ISSN:1735_4943
فصل‌نامهٔ آموزشی، تحلیلی و اطلاع‌رسانی
دورهٔ هفدهم / شمارهٔ ۲ / زمستان ۱۳۹۰ / ۴۸ صفحه / ۵۵۰۰ ریال www.roshdmag.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

رشد برهان ریاضی

دورهٔ راهنمایی تحصیلی

۶۰

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات کمک‌آموزشی

- نشانی گنج!
- نگاهی به ماهی‌ها به شیوهٔ ریاضی‌دانان
- بازی سودوکو
- زاویه و پرورش طیور
- ۱ = ۸۰!

دورهٔ هفدهم / شماره ۲ / زمستان ۱۳۹۰ / ۴۸ صفحه

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

رشد برهان ریاضی

۶۰

دورهٔ راهنمایی تحصیلی

فصل‌نامهٔ آموزشی، تحصیلی و اطلاع‌رسانی

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات کمک‌آموزشی

مدیر مسئول : محمد ناصری **سردبیر:** سپیده چمن‌آرا **مدیر داخلی :** حسین نامی ساعی
اعضای هیئت تحریریه: حسن احمدی، بهزاد اسلامی مسلّم، امیر حسین اصغری، حمیدرضا امیری، زهره پندی، لیلا خسروشاهی، خسرو داودی، حسین نامی ساعی. **ویراستار:** مرتضی حاجعلی‌فرد
طراح گرافیک : علی دانشور **تصویرگر:** سام سلماسی
نشانی دفتر مجله : تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶، صندوق پستی ۶۵۸۵ ـ ۱۵۸۷۵
تلفن : ۹ـ۸۸۳۱۱۶۱ ۸ ـ۰۲۱ داخلی:۳۷۴ **نمابر :** ۸۸۳۰۱۴۷۸
وبگاه : www.roshdmag.ir **پیام‌نگار:** borhanr@roshdmag.ir
تلفن پیام‌گیر نشریات رشد : ۸۸۳۰۱۴۸۲
کد مدیر مسئول : ۱۰۲ **کد دفتر مجله :** ۱۱۳ **کد مشترکین :** ۱۰۲
نشانی امور مشترکین : تهران، صندوق پستی:۱۱۱ / ۱۶۵۹۵
تلفن امور مشترکین : ۷۷۳۳۶۶۵۶
چاپ : شرکت افست (سهامی عام)
شمارگان : ۲۱۰۰۰ نسخه

روی جلد: ۸۰=۱ (ر.ک.صفحهٔ ۳۸)

فهرست

◀ یادداشت سردبیر

● رقص شش‌ضلعی‌ها در زمستان / سپیده چمن‌آرا / ۲

◀ ریاضیات و مدرسه

● نشانی گنج: مختصات دکارتی / لیلا خسروشاهی / ۳ ● قاعدهٔ قرینگی / حسن احمدی / ۹ ● نمایش عدد در مبنای اعداد توان‌دار هم‌پایه / مجید منشوری / ۱۰ ● هر مثلثی متساوی‌الساقین است! / بهزاد اسلامی مسلّم / ۱۲ ● توضیحی دربارهٔ مقالهٔ «این را که از قبل می‌دانستیم» / بهزاد اسلامی مسلّم / ۱۴ ● مجموعه‌ها و نمودار وِن (بخش دوم) / سپیده چمن‌آرا / ۱۵ ● نگاهی به ماهی‌ها به شیوهٔ ریاضی‌دانان! / زهره پندی / ۱۸

◀ ریاضیات و فنّاوری

● برنامهٔ لوگو و رسم شکل‌های تکرار شونده / هما ملک / ۲۰ ● آمادگی برای به‌کارگیری Excel (بخش اوّل) / زهره پندی / ۲۲ ● ماشین حساب با باقی‌ماندهٔ تقسیم چه‌می‌کند؟ / لیلا خسروشاهی / ۲۵

◀ ریاضیات و بازی

● سودکو / بهزاد اسلامی مسلّم / ۲۸ ● بازی چهارضلعی‌ها /علی مبین/ ۳۲ ● پازل از نوعی دیگر: کاکورو / علی مبین/ ۳۴

◀ معرفی کتاب

● سرگرمی‌های ریاضی/ جعفر ربّانی / ۳۵

◀ ریاضیات و کاربرد

● زاویه و پرورش طیور / سکینه بمانیان / ۳۶ ● ۱ = ۸۰! / حسین نامی ساعی/ ۳۸

◀ ریاضیات و مسئله

● سؤال‌های مسابقهٔ ریاضی استرالیا (AMC)/ مترجم سپیده چمن‌آرا/ ۴۰ ● معما و سرگرمی/ محمد عزیزی‌پور/ ۴۲ ● پاسخ پرسش‌های مسابقهٔ استرالیا / ۴۳ ● پاسخ پازل از نوعی دیگر/ ۴۶ ● پاسخ معما و سرگرمی/ ۴۷

◀ از میان نامه‌ها

● نامه‌های رسیده و رسم‌های ابتکاری/ ۴۷

◀ جدول موضوعی مجله / ۴۸

قابل توجه نویسندگان و مترجمان:

◀ مقاله‌هایی که برای درج در مجله می‌فرستید، باید با اهداف این مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. اهداف مجله عبارتند از: ● گسترش فرهنگ ریاضی؛ ● افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت‌های دانش‌آموزان در راستای برنامهٔ درسی؛ ● توسعهٔ تفکر و خلاقیت؛ ● توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی؛ ● توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فنّاوری ؛ ● تقویت باورها و ارزش‌های دینی، اخلاقی و علمی.

◀ مقاله‌های ترجمه شده باید با متن اصلی همخوانی داشته باشد و متن اصلی نیز همراه آن باشد. چنان‌چه مقاله را خلاصه می‌کنید، این موضوع را قید بفرمایید. ◀ مقاله یک خط در میان، در یک روی کاغذ و با خط خوانا نوشته یا تایپ شود. مقاله‌ها می‌توانند با نرم‌افزار word و بر روی CD یا فلاپی و یا از طریق پیام‌نگار مجله ارسال شوند. ◀ نثر مقاله باید روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه‌های علمی و فنی دقت لازم مبذول شود. ◀ محل قرار دادن جدول‌ها، شکل‌ها و عکس‌ها در متن مشخص شود. ◀ مقاله باید دارای چکیده باشد و در آن هدف‌ها و پیام نوشتار در چند سطر تنظیم شود. ◀ کلمات حاوی مفاهیم نمایه (کلیدواژه‌ها) از متن استخراج و روی صفحه‌ای جداگانه نوشته شوند. ◀ مقاله باید دارای تیتر اصلی، تیترهای فرعی در متن و سوتیتر باشد. ◀ مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مقاله‌های رسیده آزاد است. ◀ مقالات دریافتی بازگردانده نمی‌شوند. ◀ آرای مندرج در مقاله ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان مجله نیست.

رقص شش ضلعی‌ها در زمستان

سپیده چمن‌آرا

دوستان نوجوان من،

بسیاری از شما در مناطقی از ایران زندگی می‌کنید که برف و یخ، ماه‌ها زمین را می‌پوشاند و بسیاری دیگر، شاید حتی یک بار هم چهرهٔ سفید و پوشیده از برفِ زمین را ندیده باشید. این هم یکی از واقعیت های جالب کشورمان ایران است: تنوع آب و هوایی و جغرافیایی.

بد نیست بدانید که ریاضیات جالبی در دانه‌های برف نهفته است: هر دانهٔ برف، بلوری است به شکل شش‌ضلعی منتظم. می‌دانید شش‌ضلعی منتظم چیست؟ اصلاً آیا می‌دانید چندضلعی‌ها، چه هستند و چه وقت آنها را منتظم می‌نامیم؟

علاوه براین، تقارن‌های جالبی در شکل‌های دانه‌های برف وجود دارد، هم تقارن مرکزی و هم تقارن محوری.

هم‌چنین تنوع شکل‌های آنها بسیار زیاد است. همهٔ اینها حقایقی است دربارهٔ دانه‌های بسیار کوچک برف!

به اطراف خود که خوب نگاه کنید، در هر پدیده‌ای، نظم و زیبایی خاصی می‌بینید که یکی از شاخه‌های علم، مانند ریاضی یا فیزیک یا شیمی، به توصیف یا تبیین آن پرداخته است یا هنوز جنبه‌هایی از آن بر ما ناشناخته مانده است. این نظم و زیبایی‌ها است که چهرهٔ دنیا و معنای زندگی را برای ما تغییر می‌دهد و آن را برایمان دلنشین‌تر می‌سازد. شما نیز امتحان کنید: امروز که از خانه خارج می‌شوید، از این زاویه به دنیا بنگرید که در هر پدیده‌ای، به دنبال کشف جنبه‌های زیبا و الگوهای منظم در آن باشید؛ از شاخه‌های بدون برگ درختان در زمستان گرفته تا آب یخ زده در جوی‌های کوچه...

هیئت تحریریهٔ رشد برهان راهنمایی نیز سعی دارد این نوع نگاه را در مخاطبان مجله تقویت کند و علاوه بر آن، توجه شما نوجوانان را به عددهای بزرگی که در اطراف ما به‌وجود می‌آیند، جلب کند. در هر شماره از مجله، در بخش «ریاضی و کاربرد» مقاله‌ای می‌بینید که به بزرگی عددهای تولید شده توسط مصرف‌کنندگان ایرانی اشاره می‌کند و تصویر روی جلد هر شماره نیز با آن مقاله مرتبط است.

... به دانه‌های برف بازگردیم: آیا هیچ‌گاه تلاش کرده‌اید با استفاده از کاغذ و قیچی، شکل‌هایی شبیه آنها بسازید؟ اگر تا کنون تجربه نکرده‌اید، می‌توانید همین حالا دست به کار شوید. تکه‌ای کاغذ مربع شکل را از مرکز چند بار تا بزنید و با قیچی، تکه‌هایی از آن را ببرید. زمانی که تای کاغذ را باز کنید، می‌بینید که شکل‌های جالبی درست شده است!

علاوه بر رسم‌های ابتکاری، کاردستی‌های ابتکاری خود با کاغذ و قیچی را نیز برای ما بفرستید تا در مجله به نام خودتان چاپ شود.

در خاتمه، دههٔ فجر و سالگرد پیروزی انقلاب اسلامی را به همهٔ شما تبریک می‌گویم.

موفق باشید

سردبیر

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

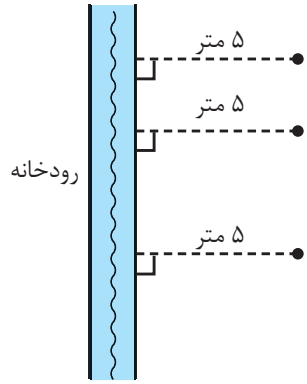
لیلا خسروشاهی

نشانی گنج

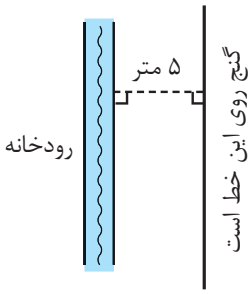
مختصات دکارتی

کلیدواژه‌ها: مختصات دکارتی، طول، عرض، محور

سالیان پیش از این، دو قبیله به نام‌های درخشان و تابان در سرزمینی زندگی می‌کردند. این سرزمین از غرب به رودی پرآب و از جنوب به ردیفی انبوه از درختان تبریزی منتهی می‌شد که تا چشم کار می‌کرد، ادامه داشت. افراد دو قبیله از وقتی چشم باز کرده بودند، فهمیده بودند که رابطهٔ خوبی با هم ندارند، اما نمی‌دانستند چرا. خیلی‌ها تلاش کردند این دشمنی بی‌دلیل را پایان بخشند، اما انگار وقتش نرسیده بود و اهالی دو قبیله راضی به دوستی نمی‌شدند. از دشمنیِ دو قبیله که بگذریم، باید بگوییم که هر قبیله برای خودش یک راز داشت؛ رازِ یک گنج! در قبیلهٔ درخشان همه از بزرگ‌ترهای خود شنیده بودند که گنجی در اعماق زمین به فاصلهٔ ۵ متر از شرق رودخانه نهان است. خیلی‌ها تلاش کردند گنج را پیدا کنند، اما موفق نشدند. در واقع آن‌ها فقط می‌دانستند گنج در ۵ متریِ شرق رودخانه است ونقاط زیادی بود که برای یافتن گنج باید حفر می‌کردند. این شکل را ببینید:

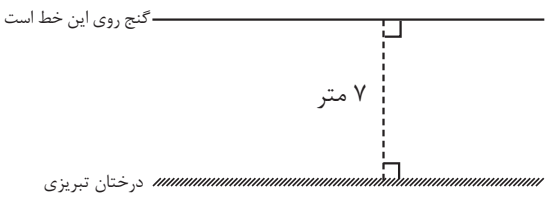


این‌ها فقط چند تا از نقاطی هستند که از رودخانه به فاصلهٔ ۵ مترند. در واقع آن‌ها باید روی خط موازی با امتداد رودخانه و به فاصلهٔ ۵ متر از آن دنبالِ گنج می‌گشتند. (چرا؟)



اما این خط، تا چشم کار می‌کرد ادامه داشت ... این راز هیچ‌وقت به گوش اهالی قبیلهٔ تابان نرسید.

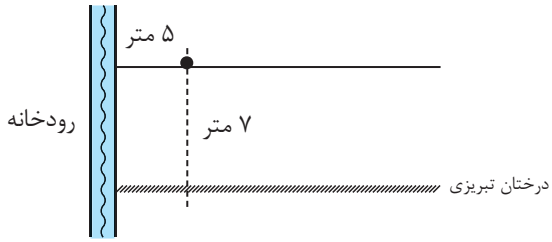
اما تابانی‌ها هم برای خود، رازِ یک گنج را نگه داشته بودند. آن‌ها هم از نیاکان خود شنیده بودند که گنجی به فاصلهٔ ۷ متر بالاتر از ردیفِ درختان تبریزی در این سرزمین پنهان شده است. اهالیِ تابان هم خیلی رازدار بودند. اما چه فایده؟ آنها هم دقیقاً نمی‌دانستند که در این سرزمین بزرگ، کجا را باید حفر کنند؟



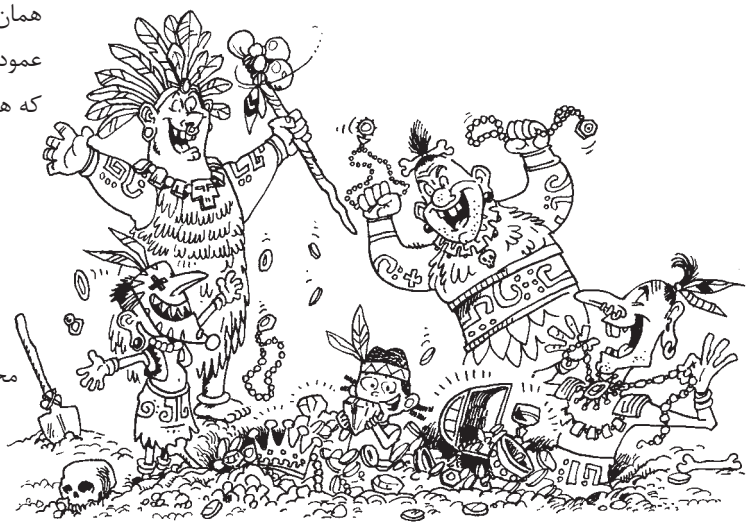
خطـی موازی بـا امتداد درختان تبریزی و به فاصلـهٔ ۷ متر از آن، جایی بود که گنج زیر آن پنهان شـده بود. (چرا؟) اما این خط هم تا چشم کار می‌کرد، ادامه داشت ...

یـک روز پیرزنی دنیادیده وارد این سـرزمین شـد. چند روز مهمان درخشـانی‌ها بود و چند روزی را هم با تابانی‌ها سـپری کرد. وقتِ رفتن، بزرگ‌ترهـای دو قبیله را کنار هم آورد و گفت: «گنج شـما در اتحادتان نهفته است». آن روز، افراد قبیله معنای حرف پیرزن را نفهمیدند، اما این جمله سال‌ها ماند و بین افراد دو قبیله پخش شد، تا اینکه ....

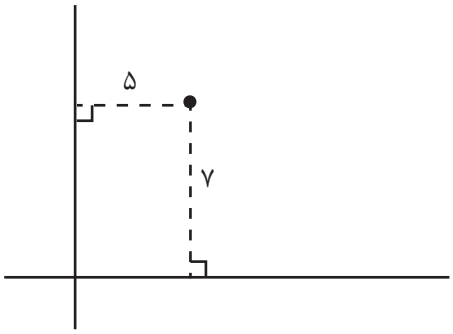
نمی‌دانیم چه اتفاقی افتاد، اما انگار کم‌کم دشـمنیِ تاریخیِ دو قبیله رنگ باخت و بالاخره یک روز اهالیِ دو قبیله دیدند که دارند اتحادشـان را جشن می‌گیرند! آن روز، در خلال گفت‌و گوهای دوستانه، راز دو قبیله هم برملا شـد! گنجی بـه فاصلهٔ ۵ متر از رودخانـه و گنجی به فاصلهٔ ۷ متـر از امتداد درختان تبریزی! بیـن جوان‌ترهای قبیله کم‌کم این حرف رد و بدل شـد که «نکند این دو گنج یکی هسـتند! اگر این‌طور باشد ...» فکر می‌کنید آنها چه کار کردند؟ خیلی زود رفتند سـراغِ یک نقطه. چه نقطه‌ای؟ نقطه‌ای که از رودخانه ۵ متر و از ردیف درختان تبریزی ۷ متر فاصله داشت.



سـاعت‌ها عرق ریختنـد و زمین را کندند ... بلـه! گنج همان‌جا بود. پیرزن راست گفته بود که «گنج شما در اتحادتان نهفته است.»

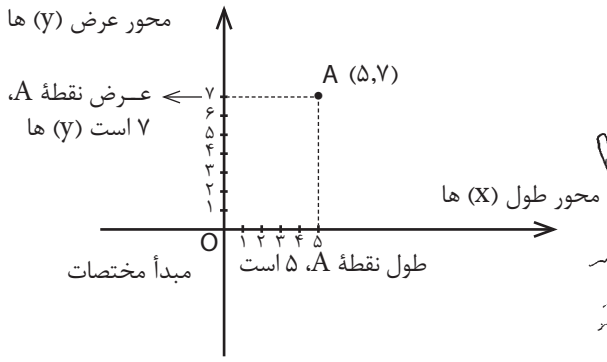


دیدیم که فاصلهٔ محل گنج تا رودخانه و فاصلهٔ آن تا امتداد درختان، چقـدر به یافتن محـل گنج کمک کـرد. در واقع اگر فقـط یکی از این اطلاعات را داشـتیم، نمی‌توانستیم راجع‌به محل دقیق گنج حرف بزنیم، اما وقتی هردو را داشـته باشیم، محل دقیق گنج پیدا می‌شود. شکل زیر یک نمایش ساده‌تر از محل گنج است:



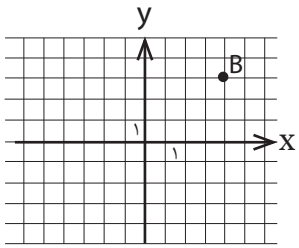
خط عمـودی مثـل رودخانه اسـت. آن را محور عرض‌هـا یا محور yهـا می‌نامیم. خط افقی مثل امتداد درختان تبریزی اسـت. به آن محور طول‌ها یا محور xها می‌گوییم.

این سـرزمین مثل صفحه‌ای است که دو محور عمود بر هم روی آن رسـم شده اسـت. این صفحه را صفحهٔ مختصات می‌نامیم. به محورهای عمود بر هم دسـتگاه مختصات می‌گوییم. نقطهٔ محل برخورد محورهای مختصـات را مبدأ مختصـات می‌نامیم و معمولاً آن را با حرف O نمایش می‌دهیم. محل گنج، مثل یک نقطه در صفحهٔ مختصات است. آن را نقطهٔ A نام‌گذاری کرده‌ایم. نقطهٔ A از محور عرض‌ها ۵ واحد و از محور طول‌ها ۷ واحـد فاصله دارد. به فاصلهٔ نقطـهٔ A تا محور عرض‌ها **طول نقطهٔ A** می‌گوییـم. هم‌چنین فاصلهٔ نقطهٔ A تـا محور طول‌ها را **عرض نقطهٔ A** می‌نامیم. همان‌طور که در شـکل زیر می‌بینید، اگر از نقطهٔ A یک خط عمود بر محور طول‌ها رسم کنیم، این خط محور طول‌ها را در نقطهٔ ۵ که همان طول نقطهٔ A است قطع می‌کند. هم‌چنین اگر از نقطهٔ A یک خط عمود بر محور عرض‌ها رسـم کنیم، این خط محور عرض‌ها را در نقطهٔ ۷ که همان عرض نقطهٔ A است قطع می‌کند.

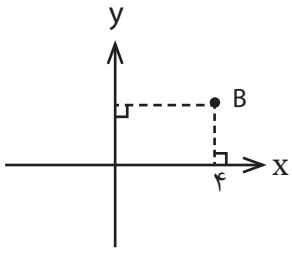


در این داستان دیدیم برای اینکه محل دقیق یک نقطه را در صفحه مشخص کنیم، کافی است طول و عرض آن را بدانیم. نشانیِ نقطهٔ A در صفحهٔ مختصات را با $A=\begin{bmatrix}۵\\۷\end{bmatrix}$ یا $A(۵,۷)$ نمایش می‌دهیم و به آن، **مختصاتِ دکارتیِ نقطهٔ A** می‌گوییم. دکارت اولین کسی بود که این نوع مختصات را برای نقاط معرفی کرد. در واقع مختصات دکارتیِ هر نقطه در یک صفحهٔ مختصاتِ دکارتی، شامل طول و عرض آن نقطه در دستگاه مختصاتِ دکارتی است.

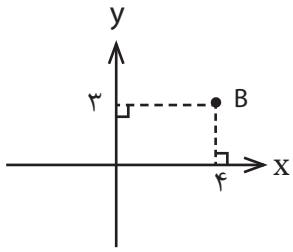
مثال ۱. مختصات دکارتی نقطهٔ B را بنویسید.



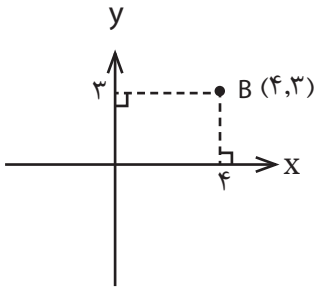
اگر از نقطهٔ B بر محور طول‌ها عمود کنیم، به عدد ۴ روی محور طول‌ها می‌رسیم. پس طول نقطهٔ B برابر با ۴ است (همان‌طور که می‌بینید، نقطهٔ B تا محور عرض‌ها ۴ واحد فاصله دارد).



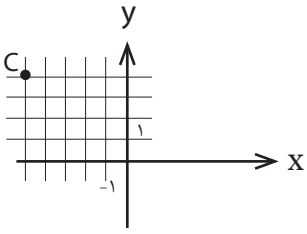
حال اگر از نقطهٔ B بر محور عرض‌ها عمود کنیم، به عدد ۳ روی محور عرض‌ها می‌رسیم. پس عرض نقطهٔ B برابر با ۳ است (همان‌طور که می‌بینید، نقطهٔ B تا محور طول‌ها ۳ واحد فاصله دارد).



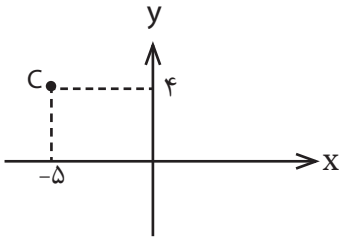
بنابراین مختصات نقطهٔ B به این صورت است: B(۴،۳)



مثال ۲. مختصات نقطهٔ C را بنویسید.

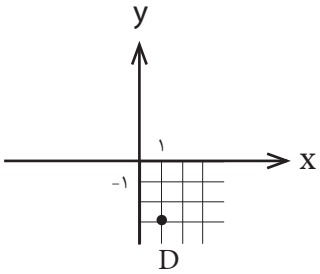


اگر از نقطهٔ C بر محور طول‌ها عمود کنیم، به عدد ۵- روی محور طول‌ها می‌رسیم. پس طول نقطهٔ C برابر با ۵- است. در واقع نقاطی که سمت چپ محور عرض‌ها (غربِ رودخانه!) قرار دارند، طولشان عددی منفی است. حال اگر از نقطهٔ C بر محور عرض‌ها عمود کنیم، به عدد ۴ روی محور عرض‌ها می‌رسیم. پس عرض نقطهٔ C برابر با ۴ است.

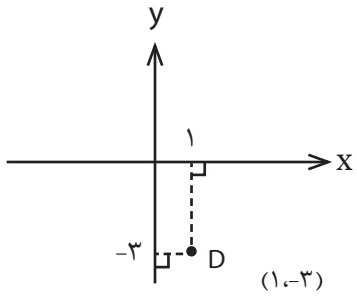


بنابراین مختصات نقطهٔ C به شکل C(-۵،۴) است.

