مرکزی: ۴

۲۱۲- گزینه‌ی «۴»

۲۱۳- گزینه‌ی «۳» در سا ختار مولکول آسکوربیک اسید، ۲۲ پیوند کووالانسی وجود دارد.

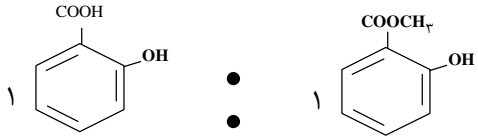


آسکوربیک اسید یا ویتامین ث

۲۱۴- گزینه‌ی «۳» جرم نمونه‌ی سدیم هیدروکسید= جرم نمونه‌ی نیتریک اسید = xg

$$\Rightarrow \frac{\text{تعداد مول } HNO_3}{\text{تعداد مول } NaOH} = \frac{\frac{0/63x}{63}}{\frac{0/80x}{4}} = 0/5$$

۲۱۵- گزینه‌ی «۴»



۰/۵mol xg

بازده : ۹۰%

$$\frac{0/5\times0/90}{1} = \frac{\frac{x}{152}}{1} \Rightarrow x = 68/4g$$

۲۱۶- گزینه‌ی «۲»

$$\underline{2Li_2O_2} + 2CO_2 \rightarrow 2Li_2CO_3 + \underline{O_2}$$

۱۱/۵g xL(STP)

$$\frac{\frac{11/5}{46}}{2} = \frac{\frac{x}{22/4}}{1} \Rightarrow x = 2/8L\ O_2$$

۲۱۷- گزینه‌ی «۴»

$$\underset{۱۶g}{Fe_۲O_۳} + \underset{۱۵g}{۶Na} \rightarrow ۲Fe + \underset{xg}{۳Na_۲O}$$

$$\left.\begin{array}{l} Fe_۲O_۳ \Rightarrow \dfrac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \dfrac{\frac{۱۶}{۱۶۰}}{۱} = ۰/۱ < \dfrac{۵}{۴۶} \\ Na \Rightarrow \dfrac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \dfrac{\frac{۱۵}{۲۳}}{۶} = \dfrac{۵}{۴۶} = \dfrac{۵}{۴۶} \end{array}\right\} \Rightarrow \text{محدودکننده} = Fe_۲O_۳$$

$$\frac{Fe_۲O_۳ \text{ تعداد مول}}{Fe_۲O_۳ \text{ ضریب}} = \frac{Na_۲O \text{ تعداد مول}}{Na_۲O \text{ ضریب}} \Rightarrow \frac{\frac{۱۶}{۱۶۰}}{۱} = \frac{\frac{x}{۶۲}}{۳} \Rightarrow x = ۱۸/۶g$$

۲۱۸- گزینه‌ی «۲» از سوختن هر مول اتین، تعداد مول گاز کم‌تری در مقایسه با سوختن هر مول اتان پدید می‌آید. به همین دلیل، دمای شعله‌ی سوختن اتین بالاتر است. اتین از نظر دمای شعله‌ی سوختن در میان کل هیدروکربن‌های جهان، مقام اول را دارد.

۲۱۹- گزینه‌ی «۱»

عین معادله‌ی اول $\Rightarrow \Delta H = -۳۹۳/۵kJ$

ضرایب معادله‌ی دوم ضرب در ۲ $\Rightarrow \Delta H = ۲(-۲۸۶/۳kJ)$

عکس معادله‌ی سوم $\Rightarrow \Delta H = -(-۸۹۰kJ)$

واکنش خواسته شده : $\Delta H = (-۳۹۳/۵) + (-۵۷۲/۶) + ۸۹۰ = -۷۶/۱kJ$

۲۲۰- گزینه‌ی «۲» در سامانه‌ی منزوی $q = ۰$ می‌باشد، یا به عبارتی، $\Delta H = ۰$ است. پس برای خود به خودی بودن فرایند و منفی بودن ΔG، لازم است $\Delta S > ۰$ باشد.

$$\left.\begin{array}{l} \Delta G = \Delta H - T.\Delta S \\ \Delta H = ۰ \\ \Delta G < ۰ \end{array}\right\} \Rightarrow -T.\Delta S < ۰ \Rightarrow -\Delta S < ۰ \Rightarrow \Delta S > ۰$$

۲۲۱- گزینه‌ی «۳»

$$۲H_۲(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲H_۲O(g)$$

در این واکنش، $\Delta H < ۰$ و $\Delta S < ۰$ است. بنابراین، از دو جمله‌ی مربوط به ΔG، یکی مثبت و دیگری منفی است:

$$\Delta G = \underbrace{\Delta H}_{\text{منفی}} + \underbrace{(-T.\Delta S)}_{\text{مثبت}}$$

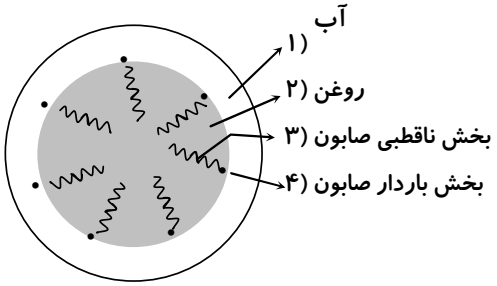
امّا چون این واکنش خیلی گرماده است، مقدار عددی جمله‌ی منفی، خیلی بزرگ است، به طوری که اگر دما خیلی بالا نرود، $|\Delta H| > (-T.\Delta S)$ بوده و $\Delta G < ۰$ و واکنش، خودبه خودی است.

۲۲۲- گزینه‌ی «۱»

$$۰/۵mol\ NaOH = xml \times ۱mol.L^{-۱}Na \times \frac{۱L}{۱۰۰۰mL} \Rightarrow x = ۵۰۰mL$$

$$۰/۵mol\ NaOH = xg\ (\text{محلول}) \times \frac{۱mol\ NaOH}{۱۰۴۰g\ \text{محلول}} \Rightarrow x = ۵۲۰g\ (\text{محلول})$$

۲۲۳- گزینه‌ی «۳»



۲۲۴- گزینه‌ی «۳»

$$۲HCl + Mg \longrightarrow MgCl_۲ + H_۲$$

$$۹۶\times۱۰^{-۳}\,g\,Mg\times\frac{۱mol\ Mg}{۲۴g\ Mg}\times\frac{۲mol\ HCl}{۱mol\ Mg}=۸\,mol\,HCl\ ,\ ۱۰\times۱۰^{-۳}\,L\times\frac{x\ mol}{۱\ Lit}=۸\times۱۰^{-۳}\Rightarrow x=۰/۸$$

$$HCl + KOH \longrightarrow KCl + H_۲O$$

$$۱۰^{-۳}\times۲۰\,L\,HCl\times\frac{۰/۸mol\ HCl}{L\ HCl}=x\ g\,KOH\times\frac{۱mol\ KOH}{۵۶g\ KOH}\Rightarrow x=۸۹۶\,Mg\,KOH$$

۲۲۵- گزینه‌ی «۱» نقطه‌ی جوش حلال خالص در مدت جوشیدن آن، تغییر پیدا نمی‌کند. اما نقطه‌ی جوش محلول در مدت جوشیدن آن، به تدریج بیش‌تر می‌شود. زیرا با تبخیر حلال، غلظت محلول، بیش‌تر می‌شود و هر چه محلول غلیظ‌تر شود، دمای جوش آن بالاتر می‌رود.

۲۲۶- گزینه‌ی «۱»

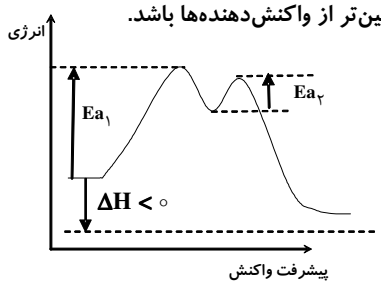
$$۲SO_۳(g) \rightarrow ۲SO_۲(g) + O_۲(g)$$

در نمودار «غلظت – زمان» مربوط به این واکنش، منحنی مربوط به $SO_۳$ نزولی و منحنی‌های به $SO_۲$ و $O_۲$، صعودی می‌باشند.

سرعت نسبی مصرف یا تولید هر یک از مواد با ضریب استوکیومتری آن‌ها نسبت مستقیم دارد. به عنوان مثال، ضریب $SO_۳$ دو برابر ضریب $O_۲$ است. پس $\overline{R}_{SO_۳}$ نیز دو برابر $\overline{R}_{O_۲}$ است.

۲۲۷- گزینه‌ی «۳» مرحله‌ی اول واکنش کندتر است، پس انرژی فعال‌سازی آن بیش‌تر است.

واکنش کلی دارای $\Delta H < ۰$ (گرماده) است، پس سطح انرژی فراورده‌ها باید پایین‌تر از واکنش‌دهنده‌ها باشد.



دو ویژگی ذکر شده فقط در مورد نمودار ارائه شده در گزینه‌ی ۳ صدق می‌کند.

مرحله‌ی ۱ کندتر از مرحله‌ی ۲ $\Rightarrow Ea_۱ > Ea_۲$

۲۲۸- گزینه‌ی «۲»

$$4KNO_3 \xrightarrow{\Delta} 2K_2O + 2N_2 + 5O_2$$

$$N_2 \Rightarrow \Delta t = 5min \ , \ \Delta n = 0/06mol \Rightarrow \bar{R}_{N_2} = \frac{0/06mol}{5min} = 0/012mol.min^{-1}$$

$$\bar{R}_{KNO_3} = \frac{4}{2}\bar{R}_{N_2} \times 0/012 = 0/024mol.min^{-1}$$

$\Rightarrow$ مقدار مصرف KNO_3 در ۵ دقیقه $= 5min \times 0/024mol.min^{-1} = 0/12mol$

$\Rightarrow$ مقدار اولیه‌ی KNO_3 در ۵ دقیقه = مقدار مصرف آن در ۵ دقیقه + مقدار باقی‌مانده‌ی آن

$= 0/12mol + 0/28mol = 0/40mol$

با توجه به ضریب استوکیومتری $\Rightarrow \bar{R}_{O_2} = \frac{5}{2} \times \bar{R}_{N_2} = \frac{5}{2} \times 0/012mol.min^{-1} = 0/03mol.min^{-1}$

$$\Rightarrow \bar{R}_{O_2} = \frac{0/03mol}{60s} = 5 \times 10^{-4} mol.s^{-1}$$

۲۲۹- گزینه‌ی «۴»

$$FeO(s) + CO(g) \rightleftharpoons Fe(s) + CO_2(g)$$

این واکنش یک واکنش تعادلی ناهمگن است که شامل ۳ فاز می‌باشد؛ هر یک از دو ماده‌ی جامد در آن، یک فاز و دو ماده‌ی گازی شکل نیز با همدیگر، یک فاز را تشکیل می‌دهند. در ضمن، به دلیل یکسان بودن تعداد مول‌های گازی در دو سمت معادله‌ی واکنش، تغییر حجم ظرف واکنش در دمای ثابت موجب جابه‌جایی تعادل نمی‌شود.

۲۳۰- گزینه‌ی «۱»

$$4HCl(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2Cl_2(g) + 2H_2O(g)$$

$$K = 1000 = \frac{(0/2)^2 \times (0/2)^2}{[HCl]^4 \times (0/016)} \Rightarrow [HCl] = 0/1$$

لازم به ذکر است که $[H_2O(g)]$ فقط در صورتی الزاماً با $[Cl_2(g)]$ برابر است که واکنش با وارد کردن صرفاً واکنش‌دهنده‌ها در ظرف واکنش، انجام گرفته و به تعادل رسیده باشد.

۲۳۱- گزینه‌ی «۳» با قرار دادن مقادیر ارائه شده در ردیف ۳ در رابطه‌ی ثابت تعادل، مقدار K برابر ۳/۲ می‌شود:

$$K = \frac{(0/4)^2}{(0/5)^2(0/2)} = 3/2$$

۲۳۲- گزینه‌ی «۴» هر چه قدرت باز بیش‌تر باشد، K_b آن بیش‌تر و pK_b آن، کم‌تر است.

قدرت بازی : متیل آمین > آمونیاک

pK_b : متیل آمین < آمونیاک

۲۳۳- گزینه‌ی «۴»

$\alpha = 2 \times 10^{-4} \qquad pH = 5/7$

در محلول اسید یک ظرفیتی : $\alpha.M = 10^{-pH}$

$$2 \times 10^{-4} \times M = 10^{-5/7} \Rightarrow M \approx 0/01mol.L^{-1}$$

۲۳۴- گزینه‌ی «۲» اکسنده، الکترون می‌گیرد، کاهش می‌یابد و طرف خود را اکسید می‌کند. کاهنده، الکترون می‌دهد، اکسید می‌شود و طرف خود را کاهش می‌دهد.

۲۳۵- گزینه‌ی «۲» شکل ارائه شده، به پالایش الکتریکی یا پالایش الکتروشیمیایی مس ناخالص مربوط است و ربطی به آبکاری با مس ندارد.