

ریاضیات

سراسری خارج از کشور - ریاضی ۸۷

۱۰۱- گزینهی «۱»

برای این که از هر چهار ناحیه‌ی محورهای مختصات بگذرد، باید تابع دو ریشه داشته باشد و حاصلضرب ریشه‌ها منفی باشد.

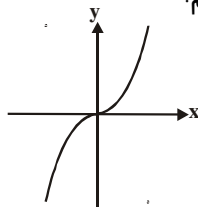
$$y = (m+2)x^2 - 2x + 1 \xrightarrow{\Delta > 0} 4 - 4(m+2)(1) > 0 \Rightarrow m < -1 \quad (1)$$

$$\text{حاصلضرب ریشه‌ها: } \frac{C}{a} < 0 \Rightarrow \frac{1}{m+2} < 0 \Rightarrow m < -2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} m < -2$$

۱۰۲- گزینهی «۱»

برای بررسی یک‌به‌یک و پوشا بودن تابع f ابتدا نمودار آن را رسم می‌کنیم، داریم:



با توجه به نمودار تابع در مجموعه‌ی اعداد حقیقی یک‌به‌یک و پوشاست.

۱۰۳- گزینهی «۳»

$$x = 8 \log_6 \sqrt[3]{8} = 8 \log_6 8^{\frac{1}{3}} = 4 \log_6 8^{\frac{2}{3}} = 4 \times \frac{2}{3} \log_6 8 = 6$$

$$\Rightarrow \log_x^{f(x+3)} = \log_6^{36} = 2$$

۱۰۴- گزینهی «۴»

$$a_1, a_5, a_{11} \Rightarrow a_1, a_1 + 4d, a_1 + 10d$$

می‌دانیم در یک تصاعد هندسی، رابطه‌ی سه جمله‌ی متوالی a و b و c به صورت $b^2 = ac$ است.

$$\Rightarrow (a_1 + 4d)^2 = a_1(a_1 + 10d) = a_1^2 + 10a_1d + 8a_1d = a_1^2 + 18a_1d$$

$$\Rightarrow 16d^2 = 18a_1d \Rightarrow a_1 = 8d \Rightarrow q = \frac{a_1 + 4d}{a_1} = \frac{8d + 4d}{8d} = \frac{3}{2}$$

۱۰۵- گزینهی «۲»

$$x = 2: \text{ریشه} \Rightarrow 2(4a - 2 - 5) = 2 \Rightarrow a = 2$$

$$x(ax^2 - x - 5) = 2 \Rightarrow 2x^3 - x^2 - 5x - 2 = (x-2)(2x^2 + 3x + 1)$$

بنابراین مجموع دو ریشه‌ی دیگر برابر مجموع ریشه‌های معادله‌ی $2x^2 + 3x + 1 = 0$ است که برابر $-\frac{3}{2}$ است.

۱۰۶- گزینهی «۳»

$$\frac{\sqrt{1 + \sin 5^\circ}}{\sin 5^\circ + \sin 1^\circ} = \frac{\sqrt{\sin 9^\circ + \sin 5^\circ}}{\sin 5^\circ + \sin 1^\circ} = \frac{\sqrt{2 \sin 7^\circ \cos 2^\circ}}{2 \sin 3^\circ \cos 2^\circ} \xrightarrow{\sin 7^\circ = \cos 2^\circ} \frac{\sqrt{2 \cos^2 2^\circ}}{\cos 2^\circ} = \sqrt{2}$$

۱۰۷- گزینهی «۳»

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\cos x}{1 - \sin x} \times \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\cos x(1 + \sin x)}{1 - \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\cos x(1 + \sin x)}{\cos^2 x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1 + \sin x}{\cos x} = \frac{2}{0^-} = -\infty$$

۱۰۸- گزینهی «۲»

برای این که تابع f در R پیوسته باشد، کافی است در $x = -1$ پیوسته باشد، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2 - \sqrt{3-x}}{x+1} \xrightarrow{\text{گویا کردن}} \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{4 - 3 + x}{(x+1)(2 + \sqrt{3-x})} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{1+x}{(1+x)(2 + \sqrt{3-x})}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{1}{2 + \sqrt{3-x}} = \frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} ax + 1 = -a + 1 = f(-1) \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} -a + 1 = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

۱۰۹- گزینهی «۱»

$$(g \circ f)(x) = 0 \Rightarrow \sin(\pi \cos x) = 0 \Rightarrow \pi \cos x = k\pi$$

$$\Rightarrow \cos x = k \Rightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases} \xrightarrow{x \in (0, \pi)} x = \frac{\pi}{2} \quad \text{طول نقطه‌ی تلاقی با محور } x \text{ ها:}$$

$$(g \circ f)'(x) = f'(x) \cdot g'(f(x)) = (-\sin x) \times \pi \cos(\pi \cos x)$$

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ در } \text{شیب خط مماس در } (f \circ g)'(\frac{\pi}{2}) = (-\sin \frac{\pi}{2}) \times \pi \cos(\pi \cos \frac{\pi}{2}) = -1 \times \pi \cos 0 = -\pi$$

۱۱۰- گزینهی «۴»

$$y = \frac{2x-1}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{3}{(x+1)^2}$$

$$x = \alpha \text{ در } \text{شیب خط مماس: } y'(\alpha) = \frac{3}{(\alpha+1)^2}, A(\alpha, \frac{2\alpha-1}{\alpha+1})$$

$$x = \alpha \text{ در } \text{معادله‌ی خط مماس: } y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - \frac{2\alpha-1}{\alpha+1} = \frac{3}{(\alpha+1)^2}(x - \alpha)$$

$$\xrightarrow{(-1, 0) \in \text{خط}} -\frac{2\alpha-1}{\alpha+1} = \frac{3}{(\alpha+1)^2}(-1-\alpha) \Rightarrow \frac{2\alpha-1}{\alpha+1} = \frac{3}{\alpha+1} \Rightarrow \alpha = 2$$

۱۱۱- گزینهی «۳»

با کمک تبدیل روابط ضرب به جمع داریم:

$$2 \sin x \cos 3x = 2(\frac{1}{2}[\sin(x+3x) + \sin(x-3x)]) = \sin 4x + \sin(-2x) = \sin 4x - \sin 2x$$

$$\Rightarrow 2 \sin x \cos 3x = 1 + \cos(\frac{\pi}{2} + 2x) \Rightarrow \sin 4x - \sin 2x = 1 - \sin 2x$$

$$\Rightarrow \sin 4x = 1 \Rightarrow 4x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

۱۱۲-گزینه ۴»

نقطه‌ی $A(x, y)$ را روی منحنی در نظر می‌گیریم و رابطه‌ی مربوط به فاصله‌ی نقطه‌ی A را از نقطه‌ی $B(4, 0)$ می‌نویسیم:

$$|BA| = d = \sqrt{(x-4)^2 + (y-0)^2} \stackrel{y=\sqrt{2x+9}}{=} \sqrt{x^2 - 8x + 16 + 2x + 9}$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{x^2 - 6x + 25} \Rightarrow d'_x = \frac{2x-6}{2\sqrt{x^2-6x+25}} = 0 \Rightarrow x=3$$

$$\Rightarrow \text{Min}(d) = \sqrt{(3)^2 - 6(3) + 25} = \sqrt{9 - 18 + 25} = \sqrt{16} = 4$$

۱۱۳-گزینه ۲»

$$\sum_{n=1}^{24} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n^2+n}} = \sum_{n=1}^{24} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n}\sqrt{n+1}} = \sum_{n=1}^{24} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right)$$

قاعده‌ی تلسکوپی $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = 0.8$

۱۱۴-گزینه ۲»

$$a_n = \frac{4n-3}{n+2} = \frac{4n+8-11}{n+2} = 4 - \frac{11}{n+2}$$

$$f(a_n) = \frac{[4 - \frac{11}{n+2}] - 3}{4 - \frac{11}{n+2} - 4} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3-3}{-11} = \frac{\text{صفر مطلق}}{\text{صفر حدی}} = 0$$

راه‌حل دوم: با توجه به دنباله‌ی $\{a_n\}$ وقتی $n \rightarrow +\infty$ ، دنباله‌ی $\{a_n\}$ با مقادیر کمتر از ۴ به ۴ نزدیک می‌شود بنابراین داریم:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(a_n) = \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \frac{[4^-] - 3}{4^- - 4} = \frac{3-3}{0^-} = 0$$

۱۱۵-گزینه ۲»

$$f(x) = 2x - 1 + \sqrt{ax^2 + bx} \underset{x \rightarrow \infty}{\sim} 2x - 1 + \sqrt{a} \left| x + \frac{b}{2a} \right|$$

چون تابع مجانب افقی دارد بنابراین $a = 4$ است، زیرا در غیر این صورت تابع دو مایل خواهد داشت، همچنین دقت شود مجانب افقی زمانی حاصل می‌شود که $x \rightarrow -\infty$ بنابراین

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2x - 1 + 2\left(x + \frac{b}{4}\right) = -1 - \frac{b}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{-b}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow b = -5$$

۱۱۶-گزینه ۳»

$$\text{گزینه ۱: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^3} - 0}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x} : \text{وجود ندارد.} \end{cases}$$

$$\text{گزینه ۲: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x^2} - 0}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \infty$$

$$\text{گزینه ۳: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x\sqrt{x^2} - 0}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} |x| = 0$$

$$\text{گزینه ۴: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x[x] - 0}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} [x] \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} [x] = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} [x] = 1 \end{cases}$$

۱۱۷-گزینه ی «۲»

شیب خط مماس بر نمودار f^{-1} در نقطه ی (α, β) برابر است با:

$$m = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow (f^{-1})'(\alpha) = \frac{1}{f'(\beta)} = \frac{1}{2} \quad (*)$$

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{x^2} \Rightarrow f'(\beta) = 1 + \frac{1}{\beta^2}$$

$$(*) \Rightarrow \frac{1}{1 + \frac{1}{\beta^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta = \pm 1 \xrightarrow[\text{با توجه به دامنه ی } f]{\beta > 0} \beta = 1 \Rightarrow \alpha = 0$$

بنابراین نقطه ی $(0, 1)$ روی خط قرار دارد، داریم:

$$2(1) - 0 = a \Rightarrow a = 2$$

تذکر: دقت شود اگر (α, β) روی تابع f^{-1} باشد، آن گاه نقطه ی (β, α) روی f خواهد بود.

۱۱۸-گزینه ی «۴»

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - x; & 1 \leq x \leq 2 \\ -2 \leq x \leq -1 \\ -x^3 + x; & -1 < x < 1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 3x^2 - 1; & 1 < x < 2 \\ -2 < x < -1 \\ -3x^2 + 1; & -1 < x < 1 \end{cases}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

تابع در نقطه به طول های $\{-2, -1, -\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}, 1, 2\}$ دارای نقطه ی بحرانی است.

نقاط $x = \pm 1$ نقاط مشتق ناپذیری تابع، نقاط $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$ نقاطی هستند که مشتق صفر است و نقاط $x = \pm 2$ نقاط ابتدا و انتهای بازه

هستند.

۱۱۹-گزینه ی «۱»

با توجه به نمودار و ضابطه ها تابع در $x = 1$ دارای نقطه ی عطف است بنابراین گزینه های «۳» و «۴» حذف می شوند و هم چنین وقتی

$x \rightarrow \pm \infty$ داریم: $f(x) \rightarrow -\infty$ بنابراین گزینه ی «۲» نیز رد می شود.

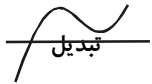
۱۲۰-گزینه ی «۴»

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{1 - \cos \pi x}{x - \frac{1}{2}\sqrt{x} + \frac{1}{2}} \xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\pi \sin \pi x}{1 - \frac{1}{2\sqrt{x}}} \xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\pi^2 \cos \pi x}{-2(-\frac{1}{2\sqrt{x}^3})}$$

$$= \frac{\pi^2}{-2(-\frac{1}{2 \times 8})} = \frac{\pi^2}{\frac{1}{8}} = 8\pi^2$$

۱۲۱-گزینه ی «۲»

$$f'(x) = 3x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 & : \text{طول می نیمم نسبی} \\ x = -\frac{1}{3} & : \text{طول ماکزیمم نسبی} \end{cases}$$



برای این که تابع f یک ریشه ی حقیقی منفی داشته باشد باید عرض نقطه ی می نیمم مثبت باشد تا نمودار به صورت

شود بنابراین داریم:

$$f(1) > 0 \Rightarrow 1 - 1 - 1 + a > 0 \Rightarrow a > 1$$

۱۲۲-گزینه ی «۲»

$$\Delta x = \frac{1-0}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\text{مجموع ریمان پایین} = L_4(f) = \Delta x(f(0) + f(\frac{1}{4}) + f(\frac{2}{4}) + f(\frac{3}{4}))$$

$$\Rightarrow L_4(f) = \frac{1}{4}(0 + \frac{1}{16} + \frac{1}{4} + \frac{9}{16}) = \frac{14}{64}$$

$$\text{مجموع ریمان بالا} = U_4(f) = \Delta x(f(\frac{1}{4}) + f(\frac{2}{4}) + f(\frac{3}{4}) + f(1))$$

$$\Rightarrow u_4(f) = \frac{1}{4}(\frac{1}{16} + \frac{1}{4} + \frac{9}{16} + 1) = \frac{30}{64}$$

$$\Rightarrow \text{میانگین} = \frac{\frac{14}{64} + \frac{30}{64}}{2} = \frac{44}{128} = \frac{11}{32}$$

۱۲۳-گزینه ی «۳»

$$\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \underbrace{|\operatorname{tg} x| \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}}_{\text{زوج}} dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{3}} |\operatorname{tg} x| \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} dx$$

$$\frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx = 2 \left(\frac{1}{\cos x} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = 2 \left(\frac{1}{\frac{1}{2}} - \frac{1}{1} \right) = 2(2 - 1) = 2$$

۱۲۴-گزینه ی «۴»

$$\int \frac{3x}{\sqrt{x-1}} dx = \int \frac{3x-3+3}{\sqrt{x-1}} dx = \int \frac{3(x-1)}{\sqrt{x-1}} dx + \int \frac{3}{\sqrt{x-1}} dx$$

$$\int 3\sqrt{x-1} dx + \int \frac{3}{\sqrt{x-1}} dx = \frac{3(x-1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + 3 \frac{(x-1)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C$$

$$= 2(x-1)\sqrt{x-1} + 6\sqrt{x-1} + C = \sqrt{x-1}(2x+4) + C \Rightarrow f(x) = 2x+4$$

۱۲۵- گزینهی «۲»

می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطه‌ی دلخواه درون یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a برابر مقدار ثابت $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ است. پس مجموع

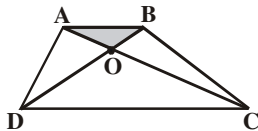
فواصل مرکز مربع از اضلاع مثلث مورد نظر به ضلع $\sqrt{3}$ برابر است با $\frac{3}{2}(\sqrt{3}) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

۱۲۶- گزینهی «۳»

مساحت مثلث AOB را برابر m در نظر می‌گیریم، داریم:

$$\Delta AOB \sim \Delta COD \Rightarrow \frac{S_{COD}}{S_{AOB}} = \left(\frac{CD}{AB}\right)^2 = 4 \Rightarrow S_{COD} = 4m$$

$$\text{همچنین: } \frac{S_{AOD}}{S_{AOB}} = \frac{OD}{OB} = \frac{CD}{OB} = 2 \Rightarrow S_{AOD} = 2m$$



$$S_{BOC} = S_{AOD} \Rightarrow S_{BOC} = 2m$$

$$S_{ABCD} = S_{AOB} + S_{AOD} + S_{COD} + S_{BOC} = 9m$$

پس داریم:

$$\frac{S_{ABCD}}{S_{AOB}} = 9$$

۱۲۷- گزینهی «۱»

مطابق شکل داریم:

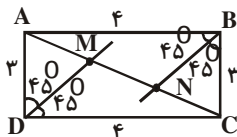
$$\frac{AM}{BP} = \frac{OA}{OB} \Rightarrow \frac{AM}{2} = \frac{4}{5} \Rightarrow AM = \frac{8}{5}$$

مساحت ناحیه‌ی هاشورخورده برابر است با:

$$\pi AN^2 - \pi AM^2 = \pi(2^2 - (\frac{8}{5})^2) = \pi(4 - \frac{64}{25}) = \pi(\frac{36}{25}) = \frac{36\pi}{25} = \frac{1}{44}\pi$$

۱۲۸- گزینهی «۲»

$$\Delta ABC: \text{نیمساز } BN \Rightarrow \frac{AN}{NC} = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{3} \Rightarrow NC = \frac{3}{7}AC$$

به طریق مشابه $AM = \frac{3}{7}AC$ را و در نتیجه:

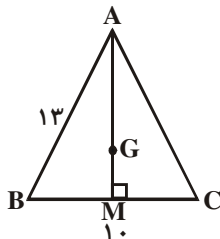
$$MN = \frac{1}{7}AC = \frac{1}{7}\sqrt{4^2 + 3^2} = \frac{5}{7}$$

۱۲۹- گزینهی «۳»

این مثلث متساوی‌الساقین است و میانه وارد بر قاعده، ارتفاع نیز است.

G مرکز ثقل مثلث است که میانه‌ی AM به نسبت ۲ به ۱ تقسیم

می‌کند. داریم:



$$\begin{cases} AG = \frac{2}{3}AM \\ AM = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \end{cases} \Rightarrow AG = \frac{2}{3} \times 12 = 8$$

۱۳۰- گزینهی «۱»

$$PD^2 = PA.PB$$

طبق روابط طولی داریم:

چون $PC' = PC = PD$ شعاع دایره هستند، پس:

$$PC^2 = PC'^2 = PD^2 = PA.PB$$

پس طبق عکس روابط طولی نتیجه می‌شود که دایره‌ای که از A و B گذشته و بر خط Δ مماس می‌شود، نقاط تماسش با خط Δ همان

نقاط C یا C' است.

۱۳۱- گزینهی «۳»

$$A \begin{vmatrix} 3 \\ 1 \end{vmatrix}, B \begin{vmatrix} -1 \\ 5 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} M = \frac{A+B}{2} = (1, 3) \\ m_{AB} = \frac{5-1}{-1-3} = \frac{4}{-4} = -1 \Rightarrow AB \text{ شیب خط عمود بر } AB: m' = 1 \end{cases}$$

پس معادله‌ی محور بازتاب به صورت روبه‌رو به‌دست می‌آید:

در بین گزینه‌ها نقطه‌ی $(2, 7)$ قابل قبول است، زیرا عمودمنصف پاره‌خط واصل بین آن و نقطه‌ی $(5, 4)$ همان خط $y = x + 2$ (محور بازتاب) است.

۱۳۲- گزینهی «۴»

چنانچه سه صفحه‌ی موردنظر موازی و غیرممتنع باشند، گزینهی «۱» به‌دست آورید.

چنانچه سه صفحه‌ی موردنظر در خط δ مشترک باشند و به بیان دیگر حول δ لولا شوند، گزینهی «۲» به‌دست می‌آید.

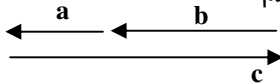
چنانچه سه صفحه‌ی موردنظر دوجه‌دو متقاطع بوده و همگی در یک خط مشترک نباشند، گزینهی «۳» به‌دست می‌آید.

۱۳۳- گزینهی «۱»

$$\begin{aligned} a'' &= 2\left(\frac{a \cdot b}{|b|^2} b\right) - a = 2\left(\frac{-2 + 0 - 1}{6}\right)(1, 2, -1) - (-2, 0, 1) \\ &= (-1, -2, 1) - (-2, 0, 1) = (1, -2, 0) \end{aligned}$$

۱۳۴- گزینهی «۱»

با توجه به اندازه‌های سه بردار و رابطه‌ی $a + b + c = 0$ ، شکل زیر به‌دست می‌آید که در آن صورت داریم:



$$\begin{aligned} a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a &= 3 \times 4 \times (+1) + 4 \times 7 \times (-1) + 3 \times 7 \times (-1) \\ &= 12 - 28 - 21 = -37 \end{aligned}$$

۱۳۵- گزینهی «۲»

مبدأ مختصات روی این خط قرار دارد پس فاصله‌ی A از این خط به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$h = \frac{|\vec{OA} \times \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \frac{|(1, 2, 0) \times (1, 1, 1)|}{|(1, 1, 1)|} = \frac{|(2, -1, -1)|}{|(1, 1, 1)|} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{2}$$

۱۳۶- گزینهی «۴»

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = z+1 \Rightarrow M = (1, 0, -1)$$

$$A = (0, 2, -3)$$

$$\vec{n_P} = \vec{AM} \times \vec{u_d} = (1, -2, 2) \times (2, -2, 1) = (2, 3, 2)$$

$$2(x-0) + 3(y-2) + 2(z+3) = 0 \Rightarrow 2x + 3y + 2z = 0$$

۱۳۷-گزینه ی «۳»

$$x^2 + y^2 + 4\sqrt{6}y + b = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز: } O_1 = (0, -2\sqrt{6}) \\ \text{شعاع: } R_1 = \frac{1}{2}\sqrt{0+96-4b} = \sqrt{24-b} \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز: } O_2 = (1, 0) \\ \text{شعاع: } R_2 = \frac{1}{2}\sqrt{4+0-4(-3)} = 2 \end{cases}$$

شرط مماس خارج بودن آن است که:

$$O_1O_2 = R_1 + R_2 \Rightarrow \sqrt{1+4 \times 6} = \sqrt{24-b} + 2 \Rightarrow \sqrt{24-b} + 2 = 5 \Rightarrow \sqrt{24-b} = 3 \Rightarrow b = 15$$

۱۳۸-گزینه ی «۳»

هذلولی باید قائم باشد تا هر یک از دوشاخه ی هذلولی محور yها را در یک نقطه قطع کند.

$$x^2 + ax - 4y^2 + 4 = 0 \Rightarrow (x + \frac{a}{2})^2 - 4y^2 = \frac{a^2}{4} - 4 \xrightarrow{\text{قائم}} \frac{a^2}{4} - 4 < 0$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{4} < 4 \Rightarrow a^2 < 16 \Rightarrow |a| < 4$$

۱۳۹-گزینه ی «۱»

$$M = \frac{1}{2}(A + A^t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{ساروس}} |M| = 1+4+4-(16+1+1) = 9-18 = -9$$

۱۴۰-گزینه ی «۴»

باید حتماً دترمینان ضرایب صفر شود، پس:

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & a \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 6-2+a-(4a-3+1) = 0 \Rightarrow 6-3a = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$\begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ x + 2y + z = 1 \\ 2x + y + 3z = b \end{cases}$$

معادلات به صورت روبه رو تبدیل می شود:

چنانچه طرفین چپ دو معادله ی اول را با هم جمع کنیم، طرف چپ معادله ی سوم به دست خواهد آمد که در آن صورت حتماً باید $b \neq 1$

باشد تا معادله فاقد جواب باشد.

۱۴۱-گزینه ی «۳»

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} \Rightarrow 22 + 3a = \frac{32 + 76 + 132 + 75 + 140}{20} = \frac{455}{20} = \frac{91}{4}$$

$$\Rightarrow 88 + 12a = 91 \Rightarrow a = \frac{1}{4} = 0.25$$

۱۴۲-گزینه ی «۴»

$$\frac{\sum_{i=1}^{26} (x_i - \bar{x})^2}{26} = \delta^2 \xrightarrow{\delta=2} \sum_{i=1}^{26} (x_i - \bar{x})^2 = 26 \times 4 = 104$$

اگر یکی از داده‌ها که با میانگین برابر است را حذف کنیم (مثلاً داده‌ی آخر) در آن صورت داریم: (میانگین تغییری نمی‌کند).

$$\sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})^2 = 104 \Rightarrow \delta'^2 = \frac{\sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})^2}{25} = \frac{104}{25} = 4.16$$

۱۴۳-گزینه ی «۲»

$$A_1 = \{m \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq m \leq 7\} = \{-1, \dots, 7\}$$

$$A_7 = \{-2, \dots, 6\}, \dots, A_8 = \{-8, \dots, 0\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bigcup_{i=1}^8 A_i = \{-8, \dots, 7\} \\ \bigcap_{i=1}^8 A_i = \{-1, 0\} \end{cases}$$

مجموعه ی $\bigcup_{i=1}^8 A_i$ ، ۱۶ عضو دارد که اگر دو عضو ۰ و -۱ را از آن‌ها حذف کنیم، ۱۴ عضو باقی می‌ماند.

۱۴۴-گزینه ی «۱»

مثال نقض گزینه (۲): $A = \{1, 2\}$ و $B = \{2, 3\}$ و $C = \{2\}$

مثال نقض گزینه‌های (۳) و (۴): $A = \{1\}$ و $B = \{2\}$ و $C = \{1, 2\}$

۱۴۵-گزینه ی «۴»

$$a=1 \Rightarrow b=1$$

$$a=2 \Rightarrow b=1$$

$$a=3 \Rightarrow b=1 \text{ و } 2$$

$$a=4 \Rightarrow b=1 \text{ و } 2$$

$$a=5 \Rightarrow b=1 \text{ و } 2$$

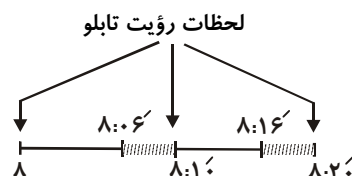
$$a=6 \Rightarrow b=1 \text{ و } 2 \text{ و } 3$$

با توجه به مقادیر روبه‌رو، رابطه‌ی R دارای ۱۱ عضو است.

۱۴۶-گزینه ی «۳»

$$P(A) = \frac{\binom{5}{2} \binom{3}{1}}{\binom{8}{3}} = \frac{10 \times 3}{56} = \frac{15}{28}$$

۱۴۷-گزینه ی «۲»

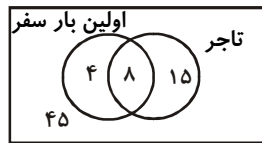


فرد موردنظر باید در یکی از بازه‌های زمانی که هاشورخورده است مقابل تابلو قرار گیرد تا کمتر از ۴ دقیقه رؤیت تابلو معطل شود، پس:

$$P(A) = \frac{2 \times 4}{20} = \frac{2}{5}$$

۱۴۸-گزینه ۳»

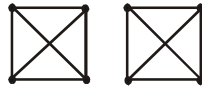
مطابق فرض سؤال، نمودار ون روبه‌رو رسم می‌شود که با توجه به آن، ۴۵ نفر از مسافران هتل نه تاجر هستند و نه برای اولین بار سفر کرده‌اند. پس:



$$P(A) = \frac{45}{72} = \frac{5}{8}$$

۱۴۹-گزینه ۴»

نمودار گراف موردنظر حتماً به صورت روبه‌رو است که در هر بخش ۳ دور به طول ۴ وجود دارد، پس این گراف در مجموع ۶ دور به طول ۴ دارد.



۱۵۰-گزینه ۴»

$$\overline{5abb6}^{11} \Rightarrow 6 - b + b - a + 5 \equiv 0 \Rightarrow 11 - a \equiv 0 \Rightarrow a = 0$$

$$\overline{5abb6}^9 \Rightarrow 5 + a + b + b + 6 \equiv 0 \xrightarrow{a=0} 11 + 2b \equiv 0 \Rightarrow 2b \equiv -11$$

$$\Rightarrow 2b \equiv -2 \Rightarrow b \equiv -1 \equiv 8 \Rightarrow b = 8$$

۱۵۱-گزینه ۴»

$$(4n+7, 5n+9) = d \Rightarrow \begin{cases} d \mid 4n+7 \\ d \mid 5n+9 \end{cases} \Rightarrow d \mid 5(4n+7) - 4(5n+9) \Rightarrow d \mid -1 \Rightarrow d = 1$$

پس به ازای تمامی مقادیر $1 \leq n \leq 50$ ، ب.م.م این دو عدد برابر ۱ است.

۱۵۲-گزینه ۲»

$$25x + 12y = 1110 \xrightarrow{\text{پیمانه ۱۲}} 25x \equiv 1110 \Rightarrow x \equiv 1110 \Rightarrow x \equiv 6 \Rightarrow x = 12k + 6$$

$$25(12k + 6) + 12y = 1110 \Rightarrow y = 80 - 25k$$

$$x, y \in \mathbb{N} \Rightarrow 0 \leq k \leq 3 \Rightarrow \text{زوج جواب ۴}$$

۱۵۳-گزینه ۱»

(b, c) عضو ROR نیست زیرا در آن صورت باید دو عضو (b, x) و (x, c) هم‌زمان عضو R باشند که اینطور نیست.

۱۵۴-گزینه ۳»

زمانی مجموع دو عدد صحیح فرد است که یکی از آن‌ها زوج و دیگری فرد باشد. پس:

$$P(A) = \frac{\binom{3}{1} \binom{2}{1}}{\binom{5}{2}} = \frac{3 \times 2}{10} = 0.6$$

۱۵۵-گزینه ۱»

$$\sum_{i=1}^5 P(X=i) = 1 \Rightarrow \frac{2}{a} + \frac{6}{a} + \frac{12}{a} + \frac{20}{a} + \frac{30}{a} = 1 \Rightarrow a = 70$$

$$P(X=5) = \frac{5(5+1)}{70} = \frac{30}{70} = \frac{3}{7}$$

فیزیک

سراسری خارج از کشور - ریاضی ۸۷

۱۵۶- گزینهی «۳»

ابتدا با مشتق گرفتن از مؤلفه‌های بردار مکان، مؤلفه‌های بردار سرعت جسم را به دست می‌آوریم و لحظه‌ای که سرعت متحرک به $20 \frac{m}{s}$

می‌رسد را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} x = 3t^2 \Rightarrow V_x = 6t \\ y = 4t^2 \Rightarrow V_y = 8t \end{cases} \xrightarrow{v=20 \frac{m}{s}} \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 20 \Rightarrow \sqrt{(6t)^2 + (8t)^2} = 20 \Rightarrow t = 2s$$

حال برای محاسبه‌ی فاصله‌ی متحرک در لحظه‌ی $t = 2s$ از مبدأ مکان می‌توان نوشت:

$$t = 2s \Rightarrow \vec{r} = (3 \times 2^2)\vec{i} + (4 \times 2^2)\vec{j} \Rightarrow \vec{r} = 12\vec{i} + 16\vec{j} \Rightarrow |\vec{r}| = \sqrt{12^2 + 16^2} \Rightarrow |\vec{r}| = 20m$$

۱۵۷- گزینهی «۴»

در بازه‌ی زمانی 0 تا $5s$ ، شتاب متحرک همواره مثبت است و سرعت اولیه‌ی آن منفی می‌باشد، لذا از لحظه‌ی 0 تا $t = 1/84s$ سرعت

متحرک در خلاف جهت محور x ها و شتاب آن در جهت مثبت محور x هاست و حرکت آن کندشونده می‌باشد. همچنین در بازه‌ی زمانی

$t = 1/84s$ تا $5s$ سرعت و شتاب متحرک هر دو در جهت محور x ها می‌باشد و حرکت متحرک تندشونده است.

۱۵۸- گزینهی «۴»

$$\frac{1}{2}g(t+1)^2 = \frac{1}{2}gt^2 + 12/25t \xrightarrow{g=9/8} 9/8t + 4/9 = 12/25t \Rightarrow t = 2s$$

$$h = \frac{1}{2}g(t+1)^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \times 9/8 \times (2+1)^2 = 44/1m$$

۱۵۹- گزینهی «۲»

$$V_y = -gt + V_{oy} \Rightarrow 0 = -10 \times 2 + V_{oy} \Rightarrow V_{oy} = 20 \frac{m}{s}$$

$$V = \sqrt{V_{ox}^2 + V_{oy}^2} \Rightarrow V = \sqrt{15^2 + 20^2} \Rightarrow V = 25 \frac{m}{s}$$

۱۶۰- گزینهی «۳»

$$F - mgu = ma \Rightarrow 20 - 4 \times 10 \times 0.3 = 4a \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

قبل از پاره شدن نخ:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 3^2 = 9m$$

$$-mgu = ma' \Rightarrow a' = -ug \Rightarrow a' = -3 \frac{m}{s^2}$$

پس از پاره شدن نخ:

$$V^2 - V_0^2 = 2a'\Delta x_2 \Rightarrow 0^2 - 6^2 = -2 \times 3 \times \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 6m$$

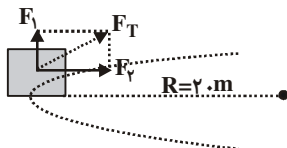
$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = 15m$$

۱۶۱- گزینهی «۴»

شرط $a.V$ با توجه به معادله‌ی اندازه‌ی حرکت به صورت $F.P$ نوشته می‌شود و مطابق جدول زیر نوع حرکت متحرک در لحظه‌های ۰ تا ۱s تندشونده و در لحظه‌های ۱s تا ۳s کندشونده خواهد بود.

	۰	$t = 1$	$t = 3$
$P = t^2 - 2t - 3$	-	-	+
$F = \frac{dP}{dt} = 2t - 2$	-	+	+
$F.P$	+	-	+
نوع حرکت		تند	کند

۱۶۲- گزینهی «۴»

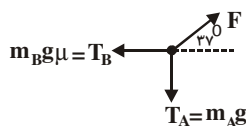


بر دوچرخه‌سوار نیروی مرکز گرای F_P برای ادامه‌ی حرکت دایره‌ای و نیروی رو به بالای F_1 جهت خنثی‌شدن نیروی وزن آن وارد می‌شود و می‌توان نوشت:

$$F_1 = mg = 80 \times 10 = 800 \text{ N} \quad F_P = m \frac{V^2}{R} = 80 \times \frac{10^2}{20} = 400 \text{ N}$$

$$\Rightarrow F_T = \sqrt{F_1^2 + F_P^2} \Rightarrow F_T = \sqrt{800^2 + 400^2} \Rightarrow F_T = 400\sqrt{5} \text{ N}$$

۱۶۳- گزینهی «۲»

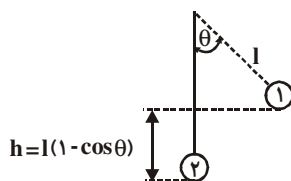


$$\frac{T_A}{\sin(18^\circ - 37^\circ)} = \frac{T_B}{\sin(18^\circ - 53^\circ)} \Rightarrow \frac{T_A}{\sin 37^\circ} = \frac{T_B}{\sin 53^\circ} \Rightarrow T_A = \frac{3}{4} T_B$$

$$T_B = m_B g \mu = 60 \times 10 / 5 = 30 \text{ N} \Rightarrow T_A = \frac{3}{4} \times 30 = 22.5 \text{ N} \Rightarrow W_A = 22.5 \text{ N}$$

۱۶۴- گزینهی «۳»

مطابق شکل، تغییر ارتفاع جسم از پایین‌ترین نقطه تا بالاترین نقطه‌ی مسیر برابر $h = l(1 - \cos \theta)$ است، بنابراین می‌توان نوشت:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2} m V^2 \Rightarrow gl(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2} V^2$$

$$\Rightarrow 10 \times 1 / 6 \times (1 - \cos \theta) = \frac{1}{2} \times 4^2 \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

۱۶۵- گزینهی «۳»

$$Q = K \frac{At \Delta \theta}{L} \Rightarrow Q = 1 \times \frac{1/5 \times 1/5 \times 60 \times 20}{5 \times 10^{-3}} \Rightarrow Q = 54000 \text{ J} \Rightarrow Q = 54 \text{ kJ}$$

۱۶۶- گزینهی «۴»

$$Q_1 = mL_F = 33600 \text{ J} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_1 + Q_2} = \frac{336}{336 + 84} = 0.8$$

$$Q_2 = mC \Delta \theta = 84000 \text{ J}$$

بنابراین ۸۰٪ گرمای داده شده به یخ صرف ذوب آن شده است.

۱۶۷-گزینه‌ی «۱»

$$P_2 = P_1 + \frac{25}{100} P_1 = 1/25 P_1, \quad V_2 = V_1 - 0/36 V_1 = 0/64 V_1$$

بنابر قانون گازها می‌توان نوشت:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{1/25 P_1 \times 0/64 V_1}{T_2} \Rightarrow T_2 = 0/8 T_1 \Rightarrow T_2 = T_1 - 0/2 T_1$$

$$\Rightarrow \Delta T = -0/2 T_1$$

بنابراین دمای مطلق گاز ۲۰٪ مقدار اولیه کاهش یافته‌است.

۱۶۸-گزینه‌ی «۱»

چون ماشین گرمایی با چرخه‌ی کارنو کار می‌کند، اندازه‌ی گرماهایی که با چشمه‌های سرد و گرم مبادله می‌کند با دمای مطلق چشمه‌های متناسب است و می‌توان نوشت:

$$\frac{Q_H}{T_H} = \frac{Q_C}{T_C} \Rightarrow \frac{W + Q_C}{T_H} = \frac{Q_C}{T_C}$$

$$\frac{400 + Q_C}{400} = \frac{Q_C}{320} \Rightarrow Q_C = 1600 \text{ J} \Rightarrow Q_H = Q_C + W \Rightarrow Q_H = 1600 + 400 \Rightarrow Q_H = 2000 \text{ J}$$

۱۶۹-گزینه‌ی «۳»

با استفاده از معادله‌ی حالت گازهای کامل می‌توان نوشت:

$$PV = nRT \xrightarrow{n = \frac{m}{M}} PV = \frac{m}{M} RT$$

$$\Rightarrow \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT} \xrightarrow{\rho = \frac{m}{V}} \rho = \frac{PM}{RT} \Rightarrow \rho = \frac{1.5 \times 32}{8 \times (273 + 7)} \Rightarrow \rho = \frac{10000}{V} \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{10}{V} \frac{\text{g}}{\text{lit}}$$

۱۷۰-گزینه‌ی «۴»

فرایندهای ab و cd هم‌حجم و فرایندهای bc و da هم‌فشار هستند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$Q_{\text{چرخه}} = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{cd} + Q_{da} \Rightarrow Q_{\text{چرخه}} = n C_{MV} (T_b - T_a) + n C_{MV} (T_c - T_b) + n C_{MV} (T_d - T_c)$$

$$+ n C_{MV} (T_a - T_d) \Rightarrow Q_{\text{چرخه}} = 1 \times \frac{3}{2} \times 8 \times (200 - 100) + 1 \times \frac{5}{2} \times 8 \times (400 - 200) + 1 \times \frac{3}{2} \times 8 \times (200 - 400)$$

$$+ 1 \times \frac{5}{2} \times 8 \times (100 - 200) \Rightarrow Q_{\text{چرخه}} = 1200 + 4000 - 2400 - 2000 \Rightarrow Q = 800 \text{ J}$$

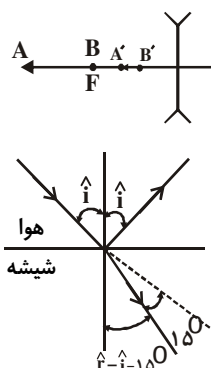
۱۷۱-گزینه‌ی «۱»

باید فاصله‌ی تصویر نقطه‌های A و B را از عدسی به‌دست آوریم:

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{f}, \quad f = 10 \text{ cm} \Rightarrow \begin{cases} p_A = 15 \text{ cm} \Rightarrow q_A = 6 \text{ cm} \\ p_B = 10 \text{ cm} \Rightarrow q_B = 5 \text{ cm} \end{cases}$$

بنابراین طول تصویر جسم AB برابر $1 \text{ cm} = 6 - 5$ خواهد بود.

۱۷۲-گزینه‌ی «۱»



$$125^\circ + \hat{i} = 180^\circ + 15^\circ \Rightarrow \hat{i} = 35^\circ$$

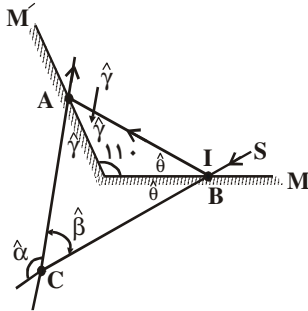
$$\Rightarrow \hat{r} = 35^\circ - 15^\circ \Rightarrow \hat{r} = 20^\circ$$

۱۷۳-گزینه ۱»

چون تصویر روی پرده تشکیل شده است، حقیقی است و تصویر حقیقی و بزرگ از جسم در آینهی مقعر ایجاد می‌شود، بنابراین داریم:

$$m = \frac{A'B'}{AB} \Rightarrow m = \frac{4}{2} = 2, m = \frac{q}{p} \Rightarrow q = 2p$$

$$q - p = 3 \cdot \text{cm} \Rightarrow 2p - p = 3 \cdot \text{cm} \Rightarrow p = 3 \cdot \text{cm}, q = 6 \cdot \text{cm}$$



۱۷۴-گزینه ۴»

مجموع زوایای داخلی هر مثلثی برابر 180° است، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} ABC: 2\hat{\gamma} + 2\hat{\theta} + \hat{\alpha} &= 180^\circ \Rightarrow \hat{\beta} = 40^\circ \Rightarrow \hat{\alpha} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ \\ AOB: \hat{\gamma} + 110^\circ + \hat{\theta} &= 180^\circ \end{aligned}$$

۱۷۵-گزینه ۲»

بنابر قانون گازها و با توجه به این که فشار در عمق h مایع از رابطه $p_1 = p_0 + \rho gh$ و در سطح آن از رابطه $p_2 = p_0$ به دست می‌آید، می‌توان نوشت:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{T_1 = T_2} P_1 \times V_1 = P_2 \times 3V_1 \Rightarrow p_2 = \frac{P_1}{3}$$

$$P_0 = \frac{P_0 + \rho gh}{3} \Rightarrow \rho gh = 2P_0$$

$$\Rightarrow 1000 \times 10 \times h = 2 \times 10^5 \Rightarrow h = 20 \cdot \text{m}$$

۱۷۶-گزینه ۲»

بنابر اصل پاسکال، فشار در سطوح هم‌تراز از مایعات ساکن ثابت است. بنابراین فشار زیر پیستون‌های بزرگ و کوچک با هم برابر است و می‌توان نوشت:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow F_1 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right) F_2$$

۱۷۷-گزینه ۳»

چون قطر گلوله‌ی آلومینیومی دو برابر قطر گلوله‌ی مسی است، بنابر رابطه $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ، حجم کره‌ی آلومینیومی ۸ برابر حجم کره‌ی مسی است و با استفاده از رابطه‌ی چگالی می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = \frac{m_{Al}}{m_{Cu}} \times \frac{V_{Cu}}{V_{Al}} \Rightarrow \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = 2/4 \times \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = 2/4 \times \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = 1/8$$

۱۷۸-گزینه ۲»

بنابر قانون کولن می‌توان نوشت:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \left(\frac{q'_1}{q_1}\right) \times \left(\frac{q'_2}{q_2}\right) \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{1}{2} \times 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{1}{8}$$

۱۷۹-گزینه ۱»

ابتدا ظرفیت معادل مدار را حساب کرده و بار کل ذخیره شده در مدار را به دست می آوریم.

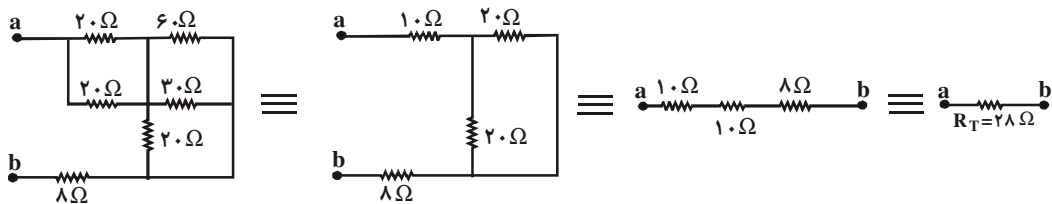
$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{6} + \frac{1}{(2+10)} \Rightarrow \frac{1}{C_T} = \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} \Rightarrow C_T = 3 \mu F$$

$$q_T = C_T \varepsilon \Rightarrow q_T = 3 \times 10 = 30 \mu C$$

چون بار ذخیره شده در مجموع دو خازن ۲ و ۱۰ میکروفارادی با بار کل مدار برابر است، داریم:

$$\begin{cases} q_2 + q_{10} = 30 \mu C \\ \frac{q_2}{q_{10}} = \frac{C_2}{C_{10}} \Rightarrow q_2 = 5 \mu C \end{cases}$$

۱۸۰-گزینه ۳»



حال با استفاده از رابطه‌ی جریان در مدار تک حلقه داریم:

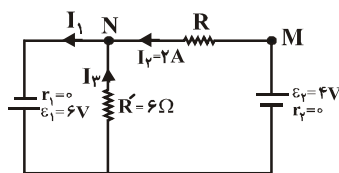
$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} \Rightarrow I = \frac{12}{28 + 2} \Rightarrow I = 0.4 A$$

۱۸۱-گزینه ۲»

می دانیم در نمودار V بر حسب I، طول از مبدا برابر $\frac{\varepsilon}{r}$ است، بنابراین داریم:

$$\varepsilon_B = 20 V, \varepsilon_A = 10 V, \quad \frac{\varepsilon_B}{r_B} = \frac{\varepsilon_A}{r_A} \Rightarrow \frac{20}{r_B} = \frac{10}{r_A} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = 2$$

۱۸۲-گزینه ۴»



ابتدا از نقطه‌ی M شروع به حرکت می کنیم و در بزرگ ترین حلقه یک بار می چرخیم تا دوباره به نقطه‌ی M برسیم و اختلاف پتانسیل دو سر اجزای مدار را جمع جبری می کنیم.

$$V_M - 2 \times R + 6 + 4 = V_M \Rightarrow R = 5 \Omega$$

۱۸۳-گزینه ۴»

در حالتی که کلید k باز است، دو خازن C_1 و C_2 موازی اند و جریانی از مدار عبور نمی کند و اختلاف پتانسیل دو سر خازن C_2 با نیروی محرکه‌ی مولد برابر است، یعنی $V_2 = 20 V$.

پس از بستن کلید k و پر شدن خازن ها، از خازن های C_1 و C_2 جریان مستقیم عبور نمی کند و دو مقاومت ۳ و ۶ اهمی به صورت متوالی در مدار قرار دارند و برای محاسبه‌ی جریان گذرا از آن ها می توان نوشت:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} \Rightarrow \frac{20}{(6+3)+1} = 2 A$$

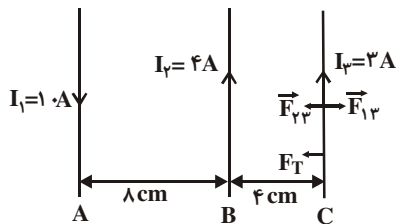
در این حالت، اختلاف پتانسیل دو سر خازن C_2 با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۳ اهمی برابر است و بنا بر قانون اهم می توان نوشت:

$$V_R = IR \Rightarrow V_R = 2 \times 3 = 6 V \Rightarrow V'_2 = 6 V$$

بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر خازن C_2 پس از بستن کلید به اندازه‌ی $20 - 6 = 14 V$ کاهش می یابد.

۱۸۴- گزینهی «۴»

می‌دانیم نیروی وارد بر طول L از سیم حامل جریان I_1 که در فاصله‌ی d از سیم حامل جریان I_2 است، از رابطه‌ی $F = 2 \times 10^{-7} \frac{I_1 I_2}{d} \times L$ به دست می‌آید. اگر جریان گذرا از سیم‌ها هم‌سو باشند، این نیرو جاذبه و اگر ناهم‌سو باشند، این نیرو دافعه خواهد بود، بنابراین می‌توان نوشت:



$$|\vec{F}_{13}| = 2 \times 10^{-7} \times \frac{1 \times 3}{0.01} \times 1 = 6 \times 10^{-5} \text{ N}$$

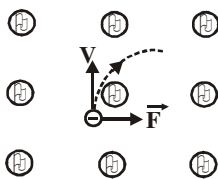
$$|\vec{F}_{23}| = 2 \times 10^{-7} \times \frac{4 \times 3}{0.01} \times 1 = 24 \times 10^{-5} \text{ N}$$

بنابراین با استفاده از قوانین جمع برداری می‌توان نوشت:

$$|\vec{F}_T| = |\vec{F}_{23}| - |\vec{F}_{13}| \Rightarrow |\vec{F}_T| = 24 \times 10^{-5} - 6 \times 10^{-5} = 18 \times 10^{-5} \text{ N}$$

چون $|\vec{F}_{23}| > |\vec{F}_{13}|$ است، برآیند نیروهای وارد بر جسم در جهت \vec{F}_{23} به سمت چپ است.

۱۸۵- گزینهی «۲»



با استفاده از قاعده‌ی دست راست برای بار منفی، جهت حرکت الکترون در لحظه‌ی نشان داده‌شده به طرف بالا است. همچنین تحت اثر نیروی F الکترون مسیری دایره‌ای طی می‌کند که در هر لحظه F به طرف مرکز آن می‌باشد، بنابراین مسیر حرکت ذره مطابق شکل رسم شده است.

۱۸۶- گزینهی «۲»

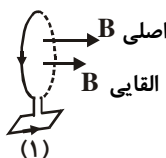
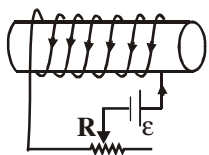
$$A = 2.0 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \Rightarrow A = 2 \times 10^{-2} \text{ m}^2, \Delta B = -0.08 \text{ T}, \Delta t = 0.02 \text{ s}$$

با استفاده از قانون القای الکترومغناطیسی فارادی می‌توان نوشت:

$$\varepsilon = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon = -N A \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \varepsilon = -1 \times 2 \times 10^{-2} \times \frac{-0.08}{0.02} \Rightarrow \varepsilon = 0.8 \text{ V}$$

۱۸۷- گزینهی «۱»



مطابق شکل مقابل، جهت جریان در سیملوله در جهت نشان داده‌شده است و میدان ناشی از آن در محل حلقه به صورت نشان داده شده است. با افزایش مقاومت رئوستا، جریان گذرا از سیملوله و میدان ناشی از آن کاهش می‌یابد و جهت جریان القایی در حلقه در جهت (۱) است تا با آثار مغناطیسی خود مانع کاهش شار مغناطیسی گذرا از حلقه شود. همچنین چون جریان گذرا از سیملوله کاهش می‌یابد، میدان مغناطیسی داخل آن کاهش می‌یابد و انرژی ذخیره‌شده در آن به صورت جریان خودالقایی مانع کاهش جریان گذرا از سیملوله می‌شود، بنابراین جهت جریان خودالقایی در جهت نیروی محرکه‌ی مولد می‌باشد.

۱۸۸- گزینهی «۳»

با توجه به دایره‌ی مرجع رسم شده می‌توان نوشت:

$$\Delta \phi = \omega \Delta t \Rightarrow (\pi - \frac{\pi}{6}) = \omega \Delta t \Rightarrow \omega = \frac{\frac{5\pi}{6}}{\frac{1}{5}} = \frac{5\pi}{6} \text{ rad/s}$$

حال برای محاسبه‌ی فاز اولیه‌ی خواهیم داشت:

$$\Delta \phi = \omega \Delta t \Rightarrow (\frac{7\pi}{6} - \phi_0) = \frac{5\pi}{6} \times (\frac{1}{5} - 0)$$

$$\Rightarrow \frac{7\pi}{6} - \phi_0 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \phi_0 = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$$

$$x_0 = A \sin \phi_0 \Rightarrow x_0 = 2 \times \sin(\frac{5\pi}{6}) \Rightarrow x_0 = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x_0 = \sqrt{3} \text{ cm}$$

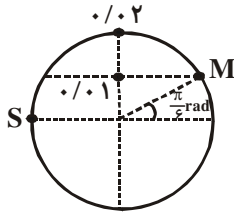
بنابراین خواهیم داشت:

۱۸۹- گزینهی «۴»

$$V_{\max} = A\omega = A\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow V_{\max} = 0.4 \times \sqrt{\frac{32}{20 \times 10^{-3}}} \Rightarrow V_{\max} = 1/6 \frac{m}{s}$$

۱۹۰- گزینهی «۳»

ابتدا با رسم یک دایره‌ی مرجع و رسم نقطه‌های M و S داریم:



$$\Delta\phi = k\Delta x \Rightarrow \frac{\Delta\pi}{6} = k \times \frac{\Delta}{6} \Rightarrow k = \pi \frac{\text{rad}}{s}$$

حال با استفاده از رابطه‌ی $\omega = kV$ داریم:

$$2\pi f = \pi \times 10 \Rightarrow f = 5 \text{ Hz}$$

بنابراین ذره‌ی M در هر ثانیه ۵ نوسان کامل انجام خواهد داد.

۱۹۱- گزینهی «۳»

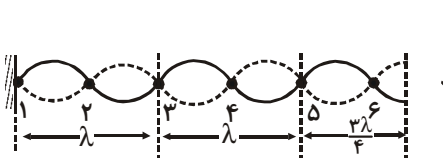
حرکت موج در یک محیط همگن، حرکت یکنواخت است، بنابراین داریم:

$$V = \lambda f \Rightarrow V = 0.5 \times 100 \Rightarrow V = 50 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = V\Delta t \Rightarrow 10 = 50 \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{5} s$$

۱۹۲- گزینهی «۱»

شکل موج ایستاده‌ی تشکیل شده به صورت مقابل است. با توجه به این شکل داریم:



$$\lambda + \lambda + \frac{3\lambda}{4} = 55 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm}$$

حال با استفاده از رابطه‌ی $\lambda = \frac{V}{f}$ داریم:

$$0.2 = \frac{30}{f} \Rightarrow f = 150 \text{ Hz}$$

۱۹۳- گزینهی «۱»

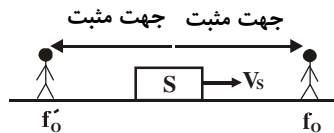
با استفاده از رابطه‌ی تراز شدت نسبی دو صورت می‌توان نوشت:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \Rightarrow 36 - 30 = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \Rightarrow 0.6 = \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$$

$$\Rightarrow 2 \log 2 = \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 2^2 = 4$$

۱۹۴-گزینه ی «۴»

با استفاده از رابطه ی دوپلر داریم:



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{در جلوی منبع: } \frac{f_0}{V} = \frac{f_s}{V - V_s} \Rightarrow f_0 = \frac{340}{340 - V_s} f_s \\ \text{در عقب منبع: } \frac{f'_0}{V} = \frac{f_s}{V + V_s} \Rightarrow f'_0 = \frac{340}{340 + V_s} f_s \end{array} \right. \Rightarrow \frac{f'_0}{f_0} = \frac{340 - V_s}{340 + V_s} = \frac{1}{9} \Rightarrow V_s = 2 \cdot \frac{m}{s}$$

۱۹۵-گزینه ی «۲»

در یک موج الکترومغناطیسی منتشر شده در خلأ (یا هوا) میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر هم و بر راستای انتشار موج عمودند و چون با هم بیشینه و کمینه می‌شوند، در هر نقطه با یک‌دیگر هم‌فازند.

۱۹۶-گزینه ی «۴»

برای کم‌شدن فاصله ی بین دو نوار تاریک متوالی باید پهنای نوارهای تاریک و روشن کاهش یابد. بنابر رابطه ی $W = \frac{\lambda D}{a}$ ، با افزایش D و یا کاهش a ، عرض نوارها افزایش می‌یابد. اگر به‌جای نور سبز از نور بنفش با طول موج کوتاه‌تر استفاده کنیم، پهنای نوارهای روشن و تاریک کاهش می‌یابد، اما اگر از نور قرمز با طول موج بلندتر استفاده کنیم، پهنای نوارها افزایش می‌یابد.

۱۹۷-گزینه ی «۲»

$$K_{\text{بیشینه}} = hf - W_0 \Rightarrow K_{\text{بیشینه}} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$\Rightarrow K_{\text{بیشینه}} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{200 \times 10^{-9}} - 4 \Rightarrow K_{\text{بیشینه}} = 2 \text{ eV}$$

۱۹۸-گزینه ی «۴»

پرانرژی‌ترین الکترون وقتی ساطع می‌شود که الکترون از تراز $n = 4$ به حالت پایه یعنی تراز $n = 1$ برود. انرژی فوتونی که در این حالت گسیل می‌شود، برابر اختلاف انرژی بین دو تراز است و می‌توان نوشت:

$$hf = E_1 - E_4 \xrightarrow{E = \frac{E_R}{n^2}} hf = \frac{E_R}{1^2} - \frac{E_R}{4^2} \Rightarrow hf = \frac{15}{16} E_R$$

یعنی انرژی فوتون ساطع شده $\frac{15}{16}$ برابر یک ریدبرگ است.

۱۹۹-گزینه ی «۲»

برای نیم‌رسانایی که ناخالصی نداشته باشد، تعداد الکترون‌های موجود در نوار رسانش و تعداد حفره‌های موجود در نوار ظرفیت با هم برابرند. چنین نیم‌رسانایی را نیم‌رسانای ذاتی می‌گویند.

۲۰۰-گزینه ی «۱»

غنا ی اورانیوم لازم برای سوخت نیروگاهی در حدود ۳ درصد است.

شیمی

سراسری خارج کشور ریاضی ۸۷

۲۰۱- گزینه‌ی «۴» مطابق مدل اتمی دالتون، اتم‌های یک عنصر از هر لحاظ یکسانند و از جمله این که، جرم یکسانی دارند. دستگاه طیف‌سنج جرمی نشان داد که جرم همه‌ی اتم‌های یک عنصر یکسان نیست و اگر چه تعداد پروتون‌های همه اتم‌های یک عنصر، یکسان است، ولی تفاوت در تعداد نوترون‌ها موجب تفاوت در جرم اتمی ایزوتوپ‌های یک عنصر می‌شود. به این ترتیب، نادرستی نظریه‌ی دالتون در یکسان تلقی کردن جرم همه اتم‌های یک عنصر به اثبات رسید.

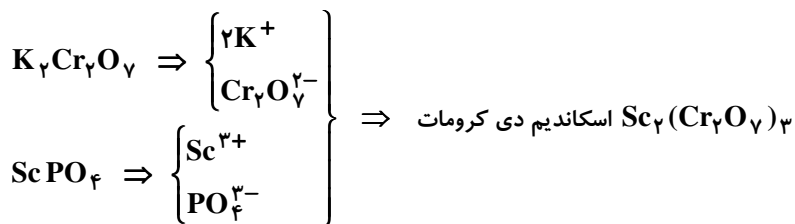
۲۰۲- گزینه‌ی «۴»
$$\frac{75-9}{2} = 33$$
 عدد اتمی

${}_{33}\text{A} : [{}_{18}\text{Ar}] 3d^{10} 4s^2 4p^3$ تعداد الکترون ظرفیتی $= 2 + 3 = 5$
لایه‌ی ظرفیت

۲۰۳- گزینه‌ی «۳»

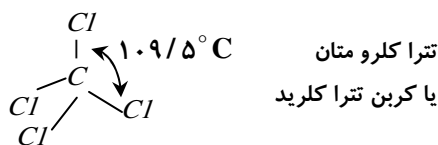
۲۰۴- گزینه‌ی «۲» ${}_{16}\text{X} : [{}_{10}\text{Ne}] 3s^2 3p^4$
(شامل ۴ الکترون) آخرین زیرلایه

۲۰۵- گزینه‌ی «۲» در گروه‌های مربوط به فلزهای اصلی (فلزهای قلیایی و قلیایی خاکی)، با افزایش عدد اتمی، واکنش‌پذیری و شعاع یونی بیش‌تر می‌شود.
۲۰۶- گزینه‌ی «۲»



۲۰۷- گزینه‌ی «۱»

۲۰۸- گزینه‌ی «۳» $\text{H}-\text{C}\equiv\text{C}-\text{H}$ اتین $\text{N}\equiv\text{N}$ نیتروژن

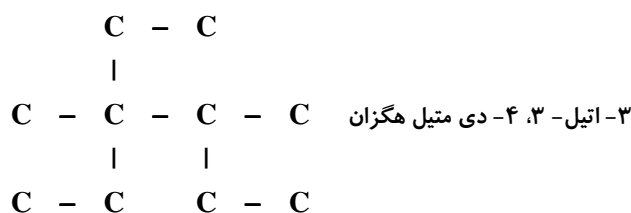


CCl_4 مولکولی ناقطبی است. شکل هندسی آن، چهاروجهی است.

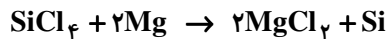
۲۰۹- گزینه‌ی «۱»

مقایسه‌ی اندازه‌ی زاویه‌ی پیوندی:
 $\text{CO}_2 > \text{SO}_2 > \text{NH}_3 > \text{H}_2\text{O}$
 $180^\circ \quad 120^\circ \quad 107^\circ \quad 104.5^\circ$

۲۱۰- گزینه‌ی «۴»

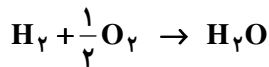


۲۱۱- گزینه‌ی «۲»

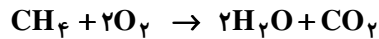


۲۱۲- گزینه ی «۱»

Si خالص در ساخت سلول های خورشیدی و تراشه های الکترونیکی کاربرد دارد.



۲۱۳- گزینه ی «۳»



$$\frac{1\text{CH}_4}{x\text{mol}} \rightleftharpoons \frac{1\text{CO}_2}{5/6\text{L}} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{22/4}{1} \Rightarrow x = 0.25\text{mol}$$

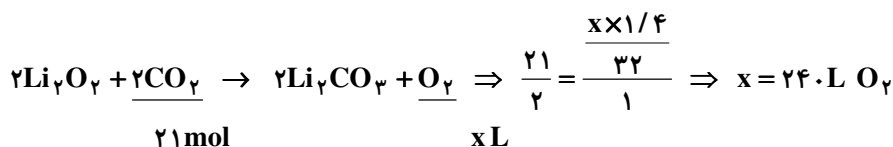
$$\frac{1\text{CH}_4}{0.25\text{mol}} \rightleftharpoons \frac{2\text{H}_2\text{O}}{y\text{mol}} \Rightarrow \frac{0.25}{1} = \frac{y}{1} \Rightarrow y = 0.5\text{mol} = 9\text{g}$$

$$\Rightarrow \text{H}_2 \text{ آب حاصل از سوختن } = 11/25 - 9 = 2/25\text{g}$$

$$\frac{1\text{H}_2}{Z\text{mol}} \rightleftharpoons \frac{2\text{H}_2\text{O}}{2/25\text{g}} \Rightarrow \frac{Z}{1} = \frac{18}{1} \Rightarrow Z = 0.125\text{mol H}_2$$

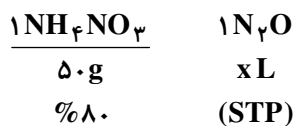
$$\text{H}_2 \text{ درصد حجمی هر گاز با در صد مولی آن مطابقت دارد. پس: } \frac{0.125}{0.125 + 0.25} \times 100 = 33/33\%$$

۲۱۴- گزینه ی «۲»



$$\rho = 1/4\text{g.L}^{-1}$$

۲۱۵- گزینه ی «۱»



(STP)

بازده = ۸۰ %

$$\frac{50 \times 0.8 \times 0.8}{80 \times 1} = \frac{x}{22/4 \times 1} \Rightarrow 8/96\text{L N}_2\text{O}$$

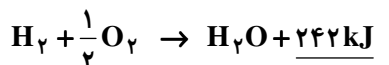
۲۱۶- گزینه ی «۳» q_p یعنی گرمای مبادله شده در فشار ثابت. ΔE در صورتی با q_p برابر می شود که $w = 0$ باشد و w در صورتی صفر می شود که $\Delta V = 0$ شود.

سر بسته بودن ظرف واکنش نمی تواند متضمن عدم تغییر حجم سامانه باشد.



۲۱۷- گزینه ی «۴»

۲۱۸- گزینه ی «۳»



$$\frac{13/44\text{L}}{(\text{STP})} \quad x\text{kJ}$$

$$\frac{\text{تعداد مول گاز}}{1/5} \quad \frac{\text{گرمای تولید شده (kJ)}}{242}$$

$$\frac{13/44}{22/4} \quad x \Rightarrow x = 96/8\text{kJ}$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم ضرایب به ۲}} \Delta H_1 = \frac{1}{2}(-1351) \quad \text{گزینه ی ۱} \quad ۲۱۹-$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم ضرایب به ۳}} \Delta H_2 = 3(-367/4) \quad \text{معادله ی دوم}$$

$$\xrightarrow{\text{معکوس و ضرب در ۳}} \Delta H_3 = -3(-285/9) \quad \text{معادله ی سوم}$$

$$\Rightarrow \Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 = -920 \text{ kJ}$$

۲۲۰- گزینه ی «۴» از هر مول شکر، یک مول ذره و از هر مول سدیم کلرید، دو مول ذره و از هر مول منیزیم کلرید، ۳ مول ذره حاصل می شود.
بنابراین:

$$C > A > B \quad \text{تعداد مول ذره ها}$$

$$C < A < B \quad \text{فشار بخار}$$

هر چه تعداد مول ذره های حل شده در مقدار معینی از حلال، بیش تر شود، فشار بخار حلال کم تر می شود.

۲۲۱- گزینه ی «۴» ضمن جوشیدن محلول، غلظت آن به دلیل تبخیر حلال، بیش تر شده و فشار بخار آن، کم تر می شود و به این ترتیب، در مدت جوشیدن محلول، به تدریج دمای جوش آن بالاتر و بالاتر می رود.

۲۲۲- گزینه ی «۴» Al(OH)_3 در آب نامحلول است.

$$\frac{(g)}{100g} \rightleftharpoons \frac{\text{H}_2\text{SO}_4 (mol)}{\frac{10}{98} mol} \quad \text{گزینه ی ۳} \quad ۲۲۳-$$

$$1000 \text{ mL} \times \frac{1/225 g}{\text{mL}} \quad x \Rightarrow x = 10 \text{ mol.L}^{-1}$$

۲۲۴- گزینه ی «۴» واکنش های گرماگیر در صورتی انجام پذیرند که دما به قدری بالا باشد که $\Delta G < 0$ گردد.

۲۲۵- گزینه ی «۱»

جابه جایی تعادل در جهت چپ \Rightarrow افزودن گاز هیدروژن

جابه جایی تعادل در جهت راست \Rightarrow کاهش گاز I_2

جابه جایی تعادل در جهت راست \Rightarrow افزودن گاز HI

۲۲۶- گزینه ی «۴» با توجه به منفی بودن علامت ΔH ، از رابطه ی میان ΔH و آنتالپی پیوندهای واکنش دهنده ها و فراورده ها نتیجه می شود:

$$\Delta H = \text{مجموع آنتالپی پیوندهای فراورده ها} - \text{مجموع آنتالپی پیوندهای واکنش دهنده ها}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع آنتالپی پیوندهای فراورده ها} < \text{مجموع آنتالپی پیوندهای واکنش دهنده ها}$$

۲۲۷- گزینه ی «۲» برابری مصرف واکنش دهنده و تولید فراورده در طول این واکنش، معادله ی $A \rightarrow B$ را نشان می دهد.

$$\overline{R}_A = \frac{-(0/1-1) \text{ mol}}{\frac{10}{60} \text{ min}} = 0.6 \text{ mol.min}^{-1}$$

$$\text{N}_2 (g) + 3\text{H}_2 (g) \rightleftharpoons 2\text{NH}_3 (g) + q \quad \text{گزینه ی ۳} \quad ۲۲۸-$$

- هر چه دما پایین تر باشد، واکنش در جهت رفت پیشرفت بیش تری خواهد کرد.

- هر چه فشار بالاتر باشد، واکنش در جهت رفت پیشرفت بیش تری خواهد کرد.

۲۲۹- گزینه‌ی «۳» اگر حجم ظرف را V لیتر در نظر بگیریم:

$$K = 10 = \frac{\frac{0.1}{V} \times \left(\frac{0.3}{V}\right)^3}{\frac{0.3}{V} \times \frac{0.001}{V}} \Rightarrow V = 3L$$

۲۳۰- گزینه‌ی «۴» هر چه اسید قوی‌تر باشد، K_a آن بزرگ‌تر است.

قدرت اسیدی: $\text{Cl}_3\text{C}-\text{COOH} > \text{FCH}_2\text{COOH} > \text{CH}_3\text{COOH} > \text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}$

$$K_a \rightarrow c > a > b > d$$

۲۳۱- گزینه‌ی «۳» با دو برابر کردن حجم محلول در اثر افزودن آب مقطر به آن، غلظت محلول نصف می‌شود:

$$M \text{ اولیه } 0.1 \text{ mol.L}^{-1} \Rightarrow \text{pH} = -\log(\alpha \cdot M)$$

$$\text{pH} = -\log(1 \times 0.1) = 1$$

$$M \text{ ثانویه } = \frac{1}{2} (0.1) = 0.05 \Rightarrow \text{pH} = -\log\left(10^{-2} \times \frac{1}{2}\right) = 2 + \log 2 = 2.3$$

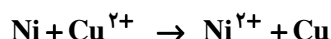
۲۳۲- گزینه‌ی «۲» در نقطه‌ی هم ارزی خنثی شدن اسید قوی با باز قوی، $\text{pH} = 7$ است. با توجه به یک ظرفیتی بودن HCl و NaOH ،

تعداد مول مصرف شده‌ی آن‌ها در نقطه‌ی هم ارزی برابر است:

$$40 \times 0.3 = V_{\text{NaOH}} \times 0.2 \Rightarrow V_{\text{NaOH}} = 60 \text{ mL} \Rightarrow \text{حجم محلول در لحظه‌ی خنثی شدن} = 40 + 60 = 100 \text{ mL}$$

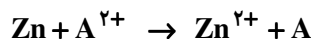
$$M \text{ نمک} = \frac{(40 \times 0.3) \text{ mmol}}{100 \text{ mL}} = 0.12 \text{ mol.L}^{-1}$$

۲۳۳- گزینه‌ی «۲»



پیشرفت خودبه‌خودی این واکنش، نشان‌گر این است که تمایل Cu^{2+} برای کاهش یافتن، بیش‌تر از Ni^{2+} است و

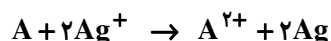
همین‌طور، تمایل Ni برای اکسید شدن بیش‌تر از Cu است



۲۳۴- گزینه‌ی «۲»

$$E^\circ_{\text{واکنش}} = E^\circ_{\text{A}^{2+}/\text{A}} \rightarrow E^\circ_{\text{A}^{2+}/\text{A}} = E^\circ_{\text{A}^{2+}/\text{A}} - (0.76) = 0.35$$

$$\Rightarrow E^\circ_{\text{A}^{2+}/\text{A}} = 0.41 \text{ V}$$



$$E_{\text{واکنش}} = 0.8 - (-0.41) = 1.21 \text{ V}$$

۲۳۵- گزینه‌ی «۲» در آبکاری یک وسیله با استفاده از یک فلز، محلول الکترولیت موجود در سلول باید محلول نمکی از فلز مورد نظر باشد.