مثال ۳. مختصات نقطهٔ D را پیدا کنید.

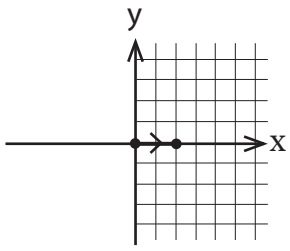


با عمود کردن خطی از نقطهٔ D بر محور طول‌ها به عدد ۱ می‌رسیم، پس طول D برابر با ۱ است. خط عمودی که از D بر محور عرض‌ها رسم می‌شود، آن را در نقطهٔ ۳- قطع می‌کند. پس عرض D برابر با ۳- است. نقاطی که زیر محور طول‌ها (سمت جنوبِ ردیف درختان تبریزی!) قرار دارند، عرضشان عددی منفی است. بنابراین مختصات D به صورت (۱،-۳) D است.

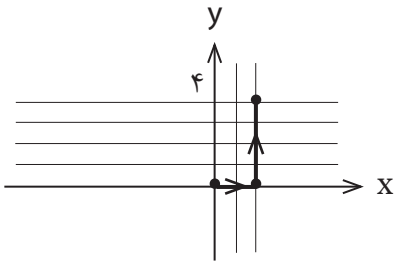


مثال ۴. جای نقطهٔ E(۲، ۴) را در صفحهٔ مختصات مشخص کنید.

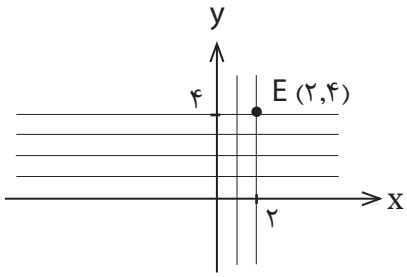
دنبال نقطه‌ای با طول ۲ و عرض ۴ می‌گردیم. وقتی می‌گوییم طول نقطه ۲ است، یعنی این نقطه از محور عرض‌ها ۲ واحد فاصله دارد. همچنین این نقطه از محور طول‌ها ۴ واحد فاصله دارد. برای پیدا کردن محل نقطهٔ E کافی است از مبدأ مختصات شروع کنیم. روی محور طول‌ها ۲ واحد (چون طول نقطه ۲ است) به سمت راست (چون طول نقطه عددی مثبت است) می‌رویم. با این کار از محور عرض‌ها ۲ واحد فاصله گرفته‌ایم!



حالا برای اینکه از محور طول‌ها ۴ واحد فاصله بگیریم، کافی است ۴ واحد (چون عرض نقطه ۴ است) به سمت بالا (چون عرض نقطه عددی مثبت است) برویم.

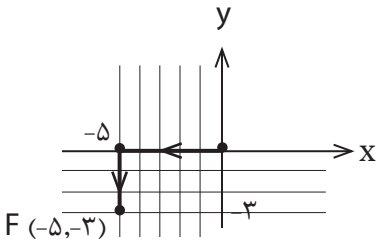


همان‌طور که می‌بینید، نقطه‌ای که به آن رسیدیم، طولش ۲ و عرضش ۴ است، یعنی همان نقطهٔ E(۲، ۴).



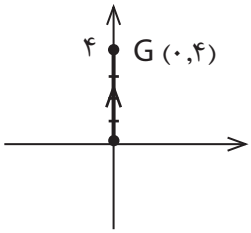
مثال ۵. جای نقطهٔ F(-۵،-۳) را در صفحهٔ مختصات مشخص کنید.

با شروع از مبدأ مختصات ۵ واحد به سمت چپ (چون طول نقطه منفی است) و سپس ۳ واحد به سمت پایین (چون عرض نقطه منفی است) حرکت می‌کنیم تا به نقطهٔ F برسیم.



مثال ۶. جای نقطهٔ G(۰،۴) را مشخص کنید.

از مبدأ مختصات شروع می‌کنیم. با توجه به اینکه طول نقطه ۰ است، روی محور طول‌ها حرکتی نمی‌کنیم. (چرا؟) کافی است ۴ واحد به سمت بالا برویم تا به نقطهٔ G برسیم.



همان‌طور که می‌بینید، این نقطه روی محور عرض‌ها قرار دارد. در واقع **تمام نقاطی که طولشان صفر است روی محور عرض‌ها قرار دارند. همچنین نقاطی که عرضشان صفر است، روی محور طول‌ها قرار دارند.**(چرا؟)

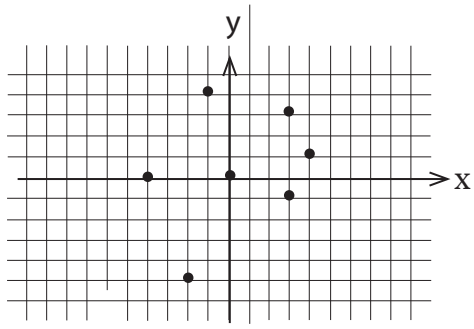
سؤال ۱. در زیر مختصات تعدادی نقطه داده شده است. این نقاط در صفحهٔ مختصات نیز مشخص شده‌اند، اما نام آنها معلوم نیست. با توجه به مختصات نقاط، نام آن‌ها را کنارشان بنویسید.

A(۴،۱) B(-۱،۴)

C (۳،-۱) E (۰،-۴)

F (۵،۰) G (۰،۰)

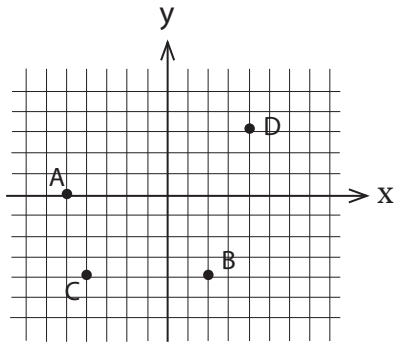
H (-۲،-۵) I (۳،۳)



سؤال ۲. مختصات نقاط نشان داده شده را بنویسید.

B (،) A(،)

D (،) C(،)



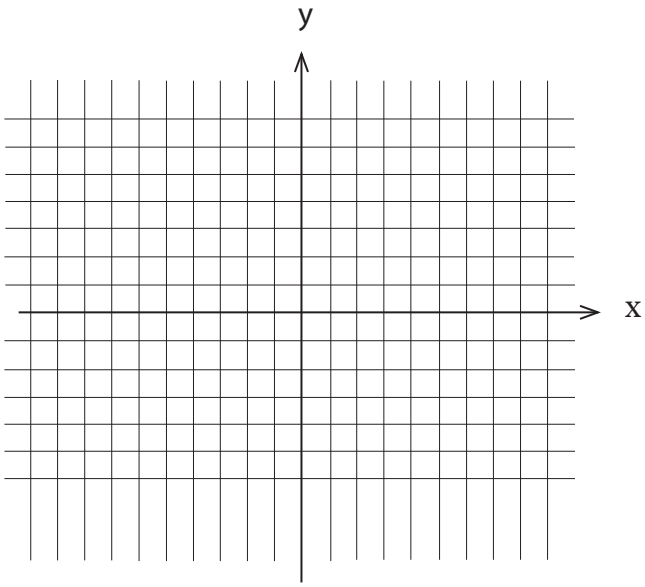
سؤال ۳. نقاط زیر را در صفحهٔ مختصات نمایش دهید.

M(۲،-۳) H (۳،۷)

N(۰،۴) J(۰،۰)

L(-۵،۵) G(۰،-۶)

K (-۸،-۱) P(۰،۳/۵)

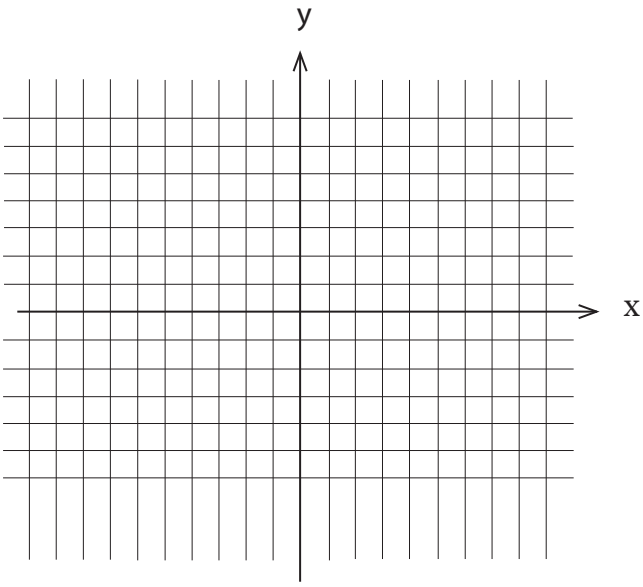


سؤال ۴. نقاط زیر را در صفحهٔ مختصات نمایش دهید. سپس آنها را با ترکیبی که مشخص شده، به هم وصل کنید. به چه شکلی می‌رسید؟

A(-۱ ، ۲) B(۲،۴)

C(۴،-۱) D(-۱،-۱)

A → B → C → D → A



سؤال ۵. در زیر الگوی رسم یک ببر و یک موش به شما داده شده است. برای رسم این شکل‌ها کافی است نقاط جدول را روی صفحه قرار دهید و به هم وصل کنید. ترتیب وصل کردن نقاط از راست به چپ است.

«پایان خط» به این معناست که خط قبلی به پایان رسیده و لازم نیست نقطهٔ قبل و بعد آن را به هم وصل کنید و باید با نقطهٔ بعدی خط جدیدی را شروع کنید. یکی از الگوها را انتخاب کنید و دست به کار شوید!

[−۶, −۲۲]	[−۸, −۲۲]	[−۶, −۲۰]	[−۱, −۲۰]	[−۱, −۱۴]	پایان خط	[۲, −۱۳]	[۲, −۲۳]	[−۷, −۲۳]	[−۵, −۲۱]	[۰, −۲۱]	[۰, −۱۲]
[۱۷, −۲۲]	[۱۸, −۲۳]	[۱۸, −۲۴]	[۱۶, −۲۵]	[۸, −۲۵]	[۱۶, −۲۴]	[۱۷, −۲۳]	[۱۵, −۲۲]	[۱۳, −۲۲]	[۸, −۲۱]	[۲, −۱۴]	پایان خط
[۵, −۴]	[۶, −۴]	[۶, −۷]	[۲, −۷]	[۲, ۴]	پایان خط	[۳, −۷]	[۳, −۱۱]	[۸, −۱۹]	[۹, −۲۰]	[۱۳, −۲۱]	[۱۵, −۲۱]
[۱۴, ۱۸]	[۱۲, ۱۶]	[۱۰, ۱۶]	[۸, ۱۷]	[۶, ۱۹]	[۶, ۱۷]	[۵, ۱۵]	[۳, ۱۳]	[۲, ۱۱]	[۳, ۵]	[۳, −۶]	[۵, −۶]
[−۵, ۱۶]	[−۵, ۱۷]	[−۴, ۲۰]	[−۲, ۲۲]	[۱, ۲۳]	[۲, ۲۳]	[۵, ۲۲]	[۶, ۲۰]	[۷, ۲۲]	[۱۱, ۲۳]	[۱۳, ۲۲]	[۱۴, ۱۹]
[−۱, ۲]	[۰, ۸]	[۰, ۱۱]	[−۳, ۱۳]	[−۷, ۱۱]	[−۸, ۱۰]	[−۱۲, ۹]	[−۱۴, ۹]	[−۱۵, ۱۱]	[−۱۵, ۱۳]	[−۱۳, ۱۴]	[−۹, ۱۵]
[−۴, −۸]	[−۴, −۹]	[−۵, −۹]	پایان خط	[۰, −۱۴]	[−۱۳, −۱۴]	[−۵, −۱۳]	[−۶, −۱۰]	[−۶, −۸]	[−۵, −۶]	[−۳, −۴]	[−۲, −۲]
[−۳, ۱۹]	[−۳, ۱۷]	[−۴, ۱۷]	[−۳, ۱۹]	پایان خط	[−۱۵, ۱۳]	[−۱۹, ۱۳]	[−۱۹, ۱۲]	[−۱۸, ۱۰]	[−۱۵, ۱۱]	[−۱۵, ۱۳]	پایان خط
پایان خط	[۱۲, ۲۲/۵]	[۱۲, ۱۴]	[۹, ۲۵]	[۶, ۲۴]	[۵, ۲۲]	پایان خط	[۰, ۱۹]	[۰, ۱۷]	[−۱, ۱۷]	[۰, ۱۹]	پایان خط

قاعدهٔ قرینگی

حسن احمدی

کلیدواژه‌ها: یادگیری ریاضی، رشد ذهنی، شمردن، جمع و تفریق، قاعدهٔ قرینگی

نمی‌دانم برادر یا خواهر کوچک‌تر دارید یا نه؟ ولی به هر حال اگر به یک کودک حدوداً شش‌ساله دسترسی دارید، می‌توانید مطلب زیر را آزمایش کنید:

پژوهشگرانی که روی نحوهٔ یادگیری ریاضی و مراحل آن کار می‌کنند به این نکتهٔ جالب رسیده‌اند که کودکان در سنین مختلف قابلیت‌هایی به دست می‌آورند که می‌توانند مطالب گوناگون را بیاموزند و دانسته‌های قبلی خود را ارتقا دهند. برای مثال اگر شما از یک کودک شش‌ساله که با جمع و تفریق آشناست بپرسید: «۲+۵ چند می‌شود؟» او با شمردن و جمع کردن پاسخ خواهد داد:۷. حال اگر از او بپرسید: «۵+۷ چند می‌شود؟» او دوباره با شمردن و جمع کردن ممکن است به پاسخ ۱۲ برسد، ولی این بار زمان بیشتری برای رسیدن به پاسخ نیاز دارد.

حال اگر از همان کودک بپرسید: «۲-۲+۵ چند می‌شود؟» او ابتدا ۲+۵ به دست می‌آورد و بعد ۲ را از آن کم می‌کند و در مورد محاسبهٔ ۷-۷+۵ نیز، در ابتدا ۷+۵ را به دست می‌آورد و بعد ۷ را از آن کم می‌کند. وقتی اعداد بزرگ‌تر شوند این کار زمان بیشتری خواهد گرفت. حال ببینیم یک کودک نُه‌ساله چگونه پاسخ می‌دهد. در مورد پرسش‌های اول و دوم، او نیز مانند کودک شش‌ساله با جمع کردن به پاسخ خواهد رسید، ولی در مورد پرسش‌های سوم و چهارم، کودک نُه‌ساله با سرعت خواهد گفت: «پاسخ می‌شود ۵.» حتی اگر از او بپرسید: ۲۵۹-۲۵۹+۶۷ چند می‌شود؟ او به سرعت پاسخ می‌دهد:۶۷.

پژوهشگران به این ویژگی می‌گویند «قاعدهٔ قرینگی» و با آزمایش‌های بالا به این نتیجه رسیده‌اند که ذهن کودک شش‌ساله هنوز آن‌قدر رشد نکرده است که این قاعده را درک کند، ولی به مرور زمان آن را می‌فهمد، در روابط بین اعداد می‌یابد و در محاسبات از آن استفاده می‌کند.

استفاده از این قاعده دو فایدهٔ مهم دارد: اول اینکه سرعت محاسبات بالا می‌رود و دوم اینکه با حذف یک سری عملیات (جمع کردن و تفریق کردن مجدد) دقت محاسبات افزایش می‌یابد.

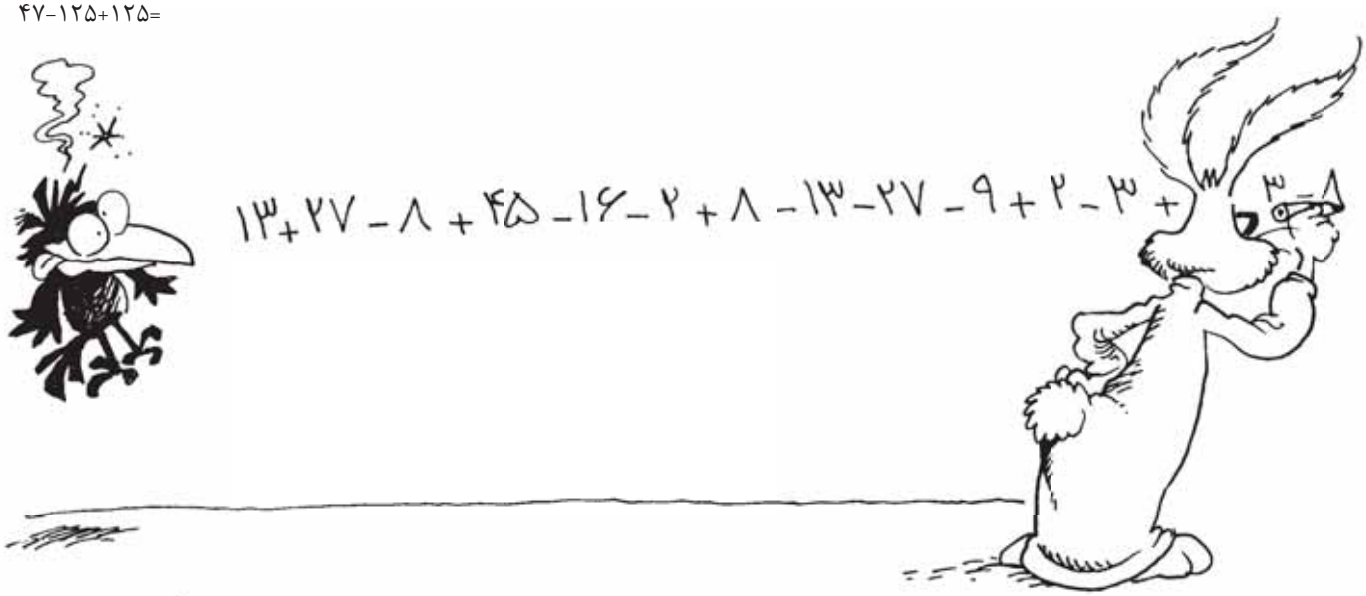
بعدها از همین قاعده در محاسبات پیچیده‌تر استفاده می‌کنیم و به این کار می‌گوییم «ساده کردن». آیا می‌توانید قاعدهٔ قرینگی را در موارد زیر تشخیص دهید و با استفاده از ساده کردن، سرعت و دقت محاسبات خود را بالا ببرید:

۲۵+۱۲+۱۷-۱۲-۲=

۱۳+۲۷-۱۳+۲=

۱۷+۲۵۶-۱۷=

۴۷-۱۲۵+۱۲۵=



مجید منشوری

نمایش عدد در مبنای اعداد توان‌دار هم‌پایه

کلیدواژه‌ها: عددنویسی، مبنای اعداد، اعداد توان‌دار، تبدیل مبنا

در زندگی روزمره شمارش، عدد و عددنویسی نقش بسیار مهمی دارد. وقتی به یک مرکز خرید می‌رویم نیاز به شمارش را به خوبی می‌بینیم. به بسته‌بندی بعضی از کالاها توجه کنید:

بسته‌های ۴ تایی نان، بسته‌های ۹ تایی تخم‌مرغ، بسته‌های ۶ تایی آب،...

در تمام موارد بالا صحبت از یک بسته می‌کنیم، اما تفاوت بین این یک‌ها در چیست؟ و آیا این یک‌ها با هم برابرند؟

این شاید ساده‌ترین مثال برای نشان دادن تفاوت در شمارش اشیا باشد و اهمیت اینکه دسته‌ها (بسته‌ها) چندتایی است. برای یادآوری به درس شمارش و مبنا که در کتاب ریاضی دوم راهنمایی آمده است مراجعه کنید، هرچند که زیربنای این بحث در کتاب ریاضی اول دبستان دیده می‌شود.

درباره‌ی شمارش و تبدیل اعداد به مبناهای مختلف همیشه به این موضوع توجه کنید که یک عدد از دو قسمت تشکیل می‌شود: ارقام و مرتبه‌ی ارقام. برای مثال وقتی می‌گوییم $(۱۲)_۳$صحبت از یک عدد دو رقمی در مبنای سه می‌کنیم که ارقام آن ۲ و ۱ و به ترتیب دارای مرتبه‌ی یک و سه هستند.

البته خواندن آن به شکل "دوازده در مبنای سه" کاملاً نادرست است و شکل درست خواندن آن "یک، دو در مبنای سه" است.

به عبارت دیگر برای تبدیل آن در مبنای سه به مبنای ده به شکل زیر عمل می‌کنیم:

$$(۱۲)_۳=۱\times۳^۱+۲\times۳^۰=۳+۲=۵ \qquad (۳^۰=۱)$$

حال اگر بخواهیم همین عدد $(۱۲)_۳$ را به مبنای چهار ببریم، چاره‌ای نداریم جز اینکه ابتدا عدد را از مبنای سه به مبنای ده و سپس از مبنای ده به مبنای چهار ببریم.

$$(۱۲)_۳=۱\times۳^۱+۲\times۳^۰=۵=۱\times۴^۱+۱\times۴^۰=(۱۱)_۴$$

به مثال زیر در تبدیل اعداد از مبنای چهار به مبنای دو توجه کنید:

$$(۳۱)_۴=۳\times۴^۱+۱\times۴^۰=۱۳=۱\times۲^۳+۱\times۲^۲+۰\times۲^۱+۱\times۲^۰=(۱۱۰۱)_۲$$

$$(۲۱۳)_۴=۲\times۴^۲+۱\times۴^۱+۳\times۴^۰=۳۹$$

$$=۱\times۲^۵+۰\times۲^۴+۰\times۲^۳+۱\times۲^۲+۱\times۲^۱+۱\times۲^۰$$

$$=(۱۰۰۱۱۱)_۲$$

به طور خلاصه

$$(۳۱)_۴=(۱۱۰۱)_۲ \text{ و } (۲۱۳)_۴=(۱۰۰۱۱۱)_۲$$

در هر مورد به اعداد توجه کنید. آیا رابطه‌ای بین تعداد ارقام وجود دارد؟

آیا می‌توان بدون تبدیل عدد از مبنای چهار به مبنای ده، به یکباره آن را در مبنای دو نوشت؟ همان‌طور که می‌دانید، در مبنای چهار، بزرگ‌ترین رقمی که می‌توان نوشت ۳ است و ۳ در مبنای دو به صورت $(۱۱)_۲$ نوشته می‌شود.

به دیگر سخن، هر عدد یک رقمی در مبنای چهار معادل یک عدد دو رقمی در مبنای دو است و هر عدد دو رقمی در مبنای چهار معادل یک عدد چهار رقمی در مبنای دو است و به طور کلی هر عدد n رقمی در مبنای چهار معادل یک عدد ۲n رقمی در مبنای دو است (n عددی است طبیعی و بزرگ‌تر از ۲).

پس کافی است برای تبدیل عدد از مبنای چهار به مبنای دو، تک‌تک ارقام عدد در مبنای چهار را در مبنای دو محاسبه و در کل، آنها را کنار هم بنویسیم.

$$\left.\begin{array}{l}(۳۱)_{۴}\\(۳)_{۴}=(۱۱)_{۲}\\(۱)_{۴}=(۰۱)_{۲}\end{array}\right\}\longrightarrow (۳۱)_{۴}=(۱۱۰۱)_{۲}$$

$$\left.\begin{array}{l}(۲۱۳)_{۴}\\(۲)_{۴}=(۱۰)_{۲}\\(۱)_{۴}=(۰۱)_{۲}\\(۳)_{۴}=(۱۱)_{۲}\end{array}\right\}\longrightarrow (۲۱۳)_{۴}=(۱۰۰۱۱۱)_{۲}$$

با توضیحاتی که داده شد، آیا می‌توانید بگویید برای تبدیل عدد از مبنای هشت به مبنای دو چگونه عمل می‌کنیم؟

فکر شما کاملاً درست است. ابتدا باید ببینیم بزرگ‌ترین رقمی که می‌توان در مبنای هشت نوشت، یعنی عدد ۷، در مبنای دو به صورت یک عدد چند رقمی می‌شود:

$(۷)_{۸}=(۱۱۱)_{۲}$

با توجه به این موضوع و روش تبدیل نمایش عدد از مبنای چهار به مبنای دو، روش تبدیل نمایش عدد از مبنای هشت به مبنای دو نیز به دست می‌آید.

$$\left.\begin{array}{l}(۱۲)_{۸}\\(۱)_{۸}=(۰۰۱)_{۲}\\(۲)_{۸}=(۰۱۰)_{۲}\end{array}\right\}\longrightarrow (۱۲)_{۸}=(۰۰۱۰۱۰)_{۲}$$

می‌دانیم که در عدد $(۰۰۱۰۱۰)_{۲}$ می‌توان صفرهای رقم پنجم و ششم را ننوشت، همان‌طور که در عددنویسی ده‌دهی این کار معمول است. اما آیا در قسمت اول محاسبات می‌توان $(۱)_{۸}=(۰۰۱)_{۲}$ را به صورت $(۱)_{۲}$ یا $(۲)_{۸}=(۰۱۰)_{۲}$ را به شکل $(۱۰)_{۲}$ نوشت؟

پاسخ به این سؤال را به عهده‌ی شما می‌گذارم. بهتر است یک‌بار محاسبه کنید تا به جواب درست برسید.

می‌دانیم $۲^{۲}=۴$ و $۲^{۳}=۸$ و $۲^{۴}=۱۶$ و...

پس می‌توانیم نمایش عدد از مبنای شانزده یا هشت یا چهار را در مبنای دو بنویسیم بدون اینکه لازم باشد نمایش عدد را در مبنای ده بنویسیم.

آیا با این روش می‌توان نمایش یک عدد از مبنای شانزده را در مبنای هشت نوشت؟

جواب شما کاملاً درست است. ۱۶ توانی از ۸ نیست.

۱۶ برابر است با $۴^{۲}$ یا $۲^{۴}$ بنابراین با این روش می‌توان نمایش عدد در مبنای ۱۶ را در مبنای ۴ یا مبنای ۲ نوشت.

اکنون ممکن است این سؤال برای شما مطرح شده باشد که چگونه عددی در مبنای دو را در مبنای چهار نمایش دهیم؟

به یکی از مثال‌های بالا توجه می‌کنیم:

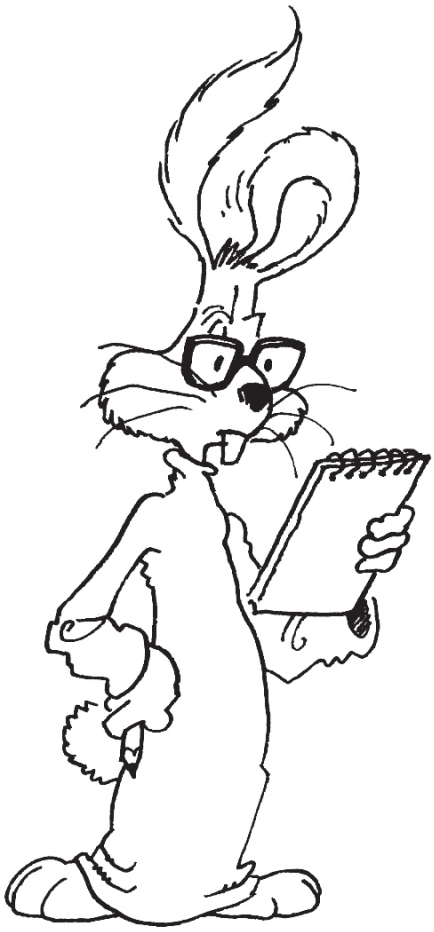
$(۱۱۰۱)_{۲}=(۳۱)_{۴}$

به وضوح دیده می‌شود $(۳)_{۴}=(۱۱)_{۲}$ و $(۱)_{۴}=(۰۱)_{۲}$؛ یعنی ابتدا ارقام عدد در مبنای دو را از سمت راست و دو رقم دو رقم جدا می‌کنیم و معادل هریک را در مبنای چهار به دست می‌آوریم و در آخر آنها را پشت سر هم می‌نویسیم.

$$\left.\begin{array}{l}(۱۰۰۱۱۱)_{۲}\\(۱۰)_{۲}=(۲)_{۴}\\(۰۱)_{۲}=(۱)_{۴}\\(۱۱)_{۲}=(۳)_{۴}\end{array}\right\}\longrightarrow (۱۰۰۱۱۱)_{۲}=(۲۱۳)_{۴}$$

ما در ارتباط بین نمایش اعداد در مبنای توان‌های دو با شما صحبت کردیم. اینک نوبت شماست تا در مورد ارتباط بین نمایش اعداد در مبنای توان‌های سه و روش تبدیل نمایش آن توضیح دهید.

حتی می‌توانید این بحث را در مورد توان‌های دیگر نیز تمرین کنید.



هر مثلثی متساوی‌الساقین است!

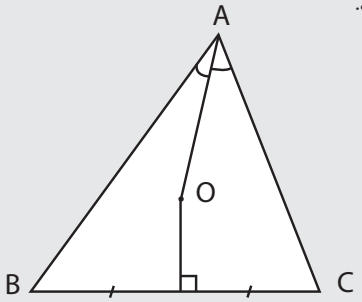
بهزاد اسلامی مسلّم

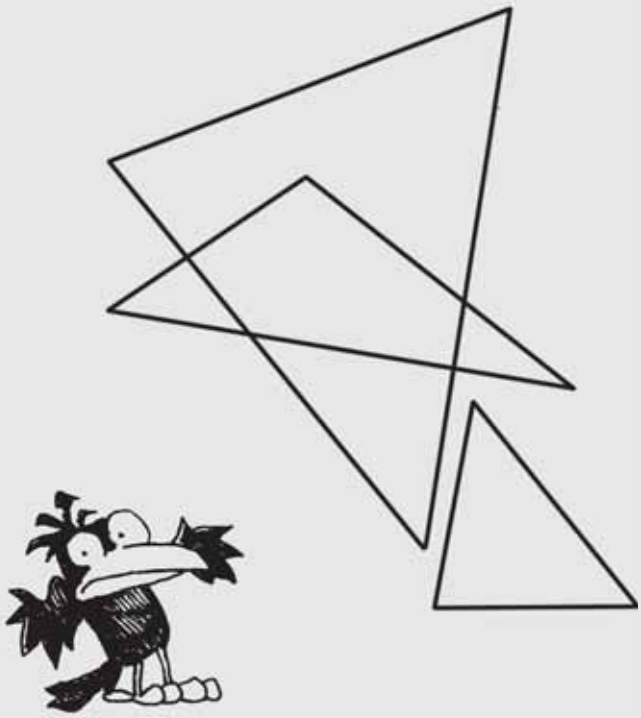
کلیدواژه‌ها: متساوی‌الساقین، مثلث، قائم‌الزاویه، عمود منصف

مطمئنم که شما تا حالا فکر می‌کردید مثلث‌هایی وجود دارند که متساوی‌الساقین نیستند، مثلاً مثلثی وجود دارد که طول ضلع‌هایش ۳، ۴ و ۵ است. خوب، متأسفم! اشتباه می‌کردید، مثل خود من! اخیراً اثباتی خواندم و فهمیدم که هر مثلثی متساوی‌الساقین است، یعنی دو ضلع برابر دارد. باور نمی‌کنید؟ خُب اثبات را بخوانید.

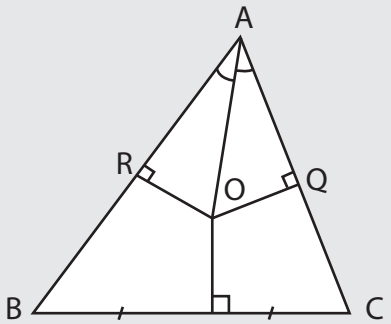
اثبات این‌که هر مثلثی متساوی‌الساقین است:

مانند شکل مقابل، نیمساز زاویهٔ A را رسم می‌کنیم. بعد، عمودمنصف ضلع **BC** را رسم می‌کنیم. نیمساز و عمودمنصف، در نقطهٔ **O** به هم می‌رسند.





حالا مانند شکل زیر، از نقطهٔ **O**، به ضلع‌های **AB** و **AC** عمود می‌کنیم تا نقاط **Q** و **R** به دست آیند.



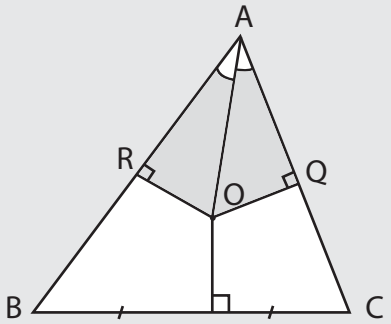
ابتدا دو حکم ثابت می‌کنیم و بعد از آن‌ها استفاده می‌کنیم.

حکم ۱. AQ=AR و OQ=OR

اثبات. دو مثلث قائم‌الزاویهٔ $\overset{\triangle}{OAQ}$ و $\overset{\triangle}{OAR}$ به حالت تساویِ وتر و یک زاویهٔ حاده مساوی‌اند، زیرا

OA=OA

$O\hat{A}R = O\hat{A}Q$ (چون AO نیمساز A است.)



پس $\overset{\triangle}{OAQ} = \overset{\triangle}{OAR}$. حالا به دلیل تساوی اجزای متناظر، نتیجه می‌گیریم

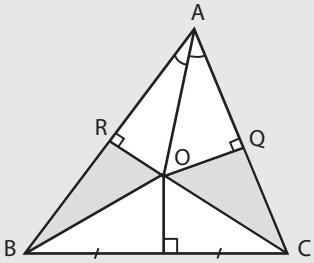
AQ=AR و OQ=OR و اثبات حکم ۱ به پایان رسید.

حکم ۲. QC=RB.

اثبات. دو پاره‌خط OB و OC را رسم می‌کنیم. دو مثلث قائم‌الزاویهٔ $\overset{\triangle}{OCQ}$ و $\overset{\triangle}{OBR}$ به حالت تساوی وتر و یک ضلع مساوی‌اند، زیرا

OQ=OR (بنا بر حکم ۱)

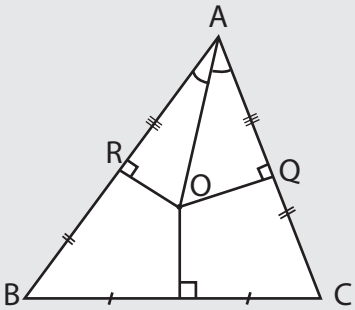
OB=OC (زیرا O روی عمود منصف BC است.)



پس $\overset{\triangle}{OCQ} = \overset{\triangle}{OBR}$. حالا به دلیل تساوی اجزای متناظر، نتیجه می‌گیریم QC=RB.

اثبات حکم ۲ نیز به پایان رسید.

دوباره به حکم‌های ۱ و ۲ توجه کنید. بنابر حکم ۱، AQ=AR، و بنابر حکم ۲، QC=RB. به شکل زیر توجه کنید:



نتیجه می‌گیریم AB=AC. یعنی مثلث ABC متساوی‌الساقین است.

نظر شما چیست؟ آیا اشتباهی در اثبات می‌بینید؟ یا نکند اثبات درست است و باید کتاب‌های ریاضی را از نو نوشت؟! نظرتان را به مجلهٔ برهان بفرستید.

دانش‌آموز عزیز،

همان‌طور که متوجه شده‌اید، مطالب آقای اسلامی در خصوصِ استدلال‌هایی در ریاضی است که ظاهراً درست هستند، ولی اشکال‌های منطقی دارند که باید با دقت زیاد آنها را پیدا کرد. کسانی که بتوانند اشکال منطقی این اثبات را پیدا کنند، از مجلهٔ برهان راهنمایی جایزه دریافت می‌کنند.

منبع

Maxwell, E. A. *Fallacies in Mathematics*,Cambridge , 1963

توضیحی دربارهٔ مقالهٔ «این را که از قبل می‌دانستیم!»

بهزاد اسلامی مسلّم

کلیدواژه‌ها: تساوی مثلث، مثلث قائم‌الزاویه، استدلال دوری، خطوط موازی و مورّب

به گفت و گوی زیر بین دو نفر با نام‌های **الف** و **ب** توجه کنید:

الف: الآن روز است یا شب؟

ب: روز است.

الف: چرا روز است؟

ب: چون هوا روشن است.

الف: چرا هوا روشن است؟

ب: چون الآن روز است.

روشی که ب برای پاسخ دادن به پرسش‌های الف در پیش گرفته است، ایرادی دارد: او می‌خواست دلیل بیاورد که الآن روز است، اما بعد از چند جمله، از این‌که الآن روز است در استدلالش استفاده کرد! یعنی چیزی را که می‌خواست ثابت کند، مفروض و پذیرفته‌شده در نظر گرفت.

این نوع استدلال را «استدلال دوری» می‌نامند، زیرا در آن، استدلال از جمله‌ای خاص شروع می‌شود و پس از چند گام، به آن باز می‌گردد. استدلال دوری روش نادرستی در استدلال است. در مقالهٔ «این را که از قبل می‌دانستیم!» که در شمارهٔ گذشتهٔ مجله چاپ شد، نمونه‌ای از استدلال دوری وجود دارد که کم مانده بود ما را به اشتباه بیندازد. به این مکالمه توجه کنید:

الف: چرا تساوی مثلث‌های قائم‌الزاویه به حالت تساوی وتر و زاویهٔ تند برقرار است؟

ب: این امر را با استفاده از این‌که مجموع زوایای داخلی مثلث برابر ۱۸۰ درجه است، می‌توانیم ثابت کنیم.

الف: چرا مجموع زوایای داخلی مثلث برابر ۱۸۰ درجه است؟

ب: این امر را با استفاده از قضیهٔ خطوط موازی و خط مورب، ثابت کردیم.

الف: از کجا می‌دانید که قضیهٔ خطوط موازی و مورب درست است؟

ب: این امر را با استفاده از تساوی مثلث‌های قائم‌الزاویه به حالت تساوی وتر و زاویهٔ تند می‌توانیم ثابت کنیم.

مکالمهٔ بالا، چیزی است که در پس مقالهٔ «این را که از قبل می‌دانستیم!» قرار داشت، و همان الگوی استدلالی را دارد که در بالای صفحه خواندید، یعنی استدلالی که در مقالهٔ «این را که از قبل می‌دانستیم!» آمد، دوری است و مشکل دارد!

در استدلال‌های ریاضی، حواستان را جمع کنید که از کجا شروع می‌کنید، و از چه فرض‌هایی در استدلالتان استفاده می‌کنید، تا گرفتار استدلال‌های دوری نشوید.

مجموعه‌ها و نمودار وِن

بخش دوم

سپیده چمن‌آرا

کلیدواژه‌ها: مجموعه، نمودار ون، عضویت، شمارش حالت‌های مختلف

اشاره

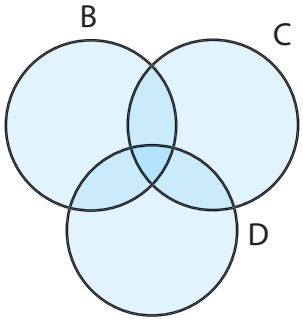
در شمارهٔ گذشته (در بخش نخست)، به معرفی مجموعه پرداختیم. با نمودار ون به عنوان یک روش برای مشاهدهٔ ارتباط بین مجموعه‌های مختلف آشنا شدیم و دیدیم که برای نمایش یک مجموعه، دو مجموعه، و سه مجموعه، بهترین تصویر برای نمایش تمام حالت‌های ممکن در این مجموعه‌ها کدام است. اینک به بررسی نمودار ون برای چهار مجموعهٔ دلخواهِ A، B، C و D می‌پردازیم.

نخست باید ببینیم که چند حالت مختلف برای عضویت یک شیء دلخواه در این مجموعه‌ها وجود دارد و بر اساس آن، ببینیم که صفحه باید با نمودار آنها به چند ناحیهٔ مختلف تقسیم شود (در واقع، هر ناحیه نشان‌دهندهٔ موقعیت عضوهای یکی از حالت‌هاست).

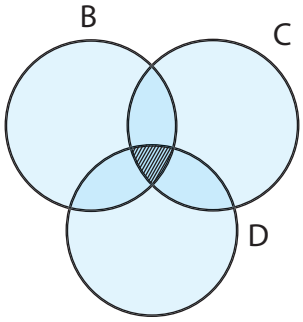
طبق روال قبل، از جدول برای نشان دادنِ تمام حالت‌های ممکن استفاده می‌کنیم. توجه کنید که تعداد حالت‌های ممکن، طبق اصل ضرب، برابر $۲\times۲\times۲\times۲=۲^۴=۱۶$ حالت است، زیرا هر شیء دلخواه، نسبت به هر مجموعه دو حالت دارد: یا عضو آن هست، یا عضو آن نیست. و چون عضو بودن یا نبودن در یک مجموعه، مستقل از عضویت در دیگر مجموعه‌هاست، باید از اصل ضرب استفاده کنیم. جدول زیر، همهٔ این ۱۶ حالت را نشان می‌دهد.

ردیف	عضویت در A	عضویت در B	عضویت در C	عضویت در D
۱	هست	هست	هست	هست
۲	هست	هست	هست	نیست
۳	هست	هست	نیست	هست
۴	هست	هست	نیست	نیست
۵	هست	نیست	هست	هست
۶	هست	نیست	هست	نیست
۷	هست	نیست	نیست	هست
۸	هست	نیست	نیست	نیست
۹	نیست	هست	هست	هست
۱۰	نست	هست	هست	نیست
۱۱	نیست	هست	نیست	هست
۱۲	نیست	هست	نیست	نیست
۱۳	نیست	نیست	هست	هست
۱۴	نیست	نیست	هست	نیست
۱۵	نیست	نیست	نیست	هست
۱۶	نیست	نیست	نیست	نیست

به جدول فوق، خوب نگاه کنید. ستون‌های مربوط به مجموعه‌های B، C و D در قسمت آبی (که مربوط به حالت‌های ۱ تا ۸ است) دقیقاً در قسمت سفید (مربوط به حالت‌های ۹ تا ۱۶) به همان ترتیب تکرار می‌شوند، که در واقع همان جدول در شمارهٔ قبلی این مقاله، یعنی جدول مربوط به حالت‌های ممکن عضویت در سه مجموعهٔ دلخواه است. پس ابتدا نمودار سه مجموعهٔ B، C و D را مطابق حالت کلی که در شمارهٔ قبلی این مقاله کشیدیم، می‌کشیم:

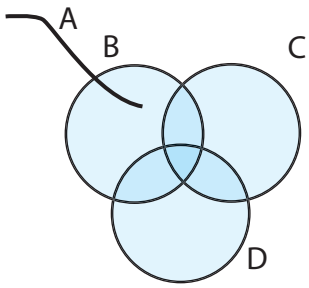


حال با توجه به جدول فوق، هر ناحیهٔ ایجادشـده در این نمودار باید به دو قسـمت تقسیم شـود که یکی درون منحنی مربوط به مجموعهٔ A (یعنی «بودنِ در A» یا در واقع حالت‌های ۱ تا ۸) و دیگری خارج از این منحنی باشد (یعنی «نبودنِ در A» یا حالت‌های ۹ تا ۱۶). به ویژه ناحیهٔ مربوط به اعضای مشترک هرسه مجموعه (یعنی قسمت رنگی در شکل)، که متناظر با حالت‌های ۱ یا ۹ خواهد شد.

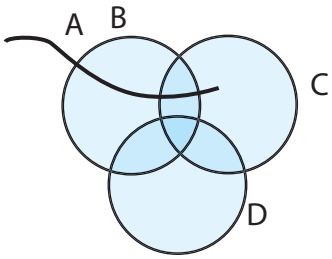


اگـر کمی تلاش کنیـد، خواهید دید که چقدر ترسـیم این منحنی سخت است! بیایید با هم نیز تلاش کنیم.

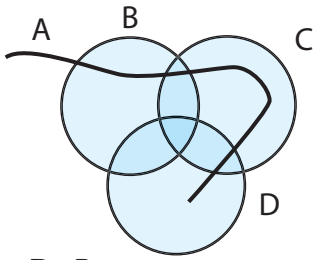
نخسـت منحنیِ مربوط به A را از بیرون از سـه مجموعهٔ D، C، B یعنی ناحیه‌ای که عضو هیچ‌یک از سـه مجموعهٔ D، C، B نیسـت، وارد مجموعهٔ B می‌کنیم. بدین ترتیب عضوهایی که فقط در B هستند به دو قسمت تقسیم می‌شوند (دو ناحیهٔ حالت‌های ۴ و ۱۲).



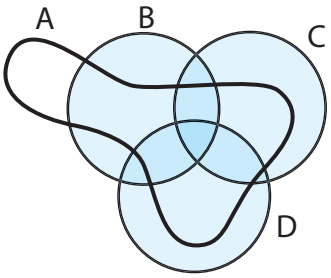
حال باید منحنی را ادامه دهیم. به طرف ناحیهٔ مشـترک بین B ، C می‌رویم و آن را نیز دو قسمت می‌کنیم:



حـال داخل C شـده‌ایم. منحنـی را ادامه می‌دهیـم و آن را نیز دو قسمت می‌کنیم و باید داخل ناحیهٔ مشترک D و C بشویم و از این ناحیه نیز خارج شویم و وارد D شویم.

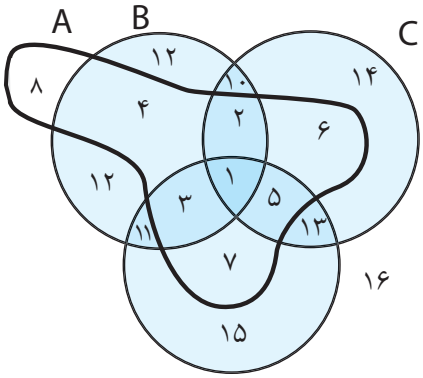


باز باید از D خارج و وارد ناحیهٔ مشترک B و D شده و از آن خارج شویم و دوباره به سر منحنی برسیم:



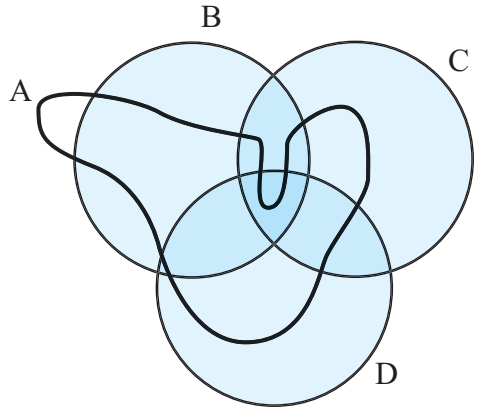
حالا ناحیه‌های ایجادشـده را بشـمارید و البته شماره‌های آن‌ها را با شمارهٔ حالت‌های جدول صفحهٔ قبل، تطابق می‌دهیم:

دقت کنید: ناحیهٔ ۱۲ دو قسمت شده است!

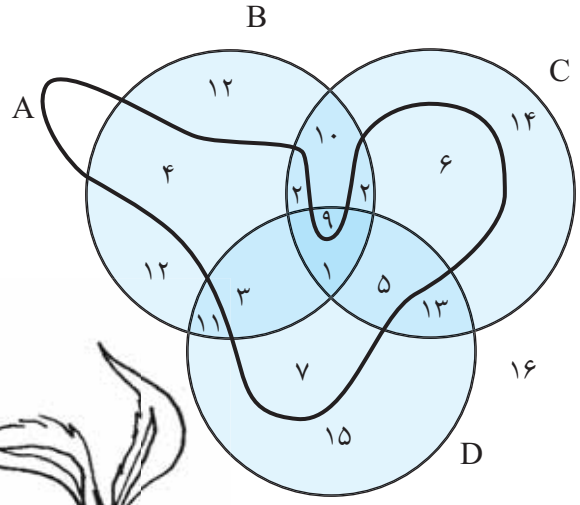


خوب! مثل اینکه شـکل کامل شـد! امّا نه؛ ناحیهٔ ۹ را نداریم! یعنی حالتی که عضوهای ما در D، C، B باشـند، ولی در A نباشـند، زیرا در

حرکت برای ترسیم این منحنی، یادمان رفت وارد ناحیهٔ ▽ شکلی وسط شکل بشویم و از آن خارج شویم. پس باید شکل را ترمیم کنیم. برای این کار از یکی از قسمت‌هایی که مربوط به ناحیه‌های مشترک دو تا از مجموعه‌هاست (مثل قسمت مشترکِ B و C)، وارد این قسمت می‌شویم:

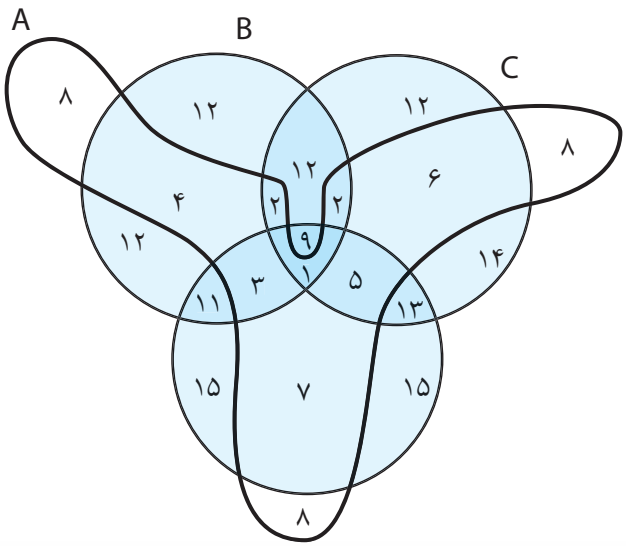


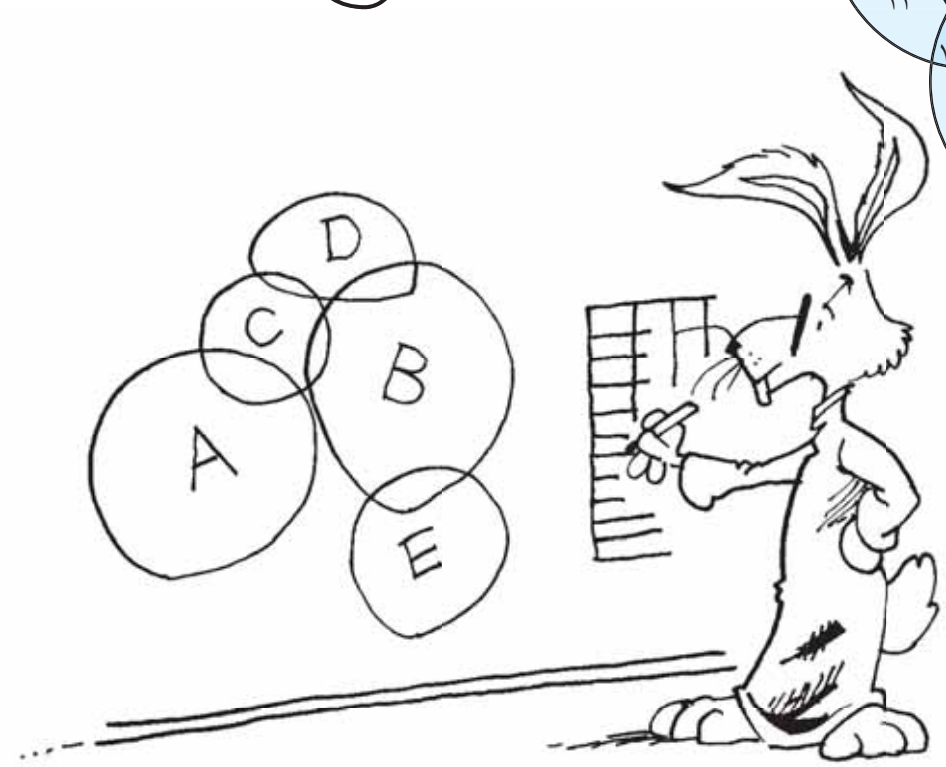
حالا دوباره شماره‌گذاری را اصلاح می‌کنیم. توجه کنید که حالت ۱۲ و حالت ۲، از دو جزء تشکیل شده‌اند.



خوب، خسته نباشید! کار سختی بود، ولی غیرممکن نبود. از همه جالب‌تر اینکه منحنی A نمی‌توانست دایره شکل یا در کل، محدّب باشد و بایستی با حرکت‌های مارپیچی و مقعر، وارد ناحیه‌های مختلف می‌شد! حال فکر می‌کنید بتوانید برای $۲^۵=۳۲$ حالت ممکن برای پنج مجموعهٔ دلخواه، نمودار بکشید؟

راستی، قبل از اینکه با یکدیگر شکل‌هایی را به دست آوریم، من خودم تلاش کردم شکل را بکشم و شکل زیر به دست آمد که در آن، ناحیه‌های مربوط به حالت‌های ۸ و ۱۴ و ۱۵ نیز دو تکه شده است. شکلی که با هم پیدا کردیم، بهتر است!





نگاهی به ماهی‌ها به شیوهٔ ریاضی‌دانان

زهره پندی

کلیدواژه‌ها: احتمال، تخمین، حل مسئله، کاربرد ریاضی، کسر، نسبت

این یک پروژه‌ی کوچک دانش‌آموزی است که برای انجام آن به تعدادی ماهی مقوایی و یک جعبه نیاز دارید.

طرح مسئله

برای تخمین تعداد ماهی‌ها در یک دریاچه، از روش زیر استفاده می‌شود:

- ابتدا ۱۵۰ ماهی را از دریاچه می‌گیرند و علامت‌گذاری می‌کنند.
- سپس ماهی‌ها را در دریاچه رها می‌کنند.
- روز بعد ۱۷۰ ماهی را از دریاچه می‌گیرند و تعداد ماهی‌های علامت‌دار را می‌شمارند.

آزمایش

تعدادی ماهی مقوایی سفید درست کنید و در یک جعبه بریزید (برای مثال ۱۰۰ تا).

تعدادی ماهی مقوایی رنگی هم درست کنید و در همان جعبه بریزید (برای مثال ۲۰تا).

جعبه را خوب تکان دهید تا ماهی‌ها در جعبه مخلوط شوند.

حال آزمایش زیر را انجام دهید:

یک مشت ماهی از جعبه بیرون بیاورید، تعداد ماهی‌های رنگی و سفید را بشمارید و نسبت تعداد ماهی‌های رنگی به کل ماهی‌ها را بیابید.

ماهی‌ها را به جعبه برگردانید و باز هم جعبه را تکان دهید.

آزمایش را ۵ بار تکرار کنید.

میانگین نسبت‌هایی را که در ۵ آزمایش به دست آورده‌اید، محاسبه کنید.

آیا میانگین نسبت‌های به دست آمده از آزمایش‌ها تخمین خوبی برای نسبت تعداد کل ماهی‌های رنگی به کل ماهی‌هاست؟

حل مسئله

به مسئله‌ی اصلی بازگردیم!

ابتدا تعداد ماهی‌های علامت‌گذاری شده به کل ماهی‌ها در روز دوم را به دست آورید.

این نسبت را تخمینی از نسبت کل ماهی‌های علامت‌گذاری شده به کل ماهی‌ها در نظر بگیرید و تعداد کل ماهی‌ها را تخمین بزنید (اگر به پاسخ ۱۲۷۵ رسیده‌اید، یعنی درست عمل کرده‌اید).

مسئله‌های مشابه

۱. در جریان یک پروژهٔ تحقیقاتی، تعدادی تله در یک مزرعه گذاشته شد. در روز اول ۵۰ موش در این تله‌ها گرفتار شدند. تیم تحقیقات این موش‌ها را با ماژیک علامت‌گذاری و دوباره در مزرعه رها کردند. روز بعد، ۱۷۰ موش در تله‌ها گرفتار شدند که از میان آنها تنها ۲۰ موش علامت‌گذاری شده بودند. تعداد کل موش‌های این مزرعه را تخمین بزنید.

۲. محققان برای تخمین تعداد ماهی‌های قزل آلا در یک رودخانه، در روز اول ۱۵۰ ماهی قزل آلا را از رودخانه گرفتند، علامت‌گذاری کردند و به رودخانه بازگرداندند. در روز دوم ۳۴۰ ماهی از رودخانه گرفتند و با توجه به تعداد ماهی‌های علامت‌گذاری شده، تعداد کل ماهی‌ها را ۲۵۵۰ تا تخمین زدند. چند ماهی در میان ماهی‌های روز دوم علامت‌گذاری شده بودند؟

۳. چهار دانش‌آموز به همراه معلم خود می‌خواهند تعداد ماهی‌ها را در یک حوضچهٔ ماهی پرورشی که در نزدیکی محل زندگی‌شان است، با روش معرفی شده در این پروژه تخمین بزنند. معلم ۱۵۰ ماهی را علامت‌گذاری و در حوضچه رها کرده است. هر دانش‌آموز یک بار تور انداخته و تعداد کل ماهی‌ها و نیز تعداد ماهی‌های علامت‌دار تور خود را شمرده است. این تعداد در جدول زیر آمده است:

دانش‌آموز	تعداد کل ماهی‌ها	تعداد ماهی‌های علامت‌دار
الف	۱۸۰	۳۰
ب	۱۶۰	۲۰
ج	۲۰۵	۳۸
د	۱۱۰	۱۶

کدام دانش‌آموز بیشـــترین تخمین از تعداد ماهی‌های حوضچه را به دست خواهد آورد؟

کدام دانش‌آموز کمترین تخمین را؟ چرا؟

فکر کنید

۱. استفاده از روش معرفی شده در این پروژه، چه اشکالاتی دارد؟

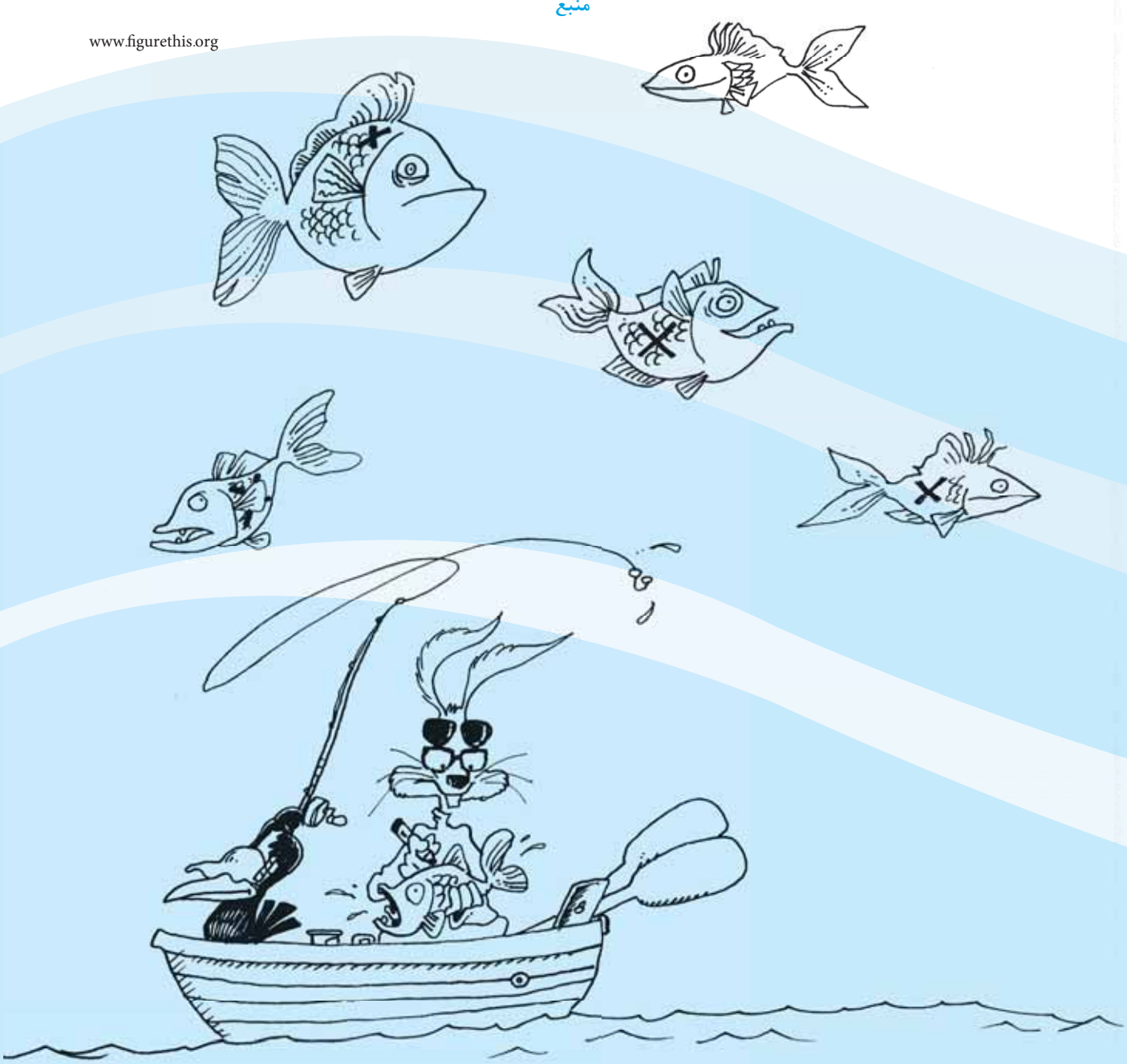
۲. بیشـــتر کردن تعداد ماهی‌های علامت‌گذاری شـــده در روز اول و تعداد ماهی‌های شـــمارش شـــده در روز دوم، چه اثری در دقت تخمین تعداد کل ماهی‌ها دارد؟

۳. چه چیزهای دیگری را می‌توان با این روش تخمین زد؟

۴. راســـتی! فکر می‌کنید ماهی‌ها را چگونه می‌توان علامت‌گذاری کرد؟

منبع

www.figurethis.org



برنامهٔ لوگو و رسم شکل‌های تکرارشونده

هما ملک

کلیدواژه‌ها: برنامهٔ لوگو، رسم شکل، چندضلعی‌ها

در شمارهٔ قبل با دستورات زیر آشنا شدید.

حرکت به جلو	FD
حرکت به عقب	BK
چرخش به راست	RT
چرخش به چپ	LT

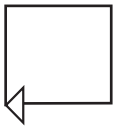
حتماً برای شما این سؤال پیش آمده است که چگونه می‌توانید اشکالی را که کشیده‌اید پاک کنید.

برای پاک کردن صفحهٔ برنامه از دستور CS استفاده می‌شود. با نوشتن CS در بخش دستورات صفحه پاک می‌شود و نشانگر لوگو در وسط صفحه قرار می‌گیرد. (شکل ۱)

شکل ۱

حالا می‌خواهیم با دستور تکرار آشنا شویم.

حتماً مراحل کشیدن یک مربع یادتان هست



FD	۱۰۰
RT	۹۰
FD	۱۰۰
RT	۹۰
FD	۱۰۰
RT	۹۰
FD	۱۰۰

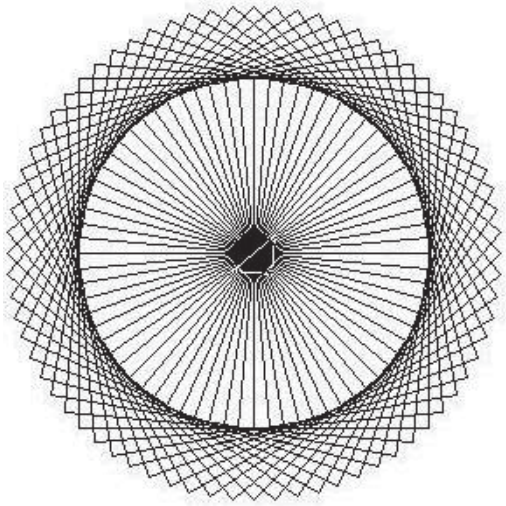
یک راه آسان برای نوشتن این برنامه استفاده از دستور Repeat است. برای استفاده از این دستور، تعداد دفعات تکرار یک کار را جلو عبارت Repeat و سپس دستور تکراری را داخل دو علامت [و] می‌نویسیم.

دستور کشیدن مربع با استفاده از Repeat:

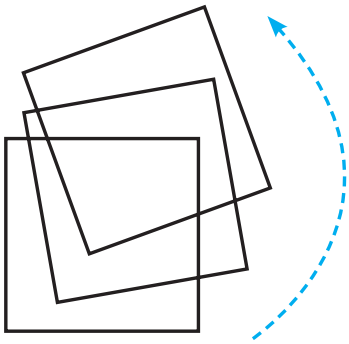
Repeat ۴ [FD ۱۰۰ RT ۹۰]

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید با استفاده از Repeat از نوشتن دستورات تکراری جلوگیری شد.

با اســتفاده از همین دستور، می‌توانید اشکالی شبیه شکل زیر را که دارای نظم تکرارشونده است، رسم کنید.



این شــکل در واقع از ۱۰۰ تا مربع تشکیل شده است که با ۵ درجه چرخش نسبت به یکدیگر رسم شده‌اند.



دستور رسم آن به صورت زیر است

Repeat ۱۰۰ ← تکرار رسم مربع تا ۱۰۰ بار

(Fd۱۰۰ RT۹۰ Fd۱۰۰ Fd۱۰۰ RT۹۰ Fd۱۰۰ RT۹۰ RT۵)

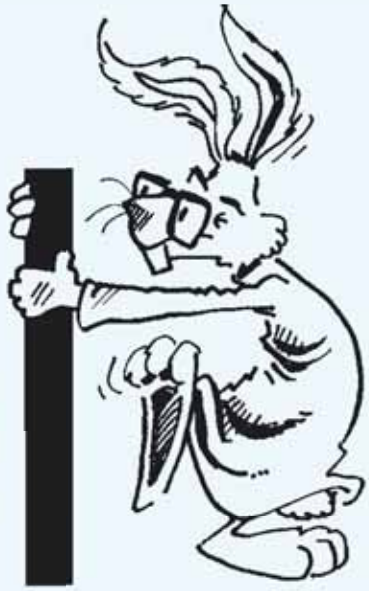
دستورهای کشیدن یک مربع

چرخش نشانهٔ لوگو به اندازهٔ ۵ درجه به راست برای کشیدن مربع بعدی

آمادگی برای به‌کارگیری Excel

بخش اول

زهره پندی



کلیدواژه‌ها: محیط اِکْسِل، رایانه، نرم‌افزار، نشانگر، اعداد زوج، مضرب‌های یک عدد

برای آن‌که بتوانید از محیط Excel برای انجام پروژه‌هایتان استفاده کنید، لازم است مجموعه نرم‌افزارهای Microsoft Office را روی رایانهٔ خود نصب کنید. این مجموعه شامل تعدادی نرم افزار کاربردی است که یکی از آنها Microsoft Office Excel است.

دراین ستون از مجله می‌خواهیم در چند شمارهٔ پیاپی، یک یا چند پیش‌پروژه برایتان تعریف کنیم تا با انجام آنها، کمی با امکاناتی که این نرم افزار می‌تواند در اختیارتان قرار دهد، آشنا شوید و از آن استفاده کنید.

یک صفحهٔ Excel باز کنید و در صفحهٔ گستردهٔ باز شده، انجام پیش‌پروژه‌ها را آغاز کنید.

پس از انجام هر قسمت از پیش‌پروژه‌ها، فایلتان را ذخیره کنید تا در انجام پیش‌پروژه‌های بعدی هم بتوانید از تجربه‌های قبلی‌تان استفاده کنید. می‌توانید نام فایل مربوط به پیش‌پروژه‌های این شماره را **اولین تلاش** بگذارید!!!

*** پیش‌پروژهٔ یک – ستون ۱ تا ۱۰۰**

می خواهیم اعداد ۱ تا ۱۰۰ را به ترتیب در یک ستون بنویسیم. برای این منظور سه روش پیشنهاد می‌کنیم:

روش اول:

در سطر اول ستون A، یعنی خانهٔ A۱، عدد ۱ را بنویسید:

	A	B	C
1	1		
2			
3			
4			
5			
6			

در خانه ی A۲ عبارت A۱+۱ = را بنویسید. علامت تساوی در ابتدای این عبارت نشان می‌دهد که شما می‌خواهید مقدار این خانه

را بر حسب مقدار خانه‌ای دیگر به دست آورید (به جای نوشتن A۱ در این عبارت می‌توانید روی خانهٔ A۱ کلیک کنید.)

	A	B	C
1	1		
2	=A1+1		
3			
4			
5			
6			

وقتی از خانهٔ A۲ خارج شوید، در این خانه حاصل عبارت یعنی عدد ۲، دیده می‌شود:

	A	B	C
1	1		
2	2		
3			
4			
5			
6			

حال روی خانهٔ A۲ کلیک کنید. در این حالت عدد ۲ در این خانه دیده می‌شود، اما می‌توانید در نوار فرمول، عبارت متناظر با این خانه را مشاهده کنید.

fx =A1+1

اکنون روی خانهٔ A۲ کلیک کنید و نشانگر را روی مربع کوچک پایین سمت راست آن ببرید، دستتان را روی دکمهٔ راست ماوس قرار دهید و مربع را به سمت پایین و تا سطر ۱۰۰ بکشید.

	A	B	C
1	1		
2	2		
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			

* با رها کردن ماوس چه اعدادی را در ستون A مشاهده می‌کنید؟
* روی خانهٔ A۱۳ کلیک کنید، در نوار فرمول چه عبارتی دیده می‌شود؟ فکر می‌کنید چرا؟
* حدس می‌زنید چه عبارتی در خانهٔ A۲۰ قرار گرفته است؟ روی این خانه کلیک کنید و درستی یا نادرستی حدستان را بررسی کنید.
* سعی کنید با همین روش اعداد زوج را در ستون B به ترتیب نمایش دهید.

روش دوم:

در سطر اول ستون C عبارت ROW(C۱) = را بنویسید. ROW به معنای سطر است و عبارتی که نوشته‌اید بدین معناست که شمارهٔ سطر خانهٔ C۱ در این خانه قرار می‌گیرد و وقتی از این خانه خارج شوید، عدد ۱ را در آن مشاهده می‌کنید (به جای نوشتن عبارت ROW(C۱) = کافی است عبارت ROW() = را بنویسید).

اکنون روی خانهٔ C۱ کلیک کنید و نشانگر را روی مربع کوچک پایین سمت راست آن ببرید، دستتان را روی دکمهٔ راست ماوس قرار دهید و مربع را به سمت پایین تا سطر ۱۰۰، بکشید.

	A	B	C
1	1	2	1
2	2	4	
3	3	6	
4	4	8	
5	5	10	
6	6	12	
7	7	14	
8	8	16	

* با رها کردن ماوس چه اعدادی را در ستون C مشاهده می‌کنید؟
* روی خانهٔ C۱۳ کلیک کنید، در نوار فرمول چه عبارتی دیده می‌شود؟

COLUMN به معنای ستون است! در یکی از خانه‌های خالی جدول عبارت ( ) COLUMN = را بنویسید. این خانه چه مقداری به خود می‌گیرد؟

* با توجه به مورد اخیر، فکرمی‌کنید، چگونه می‌توانیم اعداد ۱ تا ۱۰۰ را در یک سطر وارد کنیم؟

روش سوم:

عدد ۱ را در خانهٔ D۱ و عدد ۲ را در خانهٔ D۲ بنویسید. سپس دو خانه را با هم انتخاب کنید. نشانگر را روی مربع کوچک پایین سمت راست آن ببرید، دستتان را روی دکمهٔ راست ماوس قرار دهید و تاسطر ۱۰۰، مربع را به سمت پایین بکشید.

	A	B	C	D
1	1	2	1	1
2	2	4	2	2
3	3	6	3	
4	4	8	4	
5	5	10	5	
6	6	12	6	
7	7	14	7	
8	8	16	8	

* با رها کردن ماوس چه اعدادی را در ستون D مشاهده می‌کنید؟چه اتفاقی افتاده است؟
* روی خانهٔ A۱۳ کلیک کنید، آیا در نوار فرمول، عبارتی جز مقدار این خانه دیده می‌شود؟
* چرا سازندگان نرم افزار چنین امکانی را فراهم کرده‌اند؟
* در دو سطر اول ستون E، اعداد ۳ و ۶ را به ترتیب بنویسید و با استفاده از روش اخیر، مضرب‌های ۳ را در این ستون نمایش دهید.
* به همین ترتیب مضرب‌های ۵ را در ستون F نمایش دهید.

ماشین حساب با باقی‌ماندهٔ تقسیم چه می‌کند؟!

لیلا خسروشاهی

کلیدواژه‌ها: ماشین حساب، تقسیم اعداد، خارج قسمت تقسیم، باقی‌ماندهٔ تقسیم

ماشین حساب خود را بردارید و دو مسئلهٔ زیر را با استفاده از ماشین حساب حل کنید.

مسئلهٔ ۱. می‌خواهیم ۱۴ بادکنک را بین ۴ کودک به طور مساوی تقسیم کنیم. به هریک از آنها چند بادکنک می‌رسد؟

مسئلهٔ ۲. می‌خواهیم ۱۴ شکلات را بین ۴ کودک به طور مساوی تقسیم کنیم. به هریک از آنها چند شکلات می‌رسد؟

ماشین حساب این تقسیم‌ها را به این شکل انجام می‌دهد:

۱۴ ÷ ۴=۳/۵

یعنی در مسئلهٔ اول به هر کودک ۳/۵ بادکنک و در مسئلهٔ دوم به هر کودک ۳/۵ شکلات می‌رسد. آیا این پاسخ‌ها قانع‌کننده‌اند؟

بیایید بدون استفاده از ماشین حساب این مسئله‌ها را بررسی کنیم.

حل مسئلهٔ ۱. ۱۴ بادکنک داریم. ابتدا به هر کودک یک بادکنک می‌دهیم: ۱۴-۴=۱۰.

ده بادکنک باقی می‌ماند. حالا به هر کودک یک بادکنک دیگر می‌دهیم: ۱۰-۴=۶.

شش بادکنک باقی می‌مانَد. دوباره از بین بادکنک‌های باقی‌مانده به هر کودک یک بادکنک دیگر می‌دهیم: ۶-۴=۲.

دو بادکنک باقی می‌مانَد. تعداد بادکنک‌های باقی‌مانده از تعداد بچه‌ها کم‌تر است. بنابراین نمی‌توان بقیهٔ آن‌ها را به طور مساوی بین بچه‌ها تقسیم کرد. به این ترتیب به هر کودک ۳ بادکنک می‌رسد و ۲ بادکنک باقی می‌مانَد.

با سه بار کم کردنِ عددِ ۴ از ۱۴ به باقی‌ماندهٔ ۲ رسیدیم:

۱۴-۴-۴-۴=۲

به عبارت دیگر می‌توان نوشت:

۱۴=۴+۴+۴+۲

یا:

۱۴=۳×۴+۲

خارج قسمت — باقی‌مانده

این تقسیم را به شکل زیر هم می‌نویسیم:

۱۴ | ۴
-۱۲ | ۳
۲

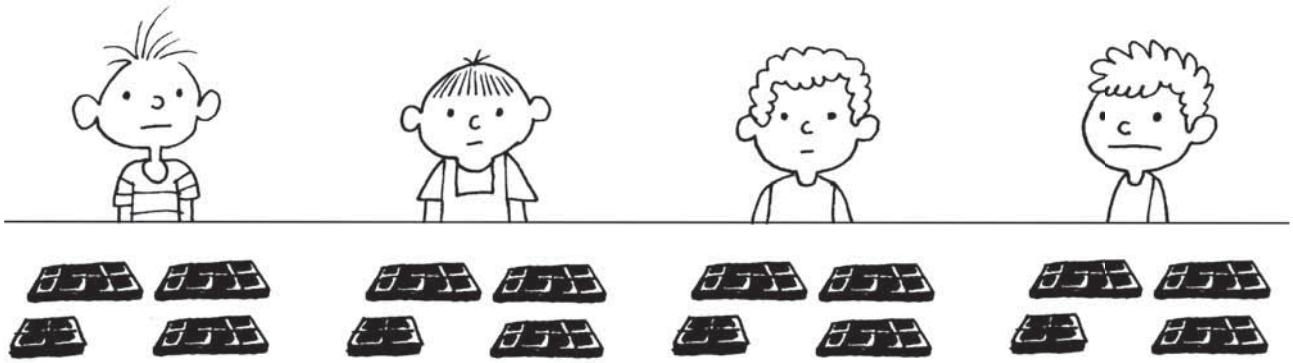
خارج قسمت — باقی‌مانده

حل مسئلهٔ ۲. مانند مسئلهٔ بادکنک‌ها، به هر کودک ۳ شکلات می‌رسد و ۲ شکلات باقی می‌ماند.

اما می‌توان هریک از شکلات‌های باقی‌مانده را نصف کرد و به هر کودک یک نصفِ شکلات هم داد.

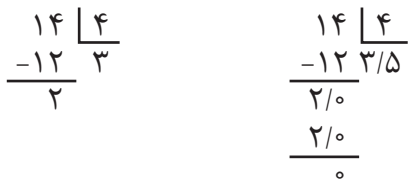
به این ترتیب به هر کودک ۳/۵ شکلات می‌رسد و شکلات هم باقی نمی‌مانَد.

به نظر شما آیا در مسئلهٔ بادکنک هم می‌توانستیم از ۲ بادکنکِ باقی‌مانده به هر کودک نصفِ بادکنک بدهیم؟



در این مسئله‌ها، بادکنک و شکلات یک فرق مهم دارند: شکلات اگر نصف شود، هنوز شکلات است و می‌توان با خوردنِ آن به اندازهٔ نصف شکلات لذت برد، اما بادکنک اگر نصف شود، می‌ترکد و نمی‌توان به اندازهٔ نصف بادکنک با آن بازی کرد!

در تقسیم اعداد صحیح (مثل تقسیم ۱۴ بر ۴)، گاهی دلمان می‌خواهد تقسیم را تا جایی که چیزی باقی نمانَد ادامه دهیم، مثل تقسیم شکلات‌ها. اما بعضی وقت‌ها مثل مسئلهٔ تقسیم بادکنک‌ها، تقسیم را تا جایی ادامه می‌دهیم که تعداد اشیای باقی‌مانده (۲ بادکنک) کمتر از مقسوم‌علیه (۴ کودک) شود.



دوباره می‌رویم سرغ ماشین حساب! ماشین حساب نمی‌داند که ما تقسیم ۴÷۱۴ را برای چه منظوری می‌خواهیم انجام دهیم. بنابراین همیشه آن را آن‌قدر ادامه می‌دهد تا باقی‌مانده‌ای نمانَد، یعنی:

۱۴÷۴=۳/۵

مثال: با استفاده از ماشین حساب، تقسیمِ ۳÷۲۵ را انجام دهید.

نتیجهٔ تقسیم در یک ماشین حسابِ ۸ رقمی:

۲۵÷۳=۸/۳۳۳۳۳۳۳

نتیجهٔ تقسیم در یک ماشین حسابِ ۱۲ رقمی:

۲۵÷۳=۸/۳۳۳۳۳۳۳۳۳۳۳

(چرا نتیجهٔ تقسیم در این دو ماشین حساب با هم فرق دارد؟ کدام جواب درست است؟ امتحان کنید! راستی، چگونه درستی تقسیم را امتحان می‌کنید؟)

اگر مثل مسئلهٔ بادکنک قصد نداشته باشیم تقسیم ۳÷۲۵ را آن‌قدر ادامه دهیم تا مجبور شویم از ارقام اعشاری در خارج قسمت استفاده کنیم، خارج قسمت و باقی‌ماندهٔ تقسیم چه خواهد شد؟ آیا می‌توانید فقط با استفاده از ماشین حساب و بدون اینکه خودتان عمل تقسیم یا ضرب را انجام دهید، به این سؤال جواب دهید؟

مثال . می‌خواهیم فقط با استفاده از ماشین حساب، خارج قسمت و باقی‌ماندهٔ تقسیم ۶÷۱۳۹۰ را پیدا کنیم.

در یک ماشین حسابِ ۱۲ رقمی خواهیم داشت:

۱۳۹۰÷۶=۲۳۱/۶۶۶۶۶۶۶۶۶۶

با استفاده از تقسیم بالا می‌توان مطمئن شد که خارج قسمت صحیح تقسیم ۱۳۹۰ بر ۶، برابر با ۲۳۱ است (چرا؟).

برای به دست آوردن باقی‌مانده کافی است ۶×۲۳۱ را محاسبه و حاصل آن را از ۱۳۹۰ کم کنیم (چرا؟).

۶ × ۲۳۱=۱۳۸۶

۱۳۹۰-۱۳۸۶=۴

بنابراین باقی‌ماندهٔ تقسیم ۱۳۹۰ بر ۶، برابر با ۴ است.

مثال . فقط با استفاده از ماشین حساب، باقی‌ماندهٔ تقسیم ۱۳۹ بر ۷ را به دست آورید.

در یک ماشین حساب ۱۲ رقمی داریم:

۱۳۹ ÷ ۷=۱۹/۸۵۷۱۴۲۸۵۷۱

پس خارج قسمت صحیح این تقسیم برابر با ۱۹ است. عدد بالا را از ماشین حساب پاک و ۱۹ را وارد می‌کنیم.

۱۹ ⊗ ۷=۱۳۳

۱۳۹ ⊖ ۱۳۳=۶ ⟵ باقی‌مانده

برای سادگی می‌توانیم عملیات را پشت سر هم وارد ماشین حساب کنیم:

۱۹ ⊗ ۷ ⊖ ۱۳۹=-۶

بنابراین بدون در نظر گرفتن علامتِ منفی می‌گوییم باقی‌ماندهٔ تقسیم ۱۳۹ بر ۷ برابر با ۶ است (چرا حاصلِ عبارت بالا منفی شد؟).

یک نکتهٔ جالب. به جای اینکه عددِ ۱۹/۸۵۷۱۴۲۸۵۷۱ را از صفحهٔ ماشین حساب پاک و عدد ۱۹ را وارد کنیم، می‌توانیم عددِ ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ را به ۱۹/۸۵۷۱۴۲۸۵۷۱ اضافه و دوباره ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ را از حاصل کم کنیم:

(۱۹/۸۵۷۱۴۲۸۵۷۱+۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰) -۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰=۱۹

آیا تساوی بالا واقعاً درست است؟ چرا ماشین حساب چنین اشتباهی را انجام می‌دهد؟ به هر حال ما می‌توانیم از این اشتباهات ماشین حساب به نفع خودمان استفاده کنیم!

بنابراین برای به دست آوردن باقی‌ماندهٔ ۱۳۹ بر ۷ کافی است به ترتیب دکمه‌های زیر را در ماشین حساب فشار دهیم:

۱۳۹ ⊖ ۷ ⊗ ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ ⊖ ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ ⊕ ۷ ⊕ ۱۳۹

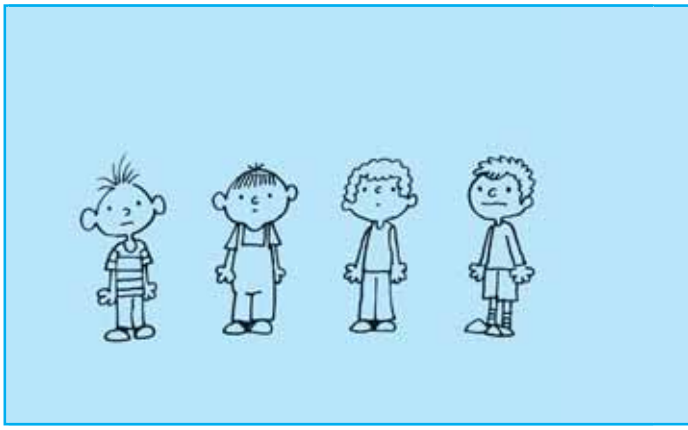
اگر ماشین حساب شما ۸ رقمی است، به جای ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ از ۱۰۰۰۰۰۰۰ استفاده کنید (چرا؟).

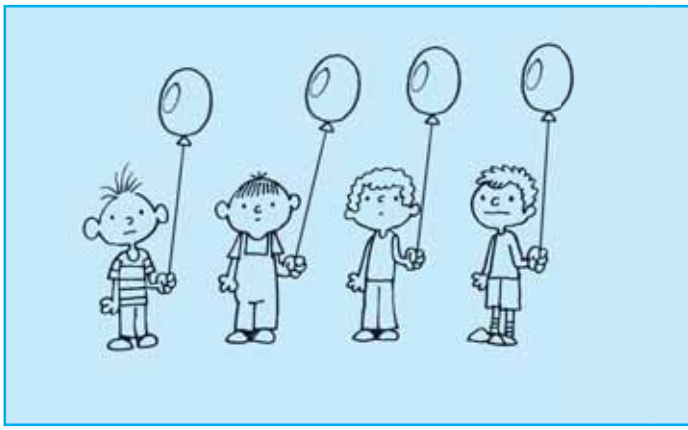
تمرین. فقط با استفاده از ماشین حساب، باقی‌ماندهٔ هریک از تقسیم‌های زیر را پیدا کنید.

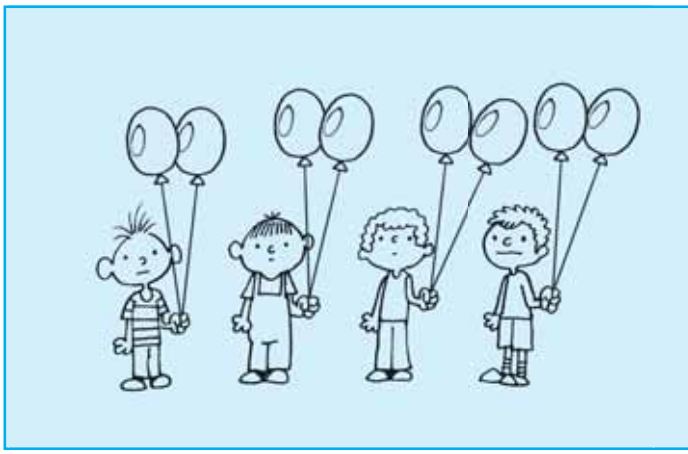
الف) ۱۴۹۸÷۲۳

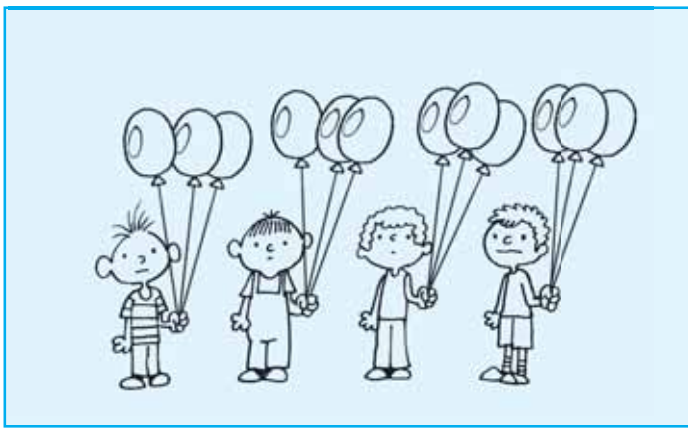
ب) ۲۵۶۲۹۱÷۱۸۵

ج) ۱۱۱۰۲ ÷ ۱۳









سودوکو

بهزاد اسلامی مسلّم

کلیدواژه‌ها: معماهای فکری، بازی سودوکو، طراحی سودوکو

سودوکو چیست؟

به جدول زیر نگاه کنید:

۹	۸	۵	۶	۴	۷	۲	۱	۳
۲	۷	۶	۳	۹	۱	۵	۸	۴
۳	۱	۴	۵	۸	۲	۶	۹	۷
۸	۹	۳	۱	۲	۴	۷	۵	۶
۱	۴	۷	۹	۶	۵	۸	۳	۲
۵	۶	۲	۷	۳	۸	۱	۴	۹
۷	۲	۹	۸	۵	۳	۴	۶	۱
۶	۵	۱	۴	۷	۹	۳	۲	۸
۴	۳	۸	۲	۱	۶	۹	۷	۵

این جدول با خط‌های پررنگ، به ۹ تا مربع ۳×۳ی کوچک تقسیم شده است.

در هریک از این مربع‌ها، همهٔ عددهای ۱ تا ۹ قرار دارند، و هیچ عددی هم تکرار نشده است، برای مثال:

۹	۸	۵
۲	۷	۶
۳	۱	۴

علاوه بر این، در هر ستون، همهٔ عددهای ۱ تا ۹ قرار دارند، و هیچ عددی هم تکرار نشده است، مثل این ستون:

۹
۲
۳
۸
۱
۵
۷
۶
۴

(شکل ۱)

ضمناً در هر سطر، همهٔ عددهای ۱ تا ۹ قرار دارند، و هیچ عددی هم تکرار نشده است، مثل این سطر (شکل ۲)

۹	۸	۵	۶	۴	۷	۲	۱	۳

(شکل ۲)

با استفاده از چنین جدول‌هایی می‌توان معماهایی طرح کرد: برای مثال جدولی ۹×۹ به شما داده می‌شود که خانه‌هایش خالی‌اند، و باید طوری آن را تکمیل کنید که:

- در هر سطرش اعداد ۱ تا ۹ باشند؛
- در هر ستونش اعداد ۱ تا ۹ باشند؛
- در هر مربع ۳×۳ مشخص شده هم اعداد ۱ تا ۹ باشند.

بنابراین، در هیچ سطری، هیچ ستونی و هیچ مربعی، عدد تکراری نخواهیم داشت. این نوع معما را **سودوکو** می‌نامند. سودوکو کلمه‌ای است ژاپنی، و از مختصر کردن جمله‌ای ژاپنی «سوجی وا دُوکوشین نی کاگیرو» به دست آمده است که معنایش این است: «رقم‌ها باید تنهایی بیایند».

مسئله. در جدول زیر، ۶ مربع خالی ۳×۳ می‌بینید. ۶ مربع داده‌شده را در آنها طوری بچینید که قانون‌های سودوکو رعایت شده باشد.

						۵	۳	۶
						۷	۱	۲
						۸	۹	۴
			۲	۸	۴			
			۵	۶	۳			
			۱	۹	۷			
۲	۴	۱						
۳	۵	۶						
۸	۷	۹						

۷	۶	۳
۱	۹	۲
۵	۸	۴

۹	۲	۸
۶	۴	۵
۳	۷	۱

۴	۱	۷
۹	۳	۸
۶	۲	۵

۹	۷	۵
۲	۴	۸
۳	۶	۱

۸	۳	۶
۷	۱	۹
۴	۵	۲

۱	۵	۹
۴	۸	۷
۶	۲	۳

سودوکو حل کنیم!

اگر قبل از این، سودوکو حل نکرده‌اید، این قسمت را نخوانید! سعی کنید با حل سودوکوهای آسان، روش‌هایی برای حل سودوکو بیابید. لذت اکتشاف را از دست ندهید. بیایید با این جدول کار را شروع کنیم. مداد کنار دستتان دارید؟

	۱	۹		۳	۸	۵	۲	۶
۷	۳	۵	۴	۲	۶	۸		
۶	۲	۸	۹		۱	۳	۴	۷
۵	۷	۳	۱	۸	۹	۴	۶	۲
۱	۴	۲	۶		۳	۹	۸	۵
۸	۹	۶	۵	۴	۲	۷		۱
۲	۶	۴	۳	۹	۷	۱	۵	۸
	۸	۷	۲	۱	۵	۶	۹	۴
۹	۵	۱	۸	۶	۴	۲	۷	۳

از سطر اول شروع می‌کنیم. در سطر اول، همهٔ رقم‌های ۱ تا ۹ هستند، به جز ۴ و ۷. معلوم نیست کدام را کجا بگذاریم! چه‌کار کنیم؟ آها! ستون چهارم از سمت چپ، همهٔ رقم‌ها را دارد به جز ۷. پس خانهٔ خالی‌اش را با ۷ پر می‌کنیم. پر کنید! حالا می‌بینیم که در سطر اول فقط یک خانهٔ خالی باقی‌مانده است. پس آن خانه را باید با ۴ پر کنیم. حالا می‌توانیم به راحتی ستون اول از سمت چپ را هم پر کنیم، چون حالا در این ستون فقط عدد ۳ جا افتاده است. می‌توانیم همین‌طور پیش برویم و سعی کنیم جدول را کامل کنیم. سطر اول را به روشی دیگر هم می‌توانستیم پر کنیم. مربع ۳×۳ی سمت چپ بالا، همهٔ اعداد را دارد، به جز ۴. پس در خانهٔ خالی آن باید ۴ را بنویسیم. حالا به جای خالی دیگری که در سطر اول هست توجه می‌کنیم. الآن سطر اول، همهٔ اعداد را دارد، به جز ۷. پس در خانهٔ خالی‌اش باید عدد ۷ را بگذاریم.

همان‌طور که در مثال بالا دیدیم، در حل معماهای سودوکو، خوب است اول از همه ببینیم آیا سطر، ستون یا مربع ۳×۳ای وجود دارد که فقط یک خانهٔ خالی داشته باشد یا نه؟ چون اگر چنین موردی وجود داشته باشد، عدد آن خانه را به راحتی می‌توانیم پیدا کنیم. به این ترتیب ممکن است در بعضی سطرها، ستون‌ها و مربع‌هایی که قبل از این کار چند خانهٔ خالی داشتند، فقط یک خانهٔ خالی بماند و باز هم بتوانیم آن را راحت پر کنیم. البته حتی در سودوکوهای آسان هم، کم پیش می‌آید که در ابتدای کار سطر، ستون یا مربعی فقط یک خانهٔ خالی داشته باشد. گاهی لازم است به چند چیز، هم‌زمان توجه کنیم. مثلاً در سودوکوی زیر، در نگاه اول معلوم نیست که در

		۶		۳		۷		۸
	۳							۱
۲						۶		
۱	الف	ب	۳	۵	پ	ت	ث	۶
	۷	۹		۴		۱	۵	
۵			۷	۱				۴
		۲						۷
۶							۸	
۴		۷		۶		۲		

سطر خاکستری رنگ، عدد ۷ در کدام‌یک از خانه‌های الف، ب، پ، ت و ث باید بیاید.

- در ستونی که خانهٔ الف در آن قرار دارد، ۷ هست؛ پس ۷ در الف نمی‌آید.
- در ستونی که خانهٔ ب در آن قرار دارد، ۷ هست؛ پس ۷ در ب نیز نمی‌آید.
- در مربعی که پ در آن قرار دارد، ۷ وجود دارد؛ پس ۷ در پ هم نمی‌آید.
- در ستونی که خانهٔ ت در آن است، ۷ داریم. پس ۷ در ت نیز نمی‌آید.

نتیجه می‌گیریم که فقط در ث می‌توانیم ۷ بنویسیم. یعنی جای ۷ در این سطر مشخص شد.

این نوع استدلال‌ها در حل سودوکو زیاد پیش می‌آید. شما هم احتمالاً وقتی برای حل سودوکو تلاش کنید، کم‌کم روش‌هایی برای حل کردن سودوکو خواهید یافت. البته بعضی وقت‌ها هم مجبور می‌شویم در خانه‌ای عددی بگذاریم که از درستی‌اش مطمئن نیستیم، و باید ببینیم آیا می‌توانیم بقیهٔ جدول را با گذاشتن آن عدد، به درستی پر کنیم یا نه. در واقع گاهی با آزمون و خطا، جدول سودوکو را تکمیل می‌کنیم.

سودوکو طرح کنیم!

حالا بیایید ببینیم اگر بخواهیم سودوکو طرح کنیم، چه‌کار باید بکنیم. یک راهش این است که در یک جدول ۹×۹ که همهٔ خانه‌هایش خالی‌اند، تعدادی رقم بنویسیم، مثل دو جدول زیر:

جدول (الف)

۱	۲				۶	۷		
			۹					۵
		۳					۶	
۳				۴				
							۲	
۹			۳		۷			۱
			۲				۸	
۴								
۲	۵		۱		۹			۳

جدول (ب)

۱			۳	۴				۴
	۲					۹		
				۷				۱
۴			۶				۸	
		۱		۲				۳
۸		۴		۳			۶	
								۵
	۳				۵			
			۷					۴

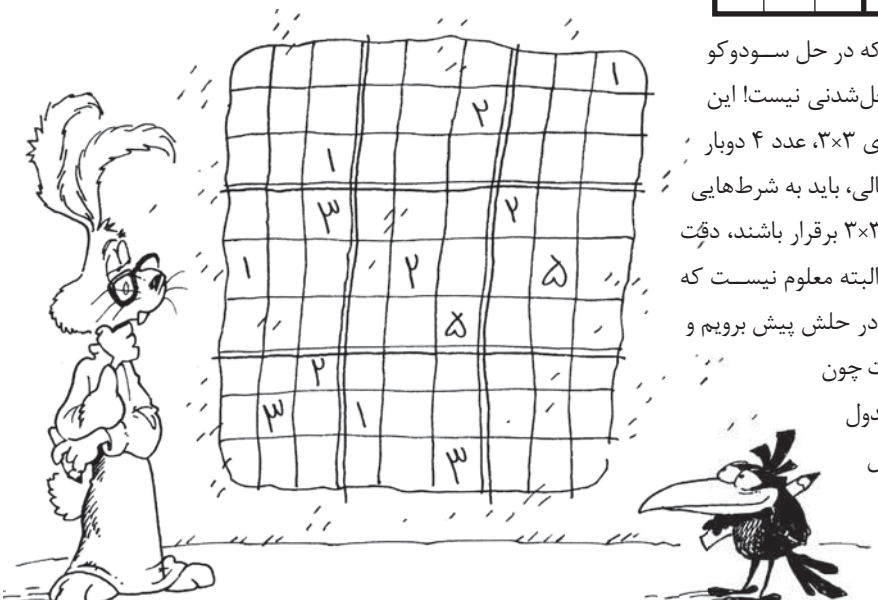
جدول (ب) را هیچ‌کس، هر چقدر هم که در حل سودوکو ماهر باشد، نمی‌تواند حل کند، زیرا اصلاً حل‌شدنی نیست! این جدول اشتباهی دارد: در یکی از مربع‌های ۳×۳، عدد ۴ دوبار آمده است. پس در عددگذاری در جدول خالی، باید به شرط‌هایی که باید در سطرها، ستون‌ها و مربع‌های ۳×۳ برقرار باشند، دقت کنیم. جدول (ب) این مشکل را ندارد، و البته معلوم نیست که حتماً هم حل بشود، چون ممکن است در حلش پیش برویم و بعداً این مشکل پیش بیاید. ضمناً ممکن است چون تعداد زیادی خانهٔ خالی وجود دارند، جدول چند راه‌حل مختلف داشته باشد. راستش را بخواهید، جدول (ب) این‌طور است. دو جواب مختلف برای این جدول را می‌بینید:

۱	۲	۵	۴	۳	۶	۷	۹	۸
۶	۴	۷	۹	۱	۸	۴	۳	۵
۸	۹	۳	۷	۲	۵	۱	۶	۴
۳	۱	۸	۶	۴	۲	۹	۵	۷
۵	۷	۴	۸	۹	۱	۳	۲	۶
۹	۶	۲	۳	۵	۷	۸	۴	۱
۷	۳	۱	۲	۶	۴	۵	۸	۹
۴	۸	۹	۵	۷	۳	۶	۱	۲
۲	۵	۶	۱	۸	۹	۲	۷	۳

۱	۲	۴	۵	۸	۶	۷	۳	۹
۶	۸	۷	۹	۱	۳	۲	۴	۵
۵	۹	۳	۴	۷	۲	۱	۶	۸
۳	۱	۲	۸	۴	۵	۶	۹	۷
۸	۷	۵	۶	۹	۱	۳	۲	۴
۹	۴	۶	۳	۲	۷	۸	۵	۱
۷	۳	۱	۲	۵	۴	۹	۸	۶
۴	۶	۹	۷	۳	۸	۵	۱	۲
۲	۵	۸	۱	۸	۹	۴	۷	۳

اگر معماهایی که طرح می‌کنیم بیش از یک جواب داشته باشد، حل آن کمی دشوارتر می‌شود. به همین دلیل، بهتر است در طرح معمایمان دقت کنیم که معما جواب داشته باشد، ولی فقط یکی!

راهی دیگر برای طرح سودوکو این است که از جدولی که کاملاً حل شده است شروع کنیم. مثلاً از سودوکویی که خودمان قبلاً آن را حل کرده‌ایم ـ و یکی یکی عددهایش را حذف کنیم و هربار ببینیم که آیا فقط یک جواب یا بیش از یک جواب دارد!



مسئله‌ها

۱. در روزنامه‌ها، مجلات، و روی شبکهٔ اینترنت، معماهای سودوکو فراوان‌اند. ما برای شما فقط چند معما می‌آوریم:

۷	۸	۲			۴		۱	۵
					۶	۸	۴	
	۶	۱		۷	۸	۹		
	۲		۹		۱		۵	
		۶		۸			۳	
۵	۷	۹	۲	۴			۶	
		۸		۳				۱
۲					۷			
۳	۵		۶			۴		

۲	۸							
	۵	۱	۳		۸	۹		
	۶	۳	۵	۱	۲			۸
		۴			۷	۸	۶	
۳			۴		۵	۲		
۸	۱		۶	۹				
	۲	۹	۷					
		۵		۴			۱	
۱			۲	۳	۶	۷	۵	

	۹			۱			۳	
۲					۳		۴	۹
۶		۴	۷	۲			۱	۵
۹		۷	۶		۸			۴
	۱	۶			۲			
۴				۵		۹		
۵		۹					۸	۶
			۳			۷		
۷	۲		۸		۵			

۲. کودک خردسالی، رنگ‌ها را می‌شناسد اما هنوز اعداد را یاد نگرفته است. او دیده است شما سودوکو حل می‌کنید و از سودوکو خوشش آمده است! معماهای سودوکو را چطور برایش توضیح می‌دهید؟

۳. در اولین روشی که برای طرح معماهای سودوکو خواندید (شروع از جدولی خالی، و افزودن عددهایی به خانه‌های آن)، جدول را با ۲۰ عدد یا کمتر طوری پر کنید که جواب نداشته باشد، و ضمناً در سطرها، ستون‌ها و مربع‌های ۳×۳، عدد تکراری نداشته باشیم.

٤. در دومین روشی که برای طرح معماهای سودوکو خواندید (شروع از معمایی حل شده، و حذف عددهای آن)، آیا می‌توانیم در پایان مطمئن باشیم که معمایمان حداقل یک جواب دارد، یا اینکه در پایان کار لازم است بررسی کنیم که جواب داشته باشد؟

۵. سودوکوی زیر را حل کنید:

۲	۱		۸	۷	۶	۴	۳	
۸		۳	۵	۹	۱	۲	۷	۶
۷	۶	۵	۲		۳	۸	۹	۱
	۹	۴	۱	۵	۷	۶	۲	۸
۱	۲	۷	۳		۸	۹	۵	۴
۶	۵	۸	۴	۲	۹	۳		۷
۴	۸	۲	۷	۳	۵	۱	۶	۹
۵	۳	۶	۹	۱	۴		۸	۲
۹		۱		۸	۲	۵	۴	۳

الف. حالا فرض کنید من هم جدول را حل کرده‌ام. البته می نمی‌دانم دقیقاً از همان مراحلی که شما گذرانده‌اید، جدول را حل کرده‌ام یا راه دیگری رفته‌ام. آیا جدولی که من به دست آورده‌ام حتماً با جدولی که شما پر کرده‌اید یکسان است یا ممکن است متفاوت باشد؟ چرا؟

ب. اگر یکی از دوستان من، بدون فکر کردن، همین جدولی را که من و شما پر کردیم، حل کند و در پایان، از روی خوش اقبالی، جدول به درستی پر شده باشد، آیا جدول پرشده‌اش حتماً با جدول شما یکسان است یا ممکن است متفاوت باشد؟ چرا؟

پاسخ‌هایتان به سؤال ۵ را برای مجلهٔ برهان بفرستید. یادتان نرود که دلیل هم بیاورید.

منابع

1. Chttp://en.wikipedia.org/wiki/Sudoku
2.http://www.sudokuoftheday.com/pages/techniques-1.php
3.http://www.sudokupuzzles2print.com/very-easy-sudoku-puzzles-to-print.html

بازی چهارضلعی‌ها

علی مبین

کلیدواژه‌ها: چهارضلعی‌ها، خصوصیات چهارضلعی‌ها، زاویه، ضلع، هندسه، بازی

آماده‌سازی:

- شکل مجموعهٔ چهارضلعی‌ها را روی یک مقوا رسم یا کپی کنید و چهارضلعی‌ها را با قیچی از هم جدا سازید (شکل صفحهٔ مقابل).
- ۱۶ کارت بازی تهیه کنید و روی آنها توضیحات زیر را بنویسید:

۱. همهٔ زاویه‌ها، قائمه‌اند.
۲. دست کم یک زاویه، زاویهٔ باز است.
۳. هیچ زاویه‌ای قائمه نیست.
۴. دست کم یک زاویه، زاویهٔ تند است.
۵. دست کم یک زاویه، قائمه است.
۶. دست کم دو زاویه، زاویهٔ تنداند.
۷. اندازهٔ همهٔ زاویه‌ها مساوی است.
۸. کارت چهارضلعی رُبا!
۹. هیچ دو ضلعی مساوی نیستند.
۱۰. همه‌ضلع‌ها مساوی‌اند.
۱۱. دقیقاً دو ضلع با هم موازی‌اند.
۱۲. دست کم دوضلع بر هم عمودند.
۱۳. هر دو ضلع روبه‌رو با هم موازی‌اند.
۱۴. چهارضلع دارد.
۱۵. هر دو ضلع روبه‌رو با هم، مساوی‌اند.
۱۶. یک خصوصیت انتخابی دربارهٔ ضلع‌ها!

شرح بازی:

- در ابتدای بازی، مجموعهٔ چهارضلعی‌ها را روی میز بچینید، کارت‌های ۱ تا ۸ را بُر بزنید و به پشت در یک طرف میز روی هم قرار دهید و کارت‌های ۹ تا ۱۶ را نیز بُر بزنید و به پشت، در طرف دیگر قرار دهید.
- بازیکن اول و دوم را با قرعه‌کشی انتخاب کنید.
- بازیکن اول باید بازی را با برداشتن یک کارت از هر دسته آغاز کند. دو خصوصیت نوشته شده روی دو کارت را بخواند و هر چهارضلعی که هر دو خصوصیت را دارد، بردارد و درپایان بگوید «تمام!»
- در این زمان بازیکن مقابل می‌تواند چهارضلعی‌هایی را که نفر اول برنداشته اما هر دو خصوصیت را دارند، بردارد و سپس یک کارت از هر دسته بردارد و بازی را ادامه دهد.
- بازی به همین ترتیب و به نوبت تا زمانی که کمتر از سه چهارضلعی روی میز باقی بماند، ادامه می‌یابد.
- برندهٔ بازی کسی است که چهارضلعی‌های بیشتری جمع کرده باشد.

توضیحات:

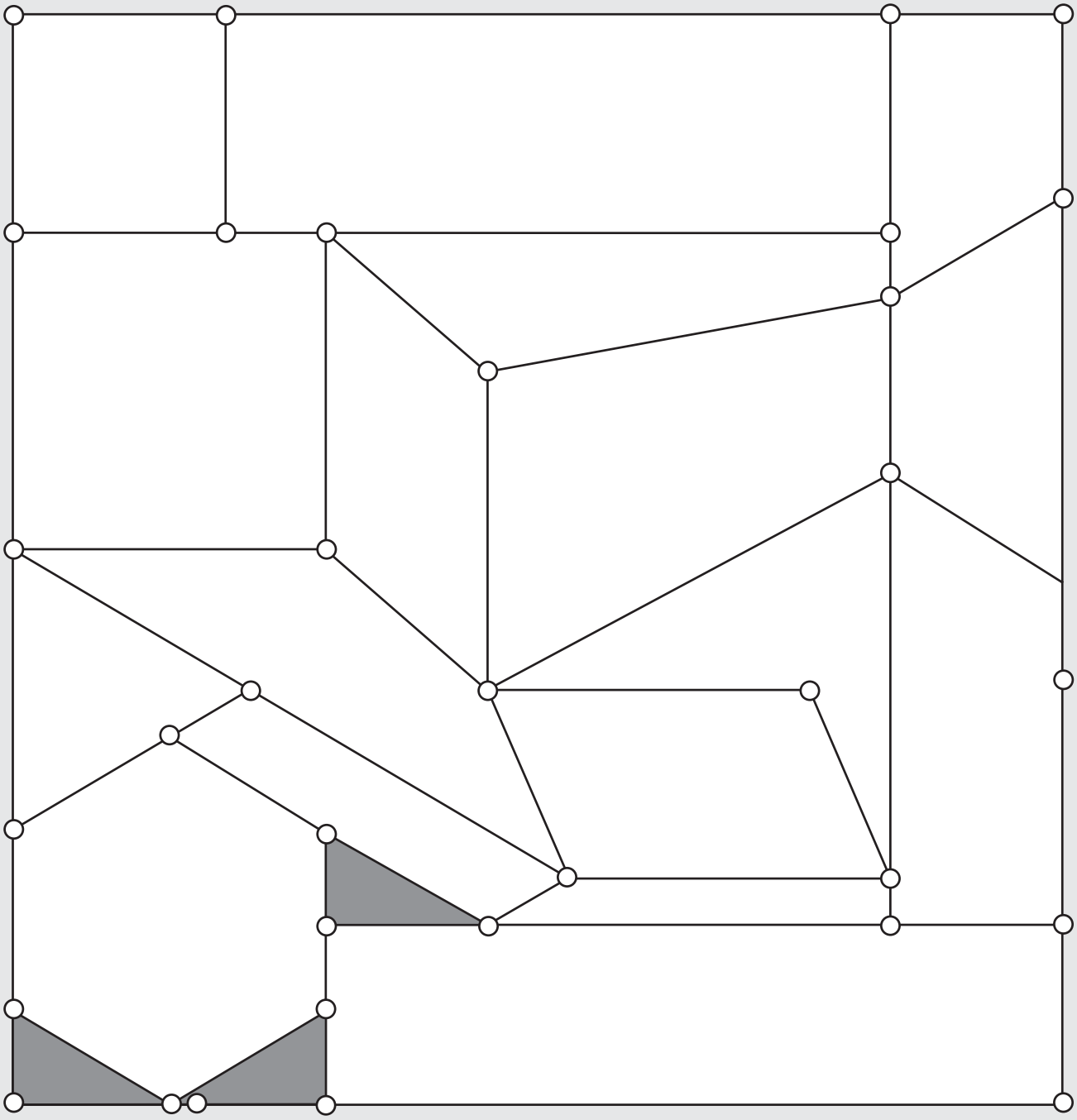
- اگر پیش از پایان بازی دسته‌ای از کارت‌ها تمام شد، این دسته را دوباره بُر بزنید و به پشت، در جای خود قرار دهید.
- اگر در یک نوبت بازی هیچ یک چهارضلعی‌ای که هر دو خصوصیت را داشته باشد نیافتید، آن نوبت را تکرار کنید.
- اگر در نوبت خود به یک چهارضلعی به اشتباه دست بزنید، باید آن را

به بازیکن مقابل بدهید.

- اگر کارت «یک خصوصیت انتخابی دربارهٔ ضلع‌ها!» رو شد، می‌توانید به انتخاب خود، یک خصوصیت دربارهٔ ضلع‌های چهارضلعی‌ها جایگزین کنید.

- اگر کارت «چهارضلعی رُبا!» رو شد، باید یک کارت دیگر از خصوصیات زاویه‌ها بردارید. در این شرایط می‌توانید غیر از چهارضلعی‌های وسط، چهارضلعی‌هایی که قبلاً بازیکن مقابل برداشته است، بررسی کنید و آنهایی را که هر دو خصوصیت را دارند، برای خود بردارید.

مجموعهٔ چهارضلعی‌ها



منبع

Math Games For Skills and Concepts Original material 2001-2006, John Golden, GVSU

پازل از نوعی دیگر: کاکورو

علی مبین

کلیدواژه‌ها: پازل، کاکورو، حل مسئله

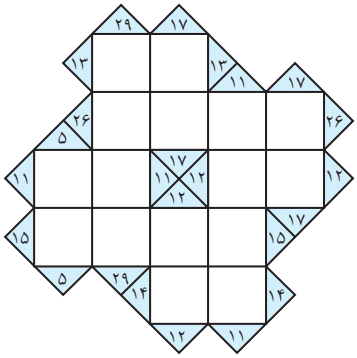
پازل کاکورو ترکیبی از سودوکو و جدول اعداد متقاطع است. خانه‌های هریک از کاکوروها را با شرایط زیر پر کنید.

* در هر خانه باید یکی از اعداد ۱ تا ۹ قرار بگیرد.

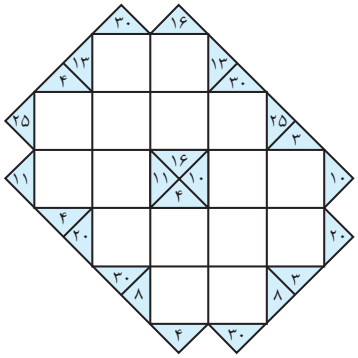
* راهنمای قسمت‌های افقی پازل در راست و چپ آن و راهنمای قسمت‌های عمودی پازل در بالا و پایین آن آمده است. حاصل جمع عددهای نوشته‌شده در هر قسمت باید با عددی که به عنوان راهنمای آن قسمت آمده است، برابر باشد.

* در پاسخ یک قسمت از پازل، نباید عدد تکراری دیده شود.

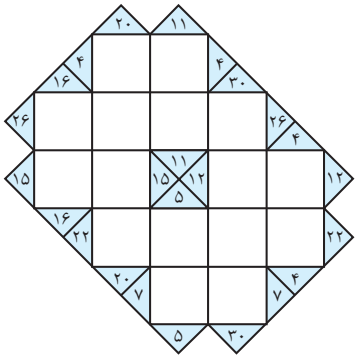
منبع این نوشتار، پازل‌های بسیاری از این دست در سطح‌های مختلف را به صورت رایگان در اختیارتان قرار می‌دهد.



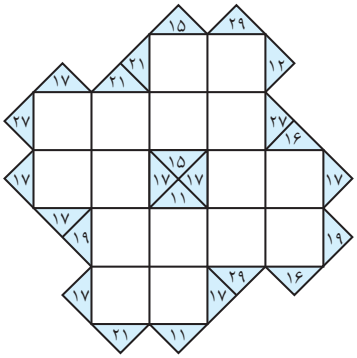
معمای شمارهٔ (۲)



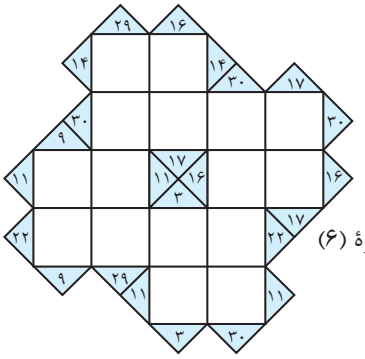
معمای شمارهٔ (۱)



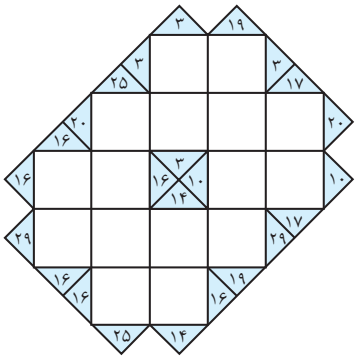
معمای شمارهٔ (۴)



معمای شمارهٔ (۳)



معمای شمارهٔ (۶)



معمای شمارهٔ (۵)

منبع: Krazy Dad. com

سرگرمی‌های ریاضی

جعفر ربّانی

سرگرمی‌های ریاضی

نوشته: پاول وادرلیند

مترجم: لطف‌الله همایون

ناشر: انتشارات مدرسه (۸۸۸۰۰۳۲۴-۰۲۱)

جلد اول سرگرمی‌های ریاضی در سال ۱۳۸۳ چاپ شد و جلد دوم آن به تازگی از چاپ درآمده است و این نشان می‌دهد استقبال از جلد اول خوب بوده که مترجم به ادامهٔ کار همت گماشته است. نویسندهٔ کتاب، وادرلیند، استاد دانشگاه استکهلم، پایتخت سوئد است و کتاب نیز از زبان سوئدی ترجمه شده است.

به نظر ما این دو کتاب می‌تواند برای دانش‌آموزان علاقه‌مند به ریاضی برای سال‌ها مفید واقع شود، زیرا در آن انواع مسائل آسان و مشکل وجود دارد که چه بسا شما در سال‌های آخر دبیرستان و حتی دانشگاه بتوانید جواب آنها را پیدا کنید. اما به هر حال بسیاری از مسائل و معماها هم از همین حالا، البته برای کلاس سومی‌ها، جالب توجه و زیباست.

نکته‌ای که آقای وادرلیند در مقدمهٔ کتاب دوم به آن اشاره کرده مهم است. او گفته است **از خواندن سؤال‌ها یا معماهایی که به نظرتان سخت می‌آید خسته نشوید و فوراً به بخش پاسخ‌ها نروید، بلکه مسئله را در ذهن خود نگه دارید و پیوسته روی آن فکر کنید تا خودتان به جواب برسید.**

اکنون برای نمونه چند سؤال ساده‌تر از این دو کتاب را برایتان می‌آوریم. جواب دوتا را خودمان می‌دهیم و جواب سومی را شما پیدا کنید.

۱. اگر عددهای دو رقمی را به دو گروه تقسیم کنیم تعداد عددهای کدام گروه بیشتر است؟ آنهایی که رقم اولشان بیشتر از رقم دوم است یا برعکس؟ (مسئلهٔ ۱۸، جلد اول).

جواب. برای اینکه صورت این سؤال را بهتر متوجه شوید کلیهٔ اعداد دو رقمی (۱۰ تا ۹۹) را ده تا ده تا زیر هم بنویسید و کمی در آنها دقت کنید، خواهید دید که ۳۶ عدد از این مجموعه، رقم اولشان کوچک‌تر از رقم دوم است.

۲. برای شماره‌گذاری صفحات یک کتاب از صفحهٔ یک تا آخر، ۳۶۸۹ رقم به کار برده‌ایم. این کتاب چند صفحه دارد؟ (مسئله ۱۲۶، جلد دوم).

جواب. برای عددهای یک رقمی روی هم ۹ رقم به کار می‌رود. برای همهٔ دو رقمی‌ها ۱۸۰=۲×۹۰ رقم و برای همهٔ سه رقمی‌ها ۷۰۰=۳×۹۰۰ رقم و اگر به همین ترتیب پیش برویم خواهیم دید که مجموع صفحات کتاب ما ۱۱۹۹ است.

۳. سهراب، جلال و هادی برای سفر تهران - کرج و برگشت، اتومبیل یکی از دوستان خود را به امانت گرفتند. متأسفانه باک بنزین کاملاً خالی بود، اما سهراب یک گالن ۵ لیتری و جلال یک گالن ۴ لیتری پر از بنزین داشتند و این مقدار دقیقاً برای رفت و برگشت آن‌ها کافی بود. از آنجا که هادی آدم حساب‌دانی است، ۱۵۰ تومان بابت بنزین به دوستان خود داد. به نظر شما این پول چگونه باید بین سهراب و جلال تقسیم شود؟ (مسئله ۲۱۶، جلد دوم).

زاویه و پرورش طیور

سکینه بهائیان

کلیدواژه‌ها: کاربرد ریاضی، زاویه، پرورش طیور

از زمانی که انسان پا به جهان هستی گذاشت تاکنون که پیشرفت علم باعث تسخیر فضا شده، تغذیه از حیاتی‌ترین مسائل بوده است. انسان‌های اولیه با شکار حیوانات وحشی بخشی از نیازهای غذایی خود را تأمین می‌کردند. اما به مرور زمان و با افزایش جمعیت، بشر به ناچار برخی از حیوانات وحشی را اهلی و از آنها برای تغذیه استفاده کرده است (مرغ‌های خانگی از قرن پنجم پیش از میلاد اهلی شده‌اند).

در میان موجودات مختلف، طیور در تأمین پروتئین موردنیاز انسان از اهمیت ویژه‌ای برخوردار هستند.

پرورش طیور به صورت سنتی نمی‌تواند پاسخگوی نیاز پروتئین انسان‌ها باشد. اما با پرورش صنعتی طیور در یک فضای محدود، طیور بسیاری را می‌توان پرورش داد. پیش از این‌ها، جوجه‌کشی بیشتر به وسیلهٔ مرغ و به طور طبیعی انجام می‌گرفت، ولی از آنجا که جوجه‌کشی طبیعی نمی‌توانست جوابگوی تولید جوجه‌های یک‌روزهٔ موردنیاز باشد، به جای آن، جوجه‌کشی مصنوعی رایج شد.

شرکت جوجه‌کشی ابتدا مرغ مادر را از نژاد اصلاح‌شده و با توجه به نیاز خود (گوشتی یا تخمی) پرورش می‌دهد و از این مرغ‌های تخمی اصلاح‌شده تخم می‌گیرد و تخم مرغ‌های شناخته شده را در درون دستگاه جوجه‌کشی می‌گذارد.

شما فکر می‌کنید در جوجه‌کشی زاویه چه کاربردی دارد؟

زردهٔ یک تخم‌مرغ تازه تولید شده دارای وزن مخصوصی است که باعث ته‌نشین شدن آن در لایهٔ رقیق سفیده می‌شود. اما وقتی یک تخم‌مرغ در ماشین جوجه‌کشی قرار می‌گیرد وزن مخصوص آن کاهش می‌یابد و زرده و نطفهٔ روی آن در لایهٔ سفیده صعود می‌کند و اگر تخم‌مرغ چرخانده نشود، زردهٔ بالا با سفیدهٔ غلیظ خارجی تماس می‌یابد. بنابراین اگر تخم‌مرغ چرخانده نشود معمولاً جنین می‌میرد. در جوجه‌کشی طبیعی، مرغ روزانه چندین بار تخم‌مرغ‌ها را می‌چرخاند و در جوجه‌کشی مصنوعی، تخم‌مرغ‌ها روی انتهای کوچکشان قرار می‌گیرند و حول محور بلند خود، به جلو و عقب چرخانده می‌شوند.تخم‌مرغ‌ها نباید حول محور کوچک خود چرخانده شوند، زیرا باعث پاره شدن کیسهٔ آلانتونیک (کیسه‌ای که در جنین در حال رشد برای جمع‌آوری مواد دفعی جنین به وجود می‌آید) و مرگ و میر جنین خواهد شد.

اغلب تخم‌مرغ‌ها نسبت به حالت قائم ۴۵ درجه چرخانده می‌شوند و

سپس در جهت عکس و موقعیتی مشابه چرخانده خواهند شد.

چرخش کمتر از ۴۵ درجه برای داشتن حداکثر امکان جوجه‌درآوری کافی نخواهد بود. هرچه فواصل زمانی چرخاندن تخم‌مرغ‌ها کمتر باشد درصد امکان جوجه‌درآوری بیشتر خواهد بود.

اثر چرخاندن تخم‌مرغ‌ها بر امکان جوجه‌درآوری

تعداد چرخش در روز	درصد امکان جوجه‌درآوری در تخم‌های بارور
۲	۷۸/۱
۴	۸۵/۳
۶	۹۲/۰
۸	۹۲/۲
۱۰	۹۲/۱

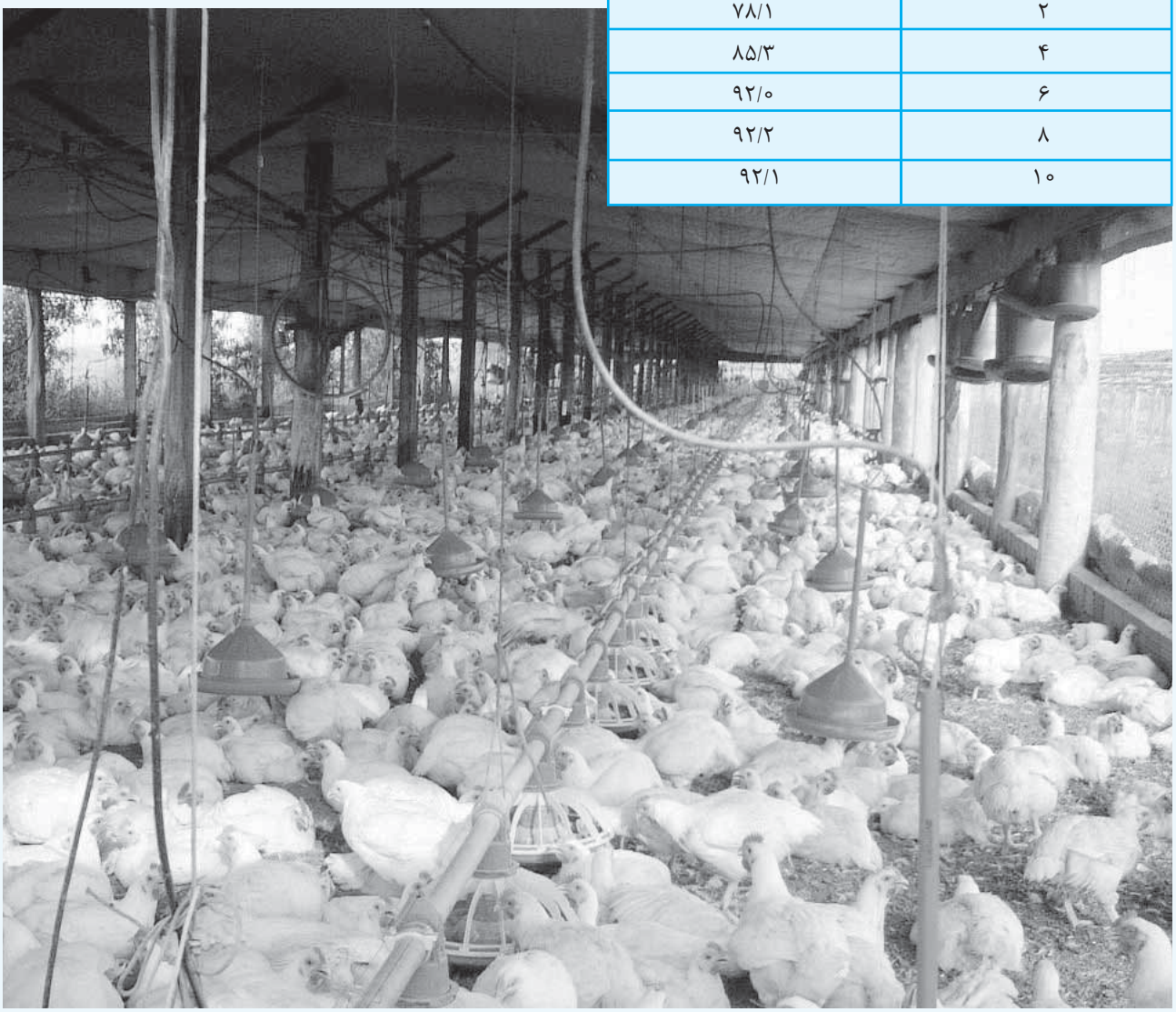
اثر چرخاندن تخم‌مرغ‌های جوجه‌کشی در طی جوجه‌کشی نیز متفاوت است. هرچه از زمان جوجه‌کشی بگذرد. اثر چرخاندن در امکان جوجه‌درآوری کمتر خواهد شد.

اثر چرخاندن تخم‌مرغ‌های قابل جوجه‌کشی در مراحل مختلف

مرحلهٔ چرخاندن در دورهٔ جوجه‌کشی	درصد جوجه‌درآوری تخم‌مرغ‌های بارور
بدون چرخاندن	۲۸
۱ تا ۷ روزگی	۷۸
۱ تا ۱۴ روزگی	۹۲
۱ تا ۱۸ روزگی	۹۵

منبع

۱. پرورش طیور فنی و حرفه‌ای (گروه تحصیلی کشاورزی)، ۱۳۸۲، چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران.



۸۰! = ۱

حسین نامی ساعی

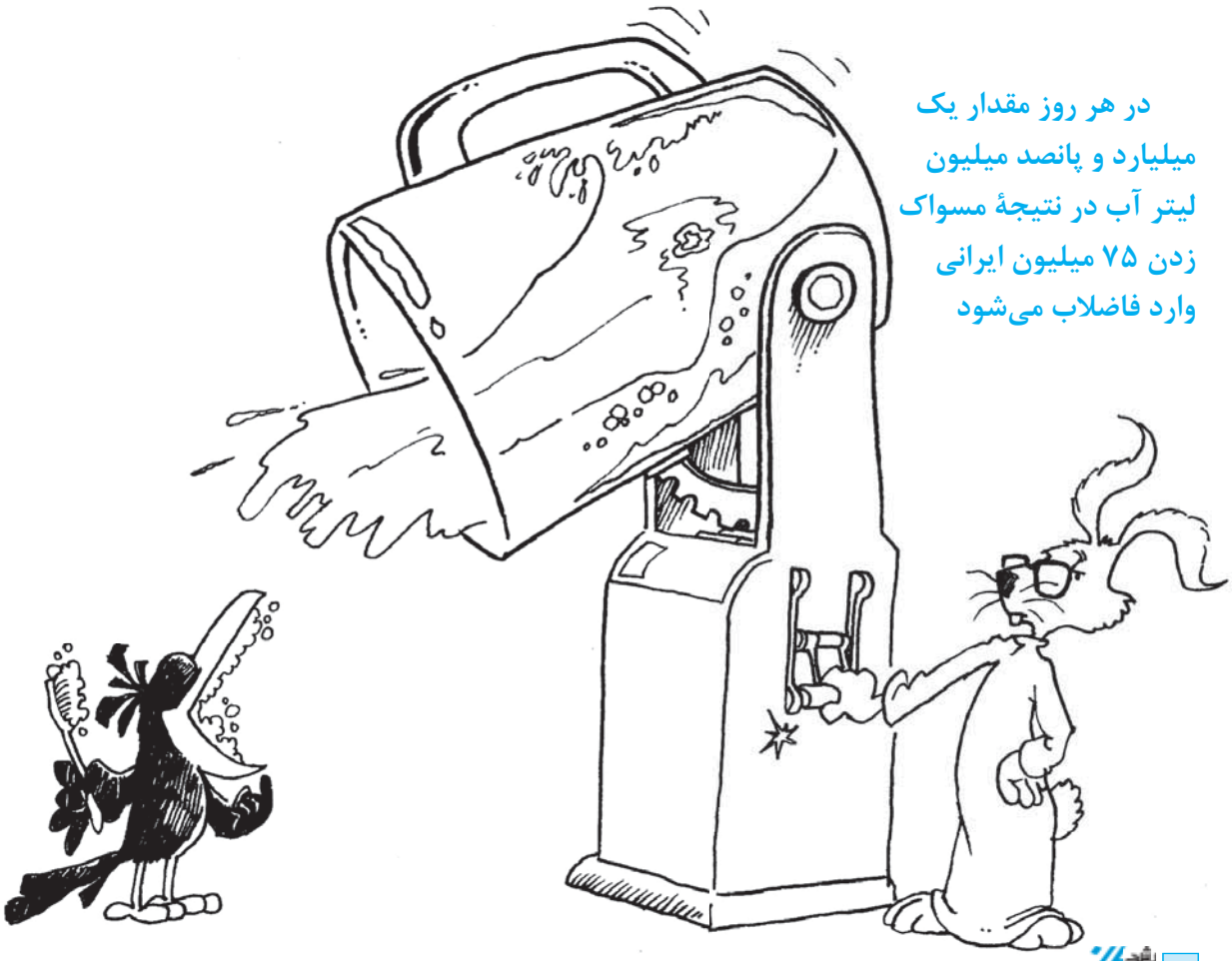
کلیدواژه‌ها: صرفه‌جویی در مصرف آب، مسواک زدن

فرض کردن بر جوانان عیب نیست! بد نیست که بدانید خیلی از همین فرض‌های تخیلی بوده که واقعیت‌های کنونی ما را ساخته‌اند!

پس بیاییم فرض کنیم آخر شب که شروع به مسواک زدن می‌کنیم، هم‌زمان شیر آب را باز می‌کنیم و می‌بینیم که آبی از شیر نمی‌آید و به اصطلاح آب قطع شده است. بعد از توی دستشویی داد می‌زنیم و می‌گوییم مامان جان! من مسواک زدم، ولی آب نداریم. در همین لحظه مامان به سرعت یک لیوان آب ولرم از داخل سماور برایمان می‌آورد و ما با آن یک لیوان آب به راحتی دهانمان را می‌شوییم و از مامان تشکر می‌کنیم.

باز بیاییم بار دیگر فرض کنیم که در یک بیابان بی آب و علف که آب حکم طلا را دارد، یک نفر را می‌بینیم که با ۸۰ لیوان آب با آرامش دارد مسواک می‌زند و آب هم از آب تکان نمی‌خورد!

بچه‌ها نخندید و تعجب هم نکنید. این دو فرض، هردو حقیقت دارند یعنی بعضی‌ها با یک لیوان و بعضی با ۸۰ لیوان آب مسواک می‌زنند! در



در هر روز مقدار یک میلیارد و پانصد میلیون لیتر آب در نتیجهٔ مسواک زدن ۷۵ میلیون ایرانی وارد فاضلاب می‌شود

کشور ما مسواک زدن حدود ۲ دقیقه طول می‌کشد. در هر دقیقه که شیر آب باز است حدود ۱۰ لیتر آب به هدر می‌رود و در ۲ دقیقه ۲۰ لیتر.

بعضی‌ها در ۲۴ ساعت ۲ تا ۳ بار مسواک می‌زنند، بعضی دیگر هم فقط یک بار و تعدادی هم اصلاً خیالشان را راحت کرده‌اند و مسواک نمی‌زنند. با این حساب می‌توانیم فرض کنیم که روزانه هر نفر به طور میانگین یک بار مسواک می‌زند. به این ترتیب با ۷۵ میلیون ایرانی در شبانه‌روز با حساب یک بار مسواک زدن در ۲ دقیقه، آن هم با شیر آب باز و با خروجی هر دقیقه ۱۰ لیتر و هر ۲ دقیقه ۲۰ لیتر خواهیم داشت:

۷۵۰۰۰۰۰۰ × ۲۰ =۱۵۰۰۰۰۰۰۰۰

یعنی در هر روز مقدار یک میلیارد و پانصد میلیون لیتر آب در نتیجهٔ مسواک زدن ۷۵ میلیون ایرانی وارد فاضلاب می‌شود و در سال

۱۵۰۰۰۰۰۰۰۰ × ۳۶۵ = ۵۴۷۵۰۰۰۰۰۰۰۰

یعنی پانصد و چهل و هفت میلیارد و پانصد میلیون لیتر آب برای مسواک زدن به هدر می‌رود.

با هر یک لیتر آب می‌توانیم ۴ لیوان به ارتفاع ۱۰ سانتی‌متر و قطر ۶ سانتی‌متر را پر از آب کنیم. پس می‌توانیم

۵۴۷۵۰۰۰۰۰۰۰۰ × ۴ =۲۱۹۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰

یعنی دو بیلیارد و صد و نود میلیارد لیوان را پر از آب کنیم.

پزشکان نوشیدن ۸ لیوان آب را در شبانه‌روز توصیه می‌کنند. یعنی با بیست و یک بیلیارد و نهصد میلیارد لیوان آب می‌توان

۲۱۹۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰÷۸=۲۷۳۷۵۰۰۰۰۰۰۰

دویست و هفتادو سه میلیارد و هفتصد و پنجاه میلیون نفر را به نحو احسن سیرابِ سیرابِ سیراب کرد!

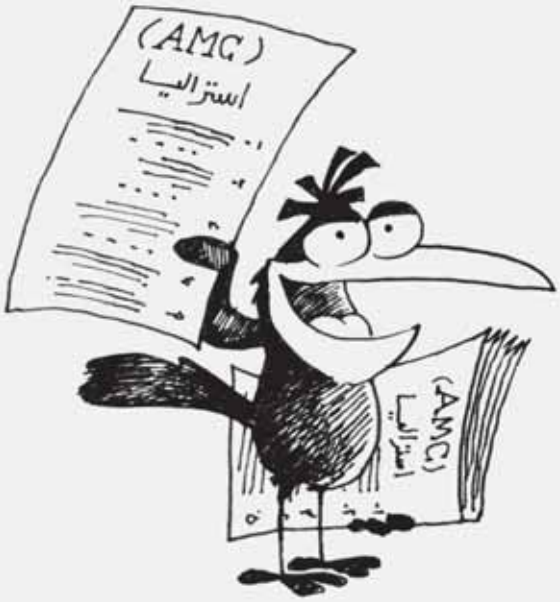
سؤال: بچه‌ها حالا می‌دانید که با یک لیوان آب هم می‌توان به خوبی مسواک زد. با این فرض حساب کنید که اگر به جای ۲ دقیقه باز بودن شیر آب در هنگام مسواک زدن، تنها یک لیوان آب برداریم و مسواک بزنیم، در نتیجهٔ این عمل چه میزان آب در روز و در یک سال صرفه‌جویی می‌شود؟

راهنمایی: قبلاً گفتیم که در هر دقیقه باز بودن شیر آب حدود ۱۰ لیتر و در ۲ دقیقه، ۲۰ لیتر آب به هدر می‌رود؛ و اگر با هر لیتر آب بتوان ۴ لیوان را پر از آب کرد، بنابراین با ۲۰ لیتر آب می‌توان ۸۰ لیوان را پر کرد. حالا شما مقایسه را ادامه دهید ....

می‌دانید که با یک لیوان آب هم می‌توان به خوبی مسواک زد. با این فرض حساب کنید که اگر به جای ۲ دقیقه باز بودن شیر آب در هنگام مسواک زدن، تنها یک لیوان آب برداریم و مسواک بزنیم، در نتیجهٔ این عمل چه میزان آب در روز و سال صرفه‌جویی می‌شود؟

سؤال‌های مسابقهٔ ریاضی استرالیا (AMC)

مترجم: سپیده چمن‌آرا



در این شماره، پرسش‌های ۲۱ تا ۳۰ مسابقهٔ ریاضی استرالیا (۲۰۱۰) برای پایه‌های دوم و سوم راهنمایی را که به صورت چندگزینه‌ای و تشریحی بودند، می‌خوانید. تلاش کنید همهٔ آن‌ها را پاسخ دهید. برای بررسی درستی پاسخ‌هایتان، جواب آنها به همراه توضیح مختصری دربارهٔ هریک، در همین شماره آمده است.

پرسش‌های ۲۱ تا ۲۵، هریک ۵ امتیاز دارد.

۲۱. در مثلث زیر، هریک از اضلاع، یک عدد اول و محیط مثلث نیز یک عدد اول است. کوچک‌ترین محیط ممکن برای چنین مثلثی چیست؟

الف) ۱۱ ب) ۱۷ پ) ۱۹
ت) ۲۳ ث) ۲۹

۲۲. جملهٔ زیر را در نظر بگیرید:

THIS IS ONE GREAT CHALLENGE IN MATHEMATICS

در هر دقیقه، اولین حرفِ هر کلمه (یعنی حرفِ سمت چپ آن) به انتهای راست آن کلمه می‌رود. پس از چند دقیقه، دوباره جملهٔ اول ظاهر می‌شود؟

الف) ۴۲۲ ب) ۸۸۰ پ) ۱۲۶۴
ت) ۱۸۰۰ ث) ۱۹۸۰

۲۳. تعداد مقسوم‌علیه‌های زوج عدد a با تعداد مقسوم‌علیه‌های فرد این عدد، برابر است. تعداد مقسوم‌علیه‌های عدد b، فرد است. مجموع a+b می‌تواند کدام عدد باشد؟

الف) ۱۴ ب) ۱۶ پ) ۱۷
ت) ۲۰ ث) ۲۱

۲۴. آرش و بهرام دو کاشی‌کارند که سالن بزرگ یک ساختمان جدید را با کاشی‌های مربع شکل یکسان، کاشی می‌کنند. آرش اولین کاشی را می‌گذارد و بهرام با گذاشتن یک کاشی دیگر و تشکیل یک مستطیل، سطح کاشی‌کاری شده را دو برابر می‌کند. سپس آرش دو کاشی دیگر می‌گذارد و یک سطح مربع شکل را می‌پوشاند. عمل دو برابر کردن سطح کاشی‌شده توسط آرش و بهرام به همین طریق ادامه می‌یابد و یک سطح مربعی پوشانده می‌شود (توسط آرش) یا یک سطح مستطیل شکل (توسط بهرام). هنگام نهار، آنها به کار خود نگاهی انداختند. کدام یک از جملات زیر می‌تواند درست باشد؟

الف) بهرام آخرین کاشی را چیده و در کل ۲۵۶ کاشی چیده شده است.

ب) آرش آخرین کاشی را چیده و در کل ۲۰۴۸ کاشی چیده شده است.

پ) بهرام آخرین کاشی را چیده و شکل کاشی‌کاری‌شده، یک مربع است.

ت) بهرام اولین کاشی بعد از نهار را می‌چیند و در کل ۸۱۹۲ کاشی چیده شده بود.

ث) آرش اولین کاشی بعد از نهار را می‌چیند و در کل ۵۱۲ کاشی چیده شده بود.

۲۵. نسترن و نرگس، هریک روزانه دو یا سه شعر می‌نویسند. پس از مدتی، نسترن ۴۳ شعر نوشته درحالی‌که نرگس ۶۱ شعر نوشته است. این مدت چند روز بوده است؟

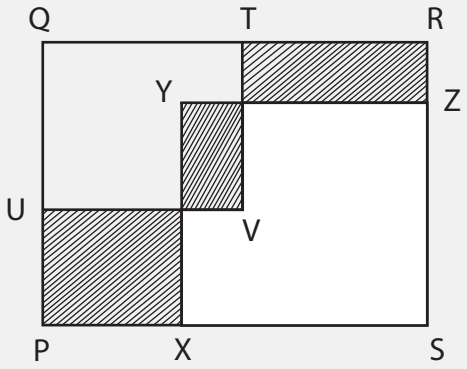
الف) ۲۲ ب) ۱۸ پ) ۱۹

ت) ۲۰ ث) ۲۱

پرسش‌های ۲۶ تا ۳۰ تشریحی است. پرسش ۲۶، ۶ امتیاز؛ پرسش ۲۷، ۷ امتیاز؛ پرسش ۲۸، ۸ امتیاز؛ پرسش ۲۹، ۹ امتیاز و پرسش ۳۰، ۱۰ امتیاز دارد.

۲۶. یک عدد طبیعی را «صعودی» نامیم، هرگاه هر رقم آن از رقم قبلی‌اش بزرگ‌تر باشد؛ آن را «نزولی» می‌نامیم، هرگاه هر رقم آن از رقم قبلی‌اش کوچک‌تر باشد. یک عدد سه رقمی نزولی پیدا کنید که مجذورِ یک عدد صعودی باشد.

۲۷. دو مربع QTVU و SXYZ مطابق شکل، درون مستطیل PQRS چنان رسم شده‌اند که محیط هر سه مستطیل هاشورخورده در شکل، با هم برابر است. اگر اضلاع مستطیل PQRS، ۲۰ و ۲۲ سانتی‌متر باشد، مجموع محیط‌های QTVU و SXYZ بر حسب سانتی‌متر چقدر است؟



۲۸. دو دنبالهٔ عددی زیر را در نظر بگیرید که با هم در حال افزایش‌اند.

..... ، ۲۴ ، ۱۹ ، ۱۴ ، ۹ ، ۴

..... ، ۵۴ ، ۴۳ ، ۳۲ ، ۲۱ ، ۱۰

.... ، ۸۴ ، ۶۷ ، ۵۰ ، ۳۳ ، ۱۶

اولین عددی که هم‌زمان در سه دنباله ظاهر می‌شود، چیست؟

۲۹. یک عدد سه‌رقمی را از یک عدد چهار رقمی کم کرده‌ایم، حاصل یک عدد سه‌رقمی شده است:

□□□□ - □□□ = □□□

هر ۱۰ رقم با هم متفاوت‌اند. کمترین حاصل تفریق ممکن، کدام است؟

۳۰. یک فهرست از دوازده عدد داریم که اولین آنها، ۱، آخرین آنها، ۱۲ و هریک از اعداد دیگر، یکی بیشتر از میانگین دو عددِ دو طرفِ آن است. بزرگ‌ترین عدد، در این فهرست، کدام است؟

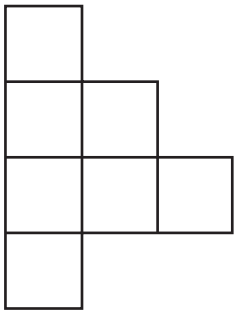
پاسخ‌های مسائل در صفحهٔ ۴۳

معما و سرگرمی

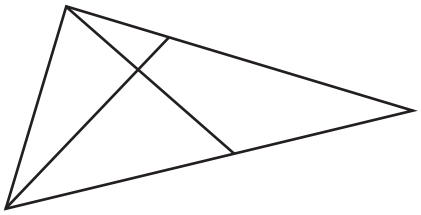
محمد عزیزی‌پور

۱. در یک نقشهٔ ساختمان، هر ۱۰ متر را با ۵ میلی‌متر نشان داده‌اند. در این نقشه طول یک راهرو را که ۷۰ متر است با چند سانتی‌متر نشان می‌دهند؟

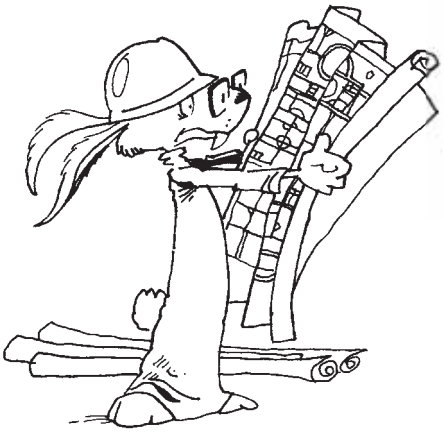
۲. در شکل مقابل، اعداد ۱ تا ۷ را طوری در خانه‌های هفتگانه بگنجانید که هیچ عددی تکراری نباشد و هیچ دو عدد متوالی در خانه‌های پشت سر هم چه عمودی، چه افقی و چه ضربدر قرار نگیرد؟



۳. از سه رأس مثلثی سه خط رسم می‌کنیم تا هریک ضلع مقابل را قطع کند و به این ترتیب مثلث موردنظر به چند مثلث تبدیل می‌شود.



به نظر شما در این شکل در مجموع چند مثلث می‌توان شمرد؟



۴. هفت نفر وارد باغی شدند. باغبان تعدادی سیب چید و به ترتیب به آنها داد، به‌طوری‌که برای خودش تنها یک سیب باقی ماند و هریک از آنها نصف دیگری سیب دریافت کرد. یعنی نفر اول پس از گرفتن سیب‌ها، نیمی از آنها را برداشت و نیم دیگر را به دومی داد. دومی نیز از سیب‌هایی که گرفته بود، نیمی را برداشت و نیمی را به سومی داد و سومی نیز نیمی از آنچه گرفته بود برداشت و نیمی را به چهارمی داد. به این ترتیب عمل شد تا به نفر هفتم رسید.نفر هفتم نیز وقتی نیمی از سیب‌هایش را به باغبان داد، باغبان تنها یک سیب داشت. کل سیب‌ها چند عدد بوده است؟

۵. $\frac{1}{4}$ کدام عدد، پنج برابر نصف ۱۸ است؟

۶. عدد ۵۰ را بر $\frac{1}{2}$ تقسیم کنید و عدد ۳ را بر آن بیفزایید و فوراً بگویید نتیجه چه می‌شود؟

پاسخ پرسش‌های مسابقهٔ استرالیا

۲۱. اعداد اول عبارتند از: ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳، ۱۷، ...

برای اینکه عددهای اولِ x، y، z به صورت $x < y < z$ تشکیل یک مثلث مختلف‌الاضلاع بدهند، باید $x + y > z$. از طرفی محیط این مثلث باید عددی اول باشد و اگر x=۲، چون z و y حتماً فرد خواهند شد، محیط x+y+z= عددی زوج می‌شود که دیگر اول نیست. پس x نمی‌تواند ۲ باشد و لااقل ۳ است. حالت‌های مختلف اضلاع چنین مثلثی و محیط آن، در صورتی‌که محیط آن از ۲۵ کمتر باشد، در جدول زیر آمده است:

شمارهٔ حالت	x	y	z	محیط	وضعیت اول بودن
(۱)	۳	۵	۷	۱۵	نیست
(۲)	۳	۵	۱۱	۱۹	√
(۳)	۳	۵	۱۳	۲۱	نیست
(۴)	۳	۷	۱۱	۲۱	نیست
(۵)	۵	۷	۱۱	۲۳	√

در حالت (۲) که ضلع‌ها و محیط عدد اول درآمده‌اند، $۳ + ۵ > ۱۱$، پس اصلاً چنین مثلثی وجود ندارد. لذا حالت (۵) کمترین محیط ممکن برای چنین مثلثی است (باز هم توجه کنید که در این صورت $۵ + ۷ > ۱۱$ و چنین مثلثی حتماً وجود دارد.)

۲۲. هر کلمه، بعد از تعداد دقایقی که با تعداد حروفش برابر باشد، تکرار می‌شود. پس باید کوچک‌ترین مضرب مشترکِ تعداد حروفِ هفت کلمهٔ تشکیل‌دهندهٔ این جمله، یعنی ک.م.مِ ۴، ۲، ۳، ۵، ۹، ۲، و ۱۱ را پیدا کنیم که برابر با $۲^۲ \times ۳^۲ \times ۵ \times ۱۱ = ۱۹۸۰$ است.

۲۳. نخست توجه کنید که یک عدد تنها زمانی نصف تعداد مقسوم‌علیه‌هایش فرد است که خودش دو برابر یک عدد فرد باشد، مثل ۲، ۶، ۱۰، ۱۴، ۱۸، و .... پس a یکی از این اعداد است. از طرفی تعداد مقسوم‌علیه‌های یک عدد، زمانی فرد است که آن عدد، یک مجذور کامل باشد. پس b نیز یکی از اعداد ۱، ۴، ۹، ۱۶ و .... است. حاصل جمع‌های ممکن برای a+b که از ۲۲ کمتر است (طبق گزینه‌ها) عبارت است از ۳، ۷، ۱۱، ۱۵، ۱۹، ۶، ۱۰، ۱۴، ۱۸، ۱۱، ۱۵، ۱۹، ۱۸. پس تنها گزینهٔ ممکن، ۱۴ است.

۲۴. کار کاشی‌کاری با یک کاشی آغاز و هربار تعداد آن دو برابر شده است، لذا در هر مرحله، ۲^n کاشی داریم. هرگاه آرش کار خود را تمام کند، n (توانِ ۲) عددی زوج است و هرگاه بهرام کاشی‌های خود را بچیند، n عددی فرد است. این را می‌توانید در جدول زیر بهتر مشاهده کنید:

نوبت	تعداد کاشی	n	زوجیت ۸
آرش	$۲^۰=۱$	۰	زوج
بهرام	$۲^۱=۲$	۱	فرد
آرش	$۲^۲=۴$	۲	زوج
بهرام	$۲^۳=۸$	۳	فرد
.	.	.	.
.	.	.	.

حال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم: $۲^۸=۲۵۶$ و ۸ عددی زوج است، پس بهرام آخرین کاشی را نچیده است، لذا گزینهٔ الف نادرست است.

$۲^{۱۱}=۲۰۴۸$، و ۱۱ عددی فرد است، پس آخرین کاشی را آرش نچیده و گزینهٔ ب نیز نادرست است.

از آنجا که بهرام همیشه یک شکل مستطیلی درست می‌کند، گزینهٔ پ نیز نمی‌تواند درست باشد. چون $۲^{۱۳}=۸۱۹۲$ و ۱۳ عددی فرد است، پس آخرین کاشی را آرش نچیده است که کاشی بعدی را بهرام بچیند. لذا گزینهٔ ت نیز نادرست است.

و بالاخره گزینهٔ ث باید درست باشد و علت آن این است که $۲^۹=۵۱۲$، یعنی آخرین کاشی را بهرام چیده بود و لذا کاشی بعدی را آرش خواهد چید.

۲۵. راه‌حل اول: چون نرگس، ۱۸ شعر بیشتر از نسترن نوشته، پس لااقل ۱۸ روز از این روزها، نسترن دو شعر می‌نوشته و نرگس سه

شعر؛ پس:

$$۴۳ = (۱۸ \times ۲) + \underbrace{۲+۲+۳}_{۷}$$

$$۶۱ = (۱۸ \times ۳) + \underbrace{۲+۲+۳}_{۷}$$

(زیـرا تنهـا حالتی کـه می‌توان عـدد ۷ را به صـورت جمع ۲ها و ۳ها نوشـت، ۳+۲+۲ است)؛ پس سـه روز دیگر به جز آن ۱۸ روز، شعر نوشته‌اند، یعنی ۲۱ روز.

راه‌حل دوم: تعداد روزها نمی‌تواند کمتر از ۲۱ روز باشد، زیرا در ۲۰ روز، حداکثر ۶۰=۳×۲۰ شعر می‌توان گفت (نه ۶۱ شعر). همچنین تعداد روزها از ۲۱ روز بیشـتر نیسـت، زیرا در ۲۲ روز حداقل ۴۴=۲×۲۲ شعر می‌توان گفت (نه ۴۳ شعر). پس ۲۱ روز، پاسخ مسئله است.

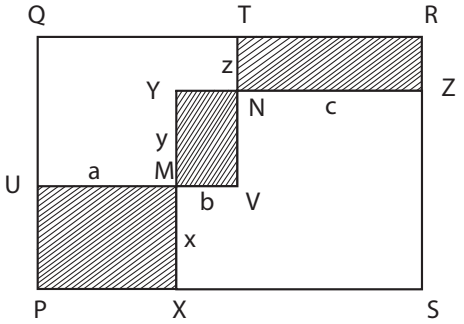
۲۶. اعداد سه‌رقمی نزولی، حداقل ۲۱۰ و حداکثر ۹۸۷ هستند. پس اگر این عدد سه‌رقمی بخواهد مجذور یک عدد صعودی دو رقمی مثل n باشـد، لااقل ۱۵ و حداکثر ۳۱ است. از طرفی رقم یکانِ $n^۲$، ۹ نمی‌تواند باشـد، پس یکانِ n، ۳ یا ۷ نمی‌تواند باشد. پس مقادیر ممکن برای n را در جدول زیر می‌بینیم:

n	۱۵	۱۶	۱۸	۱۹	۲۴	۲۵	۲۶	۲۸	۲۹
$n^۲$	۲۲۵	۲۵۶	۳۲۴	۳۶۱	۵۷۶	۶۲۵	۶۷۶	۷۸۴	۸۴۱

و $۸۴۱=۲۹^۲$، تنها عدد سـه رقمی نزولی اسـت کـه مجذور یک عدد دو رقمیِ صعودی است.

۲۷. فرض کنید طبق شکل:

NT=z و MY=y و XM=x و NZ=c و MV=b و UM=a



پس طبق صورت سؤال

a+x=b+y=c+z

و

a+b+c=۲۲

و

x+y+z=۲۰

پس:

a+x+b+y+c+z=۴۲=۲۰+۲۲

یعنی:

b+y+b+y+b+y=۳(b+y)=۴۲

پس:

$$b + y = \frac{۴۲}{۳} = ۱۴$$

حال مجموع محیط مربع‌های QTUV و SXYZ را حساب می‌کنیم:

$$۲(z + y + a + b + c + b + y + z) =$$
$$۲(a + b + c + x + y + z + b + y)$$
$$= ۲(۲۲ + ۲۰ + ۱۴) = ۱۱۲cm$$

راه‌حل‌های دیگری نیز برای این مسـئله وجود دارد که ممکن است شما از آن راه‌ها، مسئله را حل کرده باشید.

۲۸. اگـر هریـک از دنباله‌ها را از یک عدد جلوتر شـروع کنیم، خواهیم داشت:

۱- ، ۴ ، ۹ ، ۱۴ ، ۱۹ ، ۲۴ ، ....

۱- ، ۱۰ ، ۲۱ ، ۳۲ ، ۴۳ ، ۵۴ ، ....

۱- ، ۱۶ ، ۳۳ ، ۵۰ ، ۶۷ ، ۸۴ ، ....

و دنباله‌هـا بـه ترتیب ۵ تـا، ۵ تا، ۱۱ تا ۱۱تا و ۱۷تـا ۱۷تا افزایش می‌یابند و ۹۳۵ = ۵ × ۱۱ × ۱۷ = ۵ ∏ ۱۱ ∏ ۱۷؛ پس کوچک‌ترین (اولین) عددی که در هرسه دنباله همزمان ظاهر می‌شود، ۹۳۴=۹۳۵+۱- است.

۲۹. تفریق موردنظر را به صورت زیر می‌نویسیم که در آن هر حرف، نشان‌دهندهٔ یک رقم است و HIJ باید کمترین مقدار ممکن باشد:

$$\begin{array}{rcccc} & A & B & C & D \\ - & & E & F & G \\ \hline & & H & I & J \end{array}$$

A بایـد ۱ باشـد، زیـرا اگـر A ≥ ۲ ، آن‌گاه اختلاف یک عدد سـه رقمی از عددی بزرگ‌تر از ۲۰۰۰، نمی‌تواند سـه رقمی بشـود. همچنین HIJ ≥ ۲۰۳ ، زیـرا کوچک‌تریـن رقم‌ها بـه جز ۱، ۰، ۲ و ۳ هسـتند و کوچک‌ترین عدد سه رقمی ممکن با این ارقام، ۲۰۳ است. پس مسئله به صورت زیر در می‌آید:

$$\begin{array}{rcccc} & ۱ & B & C & D \\ - & & E & F & G \\ \hline & & ۲ & I & J \end{array}$$

با توجه به اینکه نتیجهٔ تفریق، سه رقمی شده، باید E>B و از آخرین ۱، یک انتقال گرفته شود. پس B، ۰ یا ۱ یا ۲ بوده. اما ۱ و ۲ را قبلاً استفاده کردیم، پس B=۰ و E=۷ یا E=۸ و HIJ ≥ ۲۳۴.

قرار می‌دهیم I=۳ و حالت‌های ممکن را امتحان می‌کنیم.

۱	۰	C	D	۱	۰	C	D
-	۷	F	G	-	۸	F	G
	۲	۳	J		۲	۳	J

یا

در اولین حالت، برای F و C مقادیر درستی درنمی‌آید (به انتقال‌ها در تفریق توجه کنید) و در حالت دوم، برای F و C، جفت اعدادِ ۴ و ۷ یا ۵ و ۹ یا ۶ و ۹ به دست می‌آید که هیچ‌یک از آنها مقادیر مناسبی برای J، G، D به دست نمی‌دهد. پس I=۴ قرار می‌دهیم (توجه کنید که HIJ را به تدریج بزرگ می‌کنیم):

۱	۰	C	D	۱	۰	C	D
-	۷	F	G	-	۸	F	G
	۲	۴	J		۲	۴	J

یا

در حالت دوم، جفت اعدادِ ۳ و۷ یا ۵ و ۹ برای F و C به دست می‌آید که ارقام مناسب برای J، G، D را به دست نمی‌دهد. در حالت اول، بین تمام حالت‌های ممکن برای F و C (یعنی ۳ و ۹، یا ۳ و ۸) تنها ۳ و ۸ به جواب‌های زیر می‌انجامد که کمترین مقادیر برای HIJ است، یعنی ۲۴ مورد قبول است:

۱	۰	۳	۵	۱	۰	۳	۵
-	۷	۸	۹	-	۷	۸	۶
	۲	۴	۶		۲	۴	۹

یا

۳۰. اولین جملهٔ این فهرست ۱ است.

ببینیم اگر جملهٔ دوم ۲ باشد، چه می‌شود: در این صورت طبق شرط مسئله، باید جملهٔ سوم نیز ۱ باشد: ۱ و ۲ و ۱

اگر جملهٔ دوم ۳ باشد، آن وقت داریم: ۱، ۳، ۳، ۱؛

و اگر جملهٔ دوم ۴ باشد، خواهیم داشت: ۱، ۴، ۵، ۴، ۱؛

حال ۵ را امتحان می‌کنیم: ۱، ۵، ۷، ۷، ۵، ۱؛

پس اگر جملهٔ دوم ۳ باشد، جملهٔ سوم نیز ۳ خواهد شد، اگر جملهٔ دوم ۴ باشد، جملهٔ چهارم نیز ۴ خواهد شد، و به همین ترتیب اگر بخواهد جملهٔ دوازدهم ۱۲ بشود، باید جملهٔ دوم ۱۲ باشد:

۱۲، ۲۱، ۲۸، ۳۳، ۳۶، ۳۷، ۳۶، ۳۳، ۲۸، ۲۱، ۱۲، ۱

و بزرگ‌ترین جملهٔ این فهرست، ۳۷ است.

دفتر انتشارات کمک آموزشی

با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های رشد توسط دفتر انتشارات کمک‌آموزشی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وابسته به وزارت آموزش و پرورش تهیه و منتشر می‌شوند:

مجله‌های دانش‌آموزی

(به صورت ماه‌نامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

- رشد کودک (برای دانش‌آموزان آمادگی و پایهٔ اول دورهٔ دبستان)
- رشد نوآموز (برای دانش‌آموزان پایه‌های دوم و سوم دورهٔ دبستان)
- رشد دانش‌آموز (برای دانش‌آموزان پایه‌های چهارم و پنجم دورهٔ دبستان)
- رشد نوجوان (برای دانش‌آموزان دورهٔ راهنمایی تحصیلی)
- رشد جوان (برای دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه و پیش‌دانشگاهی)

مجله‌های بزرگسال عمومی

(به صورت ماه‌نامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

رشد آموزش ابتدایی ◆ رشد آموزش راهنمایی تحصیلی ◆ رشد تکنولوژی آموزشی ◆ رشد مدرسه فردا ◆ رشد مدیریت مدرسه ◆ رشد معلم

مجله‌های بزرگسال و دانش‌آموزی تخصصی

(به صورت فصل‌نامه و چهار شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

رشد برهان راهنمایی (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دورهٔ راهنمایی تحصیلی) ◆ رشد برهان متوسطه (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه) ◆ رشد آموزش قرآن ◆ رشد آموزش معارف اسلامی ◆ رشد آموزش زبان و ادب فارسی ◆ رشد آموزش هنر ◆ رشد مشاور مدرسه ◆ رشد آموزش تربیت‌بدنی ◆ رشد آموزش علوم اجتماعی ◆ رشد آموزش تاریخ ◆ رشد آموزش جغرافیا ◆ رشد آموزش زبان ◆ رشد آموزش ریاضی ◆ رشد آموزش فیزیک ◆ رشد آموزش شیمی ◆ رشد آموزش زیست‌شناسی ◆ رشد آموزش زمین‌شناسی ◆ رشد آموزش فنی و حرفه‌ای ◆ رشد آموزش پیش دبستانی

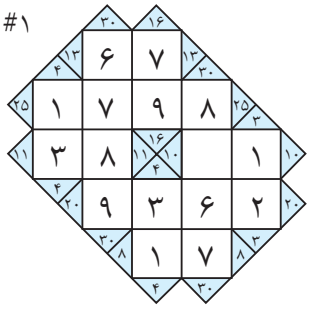
مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران مربیان، مشاوران و کارکنان اجرایی مدارس، دانش‌جویان مراکز تربیت‌معلم و رشته‌های دبیری دانشگاه‌ها و کارشناسان تعلیم و تربیت تهیه و منتشر می‌شوند.

◆ **نشانی:** تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شمارهٔ ۴ آموزش‌وپرورش، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی.

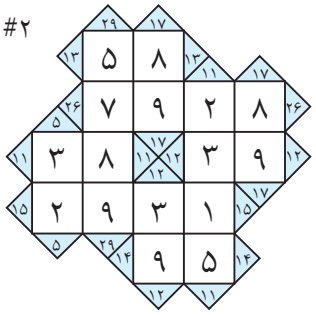
◆ **تلفن و نمابر:** ۸۸۳۰۱۴۷۸ ـ ۰۲۱

پاسخ
پازل از نوعی دیگر

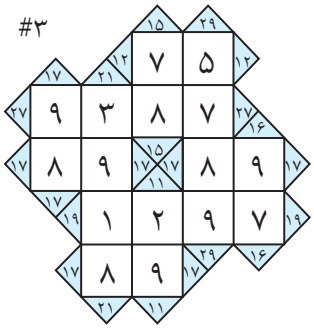
#۱



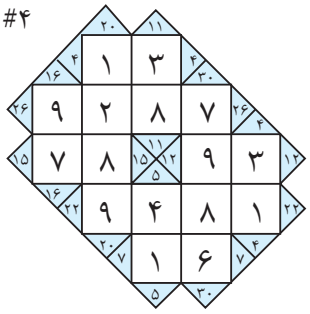
#۲



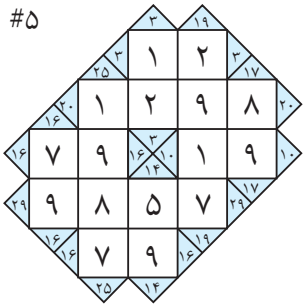
#۳



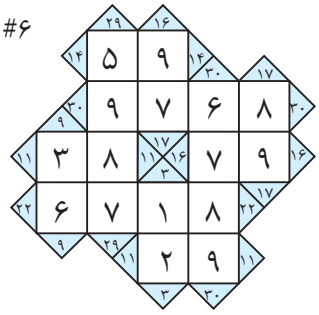
#۴



#۵



#۶



جهاد اقتصادی

برگ اشتراک مجله‌های رشد

نحوهٔ اشتراک:

شما می‌توانید پس از واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت، شعبهٔ سه‌راه آزمایش کد ۳۹۵، در وجه شرکت افست از دو روش زیر، مشترک مجله شوید:

۱. مراجعه به وبگاه مجلات رشد؛ نشانی: www.roshdmag.ir و تکمیل برگهٔ اشتراک به همراه ثبت مشخصات فیش واریزی.

۲. ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شدهٔ اشتراک با پست سفارشی (کپی فیش را نزد خود نگه‌دارید).

◆ نام مجلات درخواستی:

.....

.....

.....

◆ نام و نام‌خانوادگی: .....

◆ تاریخ تولد: ..... ◆ میزان تحصیلات: .....

◆ تلفن: .....

◆ نشانی کامل پستی: .....

استان: ..... شهرستان: ..... خیابان: .....

شمارهٔ فیش: ..... مبلغ پرداختی: .....

پلاک: ..... شمارهٔ پستی: .....

.....

◆ در صورتی که قبلاً مشترک مجله بوده‌اید، شمارهٔ اشتراک خود را ذکر کنید:

.....

امضا:

● نشانی: تهران، صندوق پستی امور مشترکین: ۱۶۵۹۵/۱۱۱

● وبگاه مجلات رشد: www.roshdmag.ir

● اشتراک مجله: ۰۲۱-۷۷۳۳۶۶۵۶/۷۷۳۳۵۱۱۰/۷۷۳۳۹۷۱۳-۱۴

◆ هزینهٔ اشتراک یکساله مجلات عمومی (هشت شماره): ۹۶۰۰۰ ریال

◆ هزینهٔ اشتراک یکساله مجلات تخصصی (چهار شماره): ۶۰۰۰۰ ریال

از میان نامه‌ها

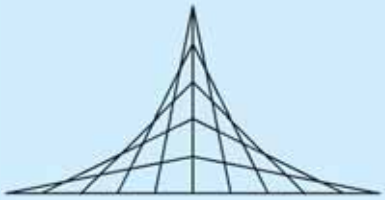
نامه‌های رسیده

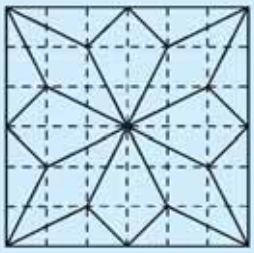
خوانندگان عزیز؛

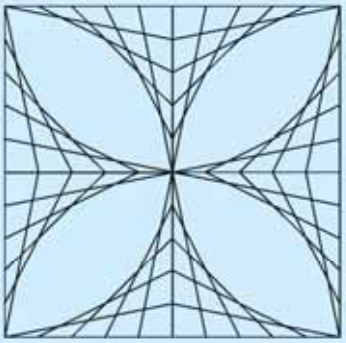
دوستان زیر توسط پیام‌نگار (پست الکترونیکی) برایمان نامه یا مطلب ارسال کرده‌اند:

- علیرضا حافظی نسب، دبیر ریاضی بیرجند؛
- مرادحسین سالمی پور، دبیر ریاضی شهرستان آبدانان؛
- علیرضا فتحی؛
- شکوفه صیاد؛
- ایمان رحیمی، دبیر ریاضی منطقهٔ شهاب قشم. که

ترسیم‌های رایانه‌ای خود را به کمک نرم‌افزار Word رسم کرده و برای ما ارسال کرده است که چند نمونه از آنها را در زیر می‌بینید:





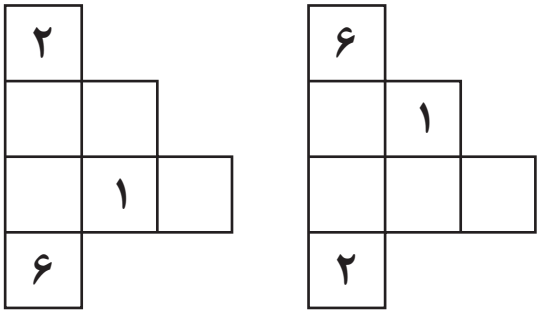


با تشکر از این دوستان، منتظر نامه‌های شما به ویژه پاسخ سؤالات مسابقه‌ای یا ترسیم‌های رایانه‌ای‌تان به کمک نرم‌افزار هستیم.

پاسخ های معما و سرگرمی

۱. پاسخ: ۳/۵ سانتی‌متر

۲. پاسخ: به یکی از دو صورت زیر ممکن است:



۳. پاسخ: ۱۷ مثلث

۴. پاسخ: ۱۲۸ عدد زیرا:

۱×۲=۲ ۲×۲=۴ ۴×۲=۸ ۸×۲=۱۶

۸×۲=۱۶ ۱۶×۲=۳۲ ۳۲×۲=۶۴

۶۴×۲=۱۲۸

۵. پاسخ: عدد ۱۸۰

۶. پاسخ: ۱۰۳ زیرا

$$۵۰ \div \frac{۱}{۲} = ۵۰ \times \frac{۲}{۱} = ۱۰۰$$

$$۱۰۰ + ۳ = ۱۰۳$$

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

جدول موضوعی مطالب مجلهٔ رشد برهان راهنمایی، شمارهٔ ۶۰

جدول زیر در هر شمارهٔ مجله، حاوی اطلاعات کلی در مورد مطالب آن شمارهٔ مجله است که راهنمای عمل مناسبی برای معلمان عزیز به منظور استفادهٔ بهتر از این مجله در کلاس‌های درس ریاضی به شمار می‌رود. فهرست مهارت‌های ریاضی در پایین جدول آمده است.

سردبیر

فهرست مقالات	موضوع کلی	ارتباط با زندگی	مهارت‌های ریاضی
نشانی گنج، مختصات دکارتی	آشنایی با مختصات دکارتی و لزوم وجود دو مختصه برای شناسایی هر نقطه در صفحه		۶-۸-۱۰
قاعده‌ی قرینگی	نگاهی به فرایند ذهن در انجام محاسبات	√	۴
نمایش عدد در مبنای اعداد توان‌دار هم‌پایه	تبدیل مستقیم مبناهایی که به صورت اعداد توان‌دار هم‌پایه هستند		۱-۱۰
هر مثلثی متساوی‌الساقین است	اثبات هندسی، استدلال ریاضی و یافتن اشکالات منطقی در این استدلال		۸-۱۰
توضیحی دربارهٔ مقاله «این را که از قبل می‌دانستیم!»	اثبات هندسی و باطل بودن دور در اثبات		۷-۸-۱۰
مجموعه‌ها و نمودار ون	نمایش چهار مجموعه در حالت کلی		۱-۶-۸
نگاهی به ماهی‌ها به شیوهٔ ریاضی‌دانان	تخمین تعداد ماهی‌ها و استفاده از مفاهیم احتمال	√	۵-۷-۸-۱۰
برنامهٔ لوگو و رسم شکل‌های تکرارشونده	معرفی چند دستور در محیط برنامه‌نویسی Logo و استفاده از آن در ترسیم شکل‌های تکرارشونده		۵-۹-۱۰
آمادگی برای به‌کارگیری Excel	معرفی محیط Excel و استفاده از آن برای انجام یک پروژهٔ کوچک ریاضی		۵-۹
ماشین حساب با باقی‌ماندهٔ تقسیم چه می‌کند؟!	استفاده از جبر برای به کارگیری ماشین حساب در محاسبه‌ای که ماشین‌حساب به تنهایی قادر به حل آن نیست		۴-۸-۹-۱۰
سودوکو	معرفی سودوکو و استدلال‌هایی که در حل آن به کار می‌آید و پیشنهاد طرح سودوکو		۸-۱۰
بازی چهارضلعی‌ها	معرفی یک بازی دربارهٔ خاصیت چهارضلعی‌ها		۸
پازل از نوعی دیگر، کاکورو	معرفی یک نوع پازل عددی		۴-۸
معرفی کتاب	معرفی کتاب‌های مناسب برای دانش‌آموزان مخاطب مجله		۸-۱۰
زاویه و پرورش طیور	بررسی زاویه و تعدد چرخاندن تخم‌مرغ‌ها در فرایند تشکیل جوجه	√	۶
$۸۰!=۱$	محاسبهٔ مقدار مصرف آب هنگام مسواک زدن و اسراف ناشی از آن	√	۳-۴-۸
سؤال‌های مسابقه ریاضی استرالیا(AMC)	طرح سؤال‌ها و پاسخ‌نامهٔ AMC-۲۰۱۰		۱۰
معما و سرگرمی	طرح مسئله‌های چالش‌برانگیز		۱۰

مهارت‌های ریاضی:

۱. شمارش **۲.** اندازه‌گیری **۳.** تخمین و تقریب عددی **۴.** محاسبات عددی و عملیات ذهنی **۵.** الگویابی، پیش‌بینی و مدل‌سازی **۶.** استفاده از نمودارها و شهود هندسی **۷.** فرضیه‌سازی، نظریه پردازی **۸.** کشف و استدلال **۹.** استفاده از ابزار و فنّاوری **۱۰.** حلّ مسئله.

(**منبع**: کتاب راهنمای تدریس ریاضی دورهٔ راهنمایی ـ دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی)

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...

www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات