

سپیده چمن‌آرا، میرشهرام صدر، حسین نامی ساعی ویراستار ادبی: لعلیا عروجی
طراح گرافیک: علی دانشور تصویرگر: سام سلماسی
نشانی دفتر مجله: تهران، ایران شهر شمالی، پلاک ۲۶۶، صندوق پستی ۶۵۸۵ - ۱۵۸۷۵
تلفن: ۸۸۳۱۱۶۱-۹ - ۲۱ داخلی: ۳۷۴ نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸
پایگاه اینترنتی: www.roshdmag.ir رایانامه: info@roshdmag.ir
تلفن پیام‌گیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۱۸
کد مدیر مسئول: ۱۰۲ کد دفتر مجله: ۱۱۳ کد مشترکین: ۱۰۲
نشانی امور مشترکین: تهران، صندوق پستی: ۱۱۱ / ۱۶۵۹۵
تلفن امور مشترکین: ۷۷۳۳۶۶۵۶ - ۷۷۳۳۶۶۵۵
چاپ: شرکت افست (سهامی عام)
شمارگان: ۱۷۰۰۰ نسخه



فهرست

- حرف اول • ریاضیات، ریاضیات، ریاضیات؟! / حمیدرضا امیری/ ۲
- همراه با کتاب • جمع و تفریق در مبناهای متفاوت / سپیده چمن‌آرا / ۳ • کسر به روایتی دیگر / حسن احمدی / ۶ • معادله / حسن باطنی / ۹
- دانش‌افزایی • کشف قاعده‌ی بخش‌پذیری بر ۹ و ۳ / علی اصغر زندی / ۱۴ • واژه‌های ریاضی (مکعب، مربع) / شادی بهاری / ۱۶ • کمان دایره و زاویه / پرویز شهریاری / ۲۲ • ریاضیات؛ پشت پرده‌ی «سفرنامه‌ی گالیور» / ترجمه‌ی حسن یاورتبار / ۲۵ • حکایت‌های ریاضی (۲) / میر شهرام صدر / ۴۱
- تاریخ ریاضیات • تالس و نهضت گرایش به هندسه / سیروس غفاریان / ۱۷
- ریاضیات و هنر • هندسه و مرمت بناهای تاریخی / احمد و امیرحسین شریفان / ۲۰
- ریاضی و بازی • بازی‌های دو نفره / زهره پندی / ۳۱
- منطق و ریاضی • اندیشه‌ورزی در بازی با منطق / ترجمه‌ی حسن نصیرنیا / ۳۴
- معما و سرگرمی • معما و سرگرمی‌های ریاضی / سید محمدرضا هاشمی / ۳۶
- سؤال‌های مسابقه‌ای • مسابقه‌ی ریاضی استرالیا / ترجمه‌ی سپیده چمن‌آرا / ۴۵
- معرفی کتاب • نگاهی به تاریخ ریاضیات و نجوم ایران (صفحه‌ی ۳ جلد) / جعفر ربانی

قابل توجه نویسندگان و مترجمان:

مقاله‌هایی که برای درج در مجله می‌فرستید، باید با اهداف و ساختار این مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. - مقاله‌های ترجمه شده باید با متن اصلی همخوانی داشته باشد و متن اصلی نیز همراه آن باشد. چنانچه مقاله را خلاصه می‌کنید، این موضوع را قید فرمایید. - مقاله یک خط در میان، در یک روی کاغذ و با خط خوانا نوشته یا تایپ شود. مقاله‌ها می‌توانند با نرم‌افزار word و بر روی CD یا فلاپی و یا از طریق رایانامه مجله ارسال شوند. - نشر مقاله باید روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه‌های علمی و فنی وقت لازم مبذول شود. - محل قرار دادن جدول‌ها، شکل‌ها و عکس‌ها در متن مشخص شود. - مقاله باید چکیده باشد و در آن هدف‌ها و پیام نوشتار در چند سطر تنظیم شود. - کلمات حاوی مفاهیم نمایی (کلی‌دوازه‌ها) از متن استخراج و روی صفحه‌ای جداگانه نوشته شوند. - مقاله باید دارای تیتراژ اصلی، تیتراژ فرعی در متن و سوتیتر باشد. - معرفی‌نامه‌ی کوتاهی از نویسنده یا مترجم همراه یک قطعه عکس، عنوان و آثار وی پیوست شود. - مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مقاله‌های رسیده مختار است. - مقالات دریافتی بازگردانده نمی‌شود. - آرای مندرج در مقاله ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان مجله نیست.

ریاضیات، ریاضیات، ریاضیات؟!

- زیست‌شناسی، نجوم، اقتصاد، جامعه‌شناسی و... دارد؟
- راستی ریاضیات چه نقشی در زندگی روزمره‌ی شما دارد؟
- اگر ریاضیات برای شما درسی سخت، بدون روح و خشک به نظر می‌رسد، دلیل آن را در چه می‌دانید؟
- آیا برای ملموس کردن ریاضیات و علاقه‌مند کردن شما به آن راهی پیشنهاد می‌کنید؟
- به نظر شما، ریاضیات چه‌قدر با فطرت آدمی سازگار است؟
- آیا به تاریخ ریاضیات علاقه دارید؟
- از تاریخ ریاضیات ایرانی و اسلامی چه‌قدر آگاهی دارید؟
- به نظر شما، معلم ریاضی خوب و موفق چه خصوصیتی باید داشته باشد؟

- و به عنوان سؤال آخر: ریاضیات چه ارتباطی با نظم دارد؟

خوب، به هر کدام از این سؤال‌ها یا به چند سؤال از آن‌ها پاسخ بدهید و برای ما ارسال کنید. از بزرگ‌ترها یا معلمان خود هم می‌توانید کمک بگیرید. در ضمن آرزو می‌کنم، در پناه خداوند متعال و در سایه‌ی امام زمان (عج)، سالم و تندرست باشید و سال تحصیلی جدید را به خوبی آغاز کنید و به خوبی به انجام ببرید. ان شاء الله.

سردبیر



سلام؛ سلامی به گرمی فصل تابستان. خُب، یک‌سال تحصیلی را پشت سر گذاشتید. یک‌سال تحصیلی با همه‌ی خاطرات به‌یادماندنی؛ با همه‌ی باهم بودن‌ها و سر کلاس داشتن‌ها؛ با همه‌ی شب‌های امتحان، استرس‌های اعلام نمره و... هم سپری شد و شما به یک کلاس بالاتر خواهید رفت. اگر اولین بار است که مجله‌ی ریاضی برهان را مطالعه می‌کنید، به جمع دوست‌داران و خوانندگان این مجله خوش آمدید و اگر قبلاً هم این مجله به دستتان رسیده و با آن آشنا هستید، امیدواریم مطالب آن برای شما مفید واقع شده باشد.

راستش را بخواهید، دلم می‌خواهد یک سؤال از شما بپرسم.

ولی قبل از سؤال می‌خواهم قول بگیرم که جواب‌های خودتان را برایمان پست کنید (الکترونیکی یا غیرالکترونیکی) تا در مجله به اسم خودتان آن‌ها را چاپ کنیم. اما سؤال یا بهتر بگوییم سؤال‌ها:

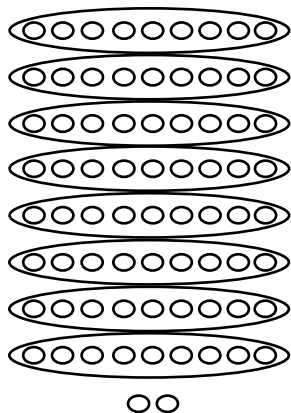
- شما تا چه حد به ریاضیات علاقه دارید؟
- آیا از ویژگی‌های ریاضیات و ریاضی‌دان‌ها یا ریاضی‌خوان‌ها اطلاعی دارید؟
- فکر می‌کنید ریاضیات چه نقشی در دانش‌های دیگر و علوم غیر ریاضی مانند فیزیک، مکانیک، شیمی،



جمع و تفریق در مبناهای متفاوت

سپیده چمن آرا

یعنی اگر $۹(۵۷)$ را به $۹(۲۴)$ بیفزاییم، روی هم ۷۴ شیء داریم. اما اگر بخواهیم حاصل را نیز در مبنای ۹ بیان کنیم، چه؟ طبیعی است که باید ببینیم در ۷۴ تا، چند بسته ۹ تایی داریم. از روی شکل های ۱ و ۲ معلوم است که روی هم ۷ تا بسته ۹ تایی و ۱۱ تا شیء یکی داریم. اما از ۱۱ شیء نیز می توان یک بسته ۹ تایی دیگر جدا کرد و ۲ شیء یکی می ماند. یعنی روی هم ۸ تا بسته ۹ تایی و ۲ تا یکی داریم (شکل ۳).



شکل ۳. دسته بندی ۷۴ شیء به دسته های ۹ تایی برای بیان آن در مبنای ۹

البته با تقسیم زیر نیز همین نتیجه می رسیدیم:

$$\begin{array}{r} 74 \quad | \quad 9 \\ 72 \quad 8 \quad \longrightarrow \text{تعداد بسته های ۹ تایی} \\ \hline 2 \quad \longrightarrow \text{تعدادی اشیای یکی} \end{array}$$

سپس حاصل عبارت $۹(۵۷) + ۹(۲۴)$ می شود: $۹(۸۱)$. این کار درست مانند آن است که برای حرف زدن در مورد تعدادهای متفاوت و مجموع آن ها روی هم، زبان جدیدی یاد گرفته باشیم. البته طی کردن این مراحل برای یافتن حاصل عبارت در مبنای دیگری غیر از مبنای شمارش عادی ما که مبنای دهی است، کمی طولانی و خسته کننده به نظر می رسد، ولی اگر قدری خوب فکر کنیم، می بینیم

آیا می دانید حاصل $۵۷+۲۴$ چه قدر می شود؟

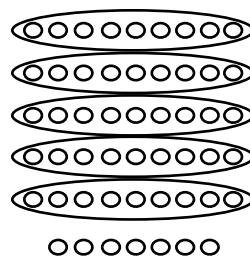
معلوم است که می دانید! این چه سؤالی است که می پرسیم؟

اما اگر عبارت بالا با تغییر کوچکی، به صورت:

$$۹(۲۴) + ۹(۵۷)$$

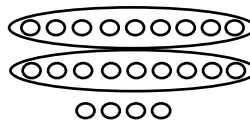
بنویسیم، چه طور؟ اصلاً یعنی این عبارت چیست؟

دانش آموزان پایه های دوم و سوم راهنمایی می دانند که در عبارت بالا، اعدادی را در مبنای شمارش ۹ نوشته ایم و قصد داریم حاصل جمع آن ها را بیابیم. یعنی مقداری را که در مبنای ۹، به صورت $۹(۵۷)$ نوشته می شود، به مقداری بیفزاییم که در همین مبنا به صورت $۹(۲۴)$ نوشته می شود. بد نیست یادآوری کنیم $۹(۵۷)$ ، یعنی ۵ تا بسته ۹ تایی با ۷ تا یکی؛ یعنی $۷ + ۹(۵ \times ۹)$ یا ۵۲ تا (شکل ۱).



شکل ۱. مقدار $۹(۵۷)$

به همین ترتیب، $۹(۲۴)$ یعنی ۲ تا بسته ۹ تایی با ۴ تا یکی که می شود: $۴ + ۹(۲ \times ۹)$ ، یعنی ۲۲ تا (شکل ۲).



شکل ۲. مقدار $۹(۲۴)$

حالا دیگر معلوم است که:

$$۷۴ = ۵۲ + ۲۲ = ۹(۲۴) + ۹(۵۷)$$

صبر کنید! هنوز کار تمام نشده است. ما در مبنای ۹، رقم «۱۰» نداریم! اما در ۱۰ تا، ۱ بسته‌ی ۹ تایی هست که به مرتبه‌ی بالاتر انتقال می‌یابد و یک دانه می‌ماند:

یکی	۹ تایی	۸۱ تایی
۵	۷	۱
۲	۳	۶
۷	۱۰	۷
۷	۱	۸

پس حاصل جمع برابر است با $۹(۸۱۷)$.

اگر بخواهیم در مبنای دیگری به جز مبنای ۹ یا ۱۰ کار کنیم، کافی است حواسمان را خوب جمع کنیم تا هر وقت تعداد یک ارزش مکانی از مبنای موردنظر بیشتر شد، با دسته‌بندی مجدد و انتقال دسته‌های بزرگ‌تر به مرتبه‌های بالاتر، آن را به صورت صحیح بنویسیم. بیایید حاصل عبارت زیر را در مبنای ۳ بیابیم.

$$۳(۱۲۱۱) + ۳(۲۰۲) + ۳(۱۲۰)$$

می‌بینید که هم مبنای شمارش عوض شده است، هم باید سه عدد را جمع کنیم و هم این که یکی از اعداد، چهاررقمی است. اما هیچ ترسی ندارد! آن‌ها را در جدول ارزش مکانی مبنای ۳ زیر هم می‌نویسیم و از سمت راست شروع می‌کنیم. فقط حواسمان هست که هر وقت تعداد، ۳ تا بیشتر شد، تعداد دسته‌های ۳ تایی را به مرتبه‌ی بعدی انتقال دهیم:

یکی	۳ تایی	۹ تایی	۲۷ تایی
۰	۲	۱	
۲	۰	۲	
۱	۱	۲	۱
۳	۳	۵	۱
۰	۴	۵	۱
۰	۱	۶	۱
۰	۱	۰	۳
۰	۱	۰	۱

وای! رقم‌های ۳ و ۵ در مبنای ۳ نداریم! در اولین یک بسته‌ی ۳ تایی است که به مرتبه‌ی بعدی منتقل می‌شود و ۵ تا یکی می‌ماند

در ۳ ش.، یک دسته‌ی ۳ تایی داریم که به مرتبه‌ی بعدی منتقل می‌شود و یکی می‌ماند.

در ۶ ش.، ۲ تا دسته‌ی ۳ تایی هست که به مرتبه‌ی بعدی می‌رود و ۵ تا یکی می‌ماند.

در ۳ ش.، یک دسته‌ی ۳ تایی هست که به مرتبه‌ی بعدی می‌رود و صفر تا می‌ماند.

پس

$$۳(۱۰۰۱۰) = ۳(۱۲۱۱) + ۳(۲۰۲) + ۳(۱۲۰)$$

حالا که با جمع در مبناهای دیگر تا حدودی آشنا شدید، بد نیست بدانید تفریق نیز در همه‌ی مبناهای دقیقاً از همان اصولی تبعیت می‌کند که در تفریق اعداد در مبنای دهدهی وجود دارد.

که خیلی سریع‌تر و بدون ترجمه‌ی معنی عبارت‌های $۹(۵۷)$ و $۹(۲۴)$ به مبنای عادی خودمان و جمع زدن عادی و سپس دوباره ترجمه‌ی حاصل جمع به مبنای ۹، می‌توانستیم در همان مبنای ۹، حاصل جمع را به سرعت بیابیم. کافی است قدری عمیق‌تر به مفهوم مبناهای اصول حاکم بر عددنویسی در آن‌ها بیندیشیم.

همان‌طور که در مبنای عادی دهدهی، برای جمع اعداد را زیر هم می‌نویسیم تا تعداد دسته‌های مشابه را روی هم پیدا کنیم، در هر مبنای دیگری نیز می‌توانیم این کار را انجام دهیم. هم‌چنین، همان‌طور که هرگاه در جمع عادی، حاصل جمع تعداد یک ارزش مکانی، از ۱۰ تا بیشتر می‌شود، دسته‌های ۱۰ تایی ایجاد شده را به مرتبه‌ی بالاتر انتقال می‌دهیم، در هر مبنایی نیز متناسب با مبنای موردنظر، می‌توانیم این کار را انجام دهیم. بگذارید منظورم را با همان مثال $۹(۲۴) + ۹(۵۷)$ روشن‌تر بیان دارم.

نخست این اعداد را طوری زیر هم می‌نویسم که اعداد با ارزش مکانی یکسان زیر هم قرار گیرند. برای راحتی کار، از جدول ارزش مکانی در مبنای ۹ استفاده می‌کنم:

۱	۷
۵	۴
+	۲
۸	۲

حال برای یافتن حاصل جمع، از سمت راست شروع می‌کنیم: ۷ تا یکی با ۴ تا یکی می‌شود ۱۱ تا یکی. منتها در ۱۱ تا، ۱ بسته‌ی ۹ تایی هست و ۲ تا یکی می‌ماند: (انتقال)

سپس حاصل جمع ۱ با ۵ و ۲ را که می‌شود ۸، زیر تعداد بسته‌های ۹ تایی می‌نویسیم.

دیدید چه سریع به همان جواب $۹(۸۱)$ رسیدیم؟! حال شما امتحان کنید. بیایید باهم حاصل

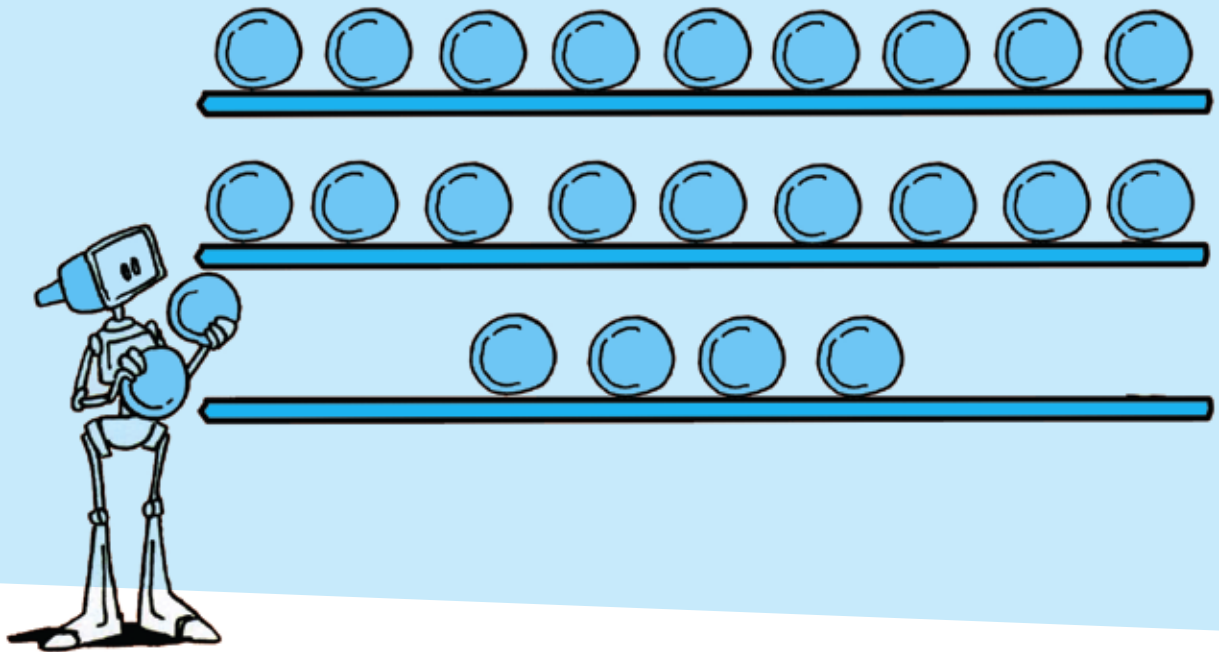
$$۹(۶۳۲) + ۹(۱۷۵)$$

را در همان مبنای ۹ بیابیم.

نگران نشوید! عددها سه‌رقمی هستند، ولی هیچ جای نگرانی نیست. آن‌ها را در جدول ارزش مکانی زیر هم می‌نویسیم و از کوچک‌ترین مرتبه (یکی‌ها) که در سمت راست قرار دارد، جمع را آغاز می‌کنیم:

یکی	۹ تایی	۸۱ تایی
۵	۷	۱
۲	۳	۶
۷	۱۰	۷

$$(۲۴)_4$$



شیء می گذاریم). پس

$$(۴۱۵)_۵ = (۴۲۰)_۵$$

حالا می توانیم تفریق را به راحتی انجام دهیم:

$$\begin{array}{r} (۴۱۵)_۵ \\ - (۱۰۱)_۵ \\ \hline (۳۱۴)_۵ \end{array}$$

حال تفریق زیر را شما انجام دهید:

$$\begin{array}{r} (۶۱۲)_۸ \\ - (۴۴۳)_۸ \\ \hline \end{array}$$

اگر درست انجام دهید، به مقدار $(۱۴۷)_۸$ می رسید. دلیل آن ها را در شکل زیر می بینید:

$$\begin{array}{r} \begin{array}{ccc} ۵ & \xrightarrow{۱۰} & ۱۰ \\ ۴ & \xrightarrow{۱۰} & ۳ \end{array} \\ (۴ \quad ۴ \quad ۳)_۸ \\ - (۱ \quad ۴ \quad ۷)_۸ \\ \hline \end{array}$$

امیدوارم از یاد گرفتن جمع و تفریق در مبنای دیگر، لذت برده باشید. راستی، نگفتید $۵۷+۲۴$ چند می شود؟

برای روشن تر شدن منظورم، مثالی می زنم:

فرض کنید می خواهیم بدانیم که حاصل $(۱۰۱)_۵ - (۴۲۱)_۵$ در مبنای ۵ چیست؟ باز هم یک راه طولانی و خسته کننده این است که ببینیم در مبنای دهدهی، مقدارهای $(۴۲۱)_۵$ و $(۱۰۲)_۵$ چه قدر هستند و آن ها را در مبنای اما راه سریع تر این است که اصلاً در مبنای ۵ فکر کنیم:

$$\begin{array}{r} (۴۲۱)_۵ \\ - (۱۰۱)_۵ \\ \hline (۳۲۰)_۵ \end{array}$$

دیدید چه سریع به جواب رسیدیم؟!

البته همیشه به این راحتی نیست. به خصوص زمانی که رقم بزرگ تر باید از رقم کوچک تر کم شود؛ مثل:

$$(۱۰۱)_۵ - (۴۲۰)_۵$$

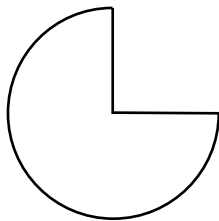
در این مثال، در مرتبه ی یکی ها، باید ۱ دانه را از صفر دانه برداریم! (یک کار غیرممکن!) اما هر مشکلی راه حلی دارد. درست مثل تفریق عادی، باید از مرتبه ی بالاتر، یک دسته را باز کنیم و به این مرتبه بدهیم. اگر از دو تا دسته ی مرتبه ی قبل در عدد $(۴۲۰)_۵$ ، یکی را برداریم، ۱ می ماند. اگر گفتید به صفر تا، چندتا اضافه می شود؟ بله درست است: ۵ تا، زیرا در مبنای ۵، داخل هر دسته شیء وجود دارد (مثل مبنای دهدهی که در هر دسته، ۱۰ تا

کسر به روایتی دیگر

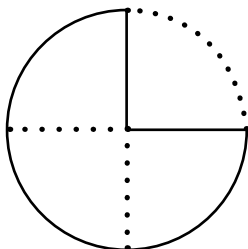
حسن احمدی



شد که واحدهای قبلی انسان دیگر کارساز نبود و باید واحدهای جدیدی می ساخت. مثلاً اگر شما به اندازه‌ی شکل زیر یک کیک داشته باشید، می گوئید چه قدر کیک دارید؟



این مقدار، یک کیک کامل که نیست، هیچی کیک هم نیست. پس شما باید واحد جدیدی درست کنید تا بتوانید بگوئید چه قدر کیک دارید.

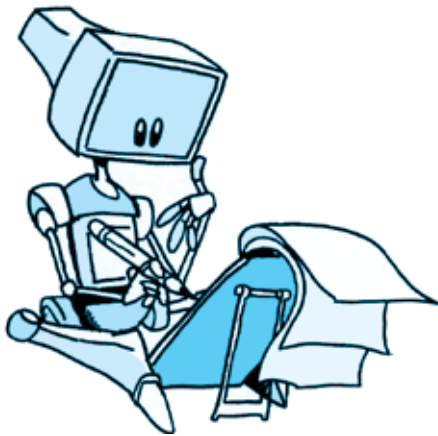


اگر یک کیک را چهار قسمت کنید، من به اندازه‌ی سه تا از آن قسمت‌ها کیک دارم. «اگر بخواهید این جمله را در یک عدد خلاصه کنید، می شود: $\frac{3}{4}$ یک کیک را دارم.» پس شما به کمک مخرج کسر یک واحد جدید و مفید ساخته‌اید. در واقع مخرج کسر، واحد قبلی شما (یک کیک) را خرد کرده است و این واحد جدید را می سازد. صورت کسر نیز مشخص می کند که شما چند تا از این

قبل از شروع هر مطلبی بهتر است اول به تاریخچه‌ی آن نگاهی بیندازیم. مثلاً خیلی ها معتقدند که به کارگیری کسر هم زمان با اختراع چاقو بوده است! «چرا؟» فرض کنید برای اولین بار یک مادر سیبی را نصف کرد و هر قسمت را به یکی از بچه‌هایش داد. حالا هر کدام از بچه‌ها چه قدر سیب دارد؟

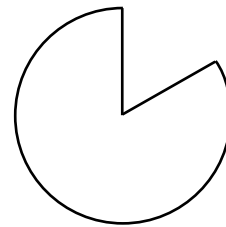


«هر کدام نصف سیب دارند.» آفرین ولی سؤال همین جاست که نصف یعنی چه؟ «اگر یک سیب را به دو قسمت برابر تقسیم کنیم، به هر قسمت آن نصف می گویند» و این دقیقاً همان چیزی است که ما امروزه به آن می گوئیم: $\frac{1}{2}$. در واقع کسر موقعی درست

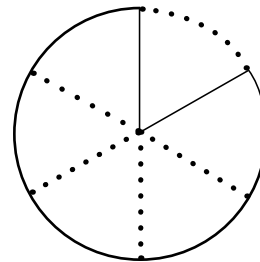


واحد جدید دارید.

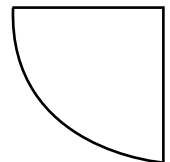
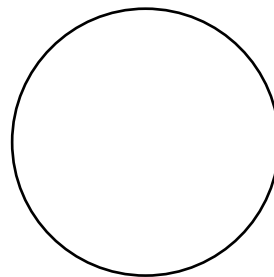
در مثال بالا، مخرج ۴ یعنی باید یک کیک را به چهار قسمت تقسیم کنیم. از این به بعد هر یک از این قسمت‌ها یک واحد است. صورت ۳ نیز یعنی ما ۳ تا از این قسمت‌ها داریم. قبلاً اگر می‌گفتیم ۳ تا، منظورمان ۳ تا کیک بود، ولی وقتی مخرج ۴ را می‌نویسیم واحد ما عوض می‌شود و هنگامی که می‌گوییم ۳ تا منظورمان ۳ تا از این واحد جدید است. حال بگویید در شکل زیر چه کسری از یک دایره نشان داده شده است؟



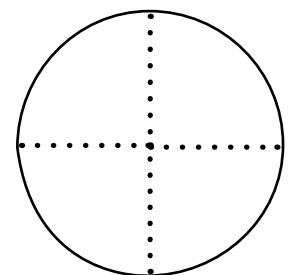
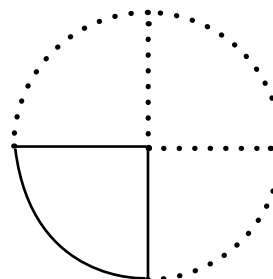
برای راهنمایی به شکل زیر نگاه کنید.



با توجه به این مطالب کسر مناسب شکل زیر چیست؟



« $\frac{5}{4}$ » درست است، یعنی اگر یک دایره را به ۴ قسمت تقسیم کنیم، در این شکل ۵ تا از این قسمت‌ها داریم.



البته در دبستان این مقدار را به صورت دیگری هم بیان می‌کردید: $1\frac{1}{4}$ یعنی یک دایره‌ی کامل و $\frac{1}{4}$ از یک دایره.

واحد، کسر و عدد مخلوط

همه‌ی شما می‌توانید یک عدد مخلوط مثل $2\frac{3}{5}$ را به کسر تبدیل کنید.

$$2\frac{3}{5} = 2 \times 5 = 10 ; 10 + 3 = 13 \rightarrow \frac{13}{5}$$

و حالا با توجه به مطالب قبلی دلیل این کارها را هم می‌توانید بگویید.

$$2\frac{3}{5} = \bigcirc \bigcirc \bigcirc = \frac{13}{5}$$

تا ۵ تا ۵ تا ۵

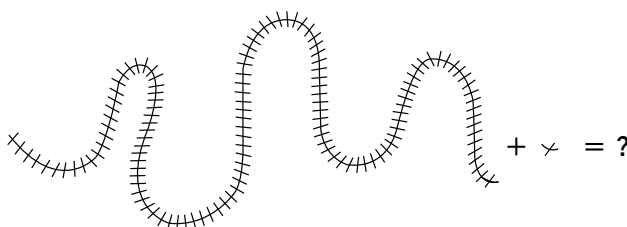
5×2

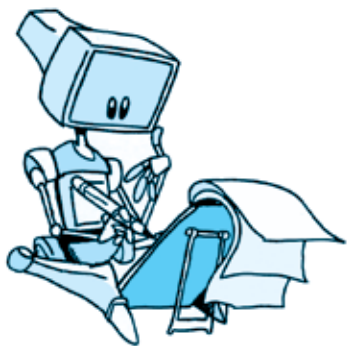
یکسان‌سازی واحدها

اکنون به یک سؤال ساده جواب دهید:

$$1 + 2 = ?$$

«۳» این جواب می‌تواند درست باشد، ولی اگر منظور من ۱ کیلومتر به علاوه ۲ سانتی‌متر باشد، جواب شما چه خواهد بود؟





پاسخ‌های سؤالات مسابقه‌ی ریاضی استرالیا از صفحه‌ی ۴۵

الف	ب	ج	د	هـ
۱	✓			
۲	✓			
۳				✓
۴		✓		
۵		✓		
۶		✓		
۷	✓			
۸			✓	
۹	✓			
۱۰			✓	
۱۱	✓			
۱۲			✓	
۱۳		✓		
۱۴				✓
۱۵	✓			
۱۶	✓			
۱۷			✓	
۱۸		✓		
۱۹	✓			
۲۰				✓
۲۱			✓	
۲۲				✓
۲۳				✓
۲۴				✓
۲۵			✓	

۷.۲۹

۸۴۰.۲۸

۱۱.۲۷

۳۶۰.۲۶

- «۱۰۰۲ سانتی‌متر» پس اگر واحد دو عدد متفاوت باشد، وقتی می‌خواهید آن‌ها را جمع یا تفریق کنید اول باید واحدشان را یکسان سازید. مثل کاری که شما انجام دارید: ابتدا هر دو عدد را به سانتی‌متر تبدیل کردید و سپس آن‌ها را باهم جمع کردید. به همین صورت در جمع و تفریق کسرها ابتدا باید مخرج‌ها را یکی کنیم.
- همان‌طور که قبلاً دیدید مخرج کسر نشان‌دهنده‌ی واحد جدید ماست. با یکی کردن مخرج‌ها در واقع واحد دو عدد را یکی می‌کنیم تا بتوان آن‌ها را باهم جمع و یا تفریق کرد.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \text{شکل} + \text{شکل} =$$

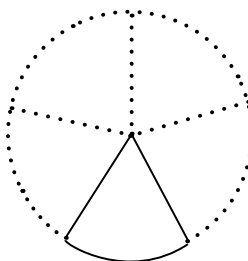
$$\text{شکل} = \text{شکل} = \frac{5}{6}$$

- البته کاری که ما معمولاً انجام می‌دهیم به ترتیبی که در شکل می‌بینید، نیست. چون ما با هوشمندی خاصی (!) از همان ابتدا، واحد (مخرج) مناسبی را انتخاب می‌کنیم؛ واحدی که برای هر دو کسر به کار بیاید.

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = ?$$

- جواب « $\frac{3}{5}$ » است اگر منظور من $\frac{1}{5}$ یک کیک به علاوه $\frac{2}{5}$
- ۴۰۰۰ تومان باشد، باز هم $\frac{3}{5}$ جواب درستی به این سؤال

است؟ «نه!»



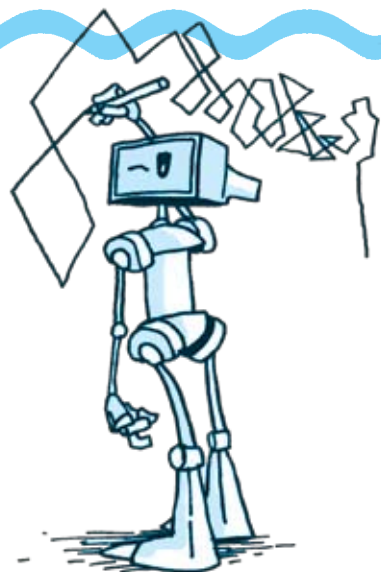
$$+ ۱۶۰۰ = ?$$

- البته در حل مسائل به نکته‌ی بالا خیلی باید دقت کنیم. شاید در فرصت‌های بعدی برای شما در مورد ضرب و تقسیم کسر هم نوشتیم.

معادله



حسن باطنی



معادله‌های چند مجهولی

فرض کنید علی و احمد روی هم ۱۸ تومان داشته باشند. واضح است که چون نه مقدار پول علی را می‌دانیم و نه مقدار پول احمد را، پس مسئله جواب‌های متعددی می‌تواند داشته باشد.

اگر مقدار پول علی را x و مقدار پول احمد را y بنامیم، داریم:
 $۱۸ = \text{مقدار پول احمد} + \text{مقدار پول علی (تومان)}$

$$x + y = 18$$

این معادله که در آن دو حرف x و y به کار رفته‌اند، «دومجهولی» می‌نامیم. اگر $x=۱۰$ و $y=۸$ باشد، معادله به صورت $۱۰+۸=۱۸$ درمی‌آید که یک تساوی درست است.

اما اگر $x=۱۴$ و $y=۶$ باشد، معادله به صورت $۱۴+۶=۱۸$ درمی‌آید که نادرست است؛ زیرا $۱۴+۶=۲۰$ است.

به غیر از جواب $x=۱۰$ و $y=۸$ معادله جواب‌های دیگری هم دارد. برای مثال:

$$x=۱, y=۱۷$$

$$x=۲, y=۱۶$$

و ...

تمرین ۱. آیا می‌توانید سه جواب دیگر معادله‌ی فوق را بنویسید:

۱) $x = \dots, y = \dots$

۲) $x = \dots, y = \dots$

۳) $x = \dots, y = \dots$



ما در حل بسیاری از مسائل به تساوی‌هایی برمی‌خوریم که در آن‌ها یک یا چند جزء مجهول وجود دارد. برای مثال به این مسئله توجه کنید:

اگر علی ۲۳ تومان از پدرش بگیرد، ۷۱ تومان خواهد داشت. در حال حاضر او چه قدر پول دارد؟

خلاصه‌ی مسئله را در تساوی زیر مشاهده می‌کنید:

$$۷۱ = ۲۳ + \text{پول کنونی علی}$$

(تومان) (تومان)

در این مسئله هدف ما مشخص کردن مقدار پول کنونی علی است. برای ساده‌تر شدن تساوی بالا، به جای «پول کنونی علی» از حرف x استفاده می‌کنیم. در این صورت خواهیم داشت:

$$x + 23 = 71$$

که در آن x مقدار پول کنونی علی است. به تساوی $x + 23 = 71$ معادله می‌گوییم.

برای حل کافی است این معادله را حل می‌کنیم.

در معادله‌ی $x + 23 = 71$ ، اگر $x = 48$ باشد، معادله به صورت $48 + 23 = 71$ درمی‌آید که گزاره‌ای درست است و تساوی برقرار خواهد بود. اما اگر $x = 50$ باشد، خواهیم داشت: $50 + 23 = 73$ و تساوی برقرار نمی‌شود، زیرا $50 + 23$ برابر است با ۷۳.

معادله، یک تساوی است که در آن یک یا چند حرف یا مجهول وجود دارد و تساوی به ازای بعضی از مقادیر آن حرف یا حروف برقرار است.

تساوی $x + 23 = 71$ فقط به ازای $x = 48$ برقرار است. بنابراین ۴۸ را جواب معادله و $\{48\}$ را «مجموعه‌ی جواب معادله» می‌نامیم. مجموعه‌ی جواب معادله شامل تمام مقادیری است که با قرار دادن آن‌ها به جای مجهول معادله، یک تساوی درست حاصل می‌شود.

به مثال‌های زیر توجه کنید:

$$x + y = 10 \Rightarrow x = 10 - y$$

قرینه $-y$

$$165 - x = y \Rightarrow 165 = y + x$$

قرینه $+x$

$$x + 83 = 149 \Rightarrow x = 149 - 83$$

قرینه -83

$$x - 31 = 75 \Rightarrow x = 75 + 31$$

قرینه $+31$

با توجه به مثال‌های بالا، این دستور مهم را می‌توان نتیجه گرفت:

دستور ۱: در هر تساوی می‌توان یک مقدار قرینه کرد و به طرف دیگر تساوی انتقال داد.

اکنون به حل چند معادله می‌پردازیم:

مثال ۱: معادله‌ی $x + 13 = 40$ را حل کنید.

حل: با توجه به دستور ۱ ابتدا مقدار $+13$ را قرینه می‌کنیم و به طرف دیگر تساوی انتقال می‌دهیم:

$$x + 13 = 40$$

قرینه -13

در نتیجه تساوی زیر به دست می‌آید:

$$x = 40 - 13$$

و با محاسبه‌ی طرف راست تساوی خواهیم داشت:

$$x = 27$$

$x = 27$ جواب معادله است. یعنی تساوی $x + 13 = 40$ به ازای $x = 27$

برقرار خواهد بود. می‌توانید این مطلب را با قرار دادن ۲۷ به جای x در معادله، امتحان کنید تا به جواب خود مطمئن شوید:

$$x + 13 = 40$$

↓

$$27 + 13 = 40$$

مثال ۲: معادله‌ی $x - 51 = -30$ را حل کنید.

حل: با توجه به دستور ۱ داریم:

$$x - 51 = -30$$

قرینه $+51$

$$x = -30 + 51$$

با محاسبه‌ی طرف راست تساوی خواهیم داشت:

$$x = 21$$

این جواب را امتحان کنید.

اکنون مسئله‌ی زیر را با تشکیل معادله حل می‌کنیم.

- اگر محمد ۱۶ تومان به برادرش بدهد، ۴۱ تومان برایش باقی می‌ماند. محمد چه قدر پول دارد؟

مشاهده می‌شود که معادله‌ی $x + y = 18$ جواب‌های زیادی دارد.

پس هر معادله با توجه به تعداد مجهولاتش، می‌تواند یک جواب، یا چند جواب و یا بی‌شمار جواب داشته باشد.

تمرین ۲: هر یک از معادله‌های زیر چند مجهولی هستند.

الف) $2x + y = 10$... مجهولی

ب) $x + y + 3z = 16$... مجهولی

منظور از حل یک معادله، یافتن مجموعه‌ی جواب‌های آن

معادله است. یعنی پیدا کردن مقادیری برای مجهول یا مجهول‌های معادله که معادله به ازای آن‌ها برقرار باشد؛ یعنی تساوی درست حاصل شود.

به تساوی‌های زیر توجه کنید:

$$15 - 6 = 9 \quad (1)$$

$$15 = 9 + 6 \quad (2)$$

با مقایسه‌ی این دو تساوی، چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟ چگونه از تساوی ۱ می‌توان به تساوی ۲ رسید؟ در واقع اگر به دو طرف هر تساوی یک مقدار معین و برابر اضافه یا کم کنیم. تساوی باز هم برقرار است. حال به دو طرف رابطه‌ی ۱ عدد $+6$ اضافه کنید. چه اتفاقی می‌افتد؟ بله درست است، تساوی ۲ به دست می‌آید.

چنین به نظر می‌رسد که عدد -6 در تساوی ۱ قرینه شده و به طرف دیگر تساوی انتقال یافته است؛ بدین صورت:

$$15 - 6 = 9$$

قرینه $+6$

$$15 = 9 + 6$$

در واقع عمل تفریق $15 - 6 = 9$ و عمل جمع $15 = 9 + 6$ و عمل

جمع $15 = 9 + 6$ متناظرند.

اکنون جمع متناظر با تفریق زیر را بنویسید:

$$37 - 12 = 25 \Rightarrow \dots = \dots + \dots$$

حال به دو تساوی زیر توجه کنید:

$$13 + 8 = 21 \quad (1)$$

$$13 = 21 - 8 \quad (2)$$

با مقایسه‌ی این دو تساوی، مشاهده خواهید کرد که عدد $+8$

در تساوی ۱ قرینه شده و به طرف دیگر تساوی انتقال یافته است؛ به صورت زیر:

$$13 + 8 = 21$$

قرینه -8

$$13 = 21 - 8$$

عمل تفریق متناظر با جمع زیر را بنویسید:

$$52 + 16 = 68 \Rightarrow \dots = \dots - \dots$$

قرینه -16

حل: اگر از پول محمد ۱۶ تومان کم شود، ۴۱ تومان برایش می‌ماند. یعنی:

$$41 = 16 - \text{مقدار پول محمد}$$

(تومان) (تومان) (تومان)

با قرار دادن حرف x به جای «مقدار پول محمد» داریم:

$$x - 16 = 41$$

با حل این معادله مقدار x که همان مقدار پول محمد است به دست خواهد آمد.

$$x - 16 = 41 \Rightarrow x = 41 + 16 \Rightarrow x = 57$$

(تومان) مقدار پول محمد

شاید فکر کنید که این مسئله را بدون تشکیل معادله نیز می‌توان حل کرد. درست است، اما مسائل بسیاری وجود دارند که حل آن‌ها بدون تشکیل معادله، بسیار مشکل یا غیرممکن است. لذا لازم است برای کسب مهارت در حل این گونه مسئله‌ها، از مسائل ساده‌تر آغاز کنید و چگونگی تشکیل معادله را خوب فراگیرید.

به تساوی‌های زیر توجه کنید:

$$\begin{array}{ccc} \text{عمل ضرب} & 5 \times 12 = 60 & \\ & \downarrow & \downarrow \\ \text{عمل تقسیم} & 12 = 60 \div 5 & \end{array}$$

این دو عمل ضرب و تقسیم متناظرند. تساوی زیر را کامل کنید:

$$14 \times 6 = 84 \Rightarrow 6 = \dots \div \dots$$

به مثال‌های زیر توجه کنید:

$$5 \times x = 60 \Rightarrow x = 60 \div 5$$

$$\frac{2}{3} \times x = 8 \Rightarrow x = 8 \div \frac{2}{3}$$

مطلب فوق را می‌توان در حالت کلی به صورت دستور زیر بیان کرد:

دستور ۲. هرگاه $ax=b$ باشد، آن‌گاه $x = b \div a$ به شرط آن که $a \neq 0$



مثال ۳. معادله‌ی $5x=60$ را حل کنید.

حل: با توجه به دستور ۲ خواهیم داشت:

$$5x = 60 \Rightarrow x = 60 \div 5$$

با محاسبه‌ی تقسیم در طرف راست تساوی اخیر داریم:

$$\boxed{x=12}$$

۱۲ جواب معادله است. با قرار دادن $x=12$ در معادله‌ی $5x=60$

می‌توانید درستی این جواب را بررسی کنید.

مثال ۴. معادله‌ی $\frac{3}{7}x = 24$ را حل کنید.

حل: با استفاده از دستور ۲ خواهیم داشت:

$$\frac{3}{7}x = 24 \Rightarrow x = 24 \div \frac{3}{7}$$

و با محاسبه‌ی تقسیم، در سمت راست تساوی داریم:

$$x = 24 \times \frac{7}{3} \Rightarrow \boxed{x=56}$$

مثال ۵. مسئله‌ی زیر را با تشکیل معادله حل کنید:

در $\frac{13}{24}$ گنجایش ظرفی ۵۲ لیتر آب جای می‌گیرد. گنجایش ظرف چه قدر است؟

حل: با توجه به صورت مسئله « $\frac{13}{24}$ گنجایش ظرف = ۵۲ لیتر»

این مطلب را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{13}{24} = 52 \text{ (لیتر)}$$

با قراردادن حرف x به جای گنجایش ظرف داریم:

$$\frac{13}{24}x = 52$$

با حل این معادله، مقدار x که همان «گنجایش ظرف» است، به دست می‌آید:

$$\frac{13}{24}x = 52 \Rightarrow x = 52 \div \frac{13}{24}$$

$$\Rightarrow x = 52 \times \frac{24}{13}$$

$$\Rightarrow \boxed{x=96}$$

گنجایش ظرف (لیتر)

با توجه به دستورهای ۱ و ۲ به حل چند مثال دیگر

می‌پردازیم:

مثال ۶. معادله‌ی $5x+2=37$ را حل کنید.

حل: ابتدا با توجه به دستور ۱ خواهیم داشت:

$$5x + 2 = 37$$

قرینه -2

$$5x = 37 - 2 \Rightarrow 5x = 35$$

سپس با استفاده از دستور ۲ مقدار x را به دست می آوریم:

$$5x = 35 \Rightarrow x = 35 \div 5 \Rightarrow \boxed{x = 7}$$

مثال ۷. معادله $1 = -\frac{x}{3} + \frac{4}{5}$ را حل کنید.

حل: با توجه به دستور ۱ داریم:

$$-\frac{x}{3} + \frac{4}{5} = 1$$

قرینه $-\frac{4}{5}$

$$-\frac{x}{3} = 1 - \frac{4}{5} \Rightarrow -\frac{x}{3} = \frac{1}{5}$$

تساوی اخیر را به صورت زیر می توان نوشت:

$$-\frac{1}{3}x = \frac{1}{5}$$

و آن گاه با استفاده از دستور ۲ مقدار x را به دست می آوریم:

$$x = \frac{1}{5} \div \left(-\frac{1}{3}\right) \Rightarrow x = \frac{1}{5} \times \left(-\frac{3}{1}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{x = -\frac{3}{5}}$$

مثال ۸. مریم ۱۴۰ ریال داشت. با این پول ۱۲ مداد خرید و ۸

ریال از پولش باقی ماند. قیمت هر مداد چه قدر است؟

حل: با توجه به صورت مسئله داریم:

$$140 = 8 + (\text{قیمت یک مداد}) \times 12$$

(ریال) (ریال) (ریال)

«قیمت یک مداد» را « x » در نظر می گیریم:

$$12x + 8 = 140$$

با حل این معادله مقدار x یعنی قیمت یک مداد به دست

$$12x = 140 - 8 \Rightarrow 12x = 132$$

می آید:

$$\Rightarrow x = 132 \div 12$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 11}$$

(ریال) قیمت یک مداد

مثال ۹. اگر از ۴ برابر عددی ۵ واحد کم کنیم، عدد ۱۱۹ حاصل

می شود. آن عدد چند است؟

حل: با توجه به صورت مسئله داریم:

$$4x - 5 = 119$$

(عدد مورد نظر) $\times 4$

$$4x - 5 = 119 \Rightarrow 4x = 119 + 5$$

$$\Rightarrow 4x = 124 \Rightarrow x = 124 \div 4$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 31}$$

برای حل معادله

$$9 + 3x - 11 + 5x + 8 = 4x - 7 - x$$

چه باید کرد؟ x چه مقداری باشد تا تساوی بالا برقرار شود؟

نحوه عملکرد بدین صورت است که ابتدا تمام یک جمله ای های

سمت راست تساوی را که شامل حرف x هستند، با توجه به دستور

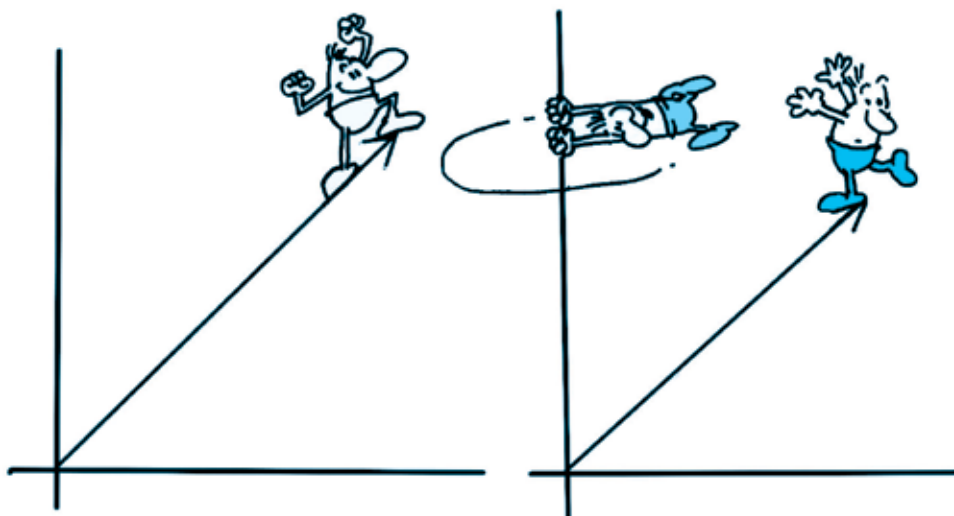
۱ به سمت چپ تساوی انتقال می دهیم. سپس تمام اعداد سمت

چپ تساوی را با توجه به دستور ۱، به سمت راست تساوی منتقل

می کنیم:

$$9 + 3x - 11 + 5x + 8 = 4x - 7 - x$$

قرینه -9 قرینه $+11$ قرینه -8 قرینه $-4x$ قرینه $+x$



تمرین ۴. علی $\frac{2}{3}$ پولش را برای خرید کتاب و $\frac{1}{4}$ پولش را برای خرید دفتر اختصاص داده و ۱۴ تومان برایش باقی مانده است. کل پول علی چه قدر است؟

راهنمایی: اگر کل پول علی را x فرض کنیم، داریم:

$$\frac{2}{3}x + \frac{1}{4}x + 14 = x$$

تمرین ۵. مجموع ۴ عدد متوالی ۱۱۰ است این چهار عدد را بیابید.

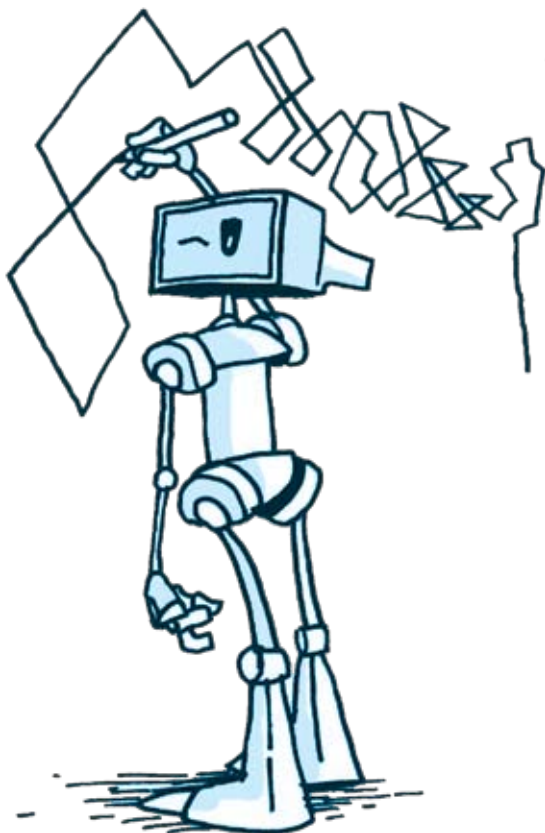
راهنمایی: عدد کوچک تر را x در نظر بگیرید. این چهار عدد، x ، $x+1$ ، $x+2$ و $x+3$ خواهند بود؛ پس:

$$x + x + 1 + x + 2 + x + 3 = 110$$

با حل معادله مقدار x به دست می آید.

تمرین ۶. سن ۴ سال بعد احمد از ۳ برابر ۸ سال پیش او ۶ سال کمتر است. سن کنونی احمد چه قدر است؟

راهنمایی: سن کنونی احمد را x فرض می کنیم. سن ۴ سال بعد او $x+4$ و سن ۸ سال پیش او $x-8$ خواهد بود و معادله ی مورد نظر $x+4 = 3(x-8) + 6$ است. با حل معادله مقدار x یعنی سن کنونی احمد به دست می آید. می توانید جواب را امتحان کنید.



$$3x + 5x - 4x + x = -7 - 9 + 11 - 8$$

پس از ساده کردن داریم: $5x = -13$

$$x = -\frac{13}{5}$$

تمرین ۳. معادله های زیر را حل کنید:

$$1) \frac{2}{3}x - x + 20 = 9x - 8$$

$$2) x + 2x + 3x + 4x = 5x + 6x - 7$$

$$3) \frac{2}{5}x - 10 + x + \frac{2}{6} = -x + \frac{5}{1}$$

بیان این مطلب لازم است که معادله ها شکل های متفاوت دیگری هم دارند که در این جا فقط به بیان چند تمرین و راهنمایی مختصر اکتفا می کنیم و تحقیق در یافتن راه حل را به عهده ی دانش آموزان می گذاریم:

$$1) 2^x \times 8 = 128$$

راهنمایی: تساوی را به $2^7 = 2^3 \times 2^x$ تبدیل کنید ...

$$2) \frac{2x+5}{3x-1} = \frac{3}{4}$$

راهنمایی: با توجه به این که حاصل ضرب طرفین برابر است با حاصل ضرب وسطین، خواهیم داشت:

$$3 \times (3x-1) = 4 \times (2x+5)$$

با انجام ضرب و ساده کردن مقدار x به دست می آید:

$$3) 5^{2x+1} \times 25 = 5^{x+7}$$

راهنمایی:

$$5^{2x+1} \times 5^2 = 5^{x+7}$$

$$5^{2x+1+2} = 5^{x+7}$$

چون پایه ها مساوی هستند، توان ها باید مساوی باشند.

$$4) \frac{7}{5x-1} = \frac{-4}{-3x+8}$$

راهنمایی: مانند تمرین ۲،

$$5) \frac{4}{4x-3} + \frac{14}{9} = 2$$

راهنمایی: $\frac{14}{9}$ را با توجه به دستور به طرف دیگر انتقال دهند و با محاسبه ی سمت راست تساوی و راهنمایی تمرین ۲ به جواب برسید.

$$6) \frac{2}{3} \div x = \frac{8}{15}$$

راهنمایی: به دو تقسیم زیر توجه کنید:

$$20 \div 4 = 5 \quad 20 \div 5 = 4$$

حالا از تقسیم بالا تقسیم دیگری را نتیجه بگیرید و مقدار x را به دست آورید.

کشف قاعده‌ی

بخش‌پذیری بر ۹ و ۳

علی‌اصغر زندی

◀ فعالیت الف (الگویابی)

می‌خواهیم بخش‌پذیری ۱۸۵۳ را بر ۹ بررسی کنیم. به این منظور، فرض می‌کنیم ۱۸۵۳ عدد گردو را می‌خواهیم بین ۹ نفر تقسیم کنیم. از دوره‌ی ابتدایی به یاد داریم که ابتدا باید هزارتایی‌ها، بعد صدتایی‌ها، سپس ده‌تایی‌ها و در آخر یکی‌ها را تقسیم کنیم:

۱. با تقسیم هزارتایی‌ها (۱۰۰۰ عدد گردو)، به هر نفر چه تعداد گردو می‌رسد و چندتا باقی می‌ماند؟ بین باقی‌مانده و یکان هزار عدد اصلی (۱۸۵۳) چه رابطه‌ای می‌بینید؟

۲. با تقسیم صدتایی‌ها (۸۰۰ عدد گردو)، به هر نفر چه تعداد گردو می‌رسد و چندتا باقی می‌ماند؟ بین باقی‌مانده و صدگان عدد اصلی (۱۸۵۳) چه رابطه‌ای می‌بینید؟

۳. با تقسیم ده‌تایی‌ها (۵۰ عدد گردو)، به هر نفر چه تعداد گردو می‌رسد و چندتا باقی می‌ماند؟ بین باقی‌مانده‌ی دهگان عدد اصلی (۱۸۵۳) چه رابطه‌ای می‌بینید؟

۴. اکنون نوبت به تقسیم کردن یکی‌ها می‌رسد. با تقسیم این سه گردو، به هر نفر چندتا می‌رسد و چه تعداد باقی می‌ماند؟

تا این‌جا کار، به این نتیجه رسیدیم که از ۱۰۰۰ تا،

۹۹۹ تا، ۸۰۰ تا، ۷۹۲ تا، ۵۰ تا، ۴۵ تا، آن را

می‌توان بین ۹ نفر به مساوات تقسیم کرد. اگر بشود باقی‌مانده‌ها

(یکی‌ها) را نیز بین این ۹ نفر به‌طور مساوی تقسیم کرد، نتیجه می‌گیریم

که عدد ۱۸۵۳ بر ۹ بخش‌پذیر است.

۵. تا الان چند گردو باقی‌مانده است؟ آیا این تعداد گردو را می‌توان بین ۹ نفر

به‌طور مساوی تقسیم کرد؟



۶. آیا ۱۸۵۳ بر ۹ بخش پذیر است؟

۷. با مقایسه‌ی باقی مانده‌های هر مرحله با هر یک از رقم‌های عدد ۱۸۵۳، آیا می‌توانید بگویید به جای تقسیم کردن هر یک از مرتبه‌ها و به دست آوردن باقی مانده، می‌توانیم چه کاری انجام دهیم؟
۸. همین سؤال‌ها را در مورد یک عدد پنج رقمی، شش رقمی و بالاتر پاسخ دهید. آیا نتیجه‌ای که در سؤال ۸ به آن رسیدید، تأیید شد؟
۹. با توجه به سؤال‌های بالا، قاعده‌ی بخش پذیری بر ۹ را بنویسید.

توجه: روشی که در فعالیت الف از آن استفاده کردیم. «الگویابی» نام دارد. در مورد الگویابی چه می‌دانید؟

فعالیت ب

- اکنون عدد ۲۳۹۵ را در نظر بگیرید و همان مراحل فعالیت قبل را برای آن انجام دهید:
۱. تقسیم کردن هزارتایی‌ها و صدتایی‌ها، مانند قبل است، اما تقسیم کردن ده‌تایی‌ها با فعالیت قبل متفاوت است. چرا؟
 ۲. بعد از تقسیم کردن یکی‌ها، می‌بینیم که جمعاً $۲+۳+۵=۱۰$ گردو باقی مانده است. آیا این تعداد گردو را می‌توان بین ۹ نفر به طور مساوی تقسیم کرد؟
 ۳. آیا ۲۳۹۵ بر ۹ بخش پذیر است؟
 ۴. بنابراین، برای بررسی بخش پذیری عدد ۲۳۹۵ بر ۹، تمام ارقامش به جز ۹ را با هم جمع می‌کنیم. اما اگر ۹ را نیز با آن‌ها جمع کنیم، آیا باقی مانده تغییر می‌کند؟
 ۵. آیا بودن یا نبودن ۹ در حاصل جمع ارقام، تأثیری در بخش پذیری عدد ۲۳۹۵ بر ۹ دارد؟
 ۶. اگر به جای ۹، صفر باشد چه طور؟
 ۷. با توجه به سؤال‌های بالا، آیا قاعده‌ی بخش پذیری بر ۹ که در فعالیت قبل به آن رسیدید، نادرست است؟
 ۸. از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

فعالیت ج

چند عدد مثال بزنید و با دنبال کردن مراحل فعالیت‌های «الف» و «ب» در مورد آن‌ها، قاعده‌ی بخش پذیری بر ۳ را نتیجه بگیرید.



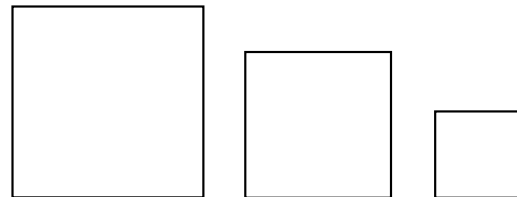
واژه‌های ریاضی (مکعب، مربع)

شادی بهاری

در این شماره از مجله، با دو واژه آشنا می‌شویم که هم در هندسه از آن‌ها استفاده می‌شود، هم در حساب و هم در نام‌گذاری واحدهای اندازه‌گیری! آیا می‌دانید منظورم کدام کلمه‌هاست؟

کلمه‌های مورد نظر من، واژه‌های «مربع» و «مکعب» هستند. این واژه‌ها را خیلی وقت است که می‌شناسید، ولی شاید تاکنون به این موضوع توجه نکرده باشید که در چه زمینه‌های متفاوت و البته مرتبط به هم از این واژه‌ها استفاده می‌شود.

«مربع» در هندسه نام یک شکل است. در واقع مربع، متوازی‌الاضلاعی است که هر چهار ضلع آن با هم برابرند و چهار زاویه‌ی قائمه دارد؛ مثل شکل‌های زیر:



از سوی دیگر، در حساب، مربع هر عدد یعنی توان دوم همان عدد که به آن مجذور نیز می‌گویند؛ مانند:

$$7^2 = 7 \times 7 = 49 \text{ مربع عدد } 7$$

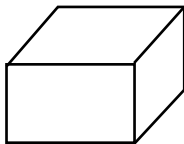
اما آیا تاکنون فکر کرده‌اید چرا در حساب، از کلمه‌ی «مربع» برای توان دوم اعداد استفاده می‌شود؟

شاید دلیلش این باشد که مساحت شکل مربع، با حاصل ضرب طول ضرب مربع در خودش، یعنی توان دوم ضلع مربع برابر است.

پس به نوعی نام انتخاب شده برای توان دوم عددها، به دلیل رابطه‌ی مساحت شکل مربع با ضلع آن مربع بوده است.

همچنین جالب است بدانید که واژه‌ی «مربع» که در واحدهای مساحت مانند سانتی‌متر مربع استفاده می‌شود، دقیقاً به معنای «توان دوم واحد سانتی‌متر» است. در واقع یک سانتی‌متر مربع، «اندازه‌ی مساحت مربعی به ضلع یک سانتی‌متر» است. به همین دلیل هم در نوشتن شکل اختصاری واحد سانتی‌متر مربع به لاتین، چنین می‌نویسیم: cm^2 . خلاصه همه‌ی این‌ها به نوعی به هم مرتبط هستند.

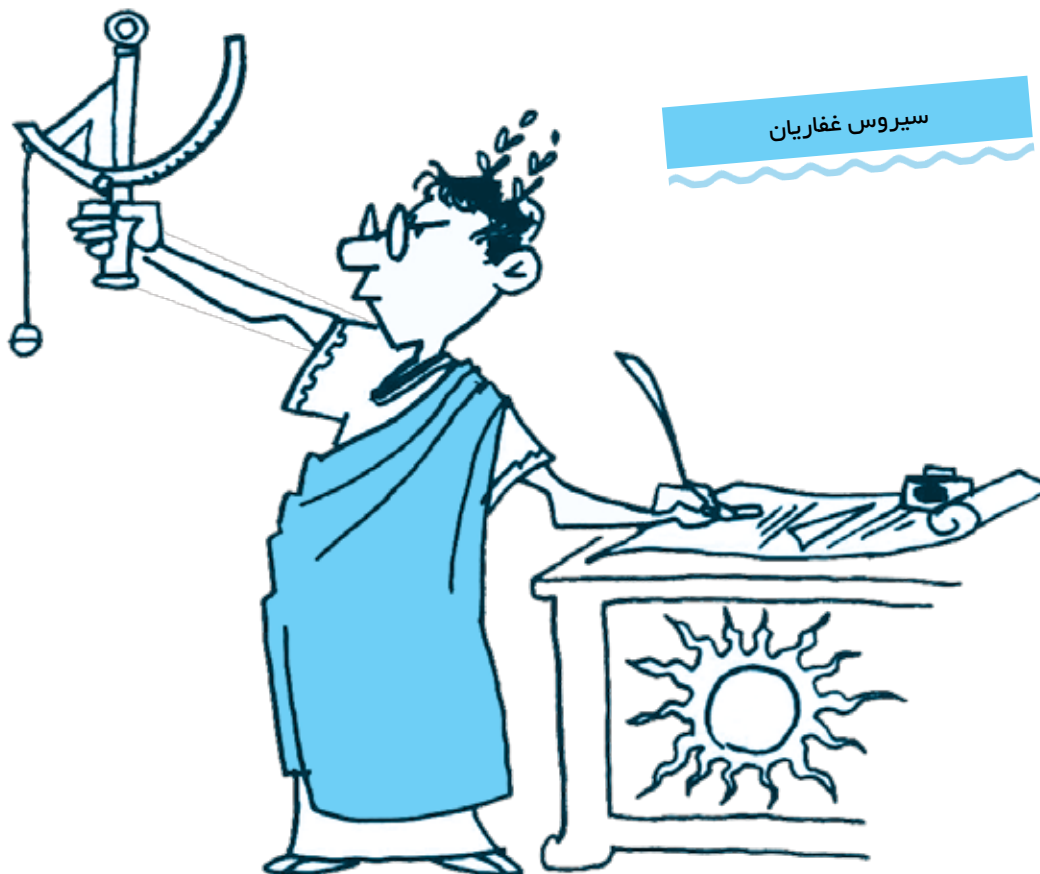
همین ارتباط و نوع کاربرد، برای واژه‌ی «مکعب» نیز وجود دارد. در هندسه «مکعب» شکلی فضایی است که شش وجه دارد و همه‌ی وجه‌های آن، مربع‌های هم اندازه هستند و در حساب، مکعب یک عدد، یعنی توان سوم آن عدد، مثلاً:



$$9^3 = 9 \times 9 \times 9 = 729 \text{ مکعب عدد } 9$$

که باز هم ارتباط بین این دو معنی واژه‌ی مکعب، به اندازه‌ی حجم مکعب باز می‌گردد که حجم مکعب به ضلع a ، با مکعب a برابر است! باز هم می‌دانید که واحدهای اندازه‌گیری حجم، عبارت‌اند از: میلی‌متر مکعب، سانتی‌متر مکعب، متر مکعب، کیلومتر مکعب و...

تالس و نهضت گرایش به هندسه



آن قدر به ریاضیات و هندسه توجه کرد که روی سر در آکادمی (جایگاه تدریس افلاطون که باغ معروفی در آتن بود) این جمله را نوشت: «کسی که هندسه نمی داند وارد این باغ نشود».

بی دلیل نیست که فیلسوف و ریاضی دان معاصر، **برتراند راسل**^۲ در تاریخ فلسفه ی غرب، تالس را یکی از نخستین فیلسوفان یونان می شناسد. اگر نگارنده در این مجله ی ویژه ی ریاضی، به تاریخچه ی علم ریاضی می پردازد، در تعقیب این انگیزه است که ریاضیات را برای معلمان و دانش آموزان از یک پدیده مجرد و انتزاعی^۳ و خشک خارج سازد و به همه بفهماند که این دانشمندان در سایه ی علم در زندگی روزمره نیز موفق بوده اند. مثلاً درباره ی تالس در بیشتر کتاب های تاریخ فلسفه، ریاضیات و نجوم نوشته اند که چون این دانشمند و فیلسوف به اصطلاح علاوه بر نجوم و ریاضیات، یک

اگرچه هر وقت از ریاضیات نام برده می شود، به سبب جدول ضربی که **فیثاغورس** ارائه کرد، عده ای او را «پدر ریاضی» می دانند، ولی باید دانست که **تالس**^۱ که در حدود ۶۰۰ سال قبل از فیثاغورس به دنیا آمده، پایه و اساس ریاضیات را بنیاد نهاده است. پس از او، کسانی چون فیثاغورس، **هیپارک** و **آپولونیوس** قدم به عرصه نهادند که فرد اخیر، یعنی آپولونیوس، ایجادکننده ی «هندسه ی مخروطات» است.

اقدامات و کوشش های تالس و شاگردانش باعث شد نهضت گرایش به هندسه به جایی برسد که **افلاطون** با تفکرات فلسفی خود در زمینه ی فلسفه ی محض، عملاً به ریاضیات به ویژه هندسه توجه پیدا کند و «چند وجهی های منتظم» را که حالا به «اجسام افلاطونی» معروف هستند، به جهان ریاضیات معرفی کند. ضمناً

«فیزیک‌یولگ»^۴ (طبیعی‌دان) بوده است، می‌توانست در زمینه‌ی هواشناسی نیز پیش‌بینی کند.

در این باره **ارسطو** در رساله‌ی سیاست از تالس داستانی نقل می‌کند که جالب و آموزنده است. ارسطو می‌نویسد عده‌ای تالس را به علت فقر و تهی‌دستی سرزنش می‌کردند و با سخنان نیش‌دار به او می‌گفتند که از فلسفه سودی بر نمی‌خیزد. تالس با توجه به دانشی که از هواشناسی و جو زمین داشت، دریافته بود که به علت نزولات بیشتر آسمانی در سال آینده، محصول زیتون فراوان خواهد شد. او با مختصر پولی که داشت، بیعانه‌ای برای اجاره‌ی همه کارگاه‌های روغن‌کشی شهرهای «کیوس» و «ملطیه» که یونانی‌ها به آن میل^۵ می‌گفتند و در غربی‌ترین منطقه‌ی آسیای صغیر (ناحیه‌ی ایونی)^۶ قرار داشت، پرداخت.

هنگام برداشت محصول، تالس با هر قیمتی که می‌خواست، کارگاه‌های انحصاری در اجاره‌ی خویش را اجاره می‌داد و به این ترتیب نشان داد که اگر فیلسوفان بخواهند، به آسانی می‌توانند ثروتمند شوند؛ در حالی که هدف آن‌ها چیزی غیر از ثروتمند شدن است.

حال برگردیم به زندگی علمی تالس و ارائه‌ی نظریاتش در ریاضیات.

تالس، اولین فیلسوف و دانشمند

در تاریخ علم و فلسفه از او با نام تالس ملطی^۷ یاد می‌کنند. وی از جمله حکمای هفت‌گانه بود^۸ که معروف‌ترین آنان سولون، جد مادری افلاطون، و دیگری تالس بود. تالس در ۶۴۰ ق.م در شهر «میل» (میلت) که مهاجرنشین یونانی بود و بعداً به تصرف ایران درآمد، متولد شد و در ۵۵۰ ق.م درگذشت. او ۹۰ سال عمر کرد. شهر میل به مرکز تقاطع علوم ایرانی، مصری، بابلی و هندی بود. تالس ضمن بر گرفتن از خرمن علوم زمان خویش به تجارت پرداخت. او در عین حال اولین کسی بود که به کاربردن گونیا را در هندسه متداول کرد. با این وسیله او مثلی رسم می‌کند که طول اضلاع آن ۳، ۴ و ۵ و یک زاویه‌اش قائمه باشد.

تالس طی سفر به مصر در حضور فرعون و اعضای دربار او، به وسیله‌ی طول سایه‌ی هرم واقع در صحرای «جیزه»، ارتفاع آن را تعیین کرد. او موقعی به این عمل مبادرت ورزید که سایه‌ی هرم با ارتفاع آن برابر بود؛ چون با محاسبات ریاضی می‌توانست حرکت خورشید را تعقیب کند. او علت ماه‌گرفتگی و خورشیدگرفتگی را کشف کرد و توانست خورشیدگرفتگی سال ۵۸۵ ق.م را که در زمان سلطنت هوخستره پادشاه ماد رخ داد، قبلاً پیش‌بینی کند.^(۹) تالس توانست قضایای زیر را در هندسه کشف کند:

۱. هر یک از قطرهای دایره آن را به دو جزء مساوی تقسیم می‌کند.

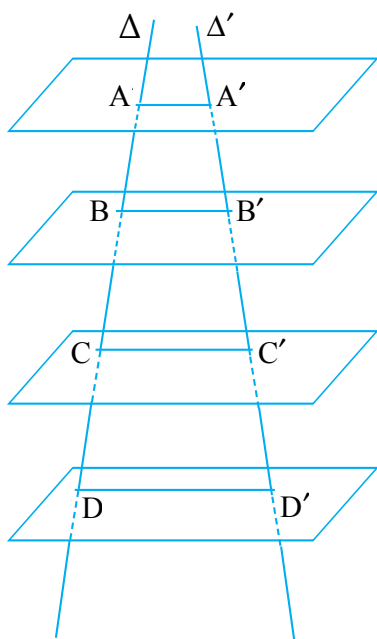
۲. زوایای طرفین قاعده‌ی یک مثلث متساوی‌الساقین برابرند.

۳. از تقاطع دو خط راست، دو زاویه‌ی متقابل به رأس به دست می‌آید که با هم برابرند.

۴. هر مثلث قائم‌الزاویه را می‌توان در یک نیم دایره محاط کرد.

تحقیقات او در هندسه باعث شدند، بعد از او یونانیان بتوانند با استفاده از قوانینی که او کشف کرد، مقدار تقریبی عدد پی (π) را محاسبه کنند و کثیرالاضلاعی منتظم از ۳۸۴ ضلع را در دایره‌ای محاط کنند. او در زمینه‌ی شناخت طبیعت می‌گفت: اگر آب نباشد، هیچ چیزی در دنیا نخواهد بود. به عبارت دیگر، آب را «ماده‌المواد» می‌دانست. دو تن از شاگردانش، یعنی آناکسیماندر^(۱۰) و آناکسیمن^(۱۱) انقلاب بزرگی در علم به وجود آوردند. اولی توانست فیزیک را که درباره‌ی طبیعت بحث می‌کند، از صورت ارسطو خارج سازد و دومی خدایان متعدد را به یک‌سو فکند و اظهار داشت، یک ذات فناپذیر جهان را آفریده که نام آن آپرون است. به تعبیر دیگر، آن را خدا نام نهاد. به این وسیله تک‌خدایی را جای‌گزین پرستش صدها رب‌النوع و خدایانی کرد که مردم یونان برای هر کدام اسطوره‌ای ساخته بودند.

تالس قضایای متعددی در هندسه دارد که معروف‌ترین آن‌ها قضیه‌ی تالس در فضا و قضیه‌ی تالس در مثلث است. اینک قضیه‌ی تالس در فضا را بیان می‌کنیم. در زمینه‌ی فضا، او می‌گوید: صفحه‌های متوازی روی دو خط متقاطع با آن‌ها، پاره‌خط‌های متناظر و متناسب ایجاد می‌کنند.



در نهایت می‌توان حکم قضیه را به این صورت نوشت:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'}$$

چند نکته‌ی حکمت آمیز از تالس

از تالس پرسیدند: «چه کاری دشوار است؟»

گفت: «خودشناسی.»

پرسیدند: «چه کاری سخت آسان است؟»

گفت: «اندرزدادن.»

پرسیدند: «کمال تقوا و عدالت چیست؟»

گفت: «در آن است که هیچ‌گاه آن‌چه را که در دیگران عیب

می‌شماریم، خود نکنیم.»

پی‌نوشت

1. Thales
2. Bertrand Russell
3. Abstract
4. Physiologue
5. Milet
6. Ioni
7. Thales The Milet
8. مراجعه شود به: سیر حکمت دراروپا، نوشته‌ی فروغی
9. مراجعه شود به: تاریخ ایران زمین، نوشته‌ی دکتر مشکور
10. Anaximandros
11. Anaximenes

منابع

۱. صفاری، حسن و قربانی، ابوالقاسم. نه مقاله‌ی هندسه ویژه‌ی سال ششم دبیرستان‌ها، شعبه‌ی ریاضی. تهران. ۱۳۳۱.
۲. داوری، رضا. سیر فلسفه (بخش اول). ویژه‌ی سال چهارم رشته‌ی فرهنگ و ادب. انتشارات سازمان کتب درسی. تهران. ۱۳۵۶.
۳. فروغی، محمدعلی. سیر حکمت در اروپا (ج ۱). انتشارات کتب جیبی. تهران. ۱۳۴۰.
۴. بنتلی، جان ادوارد. طرحی کوتاه از تاریخ فلسفه. ترجمه‌ی فریرز مجیدی. انتشارات کیهان. تهران. ۱۳۴۹.
۵. دورانت، ویل. تاریخ تمدن. کتاب دوم، بخش اول. ترجمه‌ی احمد آرام. انتشارات اقبال و مؤسسه فرانکلین. تهران. ۱۳۴۰.
۶. داوندی، مرتضی. تاریخ اجتماعی ایران. بخش آسیای صغیر (ج ۱). انتشارات امیرکبیر. تهران. ۱۳۵۶.
۷. صدر، میرشهرام و دیگران. فرهنگ ریاضیات. انتشارات مدرسه. تهران. ۱۳۸۶.

یعنی اگر دو خط Δ و Δ' صفحه‌های متوازی، P_1, P_2, P_3

را به ترتیب در نقاط

$D', C', B', A', D, C, B, A$

قطع کنند، نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'}$$

در قضیه‌ی تالس در مورد

مثلت می‌توان گفت: هر خطی

که به موازات یکی از اضلاع یک

مثلت رسم شود، روی دو ضلع

دیگر قطعه خط‌های متناسب

پدید می‌آورد و قضیه‌ی کلی تالس

چنین است: اگر چند خط متوازی را دو خط

قطع کنند، نسبت هر دو حامل از حامل‌هایی

که روی یکی از این دو خط پدید می‌آیند، با

نسبت حامل‌های نظیرشان روی قاطع دیگر

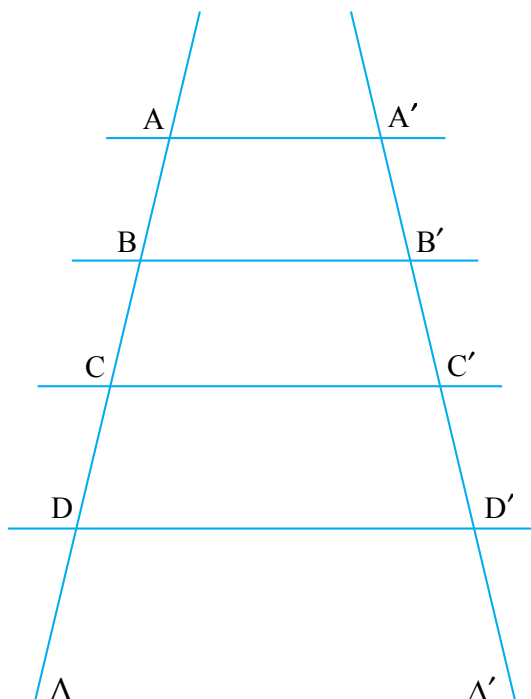
مساوی است.

مثلاً در شکل زیر روی هر یک از

خط‌های Δ و Δ' یک جهت مثبت اختیار کنیم. اندازه‌های

جبری \overline{AB} ، \overline{BC} و \overline{CD} همه هم‌علامت و اندازه‌های جبری $\overline{A'B'}$

، $\overline{B'C'}$ و $\overline{C'D'}$ نیز هم‌علامت هستند.



هندسه و مرمت بناهای تاریخی

احمد و امیرحسین شریفان

◀ **کلیدواژه‌ها:** محل عبادت بایزید بسطامی، گره‌ها، هندسه و تزیین‌های چوبی، بایزید بسطامی.

مقدمه

انسان برای رفع نیازهای مادی خود همواره از مواد و مصالح زیادی بهره گرفته است. چوب نیز به عنوان یکی از فراوان‌ترین مواد موجود در طبیعت همیشه توجه انسان را به خود جلب کرده است. با مشاهده آثار به جای مانده، می‌توان به این نتیجه رسید که این ماده از ابتدا تا حال توانسته ضمن رفع نیازهای مادی، جوابگوی نیازهای روحی انسان نیز باشد.

هنرمندان ایرانی با بهره‌گیری از علم هندسه، آثار بدیعی خلق کرده‌اند که زباند عام و خاص است. هوشیاری هندسی و میزان آگاهی معماران قدیم ایرانی به دانش هندسه را می‌توان در کلیه کارهای آنان به روشنی مشاهده کرد. یکی از کاربردهای هندسه در معماری، گره‌سازی است. گره‌سازی نوعی تزیین معماری است که براساس قاعده‌ی معینی با استفاده از خطوط مستقیم شکل می‌گیرد.

مهم‌ترین شیوه‌های اجرای گره در هنرهایی چون آجرکاری، کاشی‌کاری، منبت‌کاری و مشبک‌کاری چوب، گچبری و حتی در فرش‌بافی به کار می‌روند. در این مقاله، منبت‌کاری بر روی چوب (نوعی کنده‌کاری غیرهمگن برای رسیدن به نقش برجسته مطابق طرح‌های مورد نظر است) با نگاهی به آثار قدیمی معرفی می‌شود.

محل عبادت بایزید بسطامی

شاهروند تا تهران ۴۰۰ کیلومتر فاصله دارد. در قسمت شمالی آن سلسله جبال البرز و در قسمت جنوبی آن کویر نمک قرار گرفته است. رود تاش از این شهر می‌گذرد و به کویر منتهی می‌شود. شهر بسطام در شش کیلومتری شمال شاهروند قرار دارد.

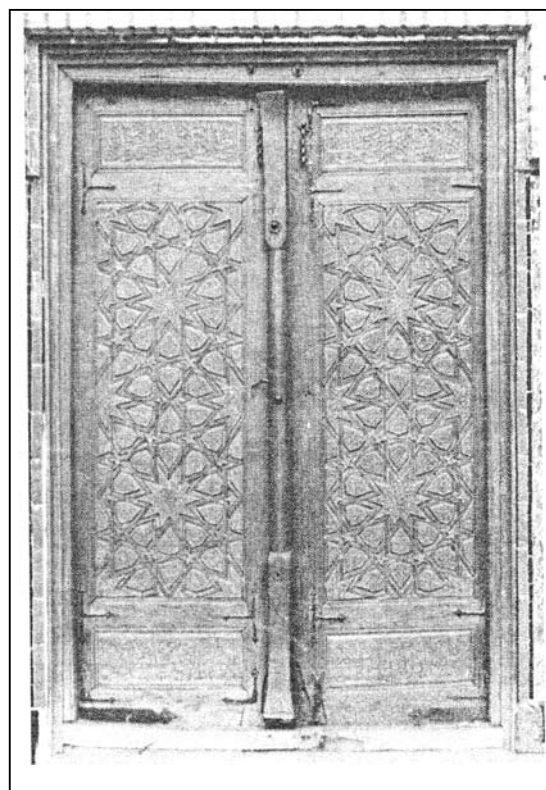
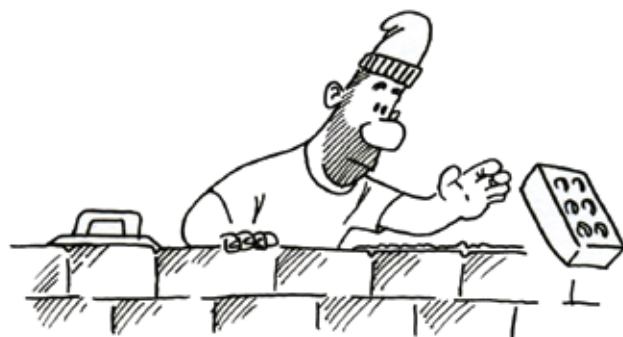
بایزید بسطامی در سال ۱۳۱ هجری در شهر بسطام در محله‌ی موبدان زرتشتیان در خانواده‌ی مسلمان و پارسی چشم به جهان گشود.

مجموعه‌ی آرامگاه بایزید بسطامی را می‌توان جزو آن گروه از مجموعه‌های آرامگاهی بزرگ با طرح نامنظم دانست که قدیمی‌ترین آثار آن به قرن‌های سوم تا پنجم تعلق دارند. اما بیشترین قسمت‌های آن در دوره‌ی ایلخانیان و پس از آن ساخته شده است. این مجموعه در مرکز شهر بسطام و در مجاورت مسجد جامع و مدرسه‌ی شاهرخیه قرار داشته است و اکنون نیز مهم‌ترین اثر تاریخی این شهر به شمار می‌آید.

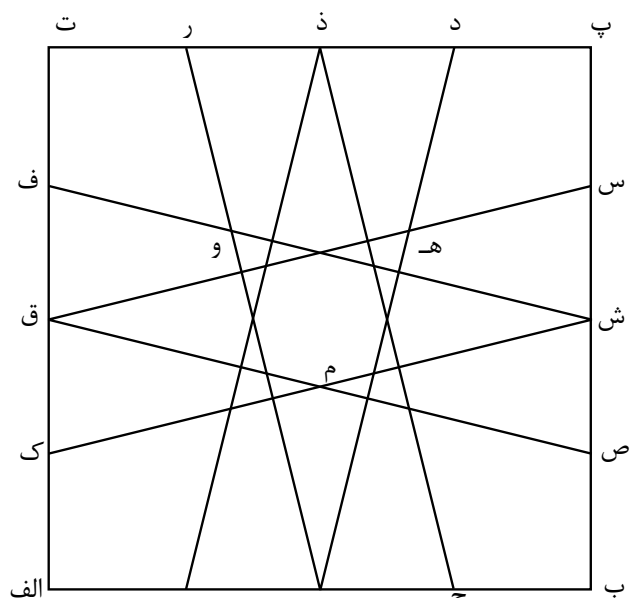
تصویر درب محل عبادت بایزید بسطامی نشان می‌دهد که جنس این درب از چوب است و برای تزیین آن از نوعی گره (تزیین معماری ایرانی هستند و براساس قاعده‌ی معینی با استفاده از خطوط مستقیم شکل می‌گیرند) به نام گره هشت چهارلنگه (۱)، استفاده شده است.

برای رسم این گره به شیوه‌ی زیر باید عمل کرد:

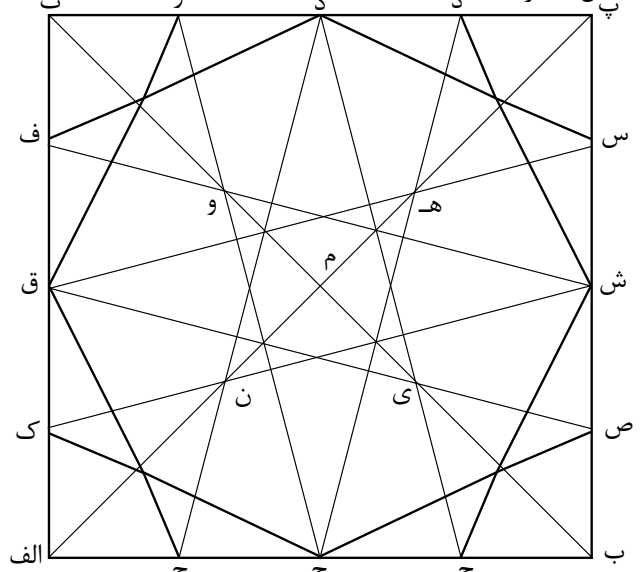
۱. مربع الف ب پ ت را به ضلع ۸ سانتی متر رسم کنید.
۲. هر یک از چهار ضلع مربع را به چهار قسمت مساوی تقسیم کنید.
۳. قطرهای مربع را رسم کنید.
۴. از محل تلاقی قطرهای (نقطه‌ی م) به اندازه‌ی یک چهارم اضلاع مربع، روی قطرهای جدا کنید تا نقاط ن و ه‌ی به دست آید. (شکل شماره ۱)
۵. به ترتیب نقاط ج ذ، ح ذ، د چ، ر چ، س ق، ص ق، ف ش، ک ش را به یکدیگر وصل کنید. (شکل شماره ۲)
۶. نقاط د ش، ج ش، ر ق، ح ق، ف ذ، س ذ، ک چ، ص چ را به یکدیگر وصل کنید. (شکل شماره ۳)
۷. با استفاده از خط‌گیرها، می‌توانید شکل شماره‌ی ۴ را آشکار کنید.
۸. اگر چندین گره را در زیر هم قرار دهید، تصویر شماره‌ی ۵ به دست می‌آید که در واقع رسم یک لنگه درب محل عبادت بایزید بسطامی است.



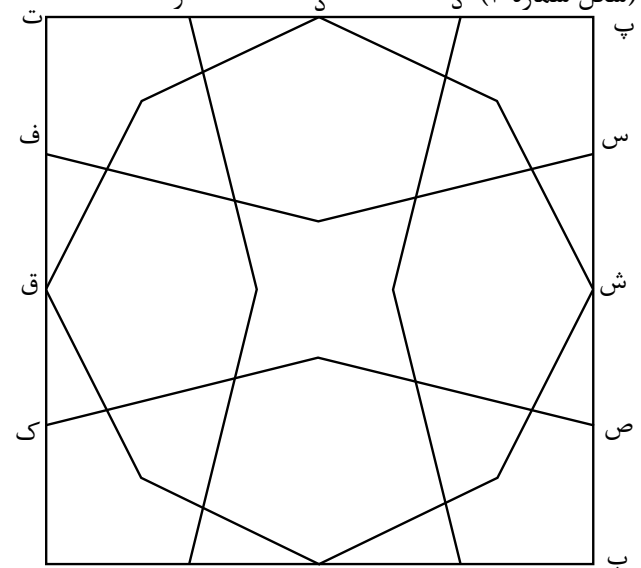
درب محل عبادت بایزید بسطامی



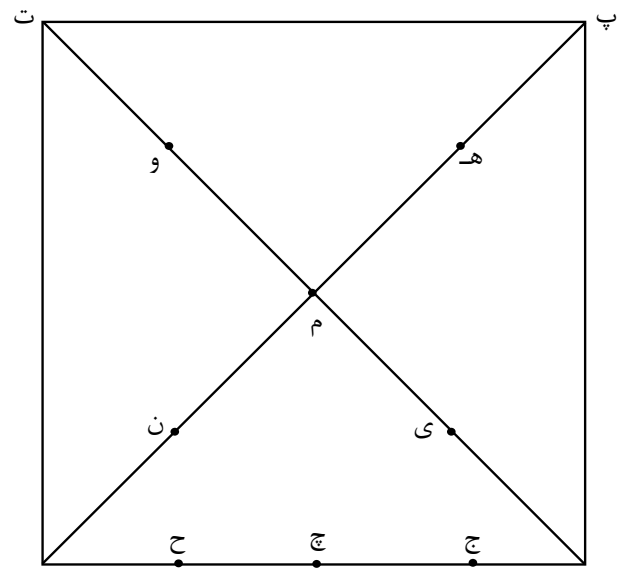
(شکل شماره ۲) چ, د, ذ, ح, ت



(شکل شماره ۳) چ, د, ذ, ح, ت



(شکل شماره ۴) چ, د, ذ, ح, ت



(شکل شماره ۱) چ, د, ذ, ح, ت

پی‌نوشت: ۱. برای مطالعه‌ی بیشتر در این زمینه می‌توانید به منبع زیر مراجعه کنید: شعراف، علی‌اصغر. (۱۳۸۵). گره و کاربندی (جلد اول). تهران: سبحان نور.

کمان دایره و زاویه

پرویز شهریاری

◀ در آغاز به نکته‌ای توجه کنیم:

در بیشتر زبان‌هایی که ریشه‌ی لاتینی دارند، «محیط دایره» را با یک واژه و «سطح دایره» (یعنی بخشی از صفحه‌ی که به وسیله‌ی محیط دایره محصور شده است) را با واژه‌ی دیگری بیان می‌کنند. ولی در زبان فارسی، به جای هر دو واژه، از واژه‌ی «دایره» استفاده می‌کنیم. به همین مناسبت، وقتی با دایره سروکار داریم، بهتر است در بیان خود (یا در نوشته‌ی خود) مشخص کنیم، منظورمان کمانی است که محیط دایره را تشکیل می‌دهد، یا بخشی از صفحه‌ی که سطح دایره را مشخص می‌کند.

تعریفی که برای «دایره» خوانده‌اید، تعریف «محیط دایره» است. بنابراین برای این‌که اشتباهی پیش نیاید، لازم است آن را، «تعریف محیط دایره» بدانیم.

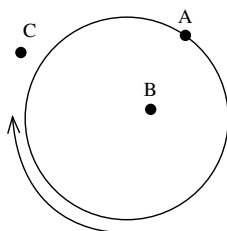
کمان دایره و راهی برای اندازه‌گیری آن

مردمی که هزاران سال پیش، در سرزمین بین رودخانه‌های دجله و فرات (سرزمین «میان رودان» که در عربی به آن «بین‌النهرین» می‌گویند)، زندگی می‌کردند، در دانش اخترشناسی بسیار پیشرفت کرده بودند. از سال خورشیدی استفاده می‌کردند تا زمان کشت و برداشت محصول را گم نکنند، «ماه‌گرفتگی» و «خورشیدگرفتگی» را با دقت خوبی پیش‌بینی می‌کردند و خیلی چیزهای دیگر.

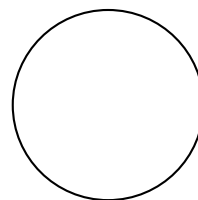
آن‌ها، مثل بسیاری از مردم دنیای کهن، گمان می‌کردند زمین مرکز عالم است و خورشید و ماه و ستارگان به دور زمین می‌چرخند. اگر حرکت ظاهری خورشید را در نظر بگیریم، در یک روز اعتدالی به‌نظر



محیط دایره و B روی سطح دایره است. C هم نه روی محیط دایره است و نه روی سطح آن؛ نقطه‌ی C تنها روی صفحه‌ی دایره است. در مورد نقطه‌های B و C، بهتر است بگوییم: B درون دایره و C بیرون دایره قرار دارد.



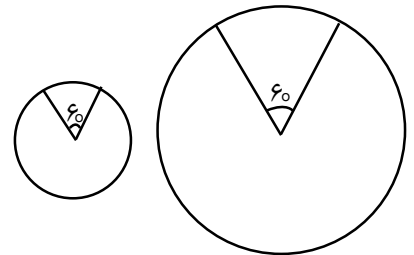
در شکل مقابل، هر سه نقطه‌ی A، B و C، روی صفحه‌ی دایره‌اند، ولی A روی



می‌رسد که خورشید فاصله‌ی شرق تا غرب (از لحظه‌ی طلوع تا لحظه‌ی غروب) را، روی یک نیم‌دایره حرکت می‌کند. دانشمندان سرزمین میان رودان، گمان می‌کردند که طول کمان این نیم‌دایره، درست ۱۸۰ برابر طول قطر خورشید است. به همین دلیل، آن‌ها کمان نیم‌دایره را به ۱۸۰ بخش و در نتیجه، تمام محیط دایره را به ۳۶۰ بخش تقسیم کردند و هر بخش آن را یک درجه نامیدند.

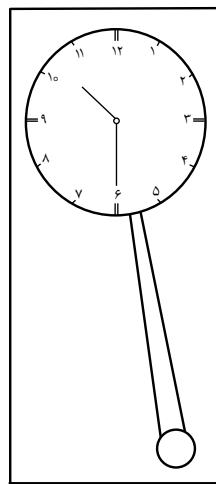
این نوع تقسیم‌بندی را از آن زمان تاکنون، همه‌ی قوم‌ها و ملت‌ها پذیرفته‌اند و ما نیز اکنون، در پایان سده‌ی بیستم، از آن استفاده می‌کنیم.

می‌بینید که درجه، طول کمان را معین نمی‌کند. درجه تنها نشان می‌دهد با چه کسری از محیط دایره سروکار داریم. وقتی می‌گوییم «کمان ۶۰ درجه»، درباره‌ی طول آن که مثلاً چند متر است، اطلاعی پیدا نمی‌کنیم و تنها می‌فهمیم این کمان برابر $\frac{1}{6}$ محیط دایره است.



دانشمندان در گذشته‌های دور به دلیل نیازی که در اخترشناسی داشتند، مفهوم درجه و بخش‌های کوچک‌تر آن، دقیقه و ثانیه را تعریف کردند. برای این که بدانیم چه موقع از روز است، به محاسبه‌ی مسافتی که خورشید، در حرکت ظاهری خود به دور زمین، پیموده است، نیازی نداریم. تنها باید بدانیم خورشید چه کسری از دایره‌ی مسیر ظاهری خود، یعنی چند درجه را پیموده است. در این جا با نسبت سروکار داریم، نه

با اندازه. وقتی می‌گویید، جمعیت ایران طول ۱۵ سال دوبرابر شده است، از میزان جمعیت ایران اطلاعی پیدا نمی‌کنید. دایره‌ی دور صفحه‌ی ساعت را در نظر بگیرید. محیط این دایره را به ۶۰ بخش تقسیم کرده‌اند که هر بخش آن، نماینده‌ی یک دقیقه از زمان است. یعنی عقربه‌ی بزرگ‌تر ساعت در هر دقیقه یکی از این بخش‌ها را می‌پیماید. محیط دایره‌ی دور ساعت، اندازه‌ی معینی ندارد.



محیط دایره‌ی دور ساعت دست شما، با محیط دایره‌ی دور ساعت دیواری از نظر اندازه فرق دارد، ولی هر دوی آن‌ها به ۶۰ بخش برابر تقسیم شده‌اند. هر یک از این بخش‌ها، نماینده‌ی $\frac{1}{60}$ محیط همان دایره است و در هر کدام از آن‌ها، عقربه‌ی دقیقه‌شمار، در هر دقیقه یکی از این بخش‌ها را می‌پیماید.

تقسیم محیط دایره به ۳۶۰ درجه، هر درجه به ۶۰ دقیقه، هر دقیقه به ۶۰ ثانیه و غیره، تقسیمی شصت‌شصتی است که از زمان بابلی‌ها (مردم سرزمین میان دو رود) به ما رسیده است. ولی تقسیم‌بندی‌های دیگری هم وجود دارند که هر کدام در جای

خود کاربرد دارند.

پیش از انقلاب فرانسه (که بیش از ۲۰۰ سال از آن می‌گذرد)، هر شهری و هر منطقه‌ای از جهان برای اندازه‌گیری واحدهایی خاص خود داشت و این وضع ارتباط بین کشورهای گوناگون را، به‌ویژه در شرایطی که بازرگانی و داد و ستد رونق می‌گرفت، دشوار کرده بود. رهبران انقلاب، گروهی را برای یکسان کردن واحدهای اندازه‌گیری معین کردند و نتیجه‌ی کار دانشمندان عضو این گروه، پیشنهاد «دستگاه متری» بود که به‌تدریج در سراسر جهان پذیرفته شد (گرچه هنوز هم، بسیاری از کشورهای انگلیسی زبان، با سرسختی از برخی واحدهای قدیمی مثل «یارد» و «فوت» برای اندازه‌گیری طول و «پوند» و «اونس» برای اندازه‌گیری وزن استفاده می‌کنند).

دستگاه مقیاس‌های متری، در ایران به موجب قانون ۱۸ دی‌ماه ۱۳۱۱ رسمیت یافت. دستگاه متری، این برتری را دارد که با عددنویسی ما که بر مبنای ۱۰ استوار است، سازگاری دارد. وقتی شما می‌گویید ۲ متر و ۶ دسی‌متر و ۵ سانتی‌متر، می‌توانید بنویسید:

۲/۶۵ متر

در صورتی که همین مقدار پارچه را در ایران، پیش از پذیرفتن دستگاه متری می‌گفتند:

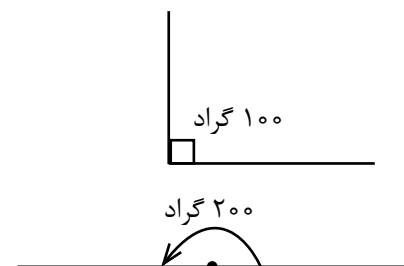
۲ ذرع و ۱۰ گره

هر «ذرع» نزدیک به ۱۰۴ سانتی‌متر،

هر «گره» $\frac{1}{16}$ ذرع و هر «بهر» $\frac{1}{2}$ گره بوده است.

در دستگاه متری، برای کمان دایره هم، واحد «گراد» را انتخاب کردند که برابر است با $\frac{1}{400}$ محیط دایره و واحدهای کوچک‌تر عبارت‌اند از: دسی‌گراد برابر $\frac{1}{100}$

گراد، سانتی گراد برابر $\frac{1}{100}$ گراد و میلی گراد برابر $\frac{1}{1000}$ گراد. برای مثال، کمان ۹۰ درجه (یک چهارم محیط دایره) برابر ۱۰۰ گراد و کمان ۶۰ درجه (یک ششم محیط دایره) برابر ... $66\frac{2}{3}$ گراد است.



به جز درجه و گراد، واحد دیگری هم، برای کمان دایره وجود دارد که به آن «رادیان» می گویند. **یک رادیان، برابر است با کمانی از دایره که طول آن، برابر طول شعاع همان دایره باشد.**

برتری رادیان در این است که نسبت به شعاع دایره در نظر گرفته شده است. در سال های بالاتر، خواهید دید که این واحد، در ریاضیات تا چه حد محاسبه های پیچیده را ساده می کند.

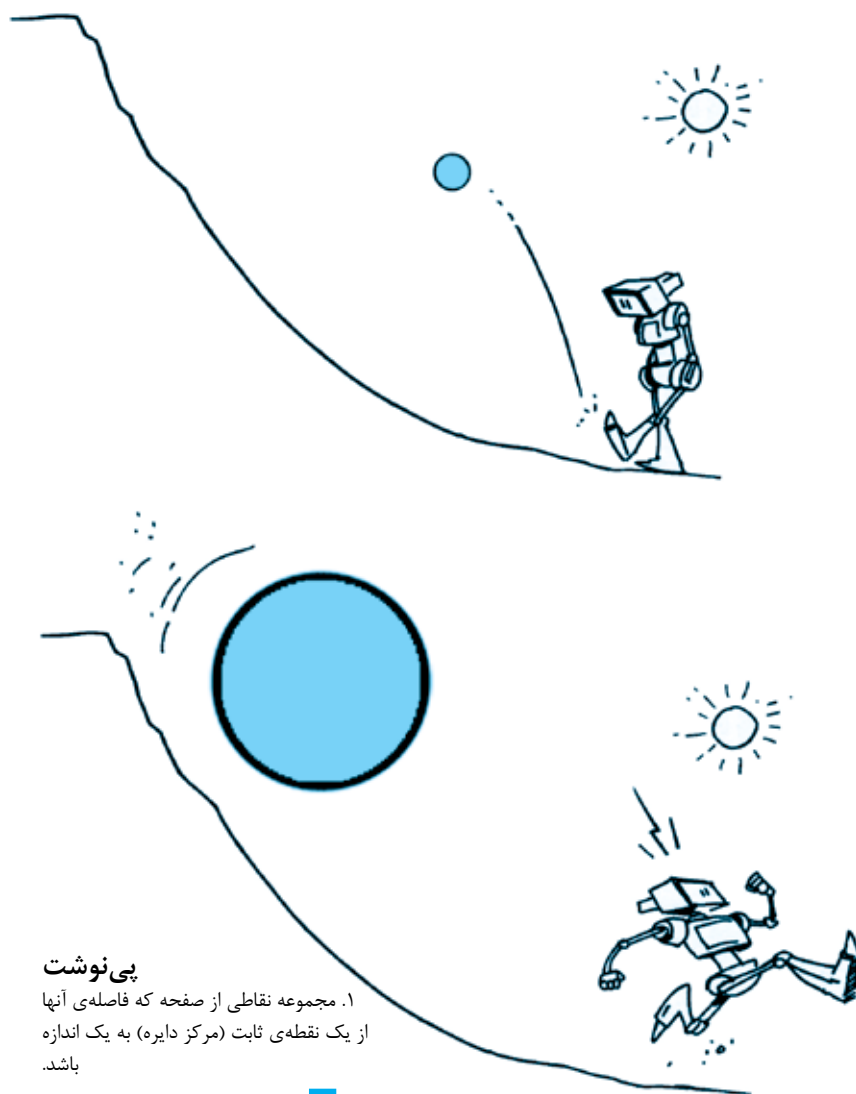
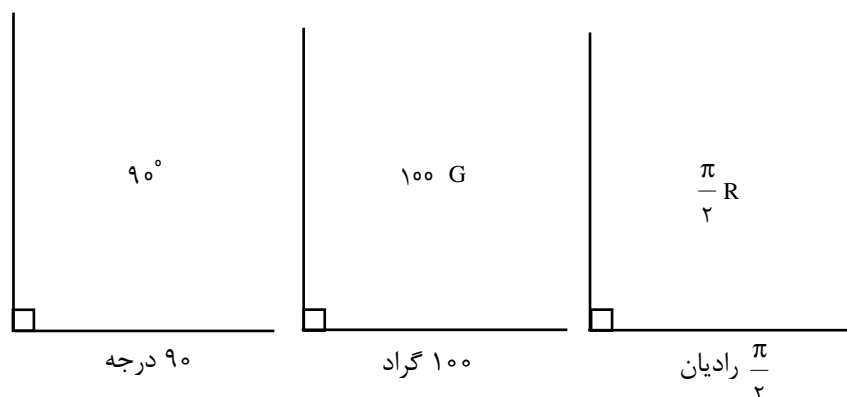
محیط دایره چند رادیان است؟ باید ببینیم، محیط هر دایره، چند برابر شعاع همان دایره است! برای محاسبه ی محیط دایره، طول قطر دایره (یعنی دو برابر طول شعاع) را در عدد «پی» می گوئیم ضرب می کنیم. اگر شعاع دایره برابر R باشد، محیط آن برابر $2\pi R$ می شود. محیط دایره، 2π برابر شعاع آن است. اگر π را، همان طور که معمول است، برابر $3\frac{1}{4}$ بگیریم، آن وقت محیط دایره تقریباً $6\frac{2}{8}$ برابر شعاع خودش می شود. محیط دایره به تقریب برابر $6\frac{2}{8}$ رادیان است. گفتیم «به تقریب»، زیرا عدد π ، اندکی از $3\frac{1}{4}$ بیشتر است و برای مثال، اگر تا ۵ رقم بعد از ممیز

را در نظر بگیریم، آن وقت:

$$\pi = 3.14159$$

هر رادیان، اندکی از ۵۷ درجه بیشتر است. در ریاضیات معمول است که می گویند،

کمان ۹۰ درجه برابر $\frac{\pi}{2}$ رادیان یا کمان ۶۰ درجه برابر $\frac{\pi}{3}$ رادیان است. ولی باید توجه داشته باشیم که در این جا، π همان عددی است که به تقریب برابر $3\frac{1}{4}$ است.



پی نوشت

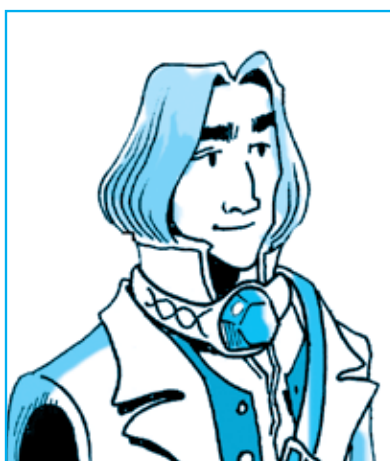
۱. مجموعه نقاطی از صفحه که فاصله ی آنها از یک نقطه ی ثابت (مرکز دایره) به یک اندازه باشد.

ریاضیات؛ پشت پرده‌ی «سفرنامه‌ی گالیور»

ترجمه‌ی حسن یاور تبار

زاید به نظر نمی‌رسد؟

گالیور در جایی دیگر نیز مطالبی نه چندان کمتر حیرت‌آور درباره‌ی گاوهای نر و ماده و گوسفندها نقل می‌کند و از جمله می‌گوید که به هنگام ترک آن دیار او «چند رأس از آن‌ها را در جیبش گذاشت» و به کشور خود آورد. آیا چنین چیزی امکان‌پذیر است؟



پاسخ

در پاسخ به مسئله‌ی «جیره‌ی غذایی و

ناهار» چنین محاسبه شده که حجم بدن گالیور ۱۷۲۸ بار بزرگ‌تر از حجم بدن یک سکنه‌ی لی‌لی‌پوت است. پیداست که وزن بدن او نیز باید به همین مقدار بیش از وزن یک بومی لی‌لی‌پوت بوده باشد. بنابراین، برای اهالی لی‌لی‌پوت کار انتقال گالیور، درست به اندازه‌ی انتقال ۱۷۲۸ تن از هموعان خود مشکل‌آفرین بود. به این سبب، ارابه‌ی حامل گالیور می‌بایست با آن تعداد زیاد اسب کشیده می‌شد.

حیوانات لی‌لی‌پوت نیز از نظر حجم ۱۷۲۸ بار کوچک‌تر بودند و از این‌رو، به همین میزان سبک‌تر از حیوانات ما. گاوهای ما چیزی در حدود ۱/۵ متر قد و ۴۰۰ کیلوگرم وزن دارند. یک گاو لی‌لی‌پوت می‌بایست ۱۲ سانتی‌متر قد و $\frac{400}{1728}$ کیلوگرم (یعنی کمتر از $\frac{1}{4}$ کیلوگرم) وزن می‌داشت. در واقع، یک گاو اسباب‌بازی، مانند این گاوهای لی‌لی‌پوتی را می‌توان در جیب حمل کرد. بدین ترتیب، ملاحظه می‌شود که گالیور شرح درستی از اندازه‌های نسبی می‌دهد: «قامت بلندترین اسب‌ها و گاوها میان چهاروپنج اینچ و قامت گوسفندها کم‌وبیش یک اینچ و نیم است. غازها به درشتی گنجشک هستند و چنین است در مورد انواع

بی‌تردید دل‌انگیزترین صفحات سفرنامه‌ی گالیور (اثر به یاد ماندنی «جوناتان سوئیفت» نویسنده‌ی انگلیسی ۱۶۶۷-۱۷۴۵ میلادی). بخش‌هایی از کتاب هستند که در آن‌ها گالیور به شرح ماجراهای عجیب خود در کشور «لی‌لی‌پوت»های ریز اندام و کشور «برابدینگ‌نگ»های غول‌پیکر می‌پردازد. در سرزمین لی‌لی‌پوت همه‌ی ابعاد قد و قامت مردم، حیوانات، گیاهان و چیزهای دیگر

- از نظر طول و عرض و ارتفاع - برابر $\frac{1}{12}$ مقیاس‌های معمولی دنیای ما و در کشور

برابدینگ‌نگ، برعکس، اندازه‌ها ۱۲ بار بزرگ‌تر است. با توجه به این نکته که در سیستم واحدهای انگلیسی هر ۱۲ اینچ برابر یک فوت است، به راحتی می‌توان دریافت که چرا خالق «سفرنامه‌ی گالیور» برای مقایسه‌ی نسبت‌ها عدد ۱۲ را برگزیده است. شاید ۱۲ برابر بزرگ‌تر یا کوچک‌تر تغییر بسیار زیادی نباشد، اما راه و رسم زندگی در این کشورهای خیالی با شیوه‌ی زندگی معمولی دنیای ما تفاوت فاحش دارد. گهگاه تفاوت‌ها آن چنان حیرت‌آور است که هر یک می‌تواند مضمونی برای طرح یک مسئله‌ی جالب توجه باشد. مسئله‌های زیر از این جمله‌اند:

حیوانات سرزمین لی‌لی‌پوت

گالیور روایت می‌کند که: «هزار و پانصد رأس اسب از بزرگ‌ترین اسب‌های امپراتور را به ارابه بسته بودند، تا مرا به پایتخت حمل کنند.»

آیا استفاده از ۱۵۰۰ رأس اسب، با احتساب ابعاد نسبی قد و قامت گالیور و جثه‌ی اسب‌های لی‌لی‌پوت، برای این منظور کمی

◀ دل‌انگیزترین صفحات سفرنامه‌ی گالیور، بخش‌هایی از این کتاب هستند که در آن‌ها گالیور به شرح ماجراهای عجیب خود در کشور «لی‌لی پوت» های ریزاندام و کشور «برابدینگ‌نگ» های غول‌پیکر می‌پردازد

به ساحل افتاده بود، ترک کرد. این قایق برای اهالی لی‌لی پوت بسیار عظیم بود و به مراتب بزرگ‌تر از بزرگ‌ترین کشتی‌های ناوگان آن‌ها به شمار می‌رفت.

آیا شما می‌توانید ظرفیت این قایق را با توجه به ظرفیت کشتی‌های لی‌لی پوت - که ظرفیت هر یک ۳۰۰ کیلوگرم بود - محاسبه کنید؟

پاسخ

در صورت مسئله آمده است که قایق می‌توانست ۳۰۰ کیلوگرم را حمل کند. به سخن دیگر، ظرفیت آن تقریباً برابر $\frac{1}{3}$ تن بوده است. یک تن عبارت است از وزن یک متر مکعب آب. از این رو ظرفیت قایق برابر $\frac{1}{3}$ متر مکعب ما بوده است. اما همه‌ی ابعاد خطی در سرزمین لی‌لی پوت $\frac{1}{12}$ ابعاد خطی ما و حجم‌های آن‌ها معادل $\frac{1}{1728}$ حجم‌های ماست. بنابراین $\frac{1}{3}$ متر مکعب ما شامل تقریباً ۵۷۵ متر مکعب کشور لی‌لی پوت و در نتیجه قایق گالیور به‌طور تخمینی ۵۷۵ تن گنجایش داشته است؛ چون ما این رقم را ۳۰۰ کیلوگرم فرض کردیم.

امروزه کشتی‌هایی با ظرفیت ده‌ها هزار تن ساخته شده‌اند که دریاها را درمی‌نوردند. بنابراین، یک کشتی با ظرفیت ۵۷۵ تن نباید شگفتی‌برانگیز باشد. به‌هرحال باید به یاد داشته باشیم که در زمان نوشتن اثر (اوایل قرن هجدهم) وجود کشتی‌هایی با ظرفیت ۵۰۰ الی ۶۰۰ تن هنوز کمیاب بود.

■ بشکه‌ها و سطل‌های اهالی لی‌لی پوت

آنجا که مسئله‌ی آب خوردن مطرح است، گالیور چنین نقل می‌کند:

«بار دیگر به آن‌ها فهماندم که تشنه‌ام... آن‌ها با زبردستی بسیار یکی از بزرگ‌ترین بشکه‌های خود را بالا کشیدند و آن را به طرف دست من غلتانند و سپس سر آن را گشودند و من آبی را که در آن بود به یک جرعه نوشیدم و این کار برای من بسیار آسان بود، زیرا آن بشکه بیش از یک پاینت (پیمانه‌ای که هشت تای آن برابر است با یک گالن) آب جا نمی‌گرفت... یک بشکه‌ی دیگر آوردند و من آن را به همان ترتیب نیز سرکشیدم و باز با اشاره آشامیدنی

دیگر حیوانات که از نظر مقیاس و اندازه به ترتیب در درجات پایین‌تر قرار می‌گیرند، تا برسیم به خردترین آن‌ها که در چشم من تقریباً نامرئی می‌نمودند... یک‌بار آشپزی را دیدم که پره‌ای چکاوکی را که حتی به درشتی مگس‌های عادی ما نبود، می‌کند و بار دیگر دختری جوان را دیدم که سوزنی را (با نخ ابریشمی) نخ می‌کرد، اما نه سوزن پیدا بود و نه نخ و من از مشاهده‌ی این دو منظره بسیار لذت بردم.»

■ بستر زبر و سخت

ساکنان لی‌لی پوت برای مهمان غول‌پیکر خود بستری ساختند که عبارت بود از: «ششصد تشک را که به اندازه‌ی معمول خودشان بود بر اربابه‌ها به منزل من آوردند تا بستری برایم مهیا کنند. صد و پنجاه تخته از آن تشک‌ها را که به هم دوختند به اندازه‌ی عرض و طول تشک معمولی شد و سپس سه تشک دیگر به همین ترتیب درست کردند و هر چهار تخته تشک را بر روی هم نهادند. با این حال چندان تفاوتی به حال من نکرد زیرا سختی کف زمین که پوشیده از سنگ‌های صاف بود مرا می‌آزرد.»

چرا گالیور بر روی این بستر آن‌قدر ناراحت بود؟ و آیا این محاسبه درست است؟

پاسخ

آری محاسبه کاملاً درست است. اگر طول یک تشک لی‌لی پوت ۱۲ بار کوتاه‌تر و البته عرض آن ۱۲ بار کوچک‌تر از تشک‌های معمول ما باشد، در این صورت مساحت آن 12×12 بار کوچک‌تر از مساحت تشک ما خواهد بود. بر همین قیاس، گالیور به تشکی به مساحت ۱۴۴ برابر تشک لی‌لی پوت (اگر این عدد را گرد کنیم می‌شود ۱۵۰) نیاز داشت. با این حال، تشک لی‌لی پوت باید فوق‌العاده نازک - یعنی ۱۲ بار نازک‌تر از تشک‌های ما بوده باشد. بنابراین حتی چهارلا از این تشک‌ها برای گالیور بستر نرمی نبوده است، زیرا تشک دوخته شده سه‌بار نازک‌تر از تشک‌های ما بوده است.

■ قایق گالیور

گالیور سرزمین لی‌لی پوت را با قایقی، که برحسب اتفاق از دریا

◀ گالیور نقل می کند: «سیصد آشپز داشتیم که خوراک مرا آماده می کردند»

بیشتر طلب کردم. اما دیگر آبی که به من بدهند نداشتند.»
گالیور در جایی دیگر از کتاب شرح می دهد که سطل های لی لی پوت ها از یک انگشتانه بزرگ تر نبود.



چرا چنین بشکه ها و سطل هایی بسیار کوچک باید در کشوری که همه چیز آن تنها $\frac{1}{12}$ اندازه های معمولی است وجود داشته باشد؟

پاسخ

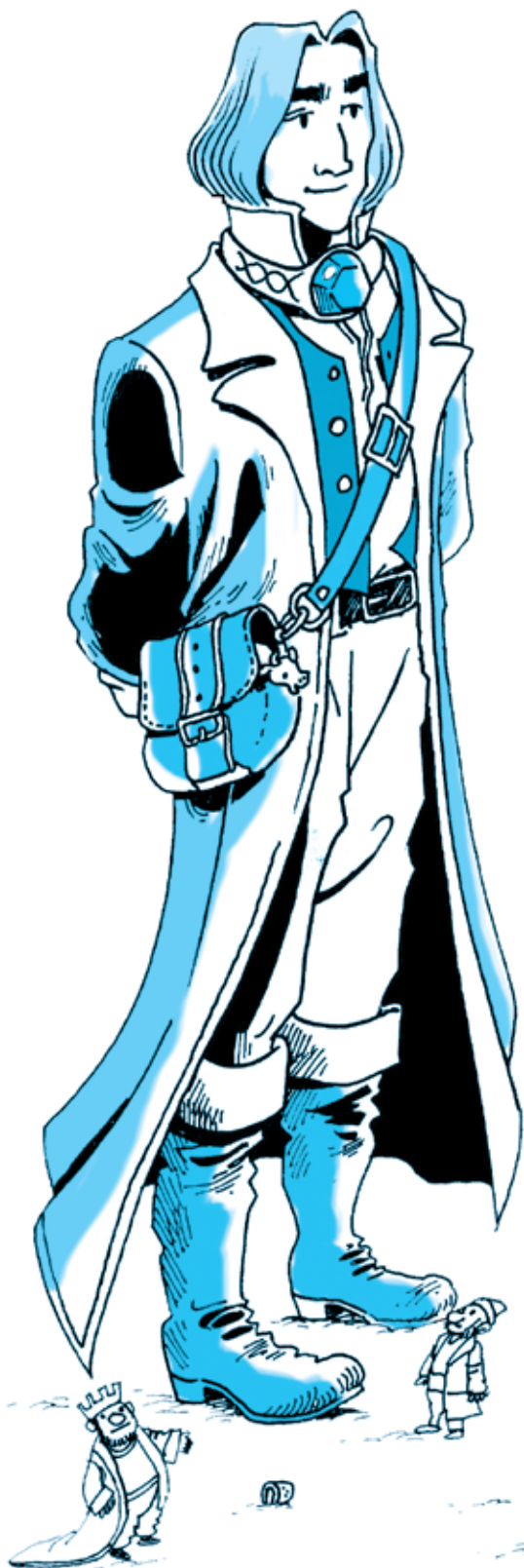
ظرف های مردم لی لی پوت نسبت به ظرف های ما در همه ی ابعاد - طول و عرض و ارتفاع - ۱۲ بار کوچک تر و از نظر حجم ۱۷۲۸ برابر کمتر بوده است. اگر در نظر بگیریم که یک سطل معمولی ما تقریباً ۶۰ لیوان گنجایش دارد، در این صورت می توان فهمید که سطل مردم لی لی پوت $\frac{60}{1728}$ یعنی نزدیک $\frac{1}{30}$ لیوان گنجایش دارد. این مقدار اندکی بیشتر از یک قاشق چای خوری است و در واقع، بیشتر از حجم یک انگشتانه ی بزرگ نیست. بدین ترتیب چنانچه ظرفیت یک سطل کشور لی لی پوت برابر یک قاشق چای خوری باشد، ظرفیت ده سطل آنان بیشتر از نصف لیوان معمولی نخواهد بود و از این رو، جای شگفتی نیست که گالیور نمی توانست با سر کشیدن دو عدد از این بشکه ها رفع تشنگی کند و سیراب شود.

جیره ی غذایی و ناهار

جیره ی غذایی روزانه ی گالیور، که مردم لی لی پوت برای او مهیا می کردند عبارت بود از : «... جیره ی غذایی روزانه ی کوه مرد یاد شده از گوشت و آشامیدنی آن قدر بود که تکافوی خوراک ۱۷۲۸ تن از رعایای ما را می کرد.»



در جای دیگر گالیور نقل می کند: «سیصد آشپز داشتیم



◀ **گردن یک بومی غول پیکر ۱۲ بار بزرگ تر از گردن یک انسان معمولی است. بنابراین چنانچه اندازه ی یقه ی یک مرد معمولی ۴۰ باشد، اندازه ی یقه ی یک مرد غول پیکر $40 \times 12 = 480$ خواهد بود**

او است. بدین سبب بر طبق محاسبه ی مردم لی لی پوت جیره ی غذایی روزانه ی گالیور آن قدر بود که تکافوی خوراک ۱۷۲۸ تن از آنان را می کرد.

با این حساب، اکنون به ضرورت وجود این همه آشپز پی می بریم. اگر در نظر آوریم که هر آشپز کشور لی لی پوت می توانست برای شش نفر از ممنوعان خود غذا بپزد، در خواهیم یافت که مهیا کردن غذا برای ۱۷۲۸ تن دست کم نیازمند ۳۰۰ آشپز است. بر همین مقیاس، برای بالا کشیدن بار سنگین مواد غذایی به روی میز گالیور، که بلندی آن در حد بلندی یک ساختمان سه طبقه در سرزمین لی لی پوت برآورد می شود، به خدمه ی بیشتری نیاز هست.

سیصد خیاط

«سیصد خیاط اجیر شدند، تا برای من لباس بدوزند.» آیا به خدمت گرفتن این گروه بزرگ دوزنده برای دوختن لباس مردی که تنها دوازده برابر بزرگ تر از لی لی پوت هاست، ضرورت داشت؟

پاسخ

سطح بدن گالیور 12×12 ، یعنی ۱۴۴ برابر بزرگ تر از سطح بدن یک بومی لی لی پوت بود. این مقایسه زمانی آشکارتر می شود که در نظر آوریم که هر اینچ مربع از سطح بدن یک فرد لی لی پوت برابر یک فوت مربع از سطح بدن گالیور است و با توجه به این که می دانیم هر ۱۴۴ اینچ مربع برابر یک فوت مربع است، می توان محاسبه کرد که لباس گالیور، ۱۴۴ بار بیشتر از لباس یک بومی لی لی پوت پارچه می برد و به همین قیاس نیازمند زمان کاری بیشتری است. اگر بفرض یک خیاط بتواند هر دو روز یک دست لباس بدوزد، در این صورت برای دوختن ۱۴۴ دست لباس (یا یک دست لباس برای گالیور) به ۳۰۰ خیاط در روز نیاز خواهد بود.

سیب ها و فندق های بسیار بزرگ

در بخش «سفر به برابینگ نگ» که به اقامت گالیور در کشور غول پیکرها اختصاص یافته است، از برخی ماجراهای پردردسر قهرمان داستان آگاه می شویم. یکی از این ماجراها هنگامی رخ

که خوراک مرا آماده می کردند و در کلبه های دنج و راحتی که در پیرامون خانه ی من برایشان ساخته بودند، سرگرم کار بودند و با خانواده های خود در همان کلبه ها می زیستند و هر یک برای من دو ظرف غذا می پختند. بیست تن از خدمت کاران را بر دست می گرفتم و روی میز می گذاشتم و بیش از صد تن آنان در پایین میز روی زمین خدمت می کردند، بعضی با قاب های گوشت و برخی با بشکه های پر از نوشابه های مختلف که از شانه های خود آویخته بودند و خدمت کارانی که در بالای میز بودند، همه ی خوردنی ها و آشامیدنی ها را که من می خواستم با زبردستی بسیار با طناب های مخصوص بالا می کشیدند، مانند هنگامی که اروپاییان با دلو از چاه آب می کشیدند.»

ساکنان لی لی پوت از کجا فهمیده بودند که به آن تعداد خدمت کار نیاز هست؟

آیا استفاده از این گروه بزرگ خدمت کار برای تغذیه ی صرفاً یک نفر ضرورتی داشت؟ وانگهی، برای مردی که از نظر قد و قامت تنها دوازده برابر بزرگ تر از لی لی پوت هاست، آیا جیره ی غذایی مقرر و اشتباهی گالیور با اندازه های نسبی میان او و لی لی پوت ها همخوانی دارد؟



پاسخ

در این مورد محاسبه کاملاً درست است. نباید فراموش کرد که اهالی لی لی پوت، با وجود کوچک بودن قد و قامتشان، عیناً نظیر افراد معمولی - افرادی که از نظر تناسب اعضای بدن در حد متعارف باشند - بوده اند. در نتیجه، آنان نه تنها ۱۲ بار کوتاه تر، بلکه ۱۲ بار باریک تر و لاغرتر از گالیور بودند، و حجم بدن آنان $\frac{1}{1728}$ او بود. پیداست که ادامه ی زندگی مردی با این هیکل در گرو فراهم بودن مواد غذایی بیشتر - غذایی متناسب با وزن

می‌دهد که او در زیر درختان سیب باغ‌های دربار راه می‌رود: «هنگامی که من در زیر یکی از آن درختان گام می‌زدم، کوتوله‌ی ملکه (غلام بچه یا ملیجک بارگاه ملکه که به گالیور سخت عناد می‌ورزیدم) آن را با دست گرفت و درست روی سر من تکان داد و ده دوازده سیب که هر یک تقریباً به بزرگی یک بشکه بود افتاد و از بیخ گوش‌های من گذشت و همین‌که بر حسب اتفاق خم شدم، یکی از آن‌ها به پشتم فرود آمد و مرا با چهره نقش بر زمین کرد.»



در موقعیتی دیگر: «پسر بچه‌ی شیریری که شاگرد مدرسه بود، سر مرا نشانه گرفت و فندق‌ی پرتاب کرد که به فاصله‌ی کمی از نزدیک من گذشت و گرنه با آن شدتی که در هوا سیر می‌کرد اگر به سرم می‌خورد، بی‌شک مغزم را داغان می‌کرد؛ زیرا تقریباً به بزرگی کدو تنبل بود.»

آیا به نظر شما وزن سیب‌ها و فندق‌های کشور برابردینگ‌نگ چه قدر بوده است؟

پاسخ

یک عدد سیب ما که در این‌جا نزدیک ۱۰۰ گرم وزن دارد، باید با یک عدد سیب سرزمین برابردینگ‌نگ - که از نظر وزن سنگین‌تر و به همان نسبت پرحجم است - متناسب باشد، یعنی ۱۷۲۸ بار سنگین‌تر. از این‌رو سیب‌های سرزمین برابردینگ‌نگ باید در حدود ۱۷۳ کیلوگرم وزن داشته باشد. اگر چنین سیبی از درخت فرو افتد و به پشت مردی بخورد، باید او به‌زحمت از این ضربه جان سالم به‌در برده باشد. اما این بر گالیور ضربه‌ی کاری وارد نکرد.

با توجه به این‌که وزن فندق‌های ما تقریباً ۲ گرم است، یک فندق سرزمین برابردینگ‌نگ باید ۳ الی ۴ کیلوگرم وزن داشته و اندازه‌ی قطر آن در حدود ده - دوازده سانتی‌متر باشد. آشکار است که یک شیء سخت ۳ کیلوگرمی که با سرعت این فندق پرتاب شود، بی‌تردید می‌تواند کله‌ی یک آدم دارای قد و قواره‌ی متعارف را از هم بپاشد. گالیور در جایی دیگر از کتاب می‌گوید:

«ناگهان رگباری از تگرگ باریدن گرفت و من از شدت آن ناگزیر به زمین افکنده شدم. هنگامی که دراز کشیده بودم، دانه‌های تگرگ چنان با سنگدلی سراپایم را فرو می‌کوفت که گویی مرا آماج توپ‌های تنیس کرده بودند». این ادعا را می‌توان کاملاً باور کرد، زیرا هر دانه تگرگ در کشوری مانند کشور غول‌پیکرها باید دست‌کم یک کیلوگرم وزن داشته باشد.

یک حلقه‌ی طلا، ره‌آورد سفر از کشور غول‌پیکرها

ره‌آورد سفر گالیور در بازگشت از برابردینگ‌نگ، مجموعه‌ای از چیزهای غریب و طرفه بود و از آن جمله: «یک حلقه‌ی طلا که روزی (ملکه) با کمال لطف و مرحمت به من عطا کرد، بدین ترتیب که حلقه را از انگشت کوچک خود درآورد و آن را چنان به طرف سر من پرتاب کرد که مانند یقه به گردنم افکنده شد.»

آیا ممکن است حلقه‌ی انگشت کوچک یک آدم غول‌پیکر درست به اندازه‌ی دور یقه‌ی گالیور بوده باشد و آیا وزن تقریبی آن چه مقدار می‌توانست باشد؟

پاسخ

پهنای انگشت کوچک در حدود ۱/۵ سانتی‌متر است که اگر این را در ۱۲ ضرب کنیم، می‌شود ۱۸ سانتی‌متر. محیط حلقه‌ای با این قطر، ۵۶ سانتی‌متر می‌شود و گشادی آن در حدی هست که یک سر معمولی از درون آن بگذرد.

اما در مورد وزن حلقه: اگر یک حلقه‌ی معمولی ۵ گرم باشد، وزن حلقه‌ی نظیر آن در سرزمین برابردینگ‌نگ باید ۸/۵ کیلوگرم باشد.

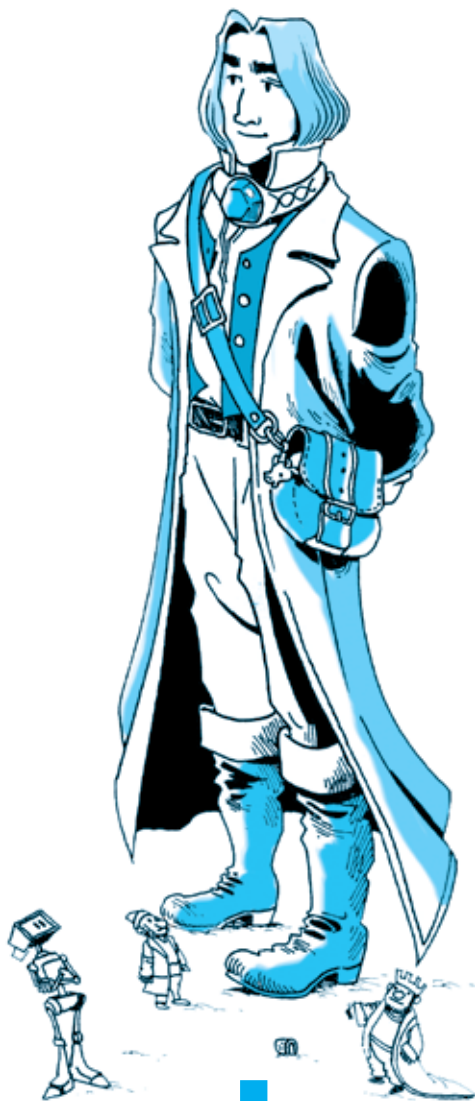
کتاب‌های سرزمین غول‌پیکرها

آنجا که پای صحبت از کتاب‌های معمول کشور برابردینگ‌نگ به میان می‌آید، گالیور چنین شرح می‌دهد:

«به من اختیار داده شده بود هر کتابی را می‌خواهم از آن‌ها امانت بگیرم. درودگر ملکه... نوعی اسباب چوبی ابتکاری به بلندی پانصد و بیست فوت و به شکل نردبانی ایستاده ساخته بود که فاصله‌ی پله‌های آن پنجاه فوت می‌شد. در واقع آن اسباب عبارت بود از یک جفت پلکان متحرک که پایه‌ی آن به فاصله‌ی ده فوت از دیوار اتاق قرار داشت. کتاب‌هایی را که من می‌خواستم بخوانم به دیوار تکیه می‌دادند و آن‌گاه من به پله‌ی بالای نردبان می‌رفتم و روی خود را به سوی کتاب می‌کردم و از اول صفحه شروع به خواندن می‌کردم و به نسبت طول سطرها در حدود هشت نه قدم به راست

پاسخ

گردن یک بومی غول پیکر ۱۲ بار بزرگ‌تر از گردن یک انسان معمولی است. بنابراین چنانچه اندازه‌ی یقه‌ی یک مرد معمولی ۴۰ باشد، اندازه‌ی یقه‌ی یک مرد غول پیکر $40 \times 12 = 280$ خواهد بود. بدین ترتیب ملاحظه می‌شود که همه‌ی چیزهای عجیب و وهم‌آمیز در اثر «سويفت» گویی به‌دقت اندازه‌گیری شده است. «الکساندر پوشکین» (نویسنده و شاعر روسی ۱۷۹۹ - ۱۸۳۷ میلادی) ضمن پاسخ به انتقاداتی که از منظومه‌اش به نام یوگنی انگین (Onegin Eugene) شده بود، یک‌بار نوشت: «زمان با تقویم محاسبه می‌شود.» سويفت با استدلالی درست نظیر استدلال پوشکین می‌توانست به منتقدان خود بگوید که همه‌ی اشیای مورد نظر او با کمک قوانین هندسه و آگاهانه محاسبه شده است.



و چپ می‌رفتم تا می‌رسیدم به جایی که اندکی پایین‌تر از نقطه‌ی مقابل نظرم بود. آن‌گاه به تدریج پایین می‌آمدم تا به کف زمین می‌رسیدم و سپس دوباره بالا می‌رفتم و به همان شیوه صفحه‌ی بعد را می‌خواندم. پس از آن کتاب را با هر دو دست به آسانی ورق می‌زدم، زیرا صفحات کتاب مانند مقوا ضخیم و سخت بود و درازی بزرگ‌ترین قطع کتاب به هجده تا بیست فوت می‌رسید.»
آیا چنین چیزی مفهوم دارد؟

پاسخ

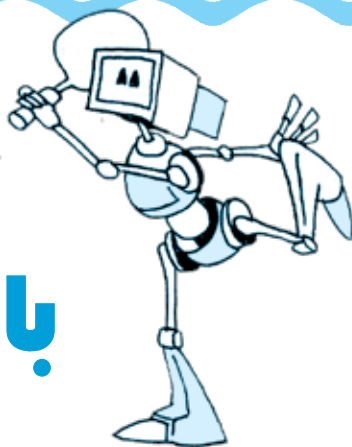
با توجه به ابعاد کتاب‌های رایج در زمانه‌ی ما (که طول و عرض آن‌ها به ترتیب نزدیک ۲۵ و ۱۲ سانتی‌متر است) در می‌یابیم که محاسبه‌ی گالیور در این باره اندکی اغراق‌آمیز به نظر می‌رسد. شما می‌توانید کتابی با طول ۳ متر و عرض ۱/۵ متر را بدون یک نردبان و بی‌آن‌که ناگزیر شوید ۸ الی ۱۰ گام به چپ یا راست بروید، بخوانید. در روزگار «سويفت»، یعنی در اوایل قرن هجدهم، قطع متعارف کتاب‌ها قدری بزرگ‌تر از قطع کتاب‌های کنونی بود. کتاب‌هایی با قطع 20×30 در آن زمان نامعمول نبود و اگر این ارقام را در ۱۲ ضرب کنیم، 240×360 سانتی‌متر به‌دست می‌آید. خواندن یک کتاب ۴ متری بدون استفاده از نردبان ناممکن است، اما قطع واقعی کتاب‌های آن زمان ممکن بود به اندازه‌ی قطع یک روزنامه باشد.

با این همه، وزن یک کتاب با قطع متوسط - از نوع کتاب سرزمین برابردینگ‌نگ که نام بردیم - باید ۱۷۲۸ بار سنگین‌تر از کتاب‌های رایج، یعنی در حدود ۳ تن بوده باشد، اگر فرض کنیم کتاب مزبور ۵۰۰ ورق داشته باشد، هر ورق آن باید نزدیک ۶ کیلوگرم وزن داشته باشد و این مقدار وزن شاید برای ورق زدن به توسط انگشتان بیش از اندازه سنگین باشد.

راز سفارش یقه برای غول پیکرها

سرانجام، به یک مسئله‌ی دیگر از این نوع توجه کنید، که مستقیماً از سفرنامه‌ی گالیور گرفته نشده است: می‌دانید که اندازه‌ی یقه چیزی جز یک کمیت نیست که بر حسب سانتی‌متر بیان می‌شود. چنانچه اندازه‌ی دور گردن کسی ۳۸ سانتی‌متر باشد، می‌گوییم اندازه‌ی یقه‌ی او ۳۸ سانتی‌متر است. طول یقه‌ی یک آدم بزرگسال، به‌طور متوسط ۴۰ سانتی‌متر است. با این حساب اگر گالیور می‌خواست در لندن برای یک بومی برابردینگ‌نگ سفارش پیراهن بدهد، باید چند سانتی‌متر برای اندازه‌ی یقه‌ی آن در نظر می‌گرفت؟

زهره پندی



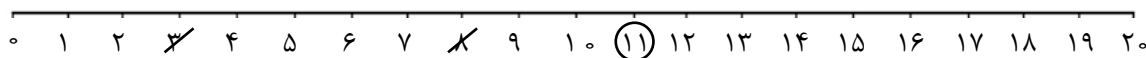
بازی‌های دو نفره

برای دانش‌آموزان اول راهنمایی

جمع و تفریق

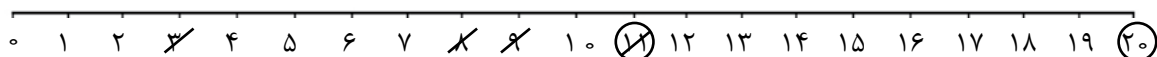
شرح بازی

ابتدا یک محور اعداد رسم و روی آن از صفر تا ۲۰ شماره‌گذاری کنید. سپس بازیکن اول را با توافق هم برگزینید. بازیکن اول بازی را با انتخاب دو عدد روی محور و خط‌زدن آن‌ها آغاز می‌کند. بعد عدد دیگری روی محور می‌یابد که برابر حاصل جمع یا حاصل تفریق دو عدد خط‌خورده باشد و دور آن خط می‌کشد. مثلاً در این جا بازیکن اول، اعداد ۳ و ۸ را خط‌زده است و دور ۱۱ که برابر حاصل جمع آن‌هاست، خط کشیده است.



$$3+8=11$$

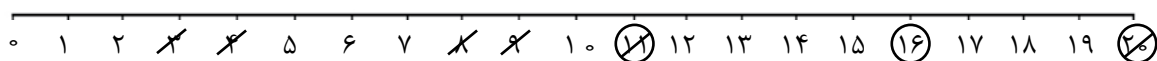
بازیکن دوم ابتدا عددی را که دور آن خط کشیده شده است، خط می‌زند و بازی را با انتخاب یک عدد دیگر و خط‌زدن آن ادامه می‌دهد. سپس دور عدد دیگری که برابر حاصل جمع یا حاصل تفریق این دو عدد است، خط می‌کشد. مثلاً در این جا بازیکن دوم، اعداد ۱۱ و ۹ را خط زده و دور ۲۰ که برابر حاصل جمع آن‌هاست، خط کشیده است.



$$3+8=11$$

$$11+9=20$$

بازی به همین ترتیب ادامه می‌یابد و هر بازیکن در نوبت خود با خط زدن عددی که بازیکن مقابلش دور آن خط کشیده است، حرکتش را آغاز می‌کند. مثلاً در این جا دوباره نوبت بازیکن اول است و او حرکتش را با خط زدن عدد ۲۰ آغاز کرده است.



$$3+8=11$$

$$11+9=20$$

$$20-4=16$$

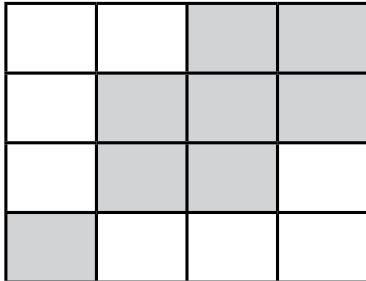
کسی که در نوبت خود نتواند دور عددی خط بکشد، بازی را به بازیکن مقابلش واگذار می‌کند. حالا نوبت شماست! چند بار بازی کنید و بکوشید راهکاری برای بردن در این بازی بیابید.

برای دانش‌آموزان دوم راهنمایی

مساحت و محیط

وسایل لازم: دو رنگ مداد و یک صفحه‌ی بازی مربعی ۴ در ۴

شرح بازی



ابتدا هر کدام از شما، یک مداد رنگی را انتخاب و به نوبت بازی کنید. هر یک در نوبت خود، یکی از خانه‌های جدول را انتخاب و رنگ کنید. بازی را تا رنگ شدن تمامی خانه‌های جدول ادامه دهید. بدین ترتیب در پایان بازی، هر کدام هشت خانه را رنگ کرده‌اید. یعنی مساحت قسمت‌های رنگ شده توسط هر یک از شما، با مساحت قسمت‌های رنگ شده توسط دیگری برابر است. حالا محیط نواحی رنگ شده با هر یک از مدادها را حساب کنید. برنده‌ی بازی کسی است که نواحی رنگ شده توسط او محیط بیشتری داشته باشد. در بازی زیر چه کسی برنده است؟

برای دانش‌آموزان سوم راهنمایی

عادلانه یا ناعادلانه

وسایل لازم: دو تا تاس، یک مداد و کاغذ برای ثبت امتیازات

شرح بازی

پیش از شروع بازی با هم توافق کنید که یکی از شما بازیکن الف و دیگری بازیکن ب باشد. دو تا تاس را با هم بیندازید و مجموع دو عددی را که تاس‌ها نشان می‌دهند، حساب کنید. اگر این مجموع عددی زوج بود، برای بازیکن الف و اگر فرد بود برای بازیکن ب یک امتیاز ثبت کنید. انداختن تاس‌ها را ۵۰ بار تکرار کنید. برنده‌ی بازی کسی است که امتیاز بیشتری کسب کرده باشد!

تحلیل بازی

نفر سوم: ما ۱۰۰ بار تاس‌ها را انداختیم و نتایج را ثبت کردیم. امتیاز دو بازیکن خیلی به هم نزدیک بود. بازی عادلانه است!

می‌خواهیم ببینیم این بازی عادلانه است یا نه! یعنی آیا شانس هر دو بازیکن برای بردن مساوی است؟ سه نفر سه دلیل زیر را برای عادلانه بودن یا نبودن بازی آورده‌اند:

نفر اول: بازی عادلانه نیست، چون بازیکن الف در شش حالت که حاصل جمع ۲، ۴، ۶، ۸، ۱۰ یا ۱۲ است، برنده می‌شود. اما بازیکن ب در پنج حالت که حاصل جمع ۳، ۵، ۷، ۹ یا ۱۱ است، برنده می‌شود. پس شانس بازیکن الف بیشتر است!

نفر دوم: در جدول‌های ۱ و ۲ تمامی حالت‌های ممکن دیده می‌شوند. در هر حالت حاصل جمع نوشته و برنده مشخص شده است. هر بازیکن در ۱۸ حالت از ۳۶ حالت ممکن برنده می‌شود، پس بازی عادلانه است!



با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های رشد توسط دفتر انتشارات کمک آموزشی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وابسته به وزارت آموزش و پرورش تهیه و منتشر می‌شوند:

مجله‌های عمومی دانش آموزی

(به صورت ماهنامه و ۸ شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

- ♦ **رشد کودک** (برای دانش‌آموزان آمادگی و پایه‌ی اول دوره‌ی دبستان)
- ♦ **رشد نوجوان** (برای دانش‌آموزان پایه‌های دوم و سوم دوره‌ی دبستان)
- ♦ **رشد دانش‌آموز** (برای دانش‌آموزان پایه‌های چهارم و پنجم دوره‌ی دبستان)
- ♦ **رشد نوجوان** (برای دانش‌آموزان دوره‌ی راهنمایی تحصیلی)
- ♦ **رشد جوان** (برای دانش‌آموزان دوره‌ی متوسطه و پیش‌دانشگاهی)

مجله‌های عمومی بزرگسال

(به صورت ماهنامه و ۸ شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

- ♦ رشد آموزش ابتدایی ♦ رشد آموزش راهنمایی تحصیلی ♦
- رشد تکنولوژی آموزشی ♦ رشد مدرسه فردا ♦ رشد مدیریت مدرسه ♦ رشد معلم

مجله‌های اختصاصی

(به صورت فصلنامه و ۴ شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

- ♦ رشد برهان راهنمایی (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دوره‌ی راهنمایی تحصیلی) ♦ رشد برهان متوسطه (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دوره‌ی متوسطه و پیش‌دانشگاهی) ♦ رشد آموزش قرآن ♦ رشد آموزش معارف اسلامی ♦
- رشد آموزش زبان و ادب فارسی ♦ رشد آموزش هنر ♦ رشد مشاور مدرسه ♦ رشد آموزش تربیت بدنی ♦ رشد آموزش علوم اجتماعی ♦ رشد آموزش تاریخ ♦ رشد آموزش جغرافیا ♦ رشد آموزش زبان ♦ رشد آموزش ریاضی ♦ رشد آموزش فیزیک ♦ رشد آموزش شیمی ♦ رشد آموزش زیست‌شناسی ♦ رشد آموزش زمین‌شناسی ♦ رشد آموزش فنی و حرفه‌ای ♦ رشد آموزش پیش‌دبستانی

مجله‌های رشد عمومی و اختصاصی برای آموزگاران، معلمان، مدیران، مربیان و مشاوران مدارس، دانش‌جویان مراکز تربیت معلم و رشته‌های دبیری دانشگاه‌ها و کارشناسان آموزش و پرورش تهیه و منتشر می‌شوند.

- ♦ نشانی: تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شماره‌ی ۴ آموزش و پرورش، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات کمک آموزشی.

♦ نمابر: ۰۲۱-۸۸۳۰۱۴۷۸

♦ تلفن: ۰۲۱-۸۸۸۴۹۰۹۹

♦ E_mail: info@roshdmag.ir ♦ www.roshdmag.ir ♦

جدول ۱. حاصل جمع دو تاس در تمامی حالت‌های ممکن

تاس ۱ \ تاس ۲	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲

جدول ۲. برنده‌ی هر یک از حالت‌های ممکن

تاس ۱ \ تاس ۲	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	A	B	A	B	A	B
۲	B	A	B	A	B	A
۳	A	B	A	B	A	B
۴	B	A	B	A	B	A
۵	A	B	A	B	A	B
۶	B	A	B	A	B	A

نظرتان درباره‌ی تحلیل این سه نفر چیست؟ حالا به بازی زیر توجه کنید و به تحلیل بپردازید:

سه روبان قرمز و دو روبان سفید هم اندازه را در یک جعبه ریخته‌ایم. بدون نگاه کردن به داخل جعبه، دو روبان را بیرون می‌آوریم. اگر دو روبان هم رنگ بودند، برای بازیکن الف و در غیر این صورت برای بازیکن ب یک امتیاز ثبت می‌کنیم! روبان‌ها را به جعبه برمی‌گردانیم و این کار را ۵۰ بار تکرار می‌کنیم. برنده‌ی بازی کسی است که امتیازات بیشتری داشته باشد!





برگ اشتراک مجله های رشد

شرایط:

- ۱- پرداخت مبلغ ۵۰/۰۰۰ ریال به ازای هر عنوان مجله ای درخواستی، به صورت علی الحساب به حساب شماره ی ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت شعبه ی سه راه آزمایش (سرخه حصار) کد ۳۹۵ در وجه شرکت افست.
- ۲- ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شده ی اشتراک با پست سفارشی. (کپی فیش را نزد خود نگه دارید.)

نام مجله های درخواستی :

- نام و نام خانوادگی:
- تاریخ تولد:
- میزان تحصیلات:
- تلفن:
- نشانی کامل پستی:
- استان: شهرستان:
- خیابان:
- پلاک: کد پستی:

در صورتی که قبلاً مشترک مجله بوده اید، شماره ی اشتراک خود را بنویسید:

امضا:

- ☎ امور مشترکین: ۰۲۱-۷۷۳۳۶۶۵۶-۷۷۳۳۶۶۵۵
- ☎ صندوق پستی امور مشترکین: ۱۶۵۹۵/۱۱۱
- ☎ پیام گیر مجله های رشد: ۰۲۱-۸۸۳۰۱۴۸۲

یادآوری:

- هزینه ی برگشت مجله در صورت خوانا و کامل نبودن نشانی و عدم حضور گیرنده، بر عهده ی مشترک است.
- مبنای شروع اشتراک مجله از زمان دریافت برگ اشتراک است.

منطق و ریاضی

اندیشه ورزی در بازی با منطق

نویسنده: جورج سامرز
ترجمه ی حسن نصیرنیا

اشاره

واژه ی منطق به معنای سخن گفتن است. به طور کلی منطق به دانشی گفته می شود که به کمک قاعده ها و قانون هایی فکر را هدایت می کند تا گمراه نشود و اشتباه نکند. منطق به ما نشان می دهد که چگونه باید برای رسیدن به حقیقت و دوری کردن از اشتباه دلیل بیاوریم (استدلال کنیم).

بنابراین، می توان گفت منطق علمی است که قانون های استدلال را مطالعه می کند. از این گذشته، منطق را «هنر فکر کردن» نیز نامیده اند.

در ریاضیات فکرها ی گوناگون را به هم مربوط می کنیم تا به حقیقت برسیم. امروزه از منطق ریاضی در علوم ی مانند مهندسی برق، رایانه، زبان شناسی و عصب شناسی بهره می گیرند.

برای درک و فهم این معما به هیچ آموزشی در زمینه ی منطق قدیم و جدید (نمادی) یا هیچ دانش خاصی نیاز نیست. لازمه ی پاسخ گویی به آن، برخورداری از اندیشه ای جست و جوگر و ذهنی منطقی است. برای پرهیز از وسوسه ی مراجعه ی زود هنگام به راه حل، نویسنده رهنمودی سودمند برای دستیابی آسان به پاسخ آورده است. م.

آپارتمان میانی

امیر، بهروز و کمال در سه آپارتمان در یک طبقه از ساختمانی سکونت دارند. آپارتمان یکی از این سه مرد وسط، و دو آپارتمان دیگر در دو طرف آپارتمان او قرار دارند. برخی از عادات غذایی و

تجرباتی روش‌های حل مسئله

اولی: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، ابتدا باید مسئله را به وضوح تعریف کرد. به عبارت دیگر، باید مشخص کرد که چه چیزی را می‌خواهیم حل کنیم و چه منابعی در دسترس داریم.

روش حل مسئله	روش حل مسئله	روش حل مسئله	روش حل مسئله	روش حل مسئله	روش حل مسئله
روش حل مسئله	روش حل مسئله	روش حل مسئله	روش حل مسئله	روش حل مسئله	روش حل مسئله
روش حل مسئله	روش حل مسئله	روش حل مسئله	روش حل مسئله	روش حل مسئله	روش حل مسئله
روش حل مسئله	روش حل مسئله	روش حل مسئله	روش حل مسئله	روش حل مسئله	روش حل مسئله

دوم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های خلاقانه برای حل مسئله باشیم.

سوم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های ساده و سریع برای حل مسئله باشیم.

چهارم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های عملی برای حل مسئله باشیم.

پنجم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل اعتماد برای حل مسئله باشیم.

ششم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل تکرار برای حل مسئله باشیم.

هفتم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل تعمیم برای حل مسئله باشیم.

هشتم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل یادگیری برای حل مسئله باشیم.

نهم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل انتقال برای حل مسئله باشیم.

دهم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل بهنجاری برای حل مسئله باشیم.

یازدهم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل بهینه‌سازی برای حل مسئله باشیم.

بیستم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل بهینه‌سازی برای حل مسئله باشیم.

سی و دوم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل بهینه‌سازی برای حل مسئله باشیم.

سی و سوم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل بهینه‌سازی برای حل مسئله باشیم.

سی و چهارم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل بهینه‌سازی برای حل مسئله باشیم.

سی و پنجم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل بهینه‌سازی برای حل مسئله باشیم.

سی و ششم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل بهینه‌سازی برای حل مسئله باشیم.

سی و هفتم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل بهینه‌سازی برای حل مسئله باشیم.

سی و هشتم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل بهینه‌سازی برای حل مسئله باشیم.

سی و نهم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل بهینه‌سازی برای حل مسئله باشیم.

سی و دهم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل بهینه‌سازی برای حل مسئله باشیم.

سی و یازدهم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل بهینه‌سازی برای حل مسئله باشیم.

سی و بیستم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل بهینه‌سازی برای حل مسئله باشیم.

سی و بی و یکم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل بهینه‌سازی برای حل مسئله باشیم.

سی و بی و دوم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل بهینه‌سازی برای حل مسئله باشیم.

سی و بی و سوم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل بهینه‌سازی برای حل مسئله باشیم.

سی و بی و چهارم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل بهینه‌سازی برای حل مسئله باشیم.

سی و بی و پنجم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل بهینه‌سازی برای حل مسئله باشیم.

سی و بی و ششم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل بهینه‌سازی برای حل مسئله باشیم.

سی و بی و هفتم: برای استفاده از روش‌های حل مسئله، باید به دنبال راه‌های قابل بهینه‌سازی برای حل مسئله باشیم.



علاقه‌های این سه مرد به شرح زیرند:

۱. هر مرد فقط یک نوع گیاه در آپارتمان خود نگهداری می‌کند: «دیفن باخیا» یا «کاکتوس»، هر کدام فقط یک نوع نوشیدنی دوست دارد: چای یا قهوه، و هر مرد فقط یک نوع کتاب را ترجیح می‌دهد: علمی یا داستانی.
۲. آپارتمان امیر مجاور آپارتمان یکی از مردانی است که کتاب علمی می‌خواند.
۳. آپارتمان بهروز کنار یکی از مردانی است که کاکتوس نگه می‌دارند.
۴. آپارتمان کمال مجاور آپارتمان یکی از مردانی است که به چای علاقه دارد.
۵. آپارتمان هیچ یک از مردانی که کتاب داستان می‌خواند، مجاور آپارتمان هیچ یک از مردان علاقه‌مند به چای نیست.
۶. دست کم، یکی از مردانی که قهوه دوست دارد، ساکن آپارتمانی است که در مجاورت آپارتمان یکی از مردان نگه‌دارنده کاکتوس قرار دارد.
۷. هیچ دو مشخصه از مشخصه‌های کتاب علمی خواندن، کاکتوس نگه داشتن، چای خور بودن و جز آن را نمی‌توان به بیش از یک مرد نسبت داد.

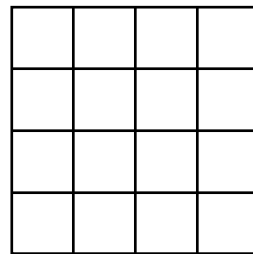
با توجه به اطلاعات داده شده، چه کسی ساکن آپارتمان میانی است؟

رهنمود: برای آسان شدن حل معما، نخست مشخصه‌های سه‌گانه‌ای را که می‌توان به سه مرد نسبت داد، معین کنید. سپس یکی از مشخصه‌های سه‌گانه‌ای را که می‌توان به ساکن آپارتمان میانی نسبت داد، مشخص کنید.

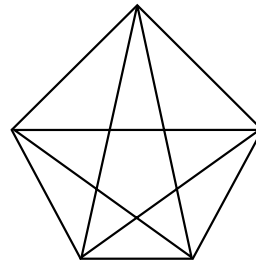
معما و سرگرمی‌های ریاضی

سید محمد رضا هاشمی موسوی

۱. در شکل زیر چند مربع وجود دارد؟



۲. در شکل زیر چند مثلث و چند چهار ضلعی وجود دارد؟

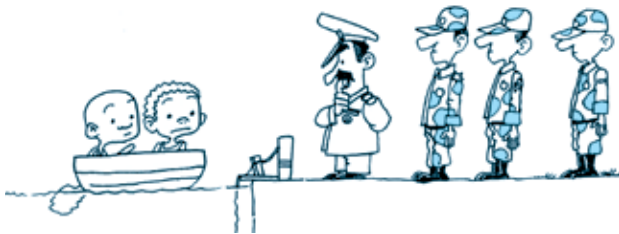


۳. اگر در هر یک از چهار گوشه‌ی اتاق یک گربه نشسته باشد و در مقابل هر گربه، سه گربه و روی دم هر گربه، یک گربه نشسته باشد، در مجموع چند گربه در اتاق هستند؟



۴. روزی یک واحد کوچک نظامی به رودخانه‌ای رسید که باید از آن عبور می‌کرد. پل، ویران شده و رودخانه عمیق بود و باید

چاره‌ای اندیشیده می‌شد. ناگهان، فرمانده دو پسر بچه را دید که در قایقی بازی می‌کنند. ولی قایق به قدری کوچک بود که در آن فقط یک سرباز یا فقط دو پسر بچه می‌توانستند بنشینند، نه بیشتر! با وجود این، همه‌ی سربازها، با همین قایق از رودخانه گذشتند، به چه ترتیب؟



۵. مردی می‌خواست گرگ، بز و کلمی را با قایقی از رودخانه بگذرانند. در قایق می‌شد، یک آدم و همراه او گرگ، یا بز و کلم را جا داد. ولی اگر گرگ و بز، تنها و بدون آدم باقی می‌ماندند، گرگ بز را می‌خورد. و اگر بز و کلم با هم تنها می‌شدند، بز کلم را می‌خورد. در حالی که در حضور مرد «کسی به کسی کاری نداشت». با وجود همه‌ی این‌ها، مرد توانست اموال خود را به سلامت به طرف دیگر رودخانه برساند. او به چه ترتیب عمل کرد؟

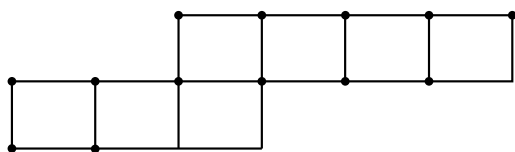


۶. گلوله‌های سیاه را بیرون بیاورید.

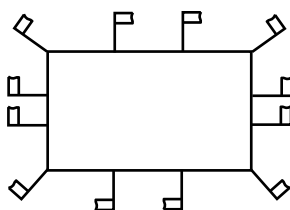


در قسمت وسط ناودان، در دیواره‌ی آن از داخل فرورفتگی وجود

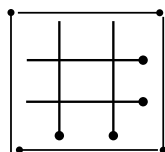
با جابه‌جایی فقط سه چوب‌کبریت، این هفت مربع را به شش مربع مساوی و هم‌اندازه تبدیل کنید، به‌طوری که هیچ چوب‌کبریت اضافی وجود نداشته باشد.



۱۱. پرچم‌ها را کجا بگذاریم؟ ۱۲ پرچم را چگونه قرار دهیم که روی هر ضلع مستطیل ۵ پرچم وجود داشته باشد؟ همچنین ممکن است پرچم‌ها را طوری قرار دهیم که روی هر ضلع ۶ پرچم داشته باشیم؟



۱۲. با کمک ۸ چوب‌کبریت، شکل زیر را بسازید. سپس دو چوب‌کبریت را طوری بردارید که سه مربع باقی بماند.



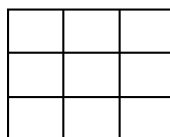
۱۳. عددهای ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ را روی ضلع‌ها و رأس‌های مثلث زیر طوری قرار دهید که مجموع عددهای هر ضلع مساوی ۲۰ شود. و همچنین آن‌ها را طوری بگذارید که مجموعشان ۱۷ شود.



۱۴. عددهای ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ را داخل مربع‌های زیر طوری قرار دهید که مجموع عددهای هر قطر، هر سطر و هر ستون برابر ۱۵ شود.

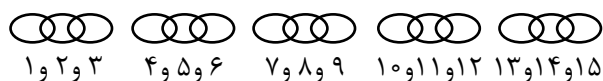
تعمیم:

اعداد از ۱ تا ۲۵ را (بدون تکرار) در یک مربع ۵×۵ یعنی ۲۵ خانه طوری جای دهید که مجموع هر قطر یا ستون یا سطر برابر ۶۵ شود.



دارد که در آن می‌توان تنها یکی از گلوله‌ها را (سیاه یا سفید) قرار دارد. دو گلوله، تنها در مجاورت همین فرورفتگی، می‌توانند تند کنار هم در عرض ناودان قرار گیرند. سمت راست ناودان بسته است، ولی سمت چپ آن باز است، منتها تنها گلوله‌های سیاه می‌توانند از آن رد شوند. چگونه هر چهار گلوله‌ی سیاه را از ناودان بیرون بیاوریم، به شرطی که برداشتن آن‌ها از داخل ناودان ممکن نباشد؟

۷. استاد جوانی پنج زنجیر سه حلقه‌ای در برابر خود دارد که می‌خواهد آن‌ها را به‌صورت یک زنجیر درآورد، بدون آن‌که از حلقه‌های اضافی استفاده کند.

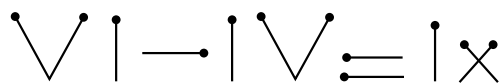


برای مثال، اگر حلقه‌ی ۳ را باز کند (یک عمل) و آن را به حلقه‌ی ۴ محکم کند (باز هم یک عمل)، سپس حلقه‌ی ۶ را باز کند و به حلقه‌ی ۷ ببندد و غیره، روی هم باید هشت عمل انجام دهد. ولی استاد جوان ما می‌خواهد تنها با شش عمل به نتیجه برسد. او موفق هم می‌شود. به نظر شما چگونه عمل کرده است؟

۸. در یک سبد، ۵ سیب وجود دارد. چگونه این سیب‌ها را بین پنج نفر تقسیم کنیم، که به هر نفر یک سیب برسد و یک سیب هم در سبد باقی بماند؟



۹. چوب‌کبریت برمی‌داریم و با آن‌ها «تساوی» زیر را می‌سازیم:



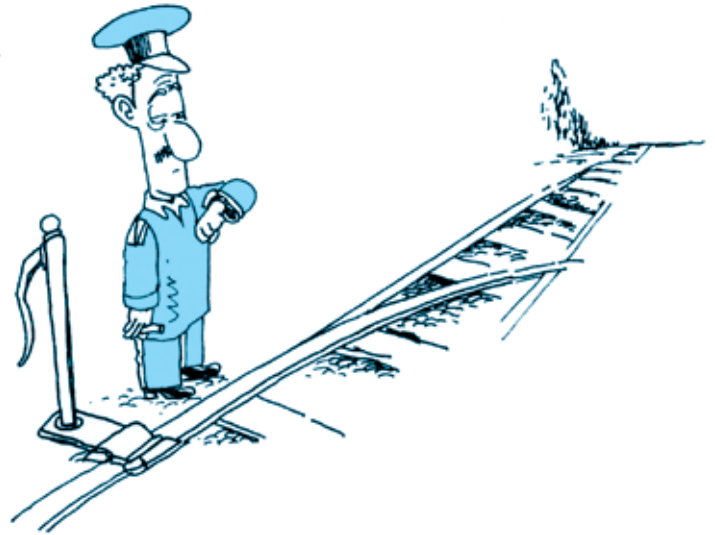
همان‌طور که می‌بینید، این تساوی نادرست است، زیرا به‌دست می‌آید:

$$6 - 4 = 9$$

با جابه‌جا کردن یکی از چوب‌کبریت‌ها تساوی را درست کنید.

۱۰. با ۲۲ چوب‌کبریت هفت مربع به شکل زیر می‌سازیم:

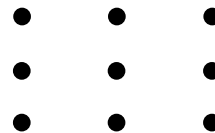
۱۵. قطاری بدون توقف از تهران به طرف مشهد، با سرعت ۶۰ کیلومتر در ساعت حرکت می‌کند. قطار دیگری باز هم بدون توقف از مشهد به طرف تهران، با سرعت ۴۰ کیلومتر در ساعت حرکت می‌کند. وقتی این دو قطار، یک ساعت به زمان ملاقاتشان مانده است، چه قدر از هم فاصله دارند؟



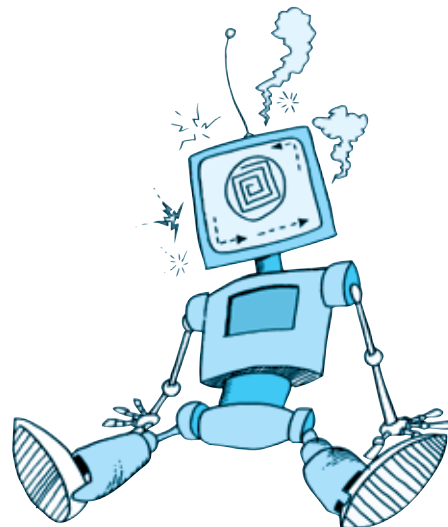
۱۷. در دهکده‌ای، زنگ کلیسا در انتهای هر ۶۰ دقیقه، زمان را با ضربات خود اعلام می‌کند و این کار را به صورت ۲۴ ساعته انجام می‌دهد. برای مثال، برای اعلام ساعت ۵، پنج ضربه می‌زند. برای زدن این پنج ضربه، ۶ ثانیه زمان لازم است. هم‌چنین ساعت ۹ را با زدن ۹ ضربه در مدت ۱۲ ثانیه اعلام می‌کند. فرض کنیم زمان لازم برای زدن یک ضربه خیلی کوتاه است و می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. شما باید بگویید با این زنگ کلیسا، اعلام ساعت ۱۸ چه قدر طول می‌کشد.



۱۶. صفحه‌ی کاغذی را بردارید و ۹ نقطه روی آن طوری بگذارید که یک مربع درست شود، مانند شکل زیر:



به کمک چهار خط راست و بدون این که قلم را از روی کاغذ بردارید، هر ۹ نقطه را به هم وصل کنید.



۱۸. در عددنویسی رومی X نشانه‌ی عدد ۱۰ و حرف I نشانه‌ی عدد ۱ است. اگر I پهلوی راست X نوشته شود، به معنای ۱۰+۱، و اگر I پهلوی چپ X نوشته شود، به معنای ۱۰-۱ است. بنابر قانون ذکر شده، رابطه‌ی: $XI-I=X$ برابر با $۱۰-۱=۱۱$ و نادرست است. حالا شما بگویید بدون هیچ‌گونه حذف و اضافه، چه عملی را می‌توان انجام داد تا رابطه زیر درست باشد؟

$(XI+I=X)$



پاسخ

معما و سرگرمی‌های ریاضی

۱. ۳۰ مربع.

۲. ۳۵ مثلث.

۳. چهار گربه.

۴. ابتدا دو پسر بچه از رودخانه می‌گذرند. یکی از آن‌ها در ساحل آن طرف می‌ماند و دیگری قایق را به طرف سربازها برمی‌گرداند و خود پیاده می‌شود. سپس یکی از سربازها در قایق می‌نشیند و به طرف دیگر می‌رود. آن‌جا، پسر بچه‌ای که منتظر بود، بر قایق می‌نشیند، به طرف سربازها می‌آید، دوست خود را سوار می‌کند و به ساحل دیگر می‌رود. آن‌جا دوست خود را پیاده می‌کند و خودش قایق را برمی‌گرداند، تا یک سرباز دیگر را با قایق به ساحل دیگر برساند و به همین ترتیب بقیه‌ی سربازها نیز به ساحل آن طرف می‌روند.

۵. گرگ کلم را نمی‌خورد. بنابراین ابتدا بز را به طرف دیگر رودخانه می‌برد. زیرا گرگ و کلم را می‌توان بدون مرد تنها گذاشت. وقتی بز را در طرف دیگر رودخانه گذاشت، با قایق برمی‌گردد، کلم را در قایق می‌گذارد و دوباره به طرف دیگر رودخانه می‌رود. کلم را در ساحل دیگر می‌گذارد، بز را سوار بر قایق می‌کند و به ساحل اول برمی‌گردد. بز را در ساحل او می‌گذارد، گرگ را سوار قایق می‌کند و در طرف دیگر پهلوی کلم می‌گذارد و خودش با قایق برمی‌گردد.

به این ترتیب گرگ و کلم در طرف دیگر ساحل رودخانه می‌مانند که مشکلی به وجود نمی‌آید. سپس مرد از ساحل اول، بز را برمی‌دارد و با خود به آن طرف رودخانه می‌برد. به این ترتیب، مرد همه‌ی دارایی خود را به سلامت به طرف دیگر رودخانه می‌رساند.

۶. یک گلوله سیاه را داخل فرورفتگی قرار می‌دهیم و بقیه گلوله‌ها را به طرف راست (انتهای ناودان) می‌بریم. در این صورت می‌توان یک گلوله‌ی سیاه را بیرون آورد. به همین ترتیب برای گلوله‌های سیاه بعدی دیگر نیز عمل می‌کنیم و چهار گلوله‌ی سیاه خارج می‌شوند.

۷. استادکار ابتدا سه حلقه‌ی یکی از زنجیرها را باز می‌کند (سه عمل) و به وسیله‌ی این سه حلقه جداگانه، چهار زنجیر دیگر را به هم وصل می‌کند (باز هم سه حرکت که روی هم می‌شود شش حرکت).

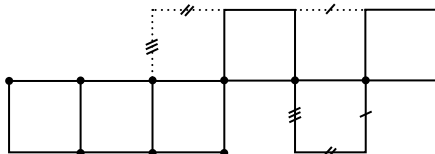
۸. به چهار نفر، هر کدام یک سیب می‌دهیم و سیب پنجم را با سبد برای نفر پنجم باقی می‌گذاریم.

۹. چنین عمل می‌کنیم:

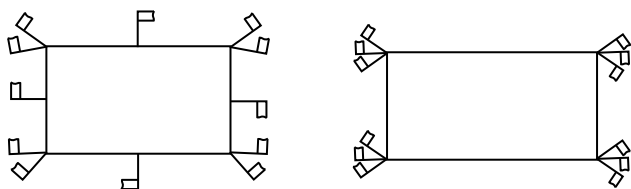
جواب اول: $V I + I V = X$

جواب دوم: $V + I V = I X$

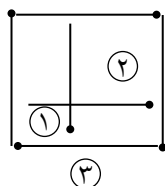
۱۰. با سه جابه‌جایی شکل زیر ساخته می‌شود:



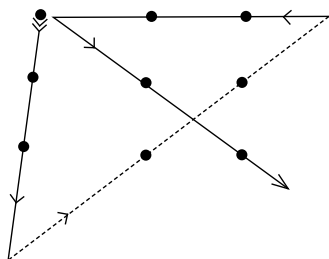
۱۱. طرح قرار گرفتن پرچم‌ها چنین است:



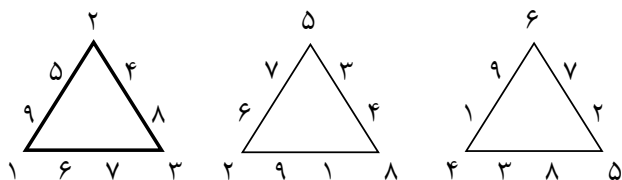
۱۲. دو چوب‌کبریت را چنین برمی‌داریم:



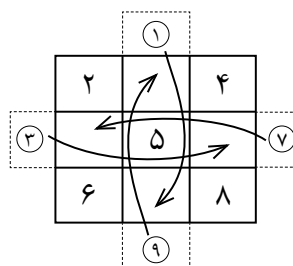
در این صورت سه مربع حاصل می‌شود.



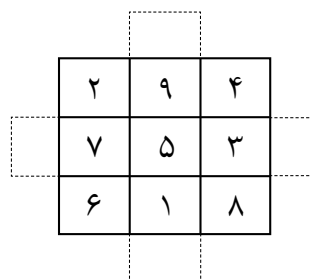
۱۳. عددها را چنین قرار می‌دهیم:



۱۴. یک خانه مانند شکل زیر اضافه می‌کنیم.



اعداد را به ترتیب مانند شکل قرار می‌دهیم. حال هر عدد در مربع‌های بیرون را، ۳ خانه به داخل می‌آوریم:



مشاهده می‌کنید که مجموع هر سطر یا ستون یا قطر برابر ۱۵ است.

۱۵. وقتی دو قطار یک ساعت به لحظه‌ی ملاقاتشان مانده باشد، ۱۰۰ کیلومتر (۴۰+۶۰) از هم فاصله دارند.

۱۶. یکی از راه‌حل‌های ممکن چنین است:

۱۷. با کمی تعمق به سهولت درمی‌یابیم که فقط زمان وارد شدن ضربه صفر است، اما فاصله‌ی بین ضربه‌ها باید محاسبه شود. مشخص است که بین پنج ضربه، چهار فاصله، و بین ۹ ضربه هشت فاصله وجود دارد. بنابراین، مدت زمانی که در فاصله‌ی میان هر دو ضربه‌ی متوالی صرف می‌شود، برابر است با:

$$6 \div 4 = 1.5$$

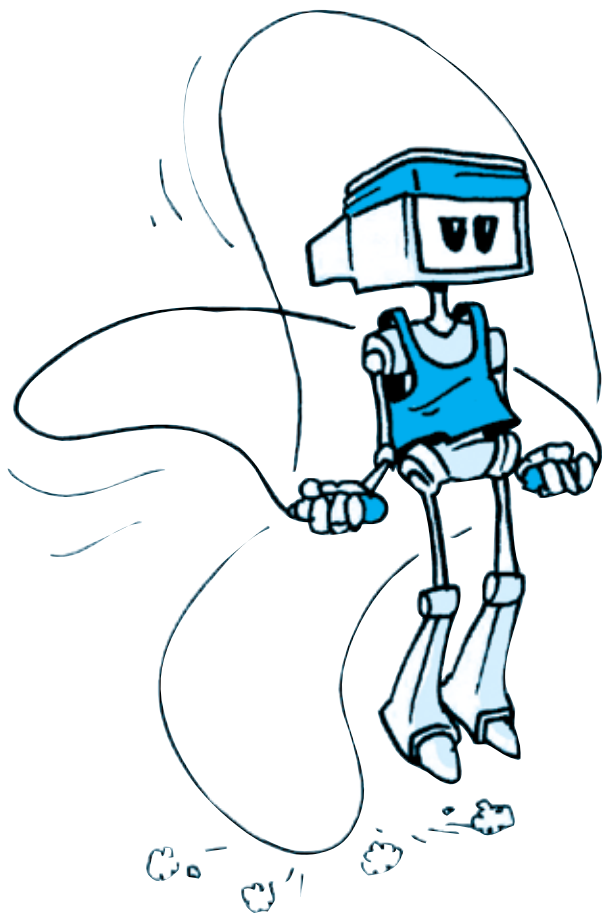
$$12 \div 8 = 1.5 \text{ و یا}$$

می‌دانیم که میان ۱۸ ضربه، ۱۷ فاصله وجود دارد. لذا مدت زمانی که برای اعلام ساعت ۱۸ طول می‌کشد، برابر است با:

$$17 \times 1.5 = 25.5$$

۱۸. کافی است، کاغذ را ۱۸۰ درجه بچرخانید؛ می‌شود: $X = I + IX$

یا $10 = 1 + 9$ که عبارتی صحیح است. ■



حکایت‌های ریاضی (۱)

میرشهرام صدر



◀ اشاره

در آموزش ریاضی، اصطلاح «مسائل توصیفی» به تمرین‌هایی گفته می‌شود که صورت آن‌ها به شکل متن و بدون فرمول ریاضی باشد. این گونه مسائل، اغلب به صورت حکایت‌ها یا قصه‌هایی هستند که در متن آن‌ها تعدادی دستور ریاضی وارد شده است. برای حل این نمونه مسائل باید متناسب با دستورهای ریاضی، معادله‌ای بنویسیم؛ سپس آن‌ها را حل کنیم.

در این شماره، آن دسته از حکایت‌های ریاضی را بررسی و حل می‌کنیم که معادله‌های متناظر با آن‌ها به صورت $ax \pm b = c$ است. هدف از حل این گونه معادله‌های درجه‌ی اول پیدا کردن مقدار مجهول x است.

قیمت یک عدد خودکار باشد، قیمت خودکار را محاسبه کنید.
حل: این مسئله شامل یک مجهول، یعنی قیمت یک عدد خودکار است. بنابراین فرض می‌کنیم که قیمت یک عدد خودکار x تومان باشد. در این صورت متناظر با این مسئله معادله‌ی زیر را داریم:

$$2x - 140 = 420$$

با حل این معادله‌ی درجه‌ی اول، قیمت خودکار مشخص می‌شود:

$$2x = 140 + 420 \Rightarrow 2x = 560$$

$$\Rightarrow x = 280$$

در نتیجه قیمت هر عدد خودکار ۲۸۰ تومان است.

۲. تعداد دانش‌آموزان کلاس دوم راهنمایی یک مدرسه ۳۰ نفر است. در صورتی که تعداد دانش‌آموزان این کلاس ۶ نفر بیشتر از ۴ برابر تعداد اعضای تیم کوهنوردی مدرسه باشد، تعداد اعضای تیم کوهنوردی مدرسه را مشخص کنید.

سطح ۱

۱. پارسا مبلغ ۴۲۰ تومان برای خرید یک دفترچه پرداخت کرد. اگر قیمت یک جلد دفترچه ۱۴۰ تومان کمتر از دو برابر

سطح ۲

۴. حاصل جمع دو عدد طبیعی برابر با ۸۴ است. هرگاه یکی از این عددها ۱۲ واحد از عدد دیگر بیشتر باشد، آن دو عدد را بیابید.

حل: فرض کنیم عدد طبیعی کوچکتر برابر با x باشد. بنابراین عدد طبیعی دیگر ۱۲ واحد از آن بیشتر یعنی $x+12$ است. از آنجا که حاصل جمع آن دو عدد برابر با ۸۴ است، معادله‌ی زیر را خواهیم داشت:

$$x + (x + 12) = 84 \Rightarrow 2x + 12 = 84$$

$$\Rightarrow 2x = 84 - 12 \Rightarrow 2x = 72$$

$$\Rightarrow x = 36$$

در نتیجه یکی از این عددها $x=36$ و عدد دیگر برابر با $x+12=48$ است.

۵. حاصل جمع دو عدد متوالی طبیعی (پشت سر هم) برابر با ۳۷ است. آن عدد را بیابید.

حل: دو عدد متوالی مانند ۸ و ۹ یا ۴۱ و ۴۲ هستند. فرض کنیم عدد طبیعی اولی برابر با x و در نتیجه عدد طبیعی بعد از آن $x+1$ است. یعنی دو عدد طبیعی متوالی به صورت x و $x+1$ هستند. چون حاصل جمع این دو عدد برابر با ۳۷ است، معادله‌ی زیر را خواهیم داشت:

$$x + (x + 1) = 37 \Rightarrow 2x + 1 = 37$$

$$\Rightarrow 2x = 36 \Rightarrow x = 18$$

در نتیجه آن دو عدد ۱۸ و ۱۹ هستند.

۶. مجموع پول توجیبی‌های دو دانش‌آموز برابر با ۷۲۰۰ تومان است. در صورتی که یکی از آن‌ها پنج برابر دیگری پول داشته باشد، سهم هر کدام چه قدر است؟



حل: فرض کنیم تعداد اعضای تیم کوهنوردی مدرسه برابر با x نفر باشد. متناظر با شرح مسئله، معادله‌ی زیر را خواهیم داشت:

$$4x + 6 = 30 \Rightarrow 4x = 30 - 6$$

$$\Rightarrow 4x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{4} = 6$$

در نتیجه تعداد اعضای تیم کوهنوردی مدرسه ۶ نفر است.

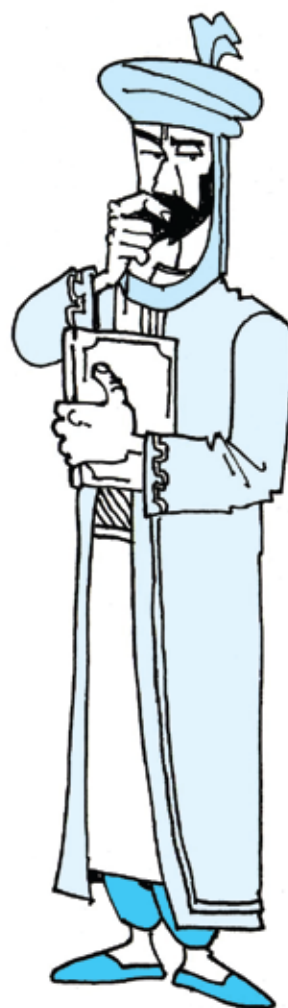
۳. ریحانه ۵۰۰ تومان پول دارد. در صورتی که مقدار پول او ۸۰ تومان بیشتر از دو برابر پول خواهرش حنا باشد، مشخص کنید حنا چه قدر پول دارد.

حل: فرض کنید حنا x تومان پول داشته باشد، اگر دو برابر پول حنا یعنی $2x$ را با ۸۰ تومان جمع کنیم، آن‌گاه برابر با مقدار پول ریحانه می‌شود. بنابراین داریم:

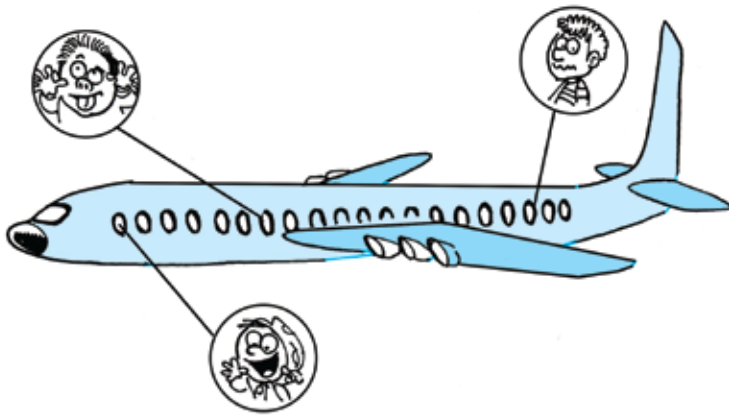
$$500 = 2x + 80 \rightarrow 2x = 500 - 80$$

$$2x = 420 \rightarrow x = \frac{420}{2}$$

پس حنا ۲۱۰ تومان پول دارد.



۹. یک هواپیمای مسافربری ۱۹۶ سرنشین اعم از زن، مرد و بچه دارد. در صورتی که تعداد مردان چهار برابر تعداد بچه‌ها و تعداد زنان دو برابر تعداد بچه‌ها باشد، مشخص کنید در این هواپیما چه تعداد بچه وجود دارد.



حل: فرض کنیم تعداد بچه‌ها برابر با x باشد، چون تعداد مردان چهار برابر تعداد بچه‌هاست، پس تعداد مردان $4x$ و تعداد زنان که دو برابر تعداد بچه‌ها برابر با $2x$ است. از آنجا که تعداد سرنشینان هواپیما ۱۹۶ نفر است، معادله‌ی زیر را خواهیم داشت:

$$x + (4x) + (2x) = 196 \Rightarrow 7x = 196$$

$$\Rightarrow x = \frac{196}{7} = 28 \text{ تعداد بچه‌ها}$$

سطح ۴

۱۰. سوگند مبلغ ۸۰۰ تومان را بین سه نفر از هم‌کلاسی‌هایش تقسیم می‌کند، به طوری که به نفر دوم دو برابر نفر اول و به نفر سوم



حل: فرض کنیم دانش‌آموز اول x تومان پول داشته باشد. چون پول دانش‌آموز دیگر پنج برابر پول اوست، پس دانش‌آموز دومی $5x$ تومان پول دارد. از آنجا که مجموع پول آن دو ۷۲۰۰ تومان است، معادله‌ی زیر را خواهیم داشت:

$$x + 5x = 7200 \Rightarrow 6x = 7200 \Rightarrow x = 1200$$

در نتیجه دانش‌آموز اول $x = 1200$ تومان و دانش‌آموز دوم $5x = 6000$ تومان پول دارند.

سطح ۳

۷. حاصل جمع سه عدد طبیعی متوالی برابر با ۸۷ است. آن سه عدد را بیابید.

حل: سه عدد طبیعی متوالی مانند ۱۵، ۱۶، ۱۷ یا ۴۱، ۴۲ و ۴۳ هستند. بنابراین اگر عدد طبیعی اولی را x در نظر بگیریم، عدد طبیعی بعد از آن $x+1$ و عدد طبیعی بعدی $x+2$ است. یعنی سه عدد طبیعی متوالی به صورت زیر هستند.

$$x \text{ و } x+1 \text{ و } x+2$$

از آنجا که مجموع این سه عدد برابر با ۸۷ است، معادله‌ی زیر را خواهیم داشت:

$$x + (x+1) + (x+2) = 87 \Rightarrow 3x + 3 = 87$$

$$\Rightarrow 3x = 84 \Rightarrow x = \frac{84}{3} = 28$$

در نتیجه سه عدد متوالی ۲۸، ۲۹ و ۳۰ هستند.

۸. مجموع سه عدد طبیعی متوالی زوج برابر با ۷۸ است، آن سه عدد را بیابید.

حل: سه عدد طبیعی زوج مانند ۸، ۱۰ و ۱۲ یا ۴۲، ۴۴ و ۴۶ هستند، چون هر عدد طبیعی زوج بر ۲ بخش پذیر و به عبارت دیگر مضرب ۲ است، پس عدد اولی برابر با $2x$ و عدد زوج بعد از آن $2x+2$ و عدد زوج سومی برابر با $2x+4$ است. یعنی سه عدد طبیعی زوج متوالی به صورت زیر هستند:

$$2x \text{ و } 2x+2 \text{ و } 2x+4$$

از آنجا که مجموع این سه عدد برابر با ۷۸ است، معادله‌ی زیر را خواهیم داشت:

$$2x + (2x+2) + (2x+4) = 78 \Rightarrow 6x + 6 = 78$$

$$\Rightarrow 6x = 72 \Rightarrow x = 12$$

در نتیجه سه عدد طبیعی زوج متوالی ۲۴، ۲۶ و ۲۸ هستند.

۱۰. کوثر ۷۰۰ تومان را بین سه نفر از هم‌کلاسی‌هایش طوری تقسیم کرد که به نفر دوم سه برابر نفر اول و به نفر سوم ۷ تومان بیشتر از نفر دوم پرداخت کرد. مشخص کنید به هر کدام چه قدر پرداخت کرده است؟

حل: فرض کنیم به نفر اول x تومان داده باشد. بنابراین به نفر دوم سه برابر نفر اول یعنی $3x$ تومان و به نفر سوم که ۷ تومان بیشتر از نفر دوم رسیده، $3x+7$ تومان پرداخت کرده است. بنابراین داریم:

$$x + (3x) + (3x + 7) = 700 \Rightarrow 7x + 7 = 700 \rightarrow 7x = 693 \Rightarrow x = 99$$

در نتیجه داریم:

تومان $x=99$ سهم نفر اول
تومان $3x=297$ سهم نفر دوم
تومان $3x+7=304$ سهم نفر سوم



۵۰ تومان کمتر از نفر دوم می‌دهد. مشخص کنید به هر کدام چند تومان رسیده است.

حل: فرض کنیم به نفر اول x تومان بدهد. چون به نفر دوم دو برابر نفر اول پول داده، پس سهم نفر دوم $2x$ تومان است. از آنجا که نفر سوم ۵۰ تومان کمتر از نفر دوم داده است، پس سهم نفر سوم $(2x-50)$ تومان می‌شود. این در حالی است که مجموع پول سه نفر برابر با ۸۰۰ تومان است. بنابراین معادله‌ی زیر را داریم:

$$x + (2x) + (2x - 50) = 800 \Rightarrow 5x - 50 = 800 \Rightarrow 5x = 850 \Rightarrow x = \frac{850}{5} = 170$$

در نتیجه به نفر اول $x=170$ تومان، به نفر دوم $2x=340$ تومان و به نفر سوم $2x-50=290$ تومان رسیده است.

۱۱. طلافروشی ۱۵/۲۰ گرم طلا را بین سه نفر تقسیم کرده است، به طوری که به نفر دوم یک گرم بیشتر از نفر اول و به نفر سوم، ۲/۷۰ گرم بیشتر از نفر دوم رسیده است. مشخص کنید سهم هریک چه قدر است؟



حل: فرض کنیم به نفر اول x گرم داده باشد. پس به نفر دوم که یک گرم بیشتر از نفر اولی داده است، $(x+1)$ گرم تعلق می‌گیرد و سهم نفر سوم که ۲/۷۰ گرم بیشتر از نفر دوم است، برابر با $(x+1) + 2/70$ می‌شود. از آنجا که مجموع سهم‌های آن‌ها برابر با ۱۵/۲۰ گرم است، معادله‌ی زیر را داریم:

$$x + (x + 1) + (x + 1) + 2/70 = 15/20 \Rightarrow 3x + 3/70 = 15/20$$

با حل معادله‌ی بالا و سهم هر کدام به نفرات اول تا سوم به ترتیب ۳/۵۰، ۴/۵۰ و ۷/۲۰ گرم طلا رسیده است.



مسابقه ریاضی استرالیا

سال اول راهنمایی ۲۰۰۹

ترجمه‌ی سپیده چمن‌آرا

۲. علی عددی را دو برابر می‌کند و سپس ۷ تا به آن می‌افزاید. عدد ۳۳ به دست می‌آید. عدد اولی که علی انتخاب کرده بود، کدام است؟

- الف) ۸
ب) ۱۳
ج) ۱۶
د) ۲۴
ه) ۲۶

پرسش‌های ۱ تا ۱۰ هر کدام ۳ نمره دارد.

۱. اگر در عدد زیر، رقم مرتبه‌ی دهگان هزار را دو برابر کنیم و رقم مرتبه‌ی صدگان را نصف کنیم، چه عددی به دست می‌آید؟

۲ ۴ ۴ ۲ ۴

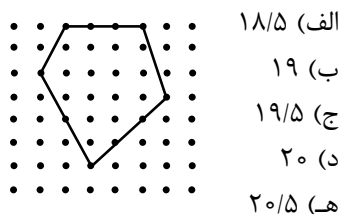
- الف) ۲۸۸۲۴
ب) ۴۴۲۲۴
ج) ۴۴۸۲۴
د) ۱۴۸۲۴
ه) ۲۸۲۲۴



- الف ۳ (ب) ۵
ج) ۷ (د) ۸ (ه) ۱۰

پرسش‌های ۱۱ تا ۲۰ هر کدام ۴ نمره دارد.

۱۱. در شکل زیر، فاصله‌ی هر نقطه با نقطه‌ی مجاورش یک سانتی‌متر است. مساحت شکل چند سانتی‌متر مربع است؟



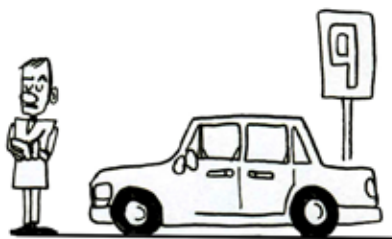
۱۲. علی در یک قوطی ۱۰۰ آب نبات رنگی دارد. تعداد آب نبات‌ها از هر رنگ با هم مساوی است و رنگ‌های آن قرمز، آبی، سبز، زرد و قهوه‌ای است. علی می‌خواهد با چشم‌های بسته از داخل قوطی یکی یکی آب نبات درآورد. برای این که مطمئن باشد از یکی از رنگ‌ها ۵ تا دارد، حداقل چند آب نبات باید درآورد؟



- الف) ۵
ب) ۹
ج) ۲۰
د) ۲۱
ه) ۲۵

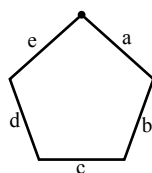
۱۳. من به تعداد مساوی اسکناس‌های ۱۰، ۲۰، ۵۰، ۱۰۰ و ۲۰۰ تومانی دارم و مجموع پولم ۳۴۲۰ تومان است. تعداد هر نوع از اسکناس‌های من چندتا است؟

- الف) ۷
ب) ۸
ج) ۹
د) ۱۰
ه) ۱۱



- الف) ۲:۳۰' (ب) ۳:۰۰'
ج) ۲:۴۵' (د) ۳:۰۵'
ه) ۳:۱۵'

۸. سارا از نقطه‌ی بالای شکل و به سمت راست شروع به راه رفتن می‌کند. مسیر او یک پنج ضلعی با اضلاعی مساوی است. در کدام قسمت از شکل ۶۵ درصد از مسیر خود را پیموده است؟



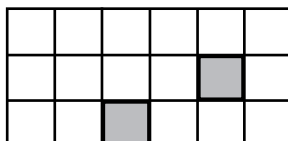
- الف) a
ب) b
ج) c (د) d
ه) e

۹. پنج ماشین با سرعت‌های متفاوت حرکت می‌کردند. سرعت کدام ماشین از بقیه بیشتر بوده است؟



- الف) ۱ کیلومتر در دقیقه
ب) ۳۰ کیلومتر در ۲۰ دقیقه
ج) ۵۰ کیلومتر در ساعت
د) ۲۰ کیلومتر در نیم ساعت
ه) ۱۲ کیلومتر در ۱۵ دقیقه

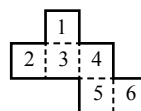
۱۰. قسمت‌هایی از شکل زیر رنگ شده است. چند قسمت دیگر از شکل را باید رنگ کنیم تا مجموعاً $\frac{5}{9}$ شکل رنگ شده باشد؟



۳. کدام یک از زمان‌های زیر به هزار ثانیه نزدیک‌تر است؟

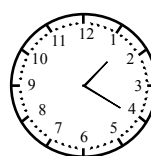
- الف) یک ساعت (ب) یک روز
ج) ۴۵ دقیقه (د) ۳۰ دقیقه
ه) ۱۵ دقیقه

۴. با تا کردن شکل زیر از محل نقطه چین‌ها می‌توانیم یک مکعب بسازیم. در این مکعب چه شماره‌ای در طرف مقابل عدد ۶ قرار می‌گیرد؟



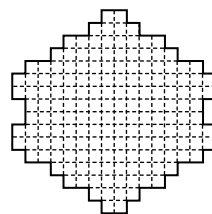
- الف) ۱ (ب) ۲
ج) ۳ (د) ۴
ه) ۵

۵. ساعت زیر ۱:۲۰' است. زاویه‌ی بین عقربه‌های آن چند درجه است؟



- الف) ۴۰
ب) ۴۵
ج) ۸۰ (د) ۱۰۰
ه) ۱۲۰

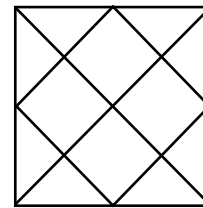
۶. شکل زیر از کاشی‌هایی به شکل ساخته شده است. چند کاشی در این شکل به کار رفته است؟



- الف) ۱۲
ب) ۱۳
ج) ۱۴
د) ۱۵
ه) ۱۶

۷. برای هر ۱۵ دقیقه توقف در پارکینگ، ۲۰ تومان باید بپردازیم. پدر ساعت ۱:۱۵ خودرو را در پارکینگ پارک کرد و یک صد تومانی و دو تا ۲۰ تومانی پرداخت. او باید در چه ساعتی خودرو را از پارکینگ خارج کند؟

۱۴. در شکل زیر چند مثلث مشاهده



می‌شود؟

- الف) ۲۰
ب) ۳۲
ج) ۳۶
د) ۴۰
ه) ۴۴

۱۵. برای پختن ۱۲ بیسکویت به مواد زیر

احتیاج داریم.



یک عدد تخم‌مرغ، یک فنجان شیر (برابر

با ۲۵۰ میلی‌لیتر)، یک فنجان آرد، یک

قاشق شکر و کمی نمک

برای پختن ۴۲ عدد بیسکویت به چه

مقدار زیر نیاز داریم؟

الف) ۳ فنجان

ب) $3\frac{1}{4}$ فنجان

ج) ۷۶۵ میلی‌لیتر

د) ۱۰۵۰ میلی‌متر

ه) $5\frac{1}{4}$ فنجان

۱۶. خانواده‌ی احمدی سه فرزند دارد.

مجموع سن سه فرزند آنان ۱۴ سال و

حاصل ضرب سن سه فرزند برابر با ۷۰

است. سن بزرگ‌ترین فرزند خانواده چند

سال است؟

الف) ۵

ب) ۷

ج) ۸

د) ۱۰

ه) ۱۴

۱۷. تعدادی کاشی کوچک مربع شکل داریم

که اندازه‌ی هر ضلع آن یک سانتی‌متر

است. با استفاده از ۲۴ کاشی، مستطیلی

می‌سازیم. کدام یک از اعداد زیر نمی‌تواند

محیط این مستطیل باشد؟

الف) ۲۰ ب) ۲۲

ج) ۲۸ د) ۳۶

ه) ۵۰

۱۸. سه کلاه در سه رنگ متفاوت داریم که

زیر هر کدام یک شیء (صدف یا حلقه یا

سکه) قرار داده شده است. مطالب زیر را

در مورد آن‌ها بخوانید.

کلاه قرمز در جایی سمت چپ کلاه

سفید قرار دارد.

سکه در جایی سمت چپ حلقه قرار

دارد.

کلاه سبز در جایی سمت راست صدف

قرار دارد.

حلقه در جایی سمت راست کلاه سبز

قرار دارد؟

حال بگویید کدام یک از جمله‌های زیر

درست است؟



الف) حلقه زیر کلاه قرمز است.

ب) حلقه زیر کلاه سبز است.

ج) صدف زیر کلاه قرمز است.

د) سکه زیر کلاه سفید است.

ه) صدف زیر کلاه سفید است.

۱۹. مسابقات بسکتبال محلات تهران آغاز

شده است. سه مربی برندگان دور اول را

به قرار زیر پیش‌بینی کرده‌اند.

مربی (۱) شمیران، انقلاب، سعادت‌آباد،

نیاوران

مربی (۲) جوادیه، اکباتان، انقلاب،

سعادت‌آباد

مربی (۳) شمیران، افسریه، سعادت‌آباد،

اکباتان

اما هیچ‌یک از آن‌ها بُرد تیم ولنجک را

پیش‌بینی نکرده‌اند. تیم اکباتان با کدام تیم

بازی کرده است؟

الف) شمیران

ب) نیاوران

ج) انقلاب

د) سعادت‌آباد

ه) ولنجک

۲۰. مهسا به نرگس گفت: «اگر تو یکی از

مدادهایت را به من بدهی، مدادهای من

دو برابر مدادهای تو می‌شود.»

نرگس پاسخ داد: «اما اگر تو یکی از

مدادهایت را به من بدهی، تعداد مدادهای

ما مساوی خواهد شد.»

تعداد مدادهای نرگس چندتا است؟

الف) ۱ ب) ۲

ج) ۳ د) ۴

ه) ۵

پرسش‌های ۲۱ تا ۲۵ هر کدام ۵

نمره دارد.

۲۱. یک تیم بسکتبال از ۴۰ بازی انجام

شده، ۳۰ تای آن‌ها را برده است. اگر هنوز

۳۰ بازی دیگر باقی مانده باشد و بخواد

رکورد بُرد ۸۰ درصد را به دست آورد، باید

چند بازی دیگر را ببرد؟

الف) ۱۰ ب) ۱۵

ج) ۲۵ د) ۲۶

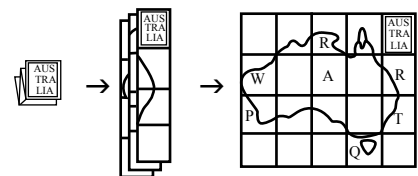
ه) ۳۰



۲۲. در یک قفس تعدادی خرگوش وجود دارند. اگر به هر خرگوش ۴ هویج بدهیم، برایمان ۲ هویج باقی می ماند، ولی اگر بخواهیم به هر کدام از آن ها ۶ هویج بدهیم، ۲۲ هویج دیگر نیاز داریم. تعداد خرگوش ها در قفس چند عدد است؟

- الف) ۴
ب) ۵
ج) ۶
د) ۱۱
ه) ۱۲

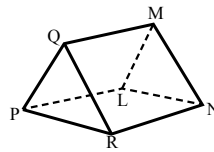
۲۳. من قصد دارم به استرالیا بروم. یک نقشه از استرالیا خریدم، تای آن را باز کردم (مطابق شکل) و مناطقی را که می خواستم از آن ها بازدید کنم، با حروف (T, P, Q) علامت زدم. دوباره آن را تا کردم و روی زمین گذاشتم. علامت های من از رو تا زیر به چه ترتیبی قرار گرفته اند؟ (گزینه ها حروف را از چپ بخوانید.)



- الف) RTYQKAWP
ب) YKRAWTPQ
ج) RTQYKAWP
د) YKTPRAWQ
ه) YKWARTPQ

۲۴. شکل زیر یک منشور مثلثی را نشان می دهد که تمامی وجه های آن به شکل مستطیل و یا به شکل مثلث هستند. با یک برش از گوشه های Q، L و N، این منشور را به دو قسمت تقسیم می کنیم.

چه شکل هایی به وجود می آیند؟



الف) هر دو منشوری های مثلثی هستند.

ب) هر دو هرم های مثلثی هستند.

ج) هر دو منشورهای مربعی هستند.

د) هر دو هرم های مربعی هستند.

ه) یکی هرم مربعی و دیگری هرم مثلثی است.

۲۵. در هر کدام از مزرعه های خانواده های امیری و شکری، ۹ حیوان وجود دارد.

مزرعه ی امیری سه مرغ از مزرعه ی شکری بیشتر دارد، ولی یک سگ از آن کمتر دارد. تعداد گوسفندهای مزرعه ی شکری دو برابر مزرعه ی امیری است، ولی تعداد مرغ های این مزرعه برابر با تعداد سگ های مزرعه ی امیری است. در مزرعه ی امیری چند مرغ وجود دارد؟

- الف) ۲
ب) ۳
ج) ۴
د) ۵
ه) ۶

برای پرسش های ۲۶ تا ۲۹ جواب نهایی را به دست آورید و خانه های مربوط به ارقام آن را در پاسخ نامه پر کنید.

امتیاز هر سؤال با دیگری متفاوت است.

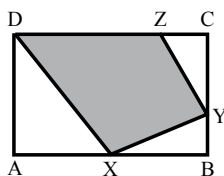
سؤال ۲۶، ۷ نمره - سؤال ۲۷، ۸ نمره - سؤال ۲۸، ۹ نمره - سؤال ۲۹، ۱۰ نمره دارد.

۲۶. $\frac{1}{6}$ از حجم یک منبع، آب دارد. اگر ۴۴۰ لیتر آب به آن بیفزاییم، $\frac{5}{8}$ حجم

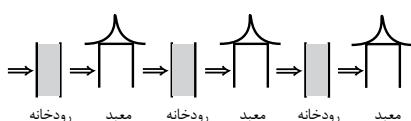
آن پر می شود. چند لیتر دیگر آب اضافه کنیم تا کل منبع کاملاً پر شود؟

۲۷. محبوبه در یک مسابقه ی تلویزیونی شرکت کرده است. هر پاسخ صحیح ۲۵۰ امتیاز به او اضافه می کند و هر پاسخ غلط ۱۵۰ امتیاز از او کم می کند. محبوبه در پایان مسابقه با پاسخ دادن به ۱۵ سؤال، ۲۱۵۰ امتیاز داشته است. او به چند سؤال پاسخ صحیح داده است؟

۲۸. مساحت مستطیل ABCD در شکل زیر ۱۴۴۰ سانتی متر مربع است. نقطه ی X در وسط ضلع AB قرار دارد. BY برابر با ثلث BC است و CZ برابر با ربع CD است. مساحت قسمت رنگ شده در شکل چند سانتی متر مربع است؟



۲۹. در یک بازی رایانه ای بازیکن برای رسیدن به سه معبد باید از سه رودخانه ی جادویی عبور کند. او می تواند از هر رودخانه، فقط یک بار بگذرد. هم چنین برای رسیدن به اولین معبد، او مجبور است از یک رودخانه ی جادویی عبور کند. بازیکن در هر معبد به تعداد مساوی گل می گذارد. خاصیت رودخانه ی جادویی این است که هر وقت از آن عبور کنی، تعداد گل هایت دو برابر می شود. بازیکنی، وقتی به معبد سوم رسید، هیچ گلی نداشت. او در ابتدا چند گل داشته است؟ (حداقل تعداد گل ها مورد نظر است.)



دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir



درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir