ISSN:1735_4943

فصلنامهٔ آموزشی تحلیلی و اطلاع‌رسانی

دورهٔ هجدهم / شمارهٔ ۱ / پاییز ۱۳۹۱ / ۴۸ صفحه / ۶۵۰۰ ریال www.roshdmag.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

رشد برهان ریاضی

دورهٔ راهنمایی تحصیلی

۶۳

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات کمک آموزشی

- هر کسی می‌تواند ریاضی را یاد بگیرد به‌شرطی که بخواهد
- شما هم می‌توانید در درس ریاضی موفق باشید
- راه رفتن روی مسیر مستقیم با چشمان بسته
- یک معلم هیچ‌گاه دروغ نمی‌گوید
- نامه‌ی زرنگ‌ها استاد باذکاوت‌ها
- قدردان استاد

به یاد استاد

- دلیل این محاسبات چیست؟
- داستان مربعی که سه‌تا بود!
- مرغ، ماهی، تخم مرغ: یک معادله با سه مجهول!!

- نرم‌افزار tess
- نونوگرام
- کی راست میگه؟

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

سپیده چمن‌آرا

هر کسی می‌تواند ریاضی را یاد بگیرد به شرطی که بخواهد

به یاد پرویز شهریاری

چندی پیش، جامعهٔ معلمان و ریاضی‌دانان و علاقه‌مندان به ریاضیات مرد بزرگی را از دست داد. پرویز شهریاری، که سال‌ها در نشر و ترویج ریاضی میان جوانان و نوجوانان، قلم زده بود و از او ده‌ها کتابِ تألیفی و ترجمه و صدها مقاله در زمینهٔ ریاضی و تاریخ ریاضی به جا مانده است، روز جمعه ۲۲ اردی‌بهشت ماه، در سن ۸۶ سالگی، از میان ما رفت.

بر آن شدیم تا برای این‌که یاد او را زنده نگه داریم، در این شماره از مجله، یادداشت‌هایی را که اعضای تحریریه و دیگر همکاران رشد برهان راهنمایی به یاد او نوشته‌اند، در لابه‌لای دیگر مطالب مجله، به چاپ برسانیم و من نیز در سرمقاله، دربارهٔ این مرد بزرگ، چند خطی بنویسم. لیکن «نوشتن» دربارهٔ مردی که تا آخرین لحظات عمرش، از «نوشتن» دست نکشید و با مطالبی که دربارهٔ ریاضی برای جوانان و نوجوانان می‌نوشت، سعی می‌کرد این علم را به میان آنها ببرد، بسیار سخت است.

.... سال‌ها پیش کتابی از استاد پرویز شهریاری دیدم به نام «شما هم می‌توانید در درس ریاضی خود موفق باشید». با دیدن عنوان کتاب، ناگهان به خود بالیدم! بالیدم چون دیدم من نیز مانند این مرد بزرگ همواره در این سالها که معلمی کرده‌ام با اعتقاد به این که همهٔ دانش‌آموزان می‌توانند درس ریاضی را یاد بگیرند، تدریس کرده‌ام و حتی در مصاحبه‌ای که دو سال پیش در همین مجله چاپ شد نیز به این موضوع تأکید ورزیدم و این برایم بسیار مایهٔ افتخار است که مانند پرویز شهریاری فکر کنم و تا حد توانم، مانند او برای آموزش ریاضی به نوجوانان تلاش کنم و اثرگذار باشم.

از این رو، در ادامه چند سطری از همان کتاب را برای دوستان نوجوانم بازگو می‌کنم. یادش همواره گرامی باد ...

ریاضیات، تکیه بر اندیشه و عقل آدمی دارد و سر و کارش با استدلال منطقی است و هر انسانی، ولو با استعدادهای نه چندان درخشان، می‌تواند با یاری جستن از اندیشه، عقل و استدلال خود، به ریاضیات دست یابد و آن را فرا بگیرد. در مرحلهٔ کنونی، کسی از دانش‌آموز ما نمی‌خواهد ریاضی‌دان باشد و نایافته‌های ریاضی را بیابد (گرچه، رسیدن به چنین مرزی هم، ناممکن نیست). از ما می‌خواهند، چیزهایی را یاد بگیریم که صدها سال پیش پیدا شده و در طول سده‌های متوالی سوهان خورده و به صورتی شفاف و قابل درک به ما رسیده‌اند. شاید، شعر گفتن کار ساده‌ای نباشد، ولی هر کسی می‌تواند یاد بگیرد شعر حاضر و آماد دیگران را، چگونه بخواند: در کجاها مکث کند، روی چه واژه‌هایی تکیه کند، کجا صدای خود را اندکی بالا ببرد و کجا پایین بیاورد و البته، به شرطی می‌تواند غزل حافظ و یا رباعی خیام را، درست و بی‌عیب بخواند که معنای آن را به خوبی درک کرده باشد. و این، کار دشواری نیست: همت و غیرت می‌خواهد و اندکی صرف وقت. تجربه نشان داده است، هر کسی (به شرطی که به مفهوم واقعی کلمه، عقب‌افتادگی ذهنی نداشته باشد)، می‌تواند ریاضیات مدرسه‌ای را به خوبی فرا بگیرد و بر جنبه‌های مختلف آن مسلط شود؛ تنها شرط رسیدن به چنین موفقیتی «خواستن» است.

سردبیر

داستان مربعی که سه تا بود!

لیلا خسروشاهی

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

کلیدواژه‌ها: هندسه، مربع‌ها، کاشی‌کاری، ابوالوفا بوزجانی

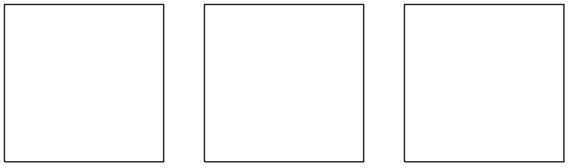
کاشی ترک‌خوردهٔ روبه‌رو را به دقت نگاه کن.

به نظر تو این کاشی از اول به همین شکل ساخته شده؟

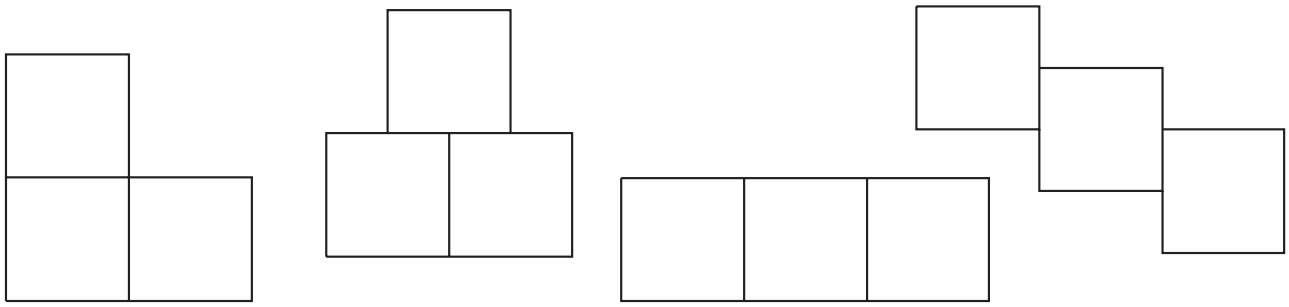
البتــه که نه! این ترک‌ها پس از گذشــت ســالیان، در اثر تغییــرات آب و هوا و وقوع چندین زلزله به چهرهٔ این کاشی نشسته‌اند.

اما گمان نکن که این کاشی از روز تولد، خیلی هم کاشی صاف و ساده‌ای بوده است. سرگذشت این کاشی شنیدنی است.

داســتان برمی‌گردد به حدود هزار ســال پیش در خراســان، وقتی که چند کاشی‌کار داشــتند دیواری را کاشــی می‌کردند. کاشــی‌کارها در حین کار، به یک مسئله برخوردند. آنها سه کاشــیِ مربع‌شکلِ هم‌اندازه داشتند؛ و می‌خواستند با استفاده از آنها، یک کاشی مربع‌شکلِ بزرگ‌تر بسازند.

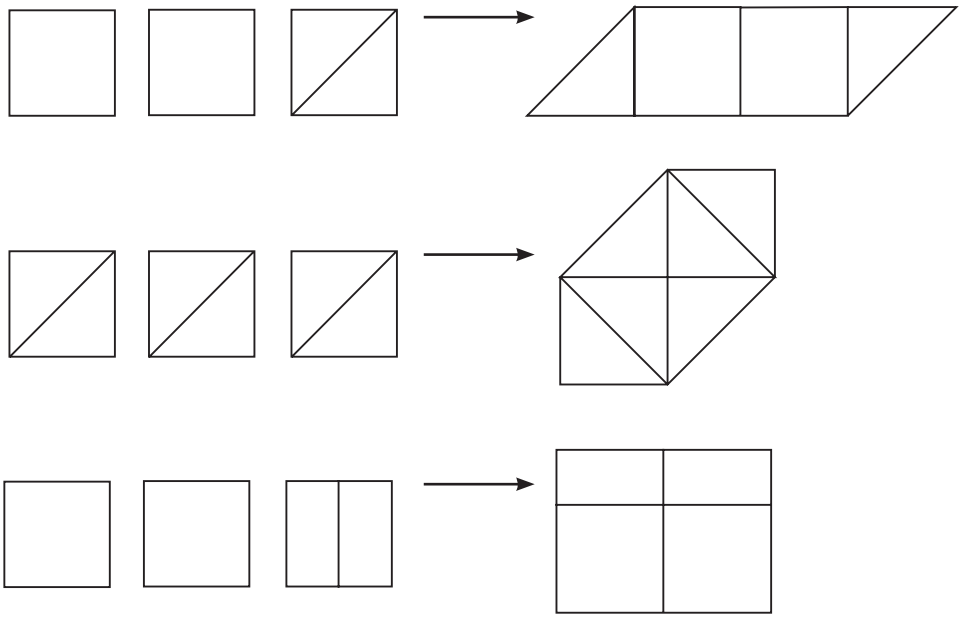


کنار هم گذاشتنِ این سه مربع، راه‌حل مناسبی برای این کار نبود.



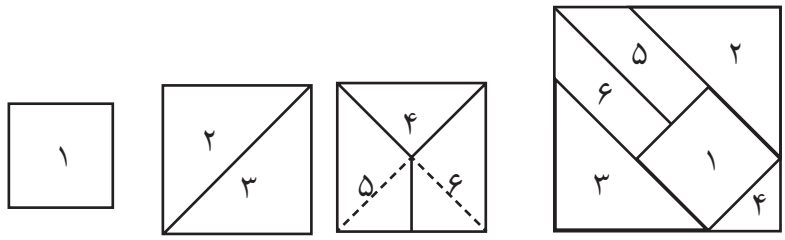
کاشـــی‌کارها می‌دانستند که ســـرانجام مجبورند برای ساختن مربع بزرگ‌تر، بعضی از مربع‌های کوچک‌تر خود را قطعه‌قطعه کنند. آن‌ها فکر می‌کردند که چه‌طور کاشـــی‌های کوچک را برش بزنند تا بتوانند با کنار هم گذاشـــتن همهٔ برش‌ها، کاشی مربع بزرگ‌تری بسازند.

اما هیچ‌کدام از پیشنهادهایشان، یک کاشی مربع‌شکل نمی‌ساخت!



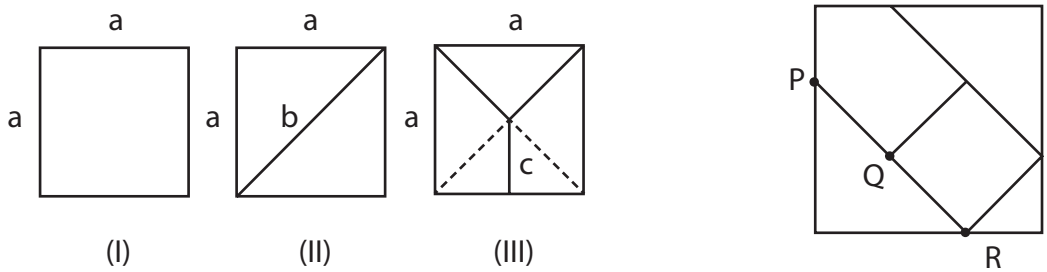
آیا شما راه‌حلی برای این مسئله دارید؟

تا اینکه این فکر به ذهن یکی از آنها خطور کرد:



ابوالوفا را آن روزها خیلی‌ها می‌شناختند. به او می‌گفتند «مهندس»؛ یعنی «کسی که هندسه می‌داند». کاشی‌کارها، خیلی وقت‌ها کارشان به ابوالوفا می‌افتاد؛ مثل همان روز که می‌خواستند از درستیِ راه‌حل خود مطمئن شوند. در واقع آنها خیلی هم مطمئن نبودند که اگر کاشی‌ها را به این شکل برش بزنند، قطعه‌های کاشی کاملاً با هم جفت و جور می‌شوند.

ابوالوفا که از دیدن راه‌حل کاشی‌کارها هیجان‌زده شده بود، شروع کرد به فکر کردن و نوشتن. تا این‌که ....



(I) (II) (III) (IV)

ابوالوفا فکر کرد که اگر هر ضلع کاشی‌های کوچک برابر با a باشد، آن وقت قطر مربع (b) را می‌توان با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس به دست آورد. مثلاً با توجه به مربعِ (II) می‌توان نوشت:

$$b^۲ = a^۲ + a^۲$$
$$b^۲ = ۲a^۲$$
$$b = \sqrt{۲}\,a$$

همچنین ابوالوفا با توجه به مربع (II) فهمید که c باید به اندازهٔ نصف ضلع مربع (a) باشد:

$$c = \frac{۱}{۲}a$$

ابوالوفا سعی کرد در شکل (IV) طول پاره‌خطِ PR را به دست آورد.

$$PR = (II) \text{ طول قطر مربعِ } = b = \sqrt{۲}\,a$$

از طرف دیگر، PR از دو پاره‌خط PQ و QR تشکیل شده است؛ بنابراین:

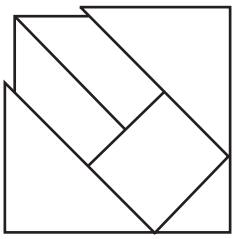
$$PR = PQ + QR$$

اندازهٔ PQ که با توجه به شکل (III) همان c است و QR هم که ضلع مربع (I) یعنی a است. پس

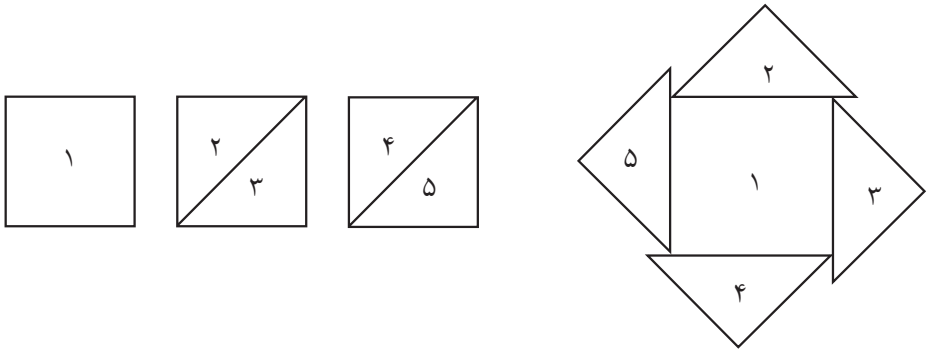
$$PR = PQ + QR = c + a = \frac{۱}{۲}a + a = \frac{۳}{۲}a$$

همان‌طور که دیدید، ابوالوفا به این نتیجه رسید که اگر قطعات کاشی کاملاً با هم چفت و جور شوند، آن وقت طول پاره‌خط PR هم باید برابر با $\frac{۳}{۲}a$ شود و هم برابر با $\sqrt{۲}\,a$؛ در حالی‌که $\frac{۳}{۲}a \neq \sqrt{۲}\,a$ (چرا؟) بنابراین ابوالوفا به کاشی‌کارها اعلام کرد که

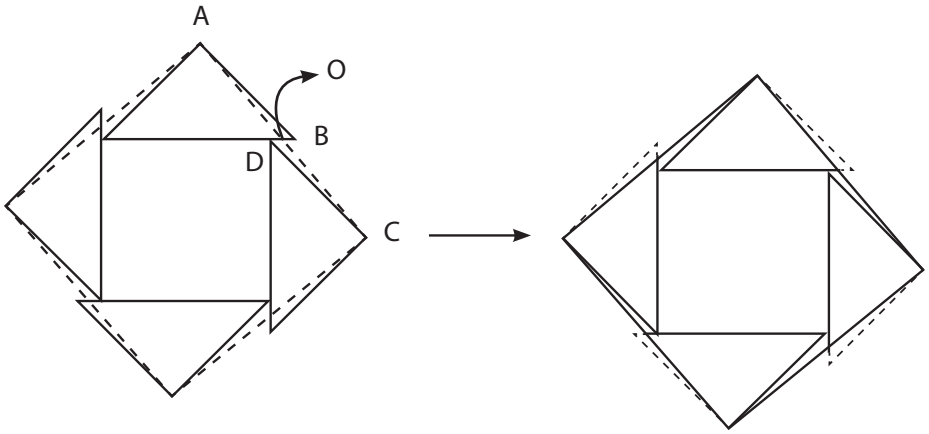
با این‌گونه برش‌زدنِ کاشی‌ها، به نتیجه‌ای که می‌خواهند نمی‌رسند و شکل زیر، نتیجهٔ کار آن‌ها خواهد بود.



کاشی‌کارها که دوباره به بن‌بست رسیدند، از ابوالوفا خواستند راه‌حلی برای مشکل آنها پیدا کند. ابوالوفا هم پس از مدتی، راه‌حل زیر را ارائه کرد:



سپس ابوالوفا پیشنهاد داد کاشی‌کارها، کاشی‌ها را از محل نقطه‌چین ببرند و هر کاشیِ مثلثیِ بریده‌شده را در جای خالیِ مثلثِ مقابل آن قرار دهند.



ابوالوفا آن روزها نمی‌دانست که سال‌ها بعد دهانهٔ یکی از آتشفشان‌های ماه را به نام او خواهند کرد: «ابوالوفا بوزجانی»؛ به دلیل کارهای علمیِ زیادی که در زمینهٔ هندسه و ریاضی انجام داده است!

در واقع ابوالوفا از این خاصیت استفاده کرد که $A\overset{\triangle}{B}O = C\overset{\triangle}{D}O$. بیایید ما هم از تساوی این دو مثلث، مطمئن شویم:

$$\left.\begin{array}{ll} A\hat{O}B = C\hat{O}D & \text{متقابل به رأس} \\ A\hat{B}O = C\hat{D}O & \text{(چرا؟)} \end{array}\right\} \Rightarrow A\hat{O}B + A\hat{B}O = C\hat{O}D + C\hat{D}O$$

$$\Rightarrow 180^\circ - B\hat{A}O = 180^\circ - D\hat{C}O$$

$$\Rightarrow B\hat{A}O = D\hat{C}O$$

$$\left.\begin{array}{l} B\hat{A}O = D\hat{C}O \\ A\hat{B}O = C\hat{D}O \\ AB = DC \quad \text{(چرا؟)} \end{array}\right\} \overset{\text{زض ز}}{\Rightarrow} A\overset{\triangle}{B}O = C\overset{\triangle}{D}O$$

به این ترتیب ابوالوفا اطمینان داشت که اگر کاشی‌کارها، کارِ برش زدنِ کاشی‌ها را درست انجام دهند، قطعاتِ کاشی کاملاً با هم چفت و جور خواهند شد.

شما هم می‌توانید با استفاده از قیچی و مقوا دست به کار شوید و روشِ ابوالوفا را در عمل امتحان کنید.

پی‌نوشت

برای مشاهدهٔ راه‌حل‌های غلط (!) و درست دیگر این مسئله به وبلاگ اختصاصی مجله مراجعه کنید. http: // roshdmag.ir/weblog/borhanrahnamaiee

منبع

ابوالوفا محمد بن البوزجانی؛ هندسهٔ ایرانی؛ کاربرد هندسه در عمل؛ ترجمهٔ سید علی‌رضا حدنی، انتشارات سروش ۱۳۷۶.

به یاد استاد

ناشر زرنگ! استاد با ذکاوت

خسرو داوودی

از سال‌های دور ارتباط نزدیکی با مرحوم شهریاری داشتم. خاطرات خوب و فراموش‌نشدنی از معاشرت با ایشان دارم، رفت و آمد به منزلشان در ارتباط با مجلهٔ برهان، تألیف کتاب‌های آموزش ریاضی و ... که برایم به یادگار مانده است. استاد شهریاری همیشه با روی خوش پذیرای شاگردان، دانشجویان و همه علاقمندان به ریاضی بود. هر بار که به منزل ایشان می‌رفتم علاوه بر پیگیری کارها در مورد موضوعات مختلف با هم گفت و گو می‌کردیم. روزی از ناشران کتاب و برخوردهای آنها برایم گفت. هم از آنهایی که رفتاری شایسته داشتند و از تعدادی که در کار فرهنگی نشر کتاب به خیال خود زرنگی می‌کنند و به اصطلاح سر مؤلف را کلاه می‌گذارند تا به ظاهر به سود بیشتری برسند، غافل از آن‌که مؤلفان، باهوش و ذکاوت خود شگردهای کاسب‌کارانهٔ آنها را تشخیص می‌دهند. ولی مرحوم شهریاری بزرگوارتر از آنند که به روی مبارک آنها بیاورند. او خاطره‌ای از یک ناشر برایم گفت که بازگویی آن در اینجا خالی از لطف نیست.

روزی یکی از ناشران تازه‌کار، برای آن‌که کسب و کار جدیدش رونقی بگیرد، از آقای شهریاری به اصرار می‌خواهد کتابی برایش تألیف کند. استاد به اکراه قبول می‌کند و کتاب را تألیف می‌کند. و پس از انتشار کتاب، به علت پرمایه و جذاب بودن، آن کتاب به زودی نایاب می‌شود. عده‌ای از استاد پی‌گیر می‌شوند که چرا این اثر خوب تجدید چاپ نمی‌شود؟ استاد شهریاری به ناشر مراجعه می‌کنند؛ نه به دنبال طلب حق‌التألیف، بلکه برای انتشار و توزیع بیشتر کتاب، تا بهرهٔ بیشتری به طالبان و علاقمندان آن برسد. ناشر غافل به دروغ ادعا می‌کند که همان ۳۰۰۰ نسخه‌ای که چاپ شده در انبار مانده و این اثر خریداری ندارد و جز ضرر و زیان عایدی نداشته است. برای اثبات ادعای خود هم، استاد را به انبار می‌برد و کتاب‌ها را نشان می‌دهد. نگاه تیزبین استاد و تجربهٔ عمری تألیف کتاب ریاضی و دست‌ورزی با انواع معادله‌ها، مسئله‌ها و فرمول‌های ریاضی کمک می‌کند تا با یک تخمین و محاسبهٔ سریع ذهنی، ادعای کذب ناشر را برملا کند.

در انبار کتاب به طور معمول کتاب‌ها را به گونه‌ای می‌چینند و روی هم قرار می‌دهند که هم نگهداری و شمارش آنها ساده‌تر شود و هم فضای کمتری را اشغال کند و امکان حرکت بین آنها نیز وجود داشته باشد. به مجموعه‌ای از کتاب‌ها که کنار و روی هم قرار می‌گیرند و ستون چند لایه‌ای از کتاب را تشکیل می‌دهند یک «عدل»می‌گویند. برای روشن شدن موضوع یک مثال را بررسی می‌کنیم. فرض کنید یک کتاب به ضخامت تقریبی یک سانتی‌متر و طول و عرض تقریبی ۲۳ و ۱۶ سانتی‌متر، یعنی در قطع وزیری، داشته باشیم. کتاب‌ها را در بسته‌های ۲۰ تایی بسته‌بندی کرده اند و به انبار می‌آورند. انباردار ۸ بسته را در یک سطح روی زمین قرار می‌دهد تا یک ردیف شکل بگیرد. به همین ترتیب ۱۰ ردیف روی هم می‌چیند تا یک ستون از کتاب‌ها ساخته شود. در این عدل چند کتاب وجود دارد؟ اگر بسته‌ها ۲۵ تایی بود چند تا کتاب در یک عدل وجود داشت؟ با توجه به بسته‌های ۲۰ تایی و یک سانتی‌متر قطر کتاب ارتفاع این عدل در حدود چند متر می‌شود؟

با محاسبهٔ تقریبی حجم یک عدل و حجم یک کتاب و تقسیم این دو عدد بر هم نیز می‌توان تعداد تقریبی کتاب‌های این ستون را پیدا کرد. شما هم در مورد سایر روش‌های محاسبهٔ تقریبی تعداد کتاب‌های یک انبار یا بخشی از آن فکر کنید. مرحوم شهریاری با محاسبهٔ تقریبی و سریع حجم آن بخش انبار و حجم تعداد ۱۰۰۰ جلد از آن اثر، کتاب‌های موجود را به حدود ۲۰۰۰۰ نسخه تقریب می‌زنند و این یعنی نزدیک به ۷ برابر تیراژ مورد ادعای ناشر! با این حال، مناعت و طبع بلند استاد شهریاری مانع می‌شود تا موضوع را به روی نامبارک آن کذاب بیاورد. تنها به لبخندی بسنده می‌کند و از او می‌خواهد که همین تعداد اندک! را توزیع کند تا به دست مخاطب علاقمند برسد.

روحش شاد و یادش گرامی باد.

تقسیم کسرها: آخه چرا این‌جوری؟!

بهزاد اسلامی مسلّم

کلیدواژه‌ها: کسر، تقسیم کسر، مسئله

ریاضی سوم دبستان؛ یادش به‌خیر! تا وقتی که با تقسیم‌هایی مثل ۵ ÷ ۱۵ یا ۶ ÷ ۱۸ سروکار داشتیم، همه‌چیز خوب و آسان بود. مسئله‌هایی به این شکل به ما می‌دادند:

برای درست کردن یک بطری شربت آبلیمو، باید ۶ لیوان آب را با مقداری شکر و آبلیمو و گلاب مخلوط کنیم. ۱۲ لیوان آب داریم. چند بطری شربت آبلیمو می‌توانیم درست کنیم؟

و آنها را به‌راحتی حل می‌کردیم:

۲=۶ ÷ ۱۲ پس دو بطری شربت می‌توانیم درست کنیم.

اما کم‌کم سروکلهٔ کسرها پیدا شد و مسئله‌هایی مثل این:

برای درست کردن یک لیتر شربت آبلیمو، باید $\frac{۸}{۹}$ لیتر آب را با مقداری شکر و آبلیمو و گلاب مخلوط کنیم. $\frac{۱۲}{۷}$ لیتر آب داریم. چه مقدار شربت آبلیمو می‌توانیم درست کنیم؟

که برای حلّ آن، مانند مسئلهٔ قبل، باید حاصل تقسیم $\frac{۸}{۹} \div \frac{۱۲}{۷}$ را حساب می‌کردیم؛

×۵ = ۱۵

چند دسته‌ی ۵ تایی می‌شود ۱۵ تا؟

می‌بینیم که وقتی ۱۵ دکمه به دسته‌های ۵ تایی تقسیم شود، ۳ دسته به دست می‌آید؛ پس، می‌نویسیم:

۱۵ ÷ ۵ = ۳

این را یک تساوی تقسیم می‌گوییم و می‌خوانیم:

۱۵ **تقسیم بر** ۵ مساوی است با ۳

÷ نماد تقسیم است.

چند ۳ تا می‌شود ۱۲ تا؟

۱۲ ÷ ۳ = ?

شصت‌وهفت ۶۷

و البته نمی‌دانستیم چگونه! بعد این قاعده را یاد گرفتیم که برای حساب کردن حاصل این تقسیم، کسر اول (یعنی $\frac{۱۲}{۷}$) را در معکوس کسر دوم (که می‌شود $\frac{۹}{۸}$) ضرب می‌کنیم؛ یعنی

$$\frac{۱۲}{۷} \div \frac{۸}{۹} = \frac{۱۲}{۷} \times \frac{۹}{۸}$$

چرا این تقسیم را از این راه عجیب حساب می‌کنیم؟ اصلاً چرا این راه عجیب درست است؟

دوباره به صفحه‌ای از کتاب سوم دبستان که در ابتدا دیدید، توجه کنید:

- برای اینکه بدانیم ۵ ÷ ۱۵ چند می‌شود، کافی است بفهمیم چه عددی ضرب‌در ۵ می‌شود ۱۵.

برای تقسیم کسرها هم می‌توانیم همین کار را بکنیم:

- برای اینکه بدانیم $\frac{۱۲}{۷} \div \frac{۸}{۹}$ چند می‌شود، کافی است بفهمیم چه عددی ضرب‌در $\frac{۸}{۹}$ می‌شود $\frac{۱۲}{۷}$.

* * *

خب، چه عددی ضرب‌در $\frac{۸}{۹}$ می‌شود $\frac{۱۲}{۷}$؟

$$\square \times \frac{۸}{۹} = \frac{۱۲}{۷}$$

برای آسانی کار، اول بیایید ببینیم چه عددی ضرب‌در $\frac{۸}{۹}$ می‌شود ۱:

$$\square \times \frac{۸}{۹} = ۱$$

$\square$ را باید با معکوس $\frac{۸}{۹}$ که می‌شود $\frac{۹}{۸}$ پر کنیم:

$$\frac{۹}{۸} \times \frac{۸}{۹} = ۱$$

حالا این جای خالی را پر می‌کنیم:

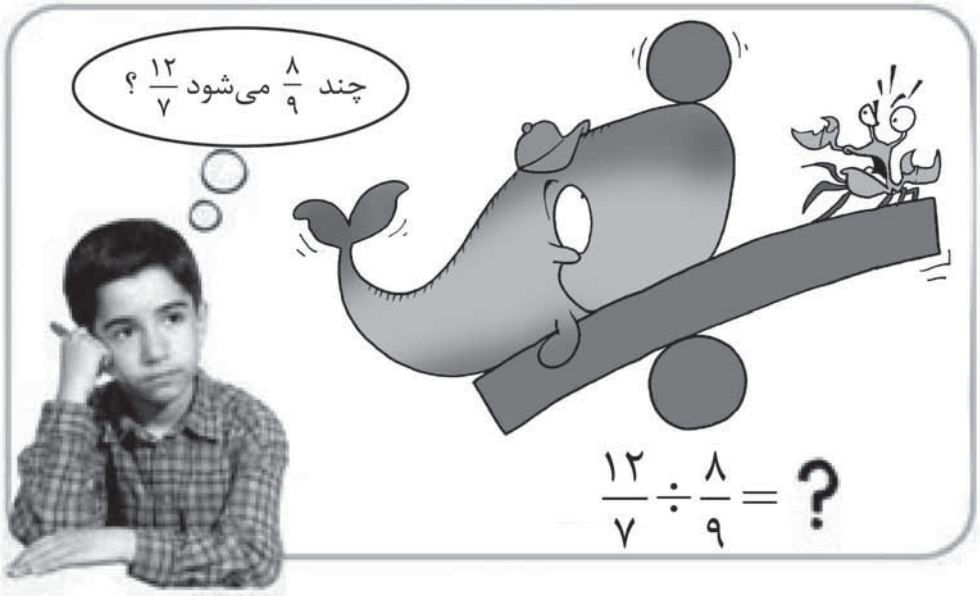
$$\square \frac{۹}{۸} \times \frac{۸}{۹} = \frac{۱۲}{۷}$$

خب $\square$ را باید با $\frac{۱۲}{۷}$ پر کنیم، زیرا $\frac{۱۲}{۷} \times \frac{۱}{۱} = \frac{۱۲}{۷} \times \frac{۹}{۸} \times \frac{۸}{۹}$

پس

$$\frac{۱۲}{۷} \times \frac{۹}{۸} \times \frac{۸}{۹} = \frac{۱۲}{۷}$$

پس عددی یافتیم که وقتی در $\frac{۸}{۹}$ ضرب شود، حاصل می‌شود $\frac{۱۲}{۷}$. یعنی $\square$ را در $\frac{۱۲}{۷} = \frac{۸}{۹} \square$ باید با $\frac{۱۲}{۷} \times \frac{۹}{۸}$ پر کنیم؛ و این همان قاعده‌ای است که «کسر اول را در معکوس کسر دوم ضرب می‌کنیم»!



دلیل این محاسبات چیست؟

مجید منشوری

کلیدواژه‌ها: محاسبات ریاضی، ساده کردن کسر، دور در دور ـ نزدیک در نزدیک

می‌دانیم که انجام محاسبات ریاضی بدون توجه به مفاهیم و دلایل آن از شیرینی آن می‌کاهد و ذهنی که صرفاً محاسبه‌گر است کمتر دارای خلاقیت و نوآوری خواهد شد. برای روشن شدن موضوع، به مثال زیر توجه کنید:

برای ساده کردن کسر $\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۵}{۷}}$ از «دور در دور ـ نزدیک در نزدیک» استفاده می‌کنیم و می‌نویسیم: $\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۵}{۷}}=\frac{۲\times۷}{۳\times۵}$. اما دلیل انجام این کار چیست؟

معمولاً وقتی از دانش‌آموزان در این‌باره سؤال می‌شود یا سؤال‌هایی از این دست طرح می‌شود چنین جواب‌هایی را می‌شنویم: «این یک قانون است»؛ «معلم به ما این‌گونه یاد داده است»؛ «راه دیگری ندارد»؛ «نمی‌دانیم»؛ و البته جواب آخر از همه درست‌تر است.

به راستی جواب شما به این سؤال چیست؟

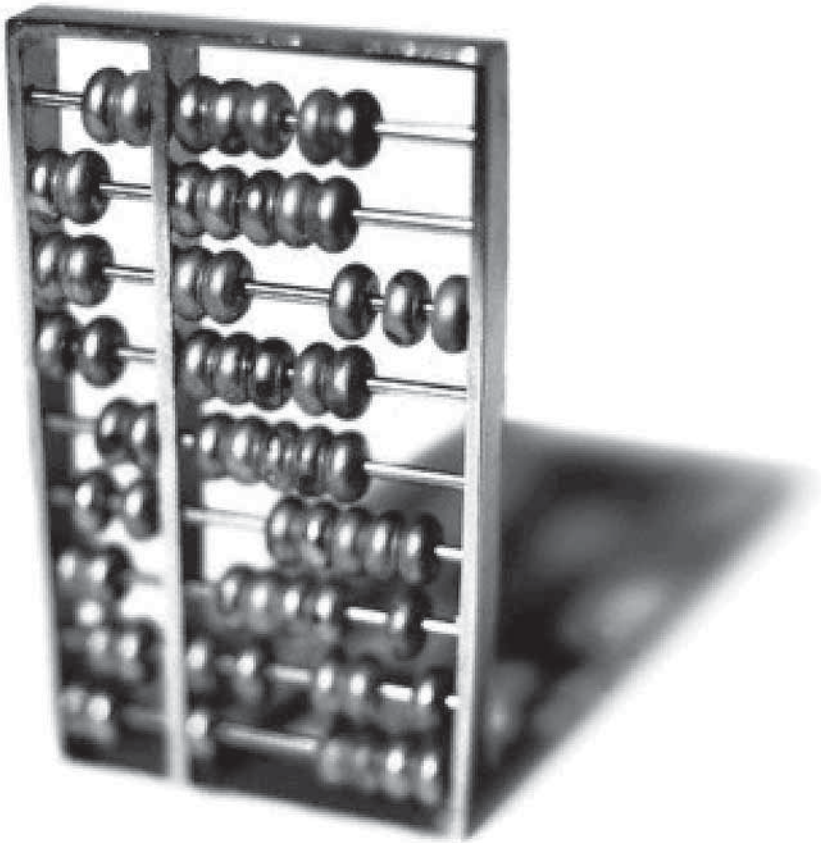
قبل از پاسخ دادن به این سؤال، موضوع زیر را یادآوری می‌کنیم.

$$\frac{a}{b}=a\div b=a\times\frac{۱}{b}$$

اکنون به ساده کردن کسر $\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۵}{۷}}$ با توجه به مفهوم کسر می‌پردازیم:

$$\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۵}{۷}}=\frac{۲}{۳}\div\frac{۵}{۷}=\frac{۲}{۳}\times\frac{۷}{۵}=\frac{۲\times۷}{۳\times۵}$$

به سخن دیگر متوجه می‌شویم که عمل محاسباتی «دور در دور ـ نزدیک در نزدیک» به مفهوم کسر به عنوان «تقسیم دو عدد بر هم» مرتبط می‌شود.

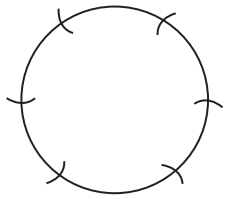


حسن احمدی

روشی دیگر برای رسم یک شش‌ضلعی منتظم

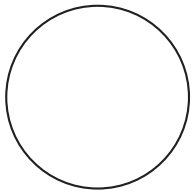
کلیدواژه‌ها: شش‌ضلعی منتظم، دایره، کمان، قطر دایره، پاره‌خط

احتمالاً همهٔ شما می‌دانید که چگونه می‌توان یک شش‌ضلعی منتظم رسم کرد. بلی؛ یک دایره می‌کشیم و روی آن به وسیلهٔ پرگار کمان هایی که وتر آنها برابر با شعاع دایره است پشت سر هم جدا می‌کنیم؛ سپس نقاط حاصل را به هم وصل می‌کنیم. (شکل زیر را کامل کنید)

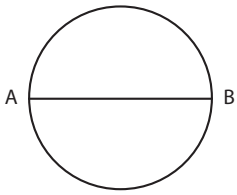


روش زیر، روش دیگری است که آقای پارسا ناظری، دانش‌آموز اول راهنمایی آن را ابداع کرده است. بیایید درستی آن را بررسی کنیم.

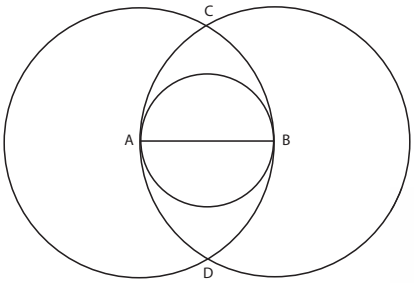
ـ یک دایره رسم می‌کنیم؛



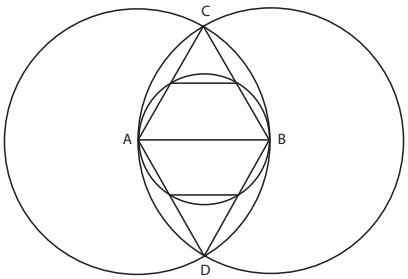
ـ قطر دایره (AB) را می‌کشیم.



از نقاط A و B دو دایره به شعاع‌های AB و BA می‌زنیم و محل‌های تقاطع دو دایره را C و D می‌نامیم.



از C به A و B وصل می‌کنیم و نقاط تقاطع (پاره‌خط‌ها و دایره) را M و K می‌نامیم. اگر همین کار را در مورد نقطهٔ D انجام دهیم نقاط N و L به دست می‌آید و شش‌ضلعی AKMBNL منتظم است. از آن لذت ببرید.



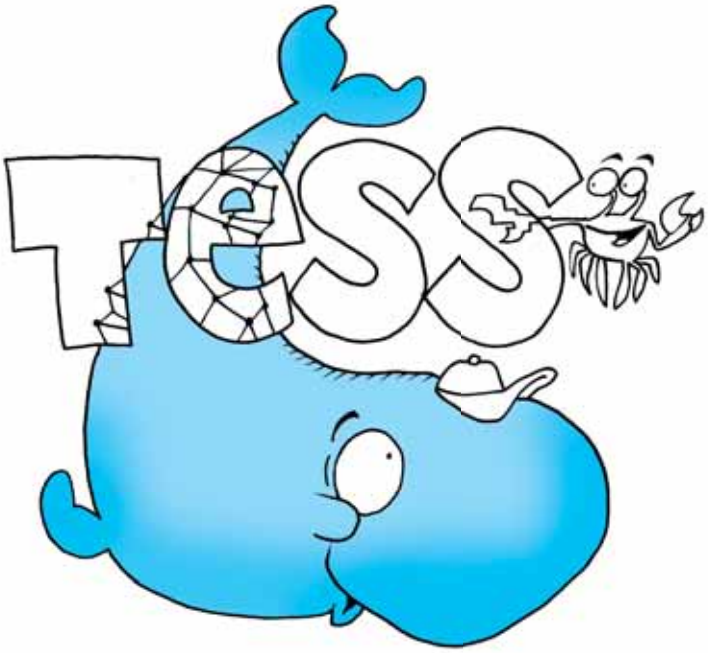
به صفحهٔ ۳۷ مراجعه کنید.

نرم‌افزار Tess

علی مبین

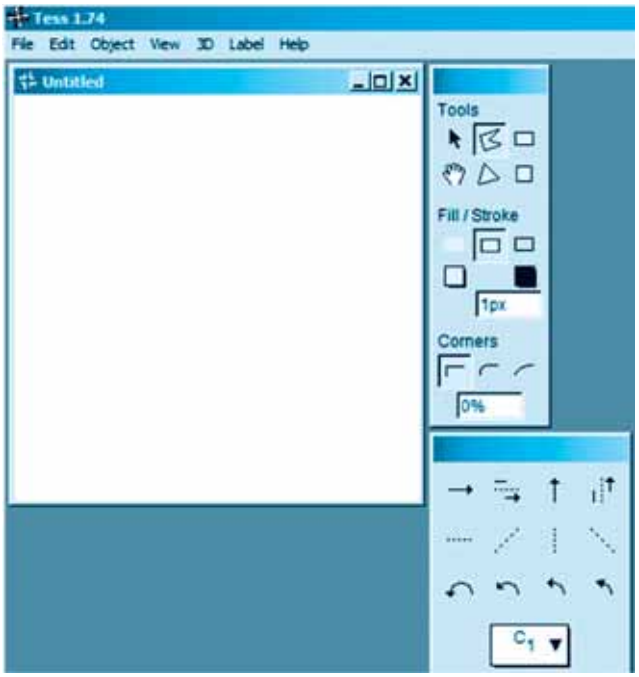
کلیدواژه‌ها: هندسهٔ دوبعدی، هندسهٔ سه‌بعدی، نرم‌افزار Tess، کاشی‌کاری، تقارن محوری، تقارن مرکزی

چندی پیش یکی از مخاطبان فعال مجلهٔ برهان راهنمایی، آقای سید فرهاد مدرسی از بیرجند نرم‌افزاری را برای معرفی در یکی از شماره‌های مجله پیشنهاد کرد که ضمن تشکر از وی به معرفی اجمالی این نرم‌افزار در قالب یک فعالیت گام به گام می‌پردازیم.



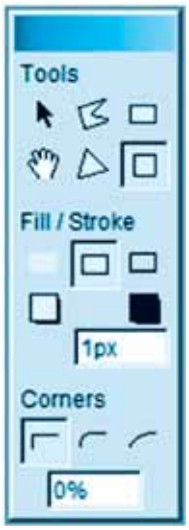
نام این نرم افزار Tess است که به واژهٔ Tessellation به معنای کاشی‌کاری اشاره دارد.

برای شروع، به سایت مجله مراجعه و نسخهٔ رایگان نرم‌افزار Tess را دانلود کنید. در نسخهٔ رایگان همهٔ امکانات نرم‌افزار به جز امکان ذخیره‌سازی (save) وجود دارد.



فعالیت را آغاز کنید. هدف از انجام این فعالیت طراحی یک نوعی کاشی‌کاری متشکل از کاشی‌های تکرارشونده با استفاده از ابزارها و امکانات نرم‌افزار Tess است.

گام اول، طراحی پایهٔ طرح:



با استفاده از ابزارهای رسم، پایهٔ طرحتان را رسم کنید.

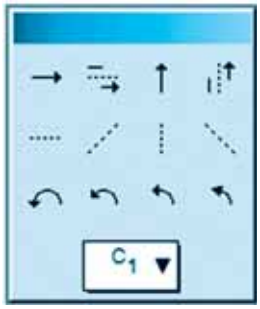
این ابزارها به شما امکان رسم چند ضلعی‌های دلخواه، مستطیل‌های قائم یا غیر قائم و مثلث متساوی‌الاضلاع را می‌دهند. همچنین با اضافه کردن انحنای گوشه‌های شکل در قسمت Corners می‌توانید به جای مستطیل و مربع، بیضی و دایره رسم کنید. برای این منظور کافی است بیشترین انحنای ممکن برای گوشه‌ها یعنی ۱۰۰ درصد را انتخاب کنید.

انتخاب مدل رسم شدن چند ضلعی (توپر، تو خالی و یا بدون دور) همچنین رنگ و ضخامت محیط آن و رنگ داخل آن در قسمت Fill/Stroke امکان‌پذیر است.

برای تغییر، حرکت دادن یا پاک کردن یک چندضلعی می‌توانید با استفاده از ابزار ↖ آن را انتخاب کنید. برای حرکت دادن کل شکل هم می‌توانید از ابزار ✋ استفاده کنید.

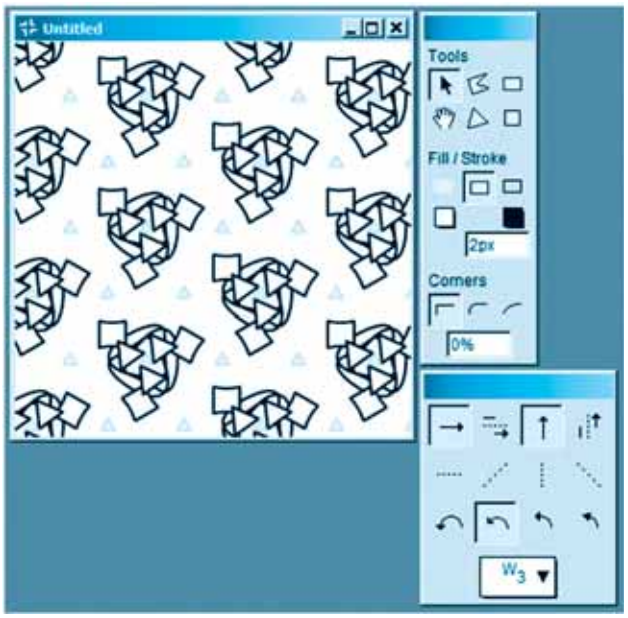
با ابزارها کار کنید و یک قسمت از صفحهٔ سفید را با پایهٔ طرح پر کنید.

گام دوم، تکرار پایهٔ طرح:



با استفاده از ابزارهای انتقال (سطر اول در شکل روبه‌رو)، تقارن محوری (سطر دوم در شکل روبه‌رو) و تقارن مرکزی (سطر سوم در شکل روبرو) می‌توانید پایهٔ طرح را به شکل‌های مختلف تکرار کنید.

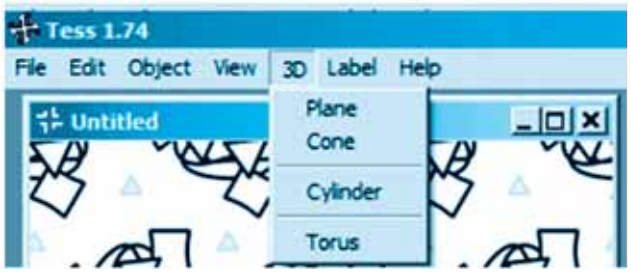
مثلا شکل زیر از تکرار پایهٔ طرح که در بالا رسم شده بود، به دست آمده است:



به خواندن بسنده نکنید؛ دست به کار شوید و با استفاده از نرم‌افزار Tess طرح‌های زیبا و متنوعی رسم کنید و اگر دوست داشتید برای مجله هم بفرستید.

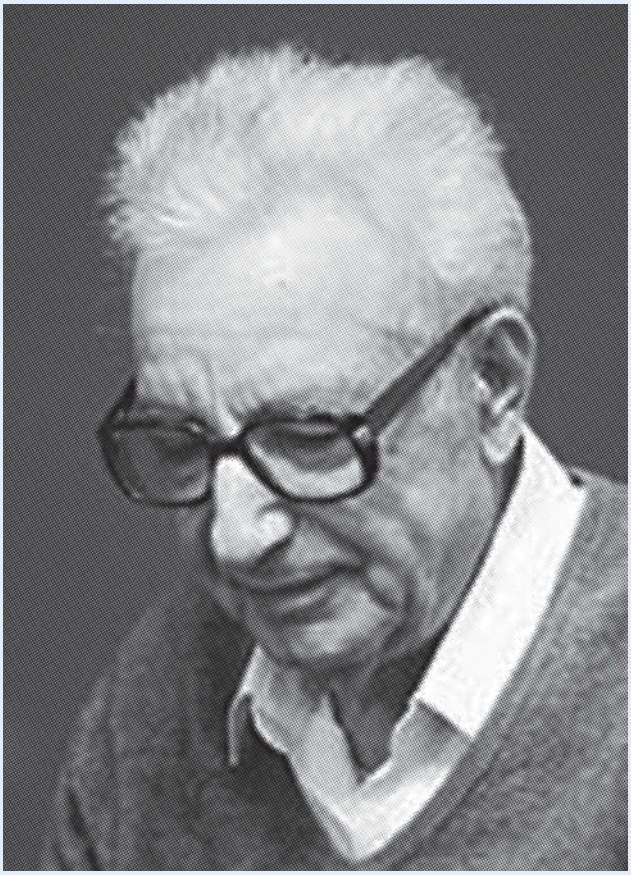
گام سوم، اجرای طرح به صورت سه بعدی

با انتخاب 3D می‌توانید طرحتان را به صورت سه‌بعدی هم اجرا کنید و با حرکت دادن نشانهٔ ماوس روی شکل سه‌بعدی آن را بچرخانید!



ایـن نرم‌افزار امکانات دیگری هم دارد که شـما می‌توانید آن‌ها را کشف کنید و از آنها لذت ببرید.

به یاد استاد



راه رفتن روی مسیر مستقیم با چشمان بسته

زهره پندی

باید تا ته کوچه می‌رفتم. کوچه‌ای بلند و باریک.

از صبح چند تا پیامک رسیده بود؛ هم خبر، هم تسلیت و هم یادنامه.

چشم‌هایم را بستم و سعی کردم روی یک خط مسـتقیم تا آخر کوچه بروم. وقتی احسـاس کردم می‌خواهم به دیوار بخورم، چشـم‌هایم را باز کردم. باز هم صاف نرفته بودم.

ایـن یکی از اولیـن چیزهایی بود کـه از آقای شهریاری یاد گرفته بودم.

ایـن که **وقتی با چشـم بسـته می‌خواهی یک مسیر مستقیم را طی کنی، به خاطر عدم تقـارن، بدن ناخودآگاه یک مسـیر دایره‌ای با شعاعی بزرگ را طی خواهد کرد.**

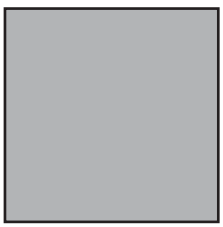
روحش شاد، یادش گرامی

اندازه‌گیری با ماشین‌حساب به جای خط‌کش!

آمنه ابراهیم‌زاده طاری

کلیدواژه‌ها: ماشین‌حساب، مساحت، مربع، اندازه‌گیری، خط‌کش

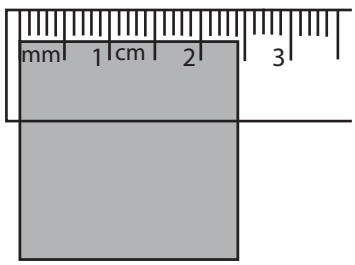
شکل زیر مربع است. با استفاده از خط‌کش درمی‌یابیم که طول ضلع آن، ۲/۸ سانتی‌متر است.



حالا من به شما می‌گویم که این مربع را طوری رسم کرده‌ام که مساحت آن، **دقیقاً** ۸ سانتی‌متر مربع است.

آیا به نظر شما طول ضلع مربع همان ۲/۸ سانتی‌متر است؟ مطمئنم که نه! چون اگر طول ضلع مربع ۲/۸ سانتی‌متر باشد، باید مساحتش ۲/۸ × ۲/۸ سانتی‌متر مربع باشد که می‌شود ۷/۸۴ سانتی‌متر مربع!

بیایید دوباره به عددی که خط‌کش نشان می‌دهد نگاهی بیندازیم:



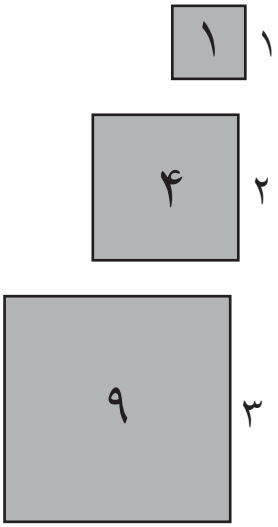
اگر دوباره با استفاده از خط‌کش با دقت بیشتری طول

ضلع را اندازه بگیریم، می‌بینیم که خط‌کش عددی بین ۲/۸ و ۲/۹ نشان می‌دهد. اکنون که مساحت دقیق مربع را می‌دانیم، آیا خط‌کش می‌تواند به ما کمک کند ضلع مربع را دقیق‌تر اندازه بگیریم یا برای اندازه‌گیری باید به دنبال وسیله‌ای دیگر باشیم؟ پیشنهاد من استفاده از ماشین‌حساب است! چه‌طور؟ در ادامه معلوم می‌شود!

ما می‌توانیم به جای اینکه طول ضلع مربع را با خط‌کش اندازه بگیریم، با ماشین‌حساب‌هایمان دنبال عددی بگردیم که وقتی در خودش ضرب شود، برابر ۸ بشود (یا خیلی خیلی نزدیک ۸ باشد). اگر ماشین‌حسابی داشته باشیم که دکمهٔ $\sqrt{\ }$ داشته باشد، کافی است ابتدا عدد ۸ و سپس دکمهٔ $\sqrt{\ }$ را فشار دهیم. عددی که ماشین‌حساب نشان می‌دهد، **تقریباً** برابر طول ضلع این مربع است؛ یعنی اگر عددی را که ماشین‌حساب نمایش می‌دهد، در خودش ضرب کنیم، عددی به دست می‌آید که خیلی خیلی نزدیک به ۸ است. پس با این کار توانسته‌ایم عددی به دست بیاوریم که خیلی خیلی به طول ضلع مربع نزدیک است.

حا اگر ماشین‌حسابمان خیلی معمولی بود و دکمهٔ $\sqrt{\ }$ نداشت، چه؟ آیا باز هم می‌توانیم از آن برای پیدا کردن طول ضلع مربع کمک بگیریم؟ بله!

به مربع‌های زیر نگاه کنید، کنار هر مربع، طول ضلع و داخلش، مساحت آن نوشته شده است.



همان‌طور که خودتان هم می‌دانستید، هرچه طول ضلع مربعی بیشتر باشد، مساحت مربع بیشتر می‌شود.

مربعی داریم که مساحتش ۸ است و به دنبال طول ضلع این مربع می‌گردیم.

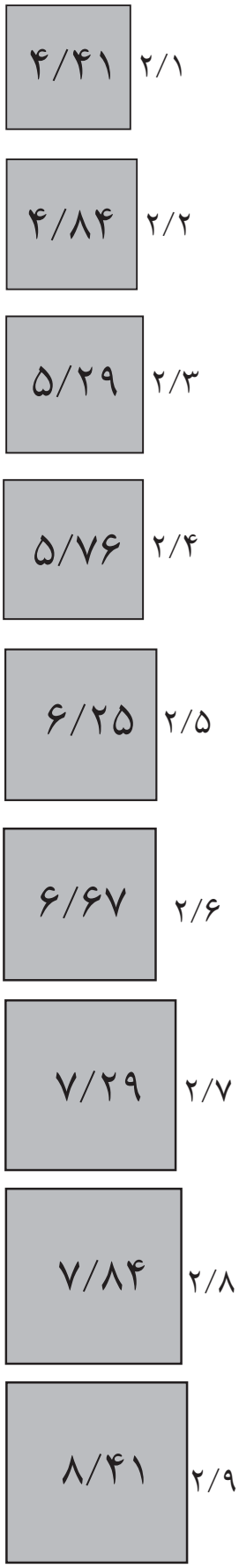
مساحت مربع ما از ۴ بیشتر است، پس طول ضلع آن، از طول ضلع مربعی به مساحت ۴ بیشتر است.

مساحت مربع ما از ۹ کمتر است، پس طول ضلع آن، از طول ضلع مربعی به مساحت ۹ کمتر است.

از دو نکتهٔ بالا متوجه می‌شویم که طول ضلع مربع عددی است که از ۲ بیشتر و از ۳ کمتر است.

حالا بیایید طول ضلع مربع را دقیق‌تر پیدا کنیم. به مربع‌های زیر نگاه کنید. شبیه همان استدلالی را که دربارهٔ شکل‌های بالا کردیم، در مورد این شکل‌ها تکرار می‌کنیم. کنار هر مربع، طول ضلعش و داخلش، مساحتش نوشته شده است.

این بار با همان استدلال به این نتیجه می‌رسیم که طول ضلع مربع عددی است بین ۲/۸ و ۲/۹. پس اولین رقم اعشار طول ضلع مربع، رقم ۸



است. البته این اطلاعات را با خط‌کش هم به دست آورده بودیم! حالا می‌خواهیم طول ضلع مربع را تا دو رقم اعشار به دست بیاوریم؛ کاری که با خط‌کش‌هایمان نمی‌توانستیم انجام بدهیم. حالا ماشین‌حساب‌هایتان را بردارید و به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

تمرین ۱.

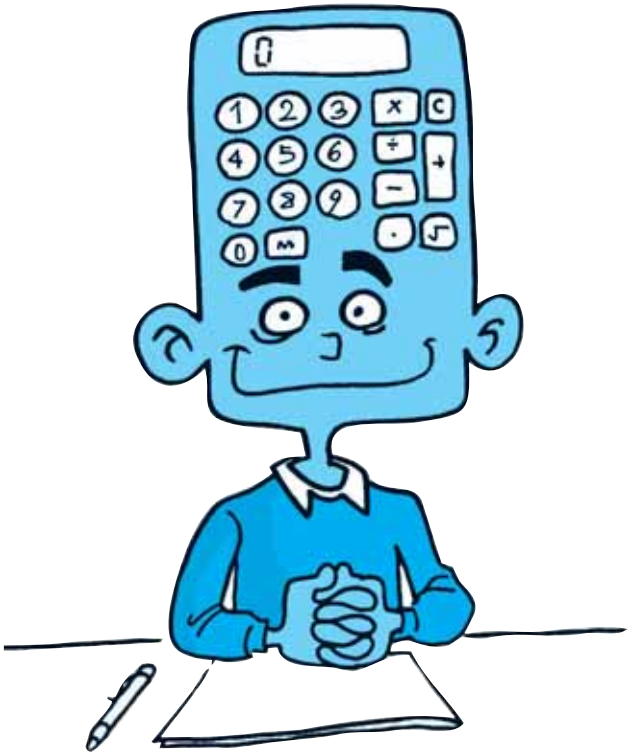
آیا طول ضلع مربع ما از ۲/۸۱ بیشتر است؟ از ۲/۸۴ چه‌طور؟

تمرین ۲.

آیا ممکن است دومین رقم بعد از ممیز طول ضلع مربع، برابر ۳ باشد؟ چرا؟

تمرین ۳.

حالا که اندازه‌گیری طول با ماشین‌حساب را یاد گرفته‌اید، طول ضلع مربعی به مساحت ۸ سانتی‌متر مربع را تا ۴ رقم بعد از ممیز به دست بیاورید.



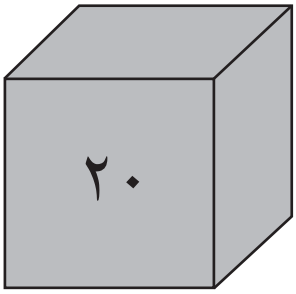
● هرچه طول ضلع مربعی بیشتر باشد، مساحت مربع بیشتر می‌شود

تمرین ۴.

با ماشین‌حسابی معمولی (که دکمهٔ $\sqrt{\ }$ ندارد)، طول ضلع مربعی را به دست بیاورید که مساحت آن ۱۲ سانتی‌متر مربع باشد. این کار را تا ۴ رقم بعد از ممیز ادامه دهید.

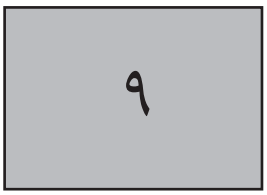
مسئله ۱.

حجم مکعبی برابر ۲۰ سانتی‌متر مکعب است. با روشی مشابه روش بالا و با استفاده از ماشین‌حسابی معمولی، طول ضلع آن را تا ۴ رقم بعد از ممیز به دست بیاورید.



مسئله ۲.

در مستطیل زیر طول یکی از اضلاع، ۱ سانتی‌متر از طول ضلع دیگر بیشتر است. می‌دانیم مساحت این مستطیل ۹ سانتی‌متر مربع است. آیا می‌توانید با روشی مشابه آنچه در بالا گفته شد، طول ضلع کوچک‌تر را به دست بیاورید و همراه راه‌حل به نشانی مجلهٔ برهان بفرستید.

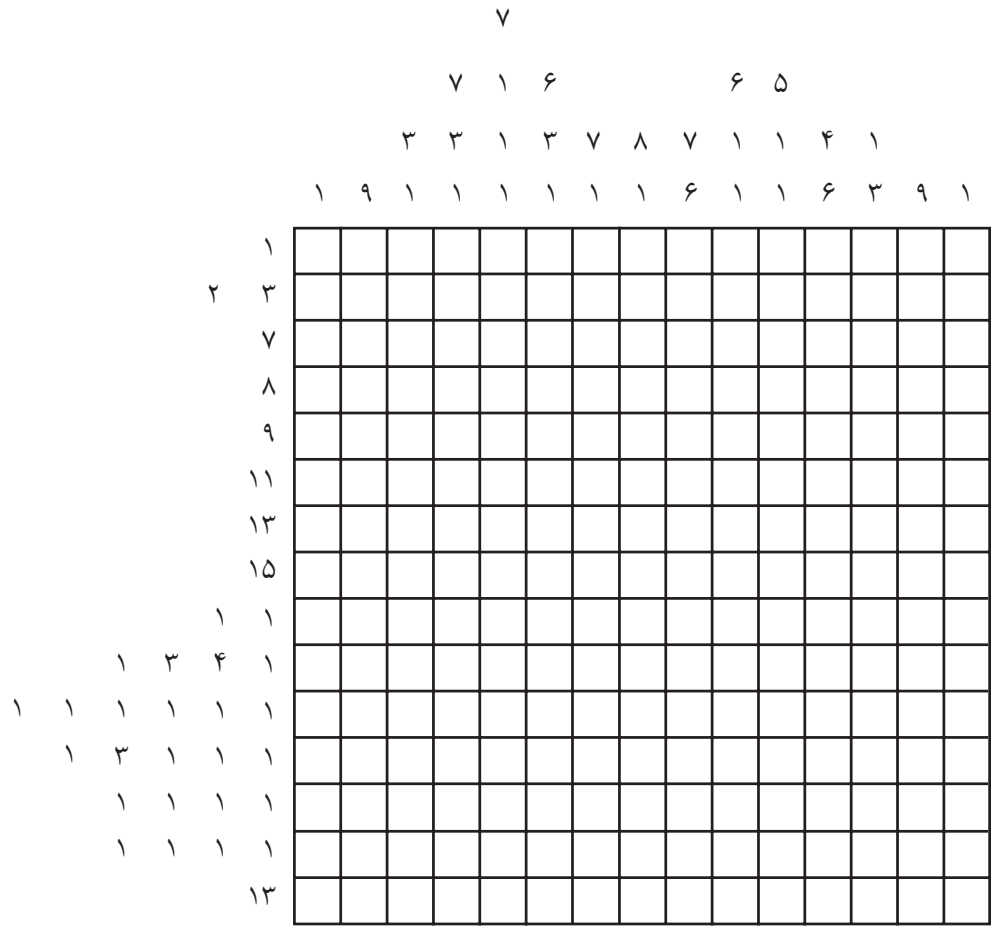


نقاشی با اعداد
نونوگرام

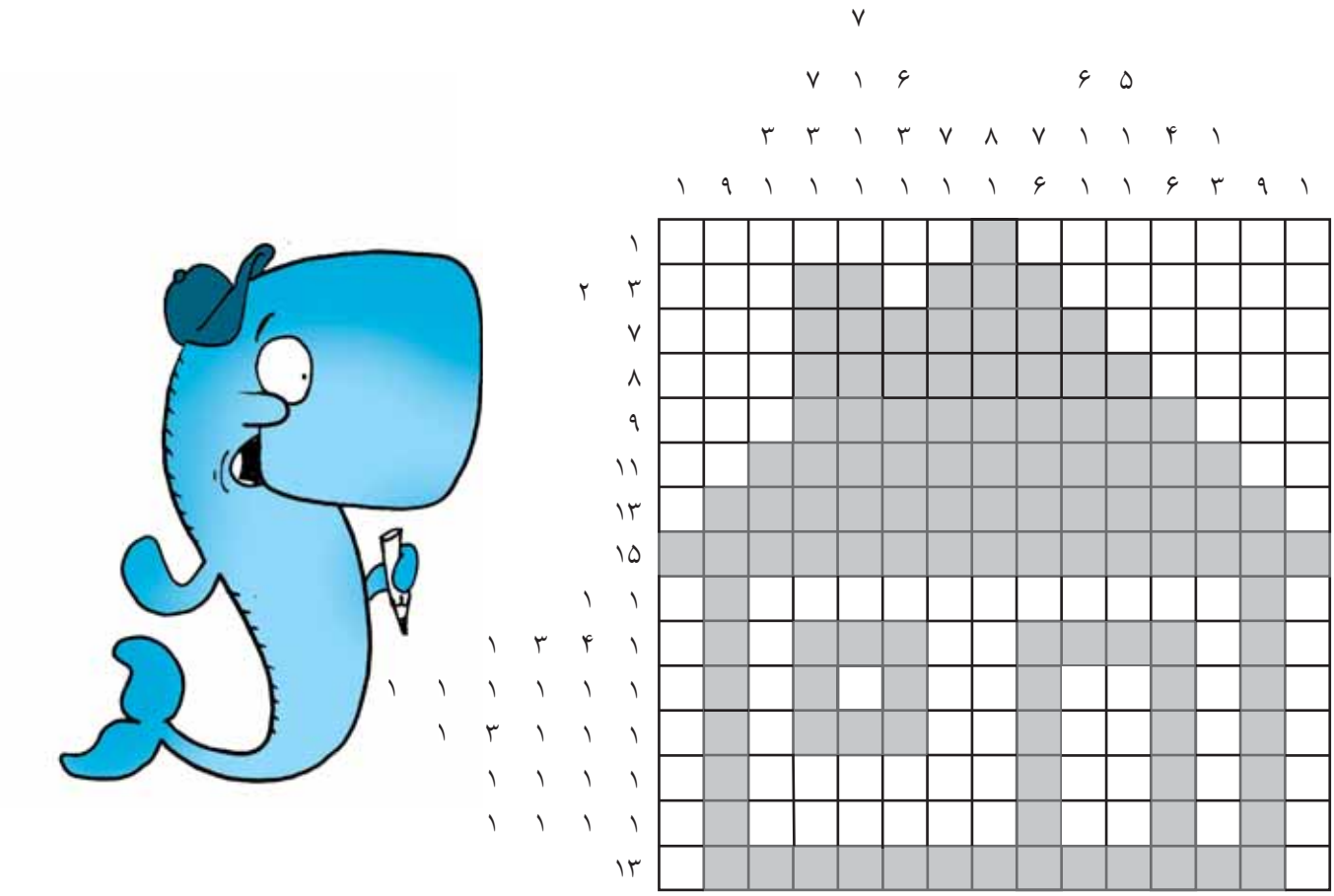
آمنه ابراهیم‌زاده طاری، بهزاد اسلامی مسلّم

کلیدواژه‌ها: نونوگرام، جدول، شکل، اعداد

در جدول زیر، شکلی پنهان شده است! اعدادی که دور جدول می‌بینید به شما برای پیدا کردن شکل کمک می‌کنند.



در کنار هر سطر و در بالای هر ستون، یک یا چند عدد نوشته شده که مشخص می‌کنند در آن سطر یا ستون، خانه‌های سیاه چگونه قرار گرفته‌اند، چگونه؟ بگذارید با مثالی توضیح بدهیم. شکل پنهان در جدول بالا این است:



در کنار سطری، عدد ۱۳ نوشته شده است. یعنی در آن سطر، ۱۳تا خانهٔ سیاه به‌هم‌چسبیده وجود دارد:

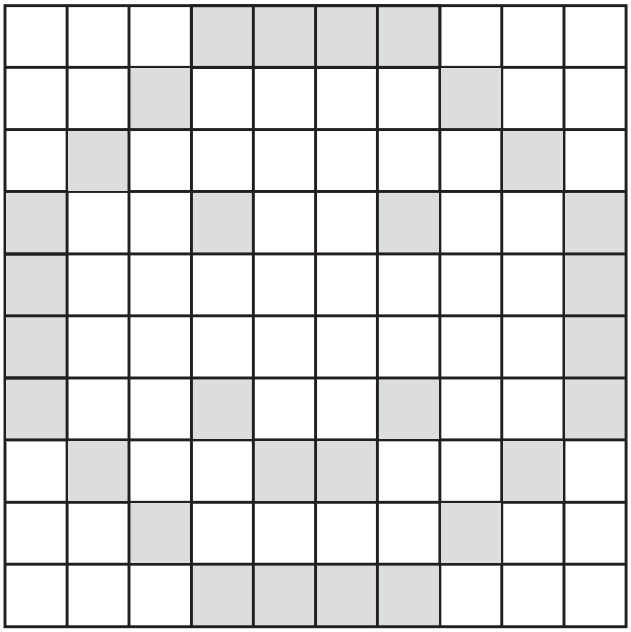
در سطری دیگر عددهای ۱، ۴، ۳، ۱ نوشته شده‌اند. معنای این عددها این است که در این سطر از چپ به راست، ۱ خانهٔ سیاه تکی، ۳ خانهٔ سیاه به‌هم‌چسبیده، ۴ خانهٔ سیاه به‌هم‌چسبیده، و ۱ خانهٔ سیاه تکی دیگر وجود دارند، و البته بین این چهار دستهٔ خانه‌های سیاه، فاصله وجود دارد (یعنی یک یا چند خانهٔ سفید بین آنها قرار گرفته است).

دربارهٔ ستون‌ها هم وضعیت همین‌طور است. در ستونی از جدول، عددهای ۷ و ۶ از بالا به پایین آمده‌اند. یعنی در آن ستون از بالا به پایین، ۷ خانهٔ سیاه به‌هم‌چسبیده و ۶ خانهٔ سیاه به‌هم‌چسبیدهٔ دیگر قرار گرفته‌اند. نتیجه را می‌توانید در شکل بالا ببینید.

این نوع معماها را «نونوگِرام» می‌نامند. داستان این نام‌گذاری چنین است که در سال ۱۹۸۷، طراحی ژاپنی به نام «نون ایشیدا» در مسابقه‌ای هنری برندهٔ جایزه‌ای شد. اثر هنری او، طرحی بود که با روشن کردن بعضی از چراغ‌های ساختمانی

بسیار بلند ایجاد شده بود؛ چیزی مثل شکل خانه‌ای که دیدید. کلمهٔ نونوگرام از ترکیب نام کوچک طراح یعنی نون و پسوند «گرام» به معنی کشیدن ساخته شده است. ناگفته نماند که بسیاری هم این معما را به این نام نمی‌شناسند. نونوگرام با بیش از ۲۰ نام شناخته می‌شود!

در هر نونوگرام، ابتدا تمام خانه‌های جدول خالی است و ما باید با استفاده از عددهایی که در کنار و بالای جدول نوشته شده‌اند، همهٔ خانه‌های سیاه را بیابیم تا شکل پنهان‌شده در جدول را آشکار کنیم.



تمرین ۱.

مشابه جدول بالا، با توجه به خانه‌های پرشدهٔ جدول رو به‌رو، اعداد کنار و بالای نونوگرام زیر را بنویسید.

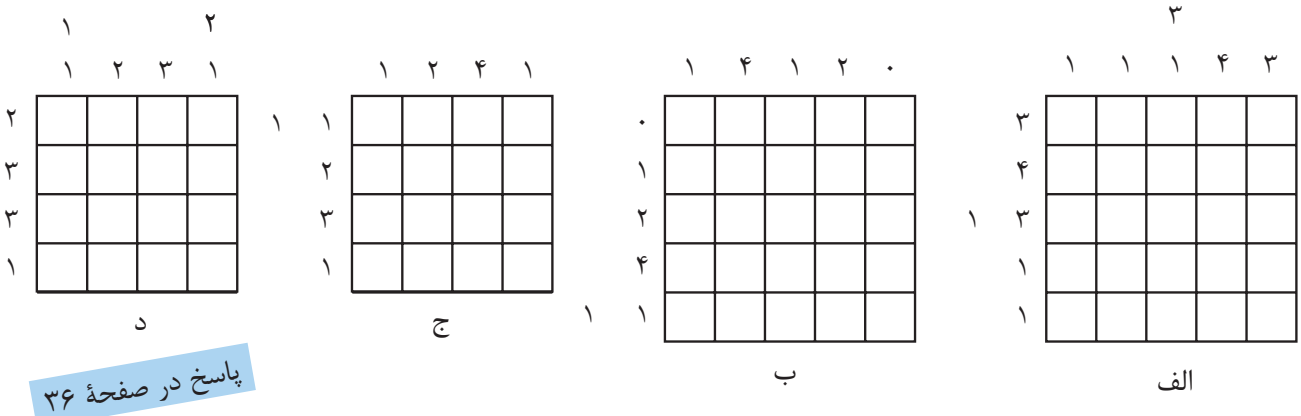
منظور از حل نونوگرام، سیاه کردن همهٔ خانه‌هایی است که قطعاً سیاه‌اند، اما خوب است که خانه‌هایی را هم که مطمئنیم نباید رنگ شوند، علامت بزنیم تا معما را آسان‌تر حل کنیم؛ مثلاً می‌توانیم داخل این خانه‌ها نقطه‌ای کوچک بگذاریم.

نونوگرام‌ها در اندازه‌های مختلف طراحی می‌شوند. برای اینکه دستمان در حل نونوگرام گرم شود، می‌توانیم چند نونوگرام کوچک حل کنیم:

تمرین ۲.

نونوگرام‌های زیر را حل کنید (پاسخ‌ها در انتهای مقاله آمده‌اند). حتماً خودتان می‌دانید که خوب است در ابتدا، سطر یا ستونی را انتخاب کنید که بتوانید خانه‌های زیادی از آنها را با اطمینان سیاه کنید یا خالی بگذارید.

اگر حل دو نونوگرام ج و د برایتان سخت است، بعد از حل الف و ب، تمرین ۳ را حل کنید و بعد به حل آنها بپردازید.



پاسخ در صفحهٔ ۳۶

تمرین ۳.

			۳	۴	۱				
۹	۷	۶	۴	۱					

در نونوگرام ۱۰×۱۰ زیر، عددهای مربوط به چند ستون‌های جدول مشخص شده‌اند: در این ستون‌ها، هر خانه‌ای را که حتم دارید سیاه است، سیاه کنید و در هر خانه‌ای که حتم دارید نباید سیاه شود، نقطه‌ای بگذارید.

(راهنمایی: در ستون اول دقیقاً ۸تا، در ستون دوم دقیقاً ۴تا، در ستون سوم دقیقاً ۹تا، و در ستون چهارم دقیقاً ۶تا از خانه‌ها را می‌توانید با اطمینان سیاه کنید).

تمرین ۴.

در نونوگرام ۱۵×۱۵ زیر، عددهای مربوط به چندتا از سطرهای جدول مشخص شده‌اند و نیز در خانه‌هایی نقطه گذاشته شده است، به این معنی که آن خانه‌ها امکان ندارد سیاه باشند

														۱۴
														۷
														۸
													۵	۵
												۴	۷	۲
												۴	۴	۳
													۱	۱۳
										۲	۲	۲	۲	۳
•						•					•	۴	۳	۲
	•				•		•			•	•	۲	۲	۱
		•			•	•	•							۵

در این یازده سطر، هر خانه‌ای را که حتم دارید سیاه است، سیاه کنید و در هر خانه‌ای که حتم دارید نباید سیاه شود نقطه‌ای بگذارید.

در انتهای مقاله، چند نونوگرام می‌بینید که می‌توانید از حلشان لذت ببرید! اگر بازهم نونوگرام می‌خواهید، می‌توانید به وب‌گاه http://www.sudoku-puzzles.net بروید و هر تعداد نونوگرام کوچک، متوسط و بزرگ که بخواهید، حل کنید، یا حتی با دریافت و چاپ آنها به حلشان مشغول شوید. ما بیشتر نونوگرام‌های این مقاله را از این وب‌گاه برداشته‌ایم.

مسئله‌ها پاسخ مسئله‌های ۱ و ۲ را به نشانی برهان بفرستید.

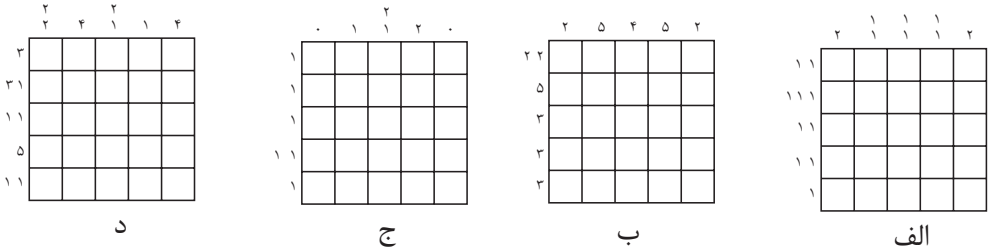
۱. اعداد دور یک جدول ۵×۵ را طوری بنویسید که اگر نونوگرام را یک بار من حل کنم و یک بار شما حل کنید، ممکن باشد شکل‌هایمان با هم فرق کند!

۲. ثابت کنید در هر نونوگرام، حاصل‌جمع اعداد بالای نونوگرام برابر است با حاصل‌جمع اعداد کنار آن (مثلاً در تمرین ۲ در نونوگرام الف، هردوی این حاصل‌جمع‌ها برابرند با ۸).

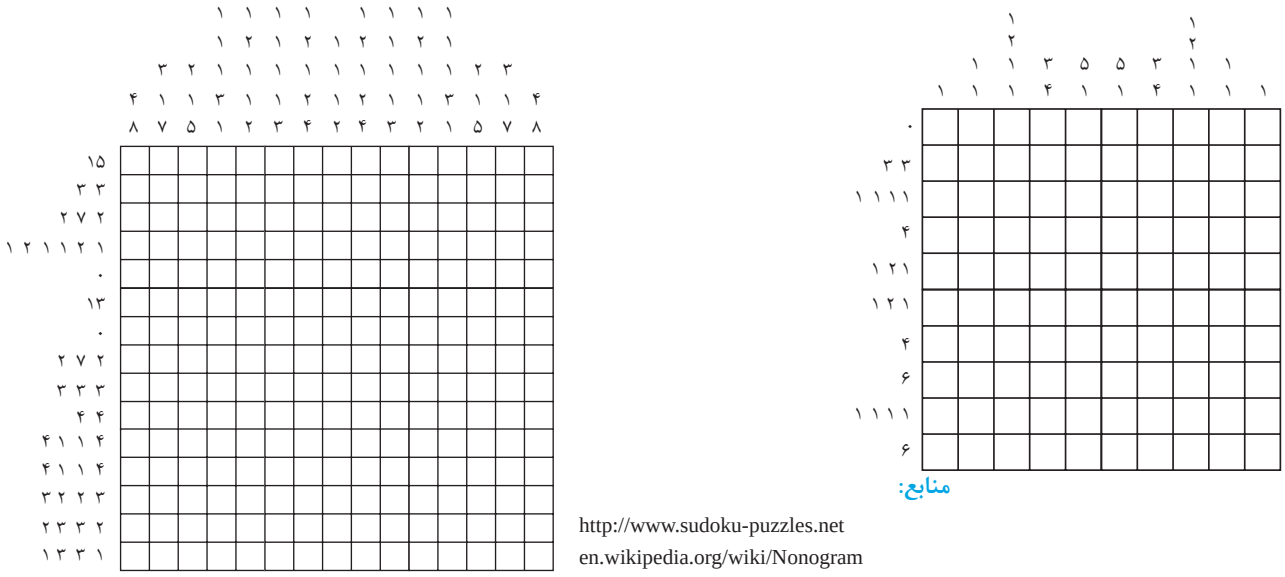
۳. دور یک جدول ۵×۵ اعدادی بنویسید که با آنها هیچ نونوگرامی به دست نیاید؛ یعنی هیچ شکلی نباشد که اعداد آن با اعدادی که نوشته‌اید، برابر باشد.

۴. آیا در مسئلهٔ ۳، از مسئلهٔ ۲ استفاده کرده‌اید (یعنی حاصل‌جمع اعداد بالا و حاصل‌جمع اعداد کنار، در مثال شما برابر نیستند)؟ اگر پاسخ مثبت است، مثالی برای مسئلهٔ ۳ بزنید که در آن این دو حاصل‌جمع برابر باشند.

نونوگرام‌ها



الف ب ج د



منابع:

http://www.sudoku-puzzles.net

en.wikipedia.org/wiki/Nonogram

قدردان استاد

بهزاد اسلامی مسلّم

به یاد استاد

دانش‌آموز که بودم استاد شهریاری را تقریباً نمی‌شناختم، اما می‌دیدم که همواره در صفحهٔ اول مجلهٔ برهان، از «کمک‌های ارزندهٔ» ایشان تشکر می‌کنند. اگر درست به یاد داشته باشم، اولین مقاله‌ای هم که در برهان راهنمایی خواندم ـ وقتی دانش‌آموز همین دوره بودم ـ نوشتهٔ ایشان بود.

حالا که این را می‌نویسم، دیگر سال‌هاست می‌دانم که چرا دست‌اندرکاران برهان و بسیار و بسیاری دیگر، چنین سپاسگزار و قدردان استاد شهریاری بوده‌اند و هستند. سوگوارم. روحشان شاد.

هیداتو؛ پازل از نوعی دیگر

زهره پندی

کلیدواژه‌ها: پازل، هیداتو

در خانه‌های یک پازل هیداتو اعداد طبیعی طوری چیده می‌شـوند که هر دو عدد متوالی به صورت افقی، عمودی یا مورّب در خانه‌های کنار هم قرار گیرند. در اینجا یک نمونه از این پازل و حل آن را می‌بینید:

۱			۲۳		
۱۱		۳			۱۸
	۱۳				
				۲۶	
۸			۱۵		۳۰
		۳۶			۳۱

۱	۲	۲۲	۲۳	۲۰	۱۹
۱۱	۱۲	۳	۲۱	۲۴	۱۸
۱۰	۱۳	۴	۲۵	۱۷	۲۷
۹	۵	۱۴	۱۶	۲۶	۲۸
۸	۶	۳۴	۱۵	۲۹	۳۰
۷	۳۵	۳۶	۳۳	۳۲	۳۱

معمولا پازل هیداتو در جدول مربعی شکل طرح می‌شود؛ اما پازل‌های هیداتوی غیر مربعی هم وجود دارند! هر پازل هیداتو فقط یک حل دارد

		۲۳		۲۵	
۲۱	۲۸		۲۶	۳	
	۲۳			۱	۸
۱۹	۳۰	۵		۷	
	۱۸	۱۴		۱۰	
		۱۵		۱۲	

پازل ۱

	۴		۳۶		
		۱			۳۲
	۷	۴۵	۳۹		۲۸
	۱۰				۴۱	۲۷
۱۲	۱۱			۴۲		
		۴۸				
	۴۹		۱۹	۱۸	۲۴	۲۳

پازل ۲

۱۲		۱۶			
	۹	۱۴		۱۸	
	۸	۳۰		۲۱	
			۲۹		۲۲
۶	۳	۱	۲۵		
				۲۷	

پازل ۳

		۲۲			
	۲۶	۲۳			
۳۳			۲۷	۲۰	۱۷	۱۸
۳۰		۶	۳	۱		
۳۱			۷		۱۴	
	۱۰	۸	۱۳			

پازل ۴

۲۰		۴۳			۴۸	۴۹
	۱۹			۴۵	۴۰	۴۷
	۲۵		۱۵		۴۶	
		۲۴	۳۴			
۲۸	۲۷	۳۳	۱	۵	۱۳	۳۷
				۸	۹	

پازل ۵

		۲۸				
		۳۰		۲۷		
۱		۳۱	۸	۲۴		۲۲
	۳۲		۹		۱۹	
۳۳	۴	۱۱	۶	۱۸		
			۱۲	۱۶		

پازل ۶

منبع این نوشتار، پازل‌های بسیاری از این دست را در سطح‌های مختلف را به صورت رایگان در اختیارتان قرار می‌دهد.

منبع: http://www.mathinenglish.com/Hidato.php

پاسخ در صفحهٔ ۴۵

کی راست میگه؟

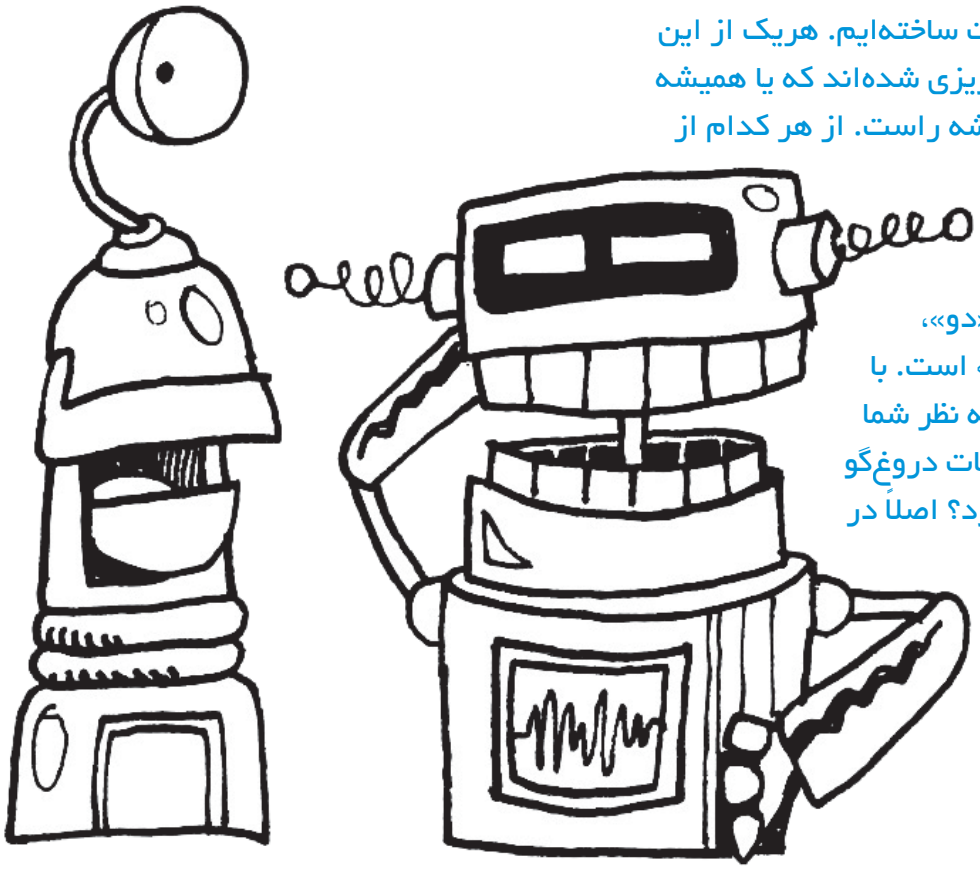
سپیده چمن‌آرا

کلیدواژه‌ها: منطق ریاضی، استدلال، قضاوت، مسائل راست‌گو ـ دروغ‌گو

آیا تاکنون با موقعیتی روبه‌رو شده‌اید که در آن، اطلاعاتی دربارهٔ یک موضوع داشته باشید و مجبور شوید بر اساس آن اطلاعات دربارهٔ آن موضوع قضاوتی کنید یا تصمیمی بگیرید؟ بگذارید برای این‌که منظورم را بهتر بیان کنم، یک مثال بزنم. مثال زیر یک موقعیت فرضی است ولی برای شروع بد نیست!

بگذارید با هم پیش برویم: جدول زیر و جدول‌هایی که به تدریج تکمیل خواهیم کرد، خلاصه‌ای از اطلاعات موجود و قضاوت‌های ما را در هر وضعیت نشان می‌دهند. در شروع هنوز نمی‌دانیم کدام روبات راست‌گو و کدام‌یک دروغ‌گوست.

فرض کنید پنج روبات ساخته‌ایم. هریک از این پنج روبات طوری برنامه‌ریزی شده‌اند که یا همیشه دروغ می‌گویند یا همیشه راست. از هر کدام از آنها می‌پرسند: «چند نفر دروغ‌گو میان شما هست؟» پاسخ آنها به ترتیب «یک»، «دو»، «سه»، «چهار» و «پنج» است. با توجه به این پاسخ‌ها به نظر شما پاسخ چیست؟ چند روبات دروغ‌گو در این اتاق وجود دارد؟ اصلاً در چنین موقعیتی چگونه می‌توانیم دربارهٔ راست‌گو یا دروغ‌گو بودن این روبات‌ها قضاوت کنیم؟



شمارهٔ روبات	پاسخ روبات	قضاوت ما
۱	یک	؟
۲	دو	؟
۳	سه	؟
۴	چهار	؟
۵	پنج	؟

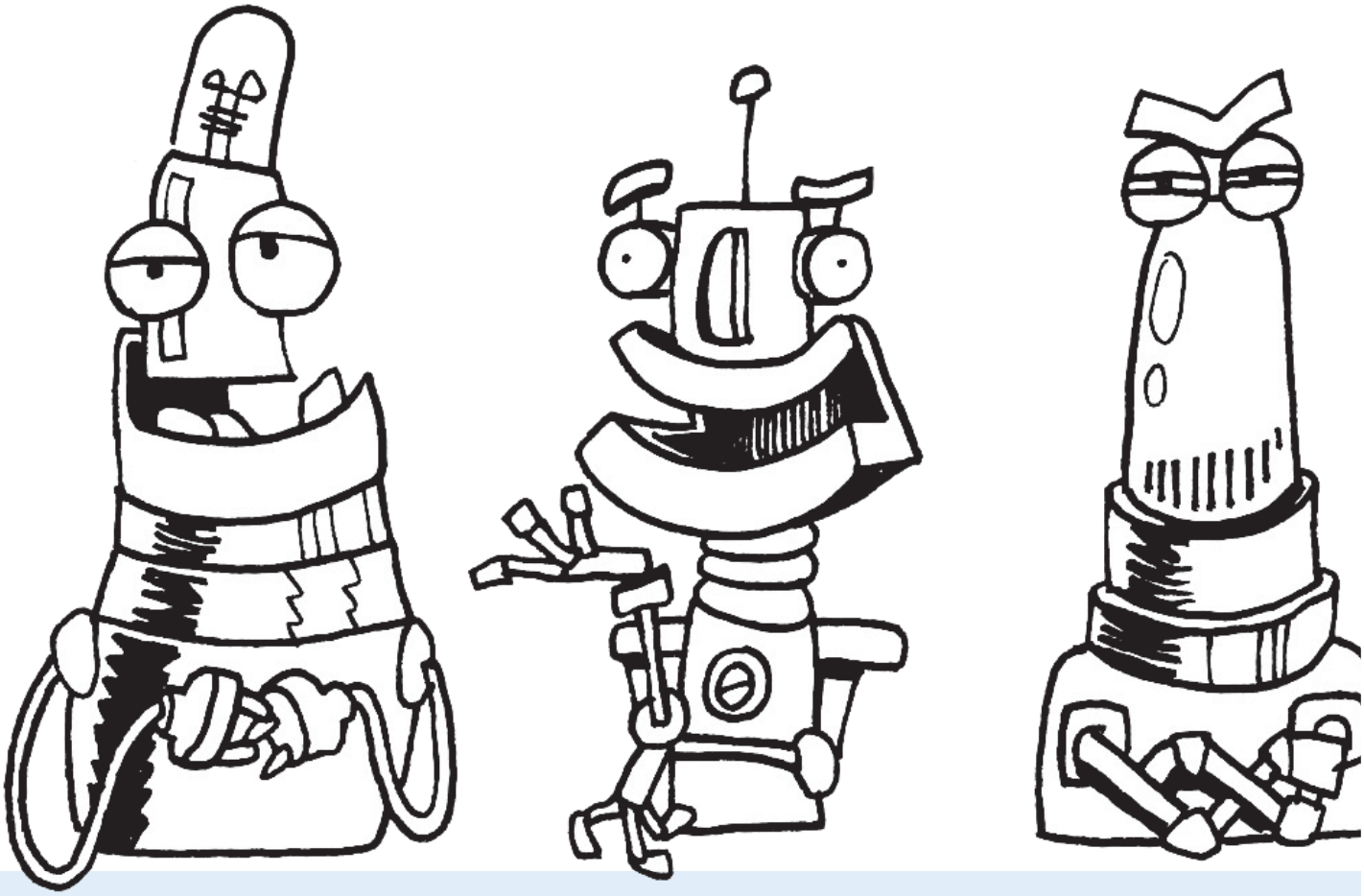
جدول ۱. وضعیت اطلاعـات و قضاوت‌های ما در مورد پنج روبات در شروع حل مسئله

از کجا شـروع کنیم؟ پاسخ پنجمین روبات توجه مرا به خود جلب کرده اسـت: «هر پنج روبات در آن اتاق، دروغ‌گو هستند.» اگر این روبات راسـت گفته باشد، پس خودش هم باید دروغ‌گو باشـد. یعنی این روبات هم راست‌گوسـت و هم دروغ‌گو! چنین چیزی امکان ندارد! (در چنین مواقعی اصطلاحاً می‌گوییم به یک تناقض رسـیده‌ایم. یعنی دو چیز که یکدیگر را نقض می‌کنند). پس روبات شمارهٔ ۵ حتماً دروغ‌گوست.

شمارهٔ روبات	پاسخ روبات	قضاوت ما
۱	یک	؟
۲	دو	؟
۳	سه	؟
۴	چهار	؟
۵	پنج	دروغ‌گو

جـدول ۲. وضعیـت جدید اطلاعات و قضاوت‌هـای ما در مورد پنج روبات

حال اگر به پاسـخ روبات چهارم توجه کنیم، چه اطلاعات جدیدی به دسـت می‌آیـد؟ او می‌گوید: «در ایـن اتاق چهار روبات دروغ‌گو هسـت.» و اگر خودش راسـت‌گو باشد (یعنی راسـت گفته باشد). پس پنج روبات دیگر باید دروغ‌گو باشند. در مـورد روبـات پنجم که شـکّی نداریـم و فهمیدیم که او دروغ‌گوست. اما روبات‌های ۱ و ۲ و ۳ چه؟



اگر روبات شمارهٔ یک راست‌گو بوده باشد فقط یک دروغ‌گو در بین این پنج روبات هست و آن هم روبات شمارهٔ پنج است.

پس سایر روبات‌ها همگی باید راست‌گو باشند، در حالی‌که پاسخ آنها با پاسخ روبات شمارهٔ یک تناقض دارد. (یعنی تعدادی که برای دروغ‌گوها گفته‌اند با هم تفاوت دارد). پس روبات شمارهٔ یک حتماً دروغ‌گوست:

شمارهٔ روبات	پاسخ روبات	قضاوت ما
۱	یک	دروغ‌گو
۲	دو	؟
۳	سه	؟
۴	چهار	راست‌گو
۵	پنج	دروغ‌گو

جدول ۳. وضعیت جدیدتر اطلاعات و قضاوت‌های ما در مورد روبات‌ها

به همین ترتیب، اگر روبات شمارهٔ ۲ راست‌گو باشد فقط دو دروغ‌گو در میان این روبات‌ها هست که شماره‌های ۱ و ۵ هستند و لذا خودش و روبات‌های ۳ و ۴ باید راست‌گو باشند که پاسخ‌های روبات‌های ۳ و ۴ با پاسخ این روبات تناقض دارد. پس روبات شمارهٔ ۲ نمی‌تواند راست‌گو باشد. با همین شیوه، معلوم می‌شود که روبات شماره ۳ نیز نمی‌تواند راست‌گو باشد. یعنی جدول ما کامل شد و تناقضی هم در آن وجود ندارد:

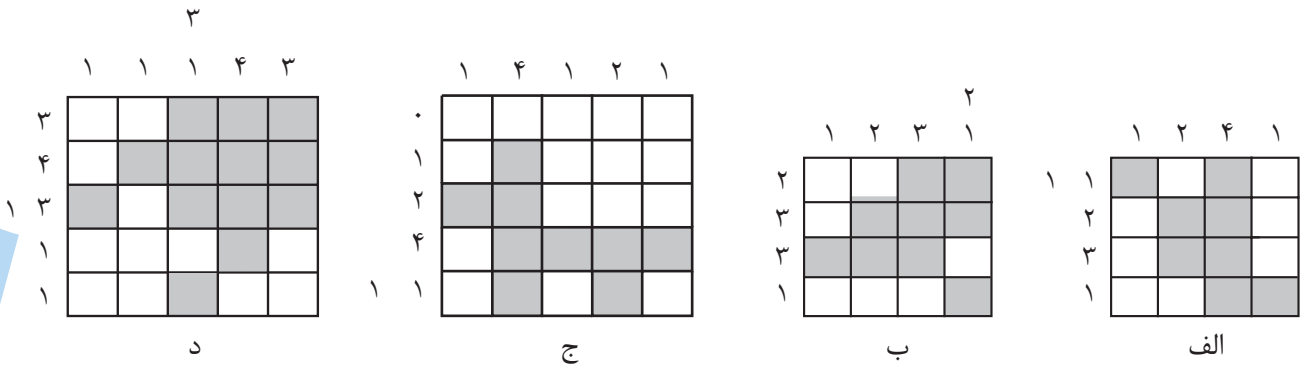
شمارهٔ روبات	پاسخ روبات	قضاوت ما
۱	یک	دروغ‌گو
۲	دو	دروغ‌گو
۳	سه	دروغ‌گو
۴	چهار	راست‌گو
۵	پنج	دروغ‌گو

جدول ۴. وضعیت آخر اطلاعات و قضاوت‌های ما در مورد روبات‌ها.

نمی‌دانم آیا اکنون متوجه منظور من از «قضاوت کردن» و «تصمیم‌گیری» شده‌اید؟ فرایندی که برای حل مسئلهٔ بالا طی شد ماهیت استدلالی داشت؛ یعنی برای هر نتیجه‌ای که به دست می‌آوردیم، دنبال دلیل بودیم و هرگاه تصمیم نادرستی می‌گرفتیم، به تناقضی منجر می‌شد که ما را از اشتباهاتمان آگاه می‌ساخت. اینک شما موقعیت (البته باز هم تخیلی) زیر را در نظر بگیرید و قضاوت کنید. در شمارهٔ بعدی مجله دربارهٔ این مسئله و مسائل جدیدتر باز هم گفت‌وگو خواهیم کرد.

دست‌کم دو روبات در اتاقی بودند. یکی از آنها گفت: «ما این‌جا شش‌تاییم» و بعد از اتاق خارج شد. بعد هریک دقیقه، یک روبات از اتاق خارج می‌شد و می‌گفت: «هرکه قبل از من از اتاق خارج شده است دروغ گفته است». این کار آن‌قدر ادامه داشت تا هیچ روباتی در اتاق نماند. چند روبات راست گفته‌اند؟

پاسخ نقاشی با اعداد نونوگرام



شعبده‌های ریاضی آقای شُبّده‌چی

کار شعبده‌بازان سکّه است!

بهزاد اسلامی مسلّم

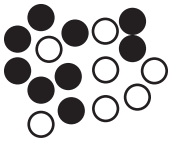
کلیدواژه‌ها: شعبده‌های ریاضی، شعبده بازی با سکّه

در مدرسهٔ ادب، نمایشگاه فعالیت‌های دانش‌آموزی برگزار شده بود و پدر و مادرها هم برای دیدن رفته بودند. همه‌چیز خوب بود تا وقتی که سروصدایی از بیرون مدرسه به گوش رسید. مردی مسن با لباسی عجیب، می‌خواست وارد مدرسه شود و دربان نمی‌خواست او را راه بدهد. موضوع آن‌قدر ادامه پیدا کرد که مدیر مدرسه مجبور شد وارد ماجرا شود. مرد به مدیر گفت که می‌خواهد نمایشگاه را ببیند و ضمناً خودش هم چیزهایی برای نمایش دارد! توضیح داد که نامش «آقای شُبّدِه‌چی» است و کارش شعبده‌بازی. البته نه از این شعبده‌بازی‌های پیش‌پاافتاده و معمولی، بلکه شعبده‌بازی‌های ریاضی! همین حرف کافی بود که مدیر خودش هم کنجکاو شود و از او دعوت کند تا او برای بچه‌های مدرسه، شعبده‌بازی کند.

بچه‌ها در کلاسی جمع شدند تا شعبده‌بازی را تماشا کنند. مراسم شعبده‌بازی آقای شبده‌چی، چنین پیش رفت:

شبّده‌چی: خب، بچه‌ها تعدادی سکه بیاورید اینجا، روی میز بگذارید.

بچه‌ها ۱۶ تا سکه آوردند و روی میز جلوی شُبّده‌چی گذاشتند (در شکل زیر، پشت سکه‌ها با رنگ سیاه و روی سکه‌ها – جایی که عدد روی آن نوشته شده است – با رنگ سفید مشخص شده است).

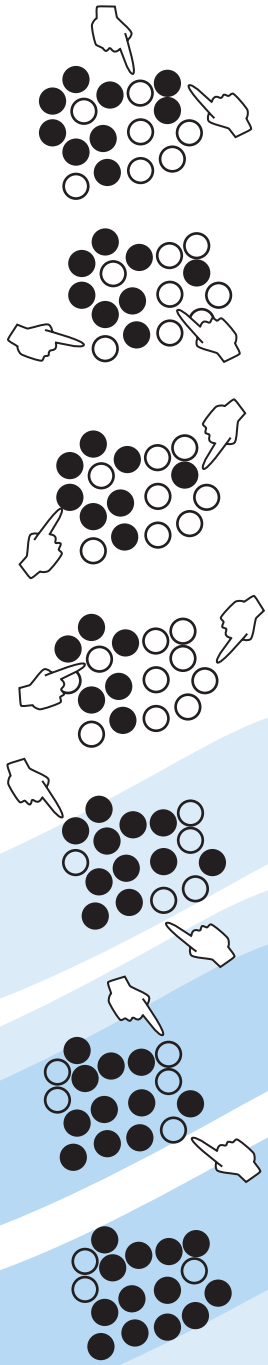


شبده‌چی: خب! حالا بگذارید سکه‌ها را خوب ببینم... آها... درست... خب! یک نفر داوطلب لازم داریم. من از کلاس بیرون می‌روم. بعد رفتن من، او باید دوتا از سکه‌ها را انتخاب و هردوی آن‌ها را پشت‌ورو کند. بعد دوباره دوتا سکهٔ دیگر (یا حتی همان قبلی‌ها، یا یک سکهٔ جدید و یکی از قبلی‌ها را) انتخاب کند و بازهم آنها را پشت‌ورو کند، و تا هروقت که دلش خواست، این کار را ادامه دهد. اگر هم خواست می‌تواند جای سکه‌ها را روی میز تغییر دهد! وقتی کارش تمام شد، دستش را روی یکی از سکه‌ها بگذارد و مرا صدا کند. سپس من به شما می‌گویم که سکه به‌طرف عددش روی میز قرار گرفته یا به پشت! عجب... داوطلب زیاد داریم... شما! شما که پیراهن

آبی پوشیده‌ای بیا جلو. اسمت چیست؟ علی؟ خب!

علی جلوی میز آمد. شُبّده‌چی برای بچه‌ها دستی تکان داد و از کلاس رفت بیرون.

علی شروع کرد به برگرداندن جفت‌های سکه‌ها و مدتی طولانی مشغول این کار بود:



بعد جای بعضی سکه‌ها را تغییر داد:

سپس دستش را روی یکی از سکه‌ها گذاشت و شُبّده‌چی را صدا کرد.

شبّده‌چی: آیا مطمئنی که به‌قدر کافی، سکه‌ها را برگردانده‌ای؟ خب. حالا بگذار ببینم سکهٔ زیر دستت پشت است یا رو.

شُبّده‌چی دستش را چند لحظه بالای دست علی گرفت. کمی اخم کرد، چشمانش را بست و ناگهان بدنش به‌شدت لرزید! سپس چشمانش را باز کرد و با لبخند گفت: علی! مطمئنم که سکهٔ زیردستت رو قرار گرفته است؛ یعنی اگر دستت را برداری، عدد سکه را می‌توانیم ببینیم.

علی دستش را برداشت و سکه را به دوستانش نشان داد. آقای شعبده‌باز درست گفته بود!

بچه‌ها اول تعجب کردند، اما بعد چنین زمزمه‌هایی در کلاس پیچید:

- شاید با علی از قبل قرار گذاشته است که دستش را روی چه سکه‌ای بگذارد!

- اگر سکه‌ها را بیشتر کنیم، دیگر نمی‌تواند پاسخ درست بدهد.

- شاید همین‌طور شانسی درست گفته است! اگر دوباره اجرا شود، شعبده‌چی دیگر درست نخواهد گفت!

بچه‌ها دوباره از شُبّده‌چی خواستند که شعبده‌اش را اجرا کند: سکه‌های بیشتری روی میز گذاشتند. شُبّده‌چی چندلحظه به سکه‌ها نگاه کرد و بعد از کلاس بیرون رفت. به‌جای علی یکی دیگر از بچه‌ها سکه‌ها را پشت‌ورو کرد، و بازهم آقای شُبّده‌چی درست گفت!

شُــبّده‌چی هشت بار دیگر هم شــعبده‌اش را برای بچه‌ها اجرا کرد، و هربار درست گفت!

دیگر بچه‌ها کلافه شــده بودند. از شُبّده‌چی خواستند که راز شعبده‌اش را به آنها بگوید.

شــبّده‌چی گفت: باشــد، می‌گویم. وقتی شما سکه‌ها را روی میز می‌گذارید، من...

در ایــن هنگام، ســعید با هیجــان از جا پریــد و صحبت شُبّده‌چی را قطع کرد و گفت راز شعبده را کشف کرده است، و آن را برای همه توضیح داد. آقای شبّده‌چی از بچه‌ها خواست او را تشویق کنند.

سپس گفت: بچه‌ها! در این شعبده‌بازی می‌شــود به جای اینکه دستتان را روی یکی از سکه‌ها بگذارید، آن را روی دو تــا از ســکه‌ها قرار دهید و مــن بعــد از برگشــتن به کلاس، به شــما بگویم که آیا سکه‌ها یکی پشت و یکی رو هســتند یا اینکــه هردو در یک جهت قــرار دارند. می‌توانید بگویید چطور؟

و بچه‌ها این بار می‌دانستند چطور!

شبّده‌چی گفت: البته! شعبده چو حل گشت، آسان شود!

شُبّده‌چی به بچه‌ها قول داد که بازهم به مدرسهٔ آنها بیاید و برایشان شعبده‌های ریاضی اجرا کند.

آیا می‌توانید راز شــعبدهٔ شُــبّده‌چی را کشــف کنید؟ اگر کشفش کرده‌اید، آن را با شرح کافی به نشانی برهان بفرستید.

منبع

Gardner, Martin. Aha! Insight, Scientific American, 1978.

مرغ، ماهی و یک معادله

حسین نامی ساعی

کلیدواژه‌ها: معادله، دستگاه دو معادله دو مجهول، دستگاه سه معادله سه مجهول

مشکل از حساب و کتاب مادرم نیست؛ مشکل این است که قیمت مرغ، تخم‌مرغ و ماهی روز به روز و ساعت به ساعت تغییر می‌کند. مسئله از آن‌جا شروع شد که چند وقت پیش مادرم، مادربزرگم و خاله‌ام برای خرید مرغ و تخم‌مرغ و ماهی قزل‌آلا به یک فروشگاه نسبتاً با انصاف که در نزدیکی خانه ماست رفته بودند. هر سه نفرشان مرغ، تخم‌مرغ و ماهی خریده بودند. موقع حساب و کتاب، مادرم ولخرجی کرده بود و خرید مادربزرگ و خاله‌ام را حساب کرده بود. فروشنده به مادرم گفته بود: کل خرید مادربزرگم ۹۱ هزار تومان است که شامل ۳ شانه تخم‌مرغ، ۶ کیلو مرغ و ۵ کیلو ماهی قزل‌آلا می‌شود. کل خرید خاله‌ام هم ۳۹ هزار تومان که شامل ۱ شانه تخم‌مرغ، ۳ کیلو مرغ و ۲ کیلو ماهی و خرید خود مادرم نیز ۶۴ هزار تومان بوده که شامل ۲ شانه تخم‌مرغ، ۵ کیلو مرغ و ۳ کیلو ماهی قزل‌آلا می‌شده است . در مجموع کل خریدشان روی هم ۱۹۴ هزار تومان شده بود. تا اینجا نکتهٔ عجیب و غریبی وجود ندارد. امّا مسئله این است که مادرم، مادربزرگم و خاله‌ام هیچ کدام قیمت مرغ و تخم‌مرغ و ماهی را نمی‌دانستند؛ خلاصه هر سه نفرشان بعد از کلی حساب و کتاب و فکر کردن نتوانستند قیمت مرغ و ماهی و تخم‌مرغ را به دست آورند. من که در جریان مسئله قرار گرفته بودم، به آن‌ها گفتم: «نگران نباشید، ریاضیات به درد همین جاها می‌خورد، من الآن قیمت هر کدام را با یک حساب سرانگشتی به آسانی به دست می‌آورم».

ابتدا فکر کردند که من همین‌طوری چیزی گفته‌ام ولی بعد که دیدند خیلی جدی در جریان محاسبه قرار گرفته‌ام کم‌کم باورشان شد که ممکن است به نتیجه‌ای برسم.

در اولین قدم فرض کردم که قیمت هر شانه تخم‌مرغ x تومان، هر کیلو مرغ y تومان و هر کیلو ماهی قزل‌آلا z تومان باشد. با توجه به خرید آن سه نفر سه معادله به صورت زیر تشکیل دادم.

ـ معادلهٔ خرید مادربزرگ:

$$3x + 6y + 5z = 91 \text{ هزار تومان}$$

ـ معادلهٔ خرید مادر:

$$2x + 5y + 3z = 64 \text{ هزار تومان}$$

ـ و معادلهٔ خرید خاله:

$$x + 3y + 2z = 39 \text{ هزار تومان}$$

ـــی، تخـــم مـــرغ؛
ـــا سه مجهول!!

در ادامهٔ محاســباتم از معادلهٔ خاله‌ام (که ساده‌تر بود) x را بر حسب y و z حساب کردم:

$$x = ۳۹ - ۳y - ۲z$$

و ایــن مقــدار را (x را) در معادلهٔ خریــد مادربزرگم و مادرم جایگزین کردم تا یک دســتگاه دو معادله و دو مجهول بسازم:

$$۳(۳۹ - ۳y - ۲z) + ۶y + ۵z = ۹۱$$
$$۲(۳۹ - ۳y - ۲z) + ۵y + ۳z = ۶۴$$

این دو معادله را ساده کردم به صورت زیر:

$$۱۱۷-۹y-۶z+۶y+۵z=۹۱$$
$$۷۸-۶y-۴z+۵y+۳z=۶۴$$

یا:

$$-۳y-z=-۲۶$$
$$-y-z=-۱۴$$

و یا:

$$۳y+z=۲۶$$
$$y+z=۱۴$$

این دو معادلهٔ اخیر را به صورت یک دســتگاه دو معادله و دو مجهول در آوردم:

$$\begin{cases} ۳y+z=۲۶ \\ y+z=۱۴ \end{cases}$$

و آن را حل کردم:

$$\begin{cases} ۳y+z=۲۶ \\ -y-z=-۱۴ \end{cases}$$

و:

$$۲y=۱۲ \Rightarrow y=\frac{۱۲}{۲}=۶$$

بنابراین قیمت هر کیلو مرغ ۶ هزار تومان بوده است. و اگر قیمت y را در یکی از معادلات قرار دهیم:

$z=۲۶-۱۸=۸$ یا $(۳\times۶)+z=۲۶$

یعنی قیمت هر کیلو ماهی قزل‌آلا ۸ هزار تومان و بنابراین

$$x+(۳\times۶)+(۲\times۸)=۳۹$$

یا

$$x=۳۹-۱۸-۱۶=۵$$

قیمت هر شانه تخم‌مرغ ۵ هزار تومان بوده است.

خلاصه این‌که

هزار تومان x=۵ (قیمت هر شانه تخم‌مرغ)

هز ار تومان y=۶ (قیمت هر کیلو مرغ)

هزار تومان z=۸ (قیمت هر کیلو ماهی قزل‌آلا)

پس همه‌چیز درست بود چرا که:

خرید مادربزرگم

$$۳x+۶y+۵z=(۳\times۵)+(۶\times۶)+(۵\times۸)$$

=۹۱ هزار تومان

و خرید خاله:

$$x+۳y+۳z=۵+(۳\times۶)+(۲\times۸)=۳۹$$

=۳۹ هزار تومان

و در آخر خرید مادرم:

$$۲x+۵y+۳z=(۲\times۵)+(۵\times۶)+(۳\times۸)$$

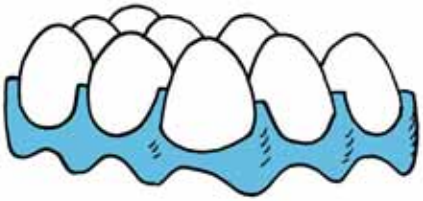
= ۶۴ هزار تومان

که مجموع خرید سه نفرشان:

$$۹۱+۳۹+۶۴=۱۹۴$$

۱۹۴ هزار تومان، همان مبلغی است که فروشنده به مادرم گفته بود.

در پایان مادربزرگم، مادرم و خاله‌ام که در جریان محاسباتم بودند با تعجب و خوش‌حالی به من خیره شده بودند؛ من احساس کردم که مادرم دارد به این فکر می‌کند که نتیجهٔ زحماتش به هدر نرفته است!



به یاد استاد

یک معلم هیچ‌گاه دروغ نمی‌گوید

حسین نامی ساعی

بیستم خرداد ماه سال ۱۳۹۰ بود که در مراسم تجلیل از استاد پرویز شهریاری و نکوداشت بیستمین سال انتشار مجلهٔ رشد برهان ریاضی متوسطه شرکت کرده بودم. در آن مراسم لحظه‌شماری می‌کردم که استاد سخنرانی‌شان را شروع کنند. انتظار به پایان رسید و استاد در پشت تریبون قرار گرفتند. اول فکر می‌کردم که استاد سخنرانی طولانی خواهند داشت امّا بر خلاف تصور من ایشان چند جملهٔ کوتاه بیشتر نگفتند. از این رو اولین نکته‌ای که آن روز برایم خاطره شد همین کوتاه و مفید صحبت کردن استاد بود؛ دیگر این‌که گفتند: «به همهٔ کسانی که به ریاضیات علاقه‌مندند؛ معلمان، دانشجویان، اساتید و ... توصیه می‌کنم که تنها به ریاضی اکتفا نکنند و در کنار ریاضیات، علوم دیگر نظیر ادبیات و شعر، زیست‌شناسی و ... را نیز مطالعه کنند». و باز این‌که: «من معلم هستم و معلمی یک پروندهٔ زنده است؛ در جامعه حرکت می‌کند و می‌تواند نتیجهٔ کار خود را ببیند. تا زنده هستی می‌بینی که شاگردت دکتر و مهندس شده و خدمت‌رسانی می‌کند و این ویژگی در کمتر شغلی دیده می‌شود. نکتهٔ دیگر این‌که معلم در دو نسل زندگی می‌کند؛ یکی نسل خودش و دیگری نسل بچه‌هایی که آن‌ها را تعلیم می‌دهد ..... یک معلم که ۸ ساعت تدریس می‌کند، در حقیقت ۸ ساعت دروغ نمی‌گوید. یک معلم نمی‌تواند به ۴۰ دانش‌آموز دروغ بگوید. شما چه شغلی را سراغ دارید که در آن روزی حداقل هشت ساعت کار کنند اما توان دروغ گفتن نداشته باشند؟ !»

گفت‌وگو

چگونه تقریب بهتری بزنیم؟

گزارش: سپیده چمن‌آرا، زهره پندی

در این ستون که تا چند شمارهٔ پیاپی ادامه خواهد داشت، گزارشی از گفت‌وگوهایمان دربارهٔ تخمین و تقریب عددی، با چند تن از مخاطبان مجله گفت و گو می‌کنیم. این بار رفته‌ایم **مدرسه راهنمایی نور** و بیشتر حول و حوش تقریب در عملیات جمع و تفریق با مریم، نرگس، افسانه، ریحانه و فاطمه صحبت کرده‌ایم. مریم و فاطمه، دانش‌آموزان دوم راهنمایی بودند امّا بقیهٔ دوستانمان، در سال سوم راهنمایی درس می‌خواندند. قسمت‌هایی از آن را می‌خوانید.

برهان: خب با یه بازی شروع می‌کنیم. من دو تا تاس می‌اندازم، این تاس یکانو نشون می‌ده و این یکی تاس دهگانو نشون می‌ده. یعنی وقتی روبه‌رو می‌افته .... این الآن چه عددیه؟ ۴۲. هر عددی اومد شما یادداشت کنید. هر جایی که فکر کردین حاصل جمع عددهایی که تا حالا اومده خیلی به ۵۰۰ نزدیکه یا از ۵۰۰ رد شده دیگه ننویسید. هر کسی خودش! شروع کنیم؟

۳۳ ـ ۵۲ ـ ۴۱ـ ۵۳ـ ۲۱ـ ۵۱ـ ۵۳ـ ۲۲ـ ۳۱ـ ۴۴ـ ۴۶ـ ۲۱ـ ۲۶

هرکسی فکر کرد به ۵۰۰ نزدیک شده دیگه ننویسه.

۳۴ـ ۵۲ـ ۶۴ـ ۵۳ـ ۶۵ـ ۳۳ همه می‌نویسین؟ ۱۵ـ ۲۳ـ دوباره ۲۳ـ ۱۶ـ ۱۴ شما ننوشتید دیگه؟ خب حالا ببینیم تا آخرین نفر وایستیم ۳۲ـ ۳۶ هنوز می‌نویسین؟ ۱۵ ـ ۱۶ـ ۴۳ کسی می‌نویسه هنوز؟ تمام شد!

بچه‌ها همه دست از نوشتن برداشتند. هرکسی فکر می‌کرد حاصل جمع اعدادی را که نوشته است، خیلی به ۵۰۰ نزدیک است! اعدادشان را جمع کردند، یکی ۴۲۰ درآورده بود، یکی ۵۱۰؛ بعضی‌ها نیز خیلی جلو رفته بودند و عدد بزرگ‌تری به دست آورده بودند. بعضی‌ها زود متوقف شده بودند و عددشان خیلی کوچک‌تر از ۵۰۰ بود. کمی با هم صحبت کردند و از روش تقریب زدن یکدیگر مطلع شدند.

تصمیم گرفتیم یک بار دیگر بازی را انجام دهیم و این بار همه تلاش می‌کردند تا به موقع دست از نوشتن بردارند.

برهان: الآن یه دور دیگه بازی می‌کنیم. یکَم آرومتر می‌ریم جلو. سعی کنید که دقیق‌تر وایستید.

۲۴ـ ۴۲ـ ۱۶ـ ۵۲ـ ۲۲ـ ۳۴ـ ۴۳ـ ۴۵ـ ۶۳ـ ۶۳ـ ۶۲ـ ۴۶

هرکی وایستاده دستشو بلند کنه ۳۳ـ ۲۱ـ ۴۱ـ ۳۳ـ ۶۴ (تموم شد) ۳۴ـ هنوز همه نموندن. ۶۳ ـ ۵۴ـ ۲۱ ـ وایستادی؟ ۴۱ـ ۲۳ـ ۵۱ کسی هست که هنوز داره می‌نویسه؟

دیگه همه دست از نوشتن برداشته بودند و مشغول بررسی و جمع‌زدن عددهایشان شدند. این بار عددها به ۵۰۰ نزدیک‌تر بود. تقریباً همه به موقع متوقف شده بودند.

برهان: چه‌جوری تصمیم می‌گیرید که نوشتن را قطع کنید؟

نرگس: دهگاناشو با هم جمع می‌زنیم. مثلاً ۵۰ با ۵۰ میشه صدتا ... تقریباً!

سعی می‌کنیم که ۱۰۰تایی پیدا کنیم. مثلاً ۶۰ و خرده‌ای با یه ۳۰ و خرده‌ای می‌شه ۱۰۰ و هی ۱۰۰ تا ۱۰۰ تا جدا

می‌کنیم تا ۵تا صدتایی. البته حدود صدتایی.

برهان: همه سعی کردید صدتایی جدا کنید؟

فاطمه: من به دهگان‌ها توجه کردم و سعی کردم از توی عددها صدتـا، صدتا جدا کنم. ریحانه: من سـعی کردم دهگان‌ها رو با هم جمع کنم ولی سخت بود، عقب ماندم.

افسانه: من هم ۱۰۰تا ۱۰۰تا جدا کردم سریع‌تر به نتیجه رسیدم.

مریـم: من هم ذهنی جمع کـردم و ۱۰۰تا ۱۰۰تا جلو رفتم! البته یه‌جایی اشتباه کردم.

برهان: از اول این کار رو شروع می‌کنید یا مثلاً سعی می‌کنید، ۵، ۶تا عدد گفته بشه بعد شروع می‌کنید؟

تقریباً همه گفتند که تا ۵، ۶ بار صبر می‌کنند بعد جمع ذهنی را شروع می‌کنند، به جز ریحانه که از همان اول دهگان‌ها را با هم جمع کرده بود ولی از عددها جا مانده بود.

برهان: نمی‌ترسید که اگر ۵، ۶ تا عدد صبر کنید، از ۵۰۰ رد بشه؟

همگی: نه دیگه!

برهان: شاید بشه!

بچه‌هـا: آخه ۵ تا ۱۰۰ می‌شـه ۵۰۰ ولی با دو تا تاس ۱۰۰ که تولید نمی‌شه.

برهان: تا چند تا عدد مطمئنید که هنوز به ۵۰۰ نرسیدید؟

افسانه و نرگس: تقریباً ۷، ۸ تا. خب واسه این‌که فوقش دهگان هر عدد ۶ می‌شد و ۸ تا ۶۰ تازه می‌شه ۴۸۰.

باز هم چنـد دقیقه‌ای دربارهٔ روش‌های تقریـب زدن بچه‌ها و دقت تقریب آنها صحبت کردیم. بچه‌ها خیلی خوب درگیر موضوع شـده بودند، فکر می‌کردند، حرف می‌زدند، استدلال می‌کردند و از روش‌هایشان دفاع می‌کردند.

برهان: خیلی خب! یه بازی دیگه! چند تا عدد می‌گوییم، خیلی سـریع حاصل جمع تقریبی آنها را پیدا کنید. اولین نفری که پیدا کرد،بگوید. ۹۵، ۲۱۵، ۵۷۲.

فاطمه: ۹۰

بقیهٔ بچه‌ها: ۸۰۰

فاطمه: ۹۵ به ۱۰۰ نزدیک‌تره، ۲۱۵ به ۲۰۰ و ۵۷۲ به ۶۰۰ و ۱۰۰ و ۲۰۰ و ۶۰۰ می‌شه ۹۰۰.

مریم: ۹۵ به ۹۰ نزدیکه، ۲۱۵ به ۲۰۰ و ۵۷۲ به ۶۰۰ پس می‌شه ۸۰۰ و خرده‌ای یعنی ۸۹۰. تقریباً مثل همون ولی ۹۰۰ نمی‌شه.

نرگس: ۱۰۰ که از ۹۰ بهتره! چون رُندتره.

برهان: رُندتر! یعنی چی؟

نرگس: یعنی راحت‌تر به جواب می‌رسیم. یعنی عددش راحت‌تر جمع و تفریق می‌شه. یعنی گِردش کردیم.

برهان: اگر ۹۲ بود، اون را ۹۰ می‌گرفتید یا ۱۰۰؟

نرگس: ۱۰۰ چون از ۵۰ بالاتره.

برهـان: خـوب حالا همیـن بازی را بـا چند تا تفریـق انجام می‌دهیم، ۳۵۴ منهای ۲۹۴.

مریم: کمتر از ۱۰۰

یاسمن و ریحانه: حدود ۶۰ تا

برهان: خیلی خوب. ۹۷۸ منهای ۱۰۳، کمتر از ۷۰۰ یا بالای ۷۰۰؟

مریم: کمتر از ۷۰۰

نرگس: ۸۷۵!

برهان: تقریب بزنید. ۶۶۶ منهای ۲۶۷

ریحانه: نزدیک ۳۰۰، زیر ۳۰۰

بعد از چند تا جمع و تفریق دیگه، بچه‌ها یه روش‌هایی برای پیدا کردن حدود جواب یافته بودند. مثلاً دربارهٔ تفریق ۳۶۷ - ۷۴۲:

ریحانه: آخه اختلاف ۳۰۰ و ۷۰۰ می‌شه ۴۰۰. امّا دهگان ۳۶۷ از دهگان ۷۴۲ بیشتره. پس اگه از هم کمشون کنیم، یکی از صدگان هفتصد کم می‌شه و زیر ۴۰۰ در می‌آید. امّا نزدیک چهارصد.

یا دربارهٔ جمع ۲۳۳ و ۴۷۶:

ریحانه: ۷۰۰، بالای ۷۰۰، چون ۲۳۰ با ۴۷۰ می‌شه ۷۰۰ امّا یکان‌ها را هم باید در نظر گرفت، پس بالای ۷۰۰.

برهان: چند دقیقه‌ای دربارهٔ تقریب زدن با تقریب‌های مختلف و چگونگی کمتر کردن خطا در پاسخ تقریبی صحبت کرده‌ایم و بعد با یک بازی دیگر ادامه دادیم.

برهان: با استفاده از سه تا تاس چند تا عدد سه رقمی می‌سازیم، این عددها را بنویسید. هر وقت حاصل جمع از ۱۰۰۰ بیشتر شد، نوشتن را متوقف کنید. ۴۲۳، ۱۲۲، ۶۵۵!

ناگهان همه گفتند کافیه از ۱۰۰۰ بالاتر رفت! معلوم بود چون جمع ۴۰۰ و ۶۰۰ می‌شد ۱۰۰۰. مریم و نرگس گفتند که این دفعه فرق می‌کنه ممکنه با دو تا عدد به ۱۰۰۰ برسیم. نباید مثل اون بار اولی ۷، ۸ تا صبر کنیم. قرار شد بازی را تا رسیدن به ۲۰۰۰ ادامه دهیم.

برهان: ۵۱۴، ۳۴۴، ۶۱۱، ۱۱۵، ۴۱۲

باز هم بچه‌ها با هم متوقف شدند و حاصل جمع عددها را به دست آوردند و چون حاصل جمع به ۲۰۰۰ نزدیک بود، خیلی خوشحال شدند امّا جمع به ۲۰۰۰ نرسیده بود.

بچه‌ها به صورت تقریبی حاصل را به دست آورده بودند و مانند بازی اولی عمل کرده بودند. امّا خواستهٔ این بازی این بود که از ۲۰۰۰ رد شوند و هیچ‌کس از ۲۰۰۰ رد نشده بود.

برهان: چی شد که همه خوشحال متوقف شدید و اجازه ندادید جمع عددها از ۲۰۰۰ بیشتر شود؟

ریحانه: دهگان‌هایشان کوچک بود، ما متوسط فرضشون کردیم.

برهان: متوسط یه کلمهٔ ریاضی است! منظورت از متوسط فرضشون کردیم، چیست؟

نرگس: یعنی حدود ۵.

برهان: آیا تخمین خوبی زدید که دهگان همه را ۵ گرفته‌اید؟

ریحانه: ۳ بگیریم بهتره.

برهان: چرا؟

ریحانه: چون تقریباً میانگین ۱ و ۶ است. با تاس که رقم بیشتر از ۶ نمی‌آید.

نرگس و افسانه: اگر فقط صدگان را هم در نظر می‌گرفتیم، همین‌طوری می‌شد. یکان و دهگان را صفر گرفتیم. بعد روی هم ۱۰۰ تا به حاصل جمع صدتایی‌ها اضافه کردیم به جای خردهٔ همهٔ عددها اون وقت به حاصل تقریبی ۲۰۰۰ می‌رسیدیم.

اگر یک عدد دیگر هم صبر می‌کردیم، حداقل ۱۱۱ تا به این حاصل جمع اضافه می‌شد. اون‌وقت خیلی بیشتر از ۲۰۰۰ می‌شد، ما حواسمان نبود که باید حتماً از ۲۰۰۰ رد شویم، فکر کردیم هر چقدر نزدیک‌تر باشد، بهتر است.

این بار همهٔ بچه‌ها به خواستهٔ بازی یعنی رد شدن از ۲۰۰۰ توجه کردند و دوباره بازی را تکرار کردیم.

برهان: ۱۵۲ ـ ۶۶۳ ـ ۴۶۶ ـ ۴۲۵ ـ ۵۱۴ ـ ۱۱۶

همه دست از نوشتن برداشته بودند، البته بعضی‌ها ۱۱۶ را هم ننوشته بودند.

مثل فاطمه با هم حاصل جمع را به دست آوردیم و دربارهٔ چگونگی تصمیم‌گیری بچه‌ها برای متوقف شدن بحث کردیم.

برهان ۱۵۲ به علاوهٔ ۶۶۳ به علاوهٔ ۴۶۶ به علاوهٔ ۴۲۵ به علاوهٔ ۵۱۴ می‌شود ۲۲۲۰ با ۱۱۶ می‌شود ۲۳۳۶.

خوب چی شد؟ کی دست از نوشتن برداشتید؟ چه جوری تصمیم گرفتید؟

افسانه: من دوباره رقم یکان و دهگان را صفر گرفتم و صدگان‌ها را با هم جمع کردم به ۲۰۰۰ رسید. گفته بودید از ۲۰۰۰ رد شود، خب با خرده‌های عددها می‌ره بالای ۲۰۰۰.

ما در میان صحبت‌ها متوجه شدیم که بعضی از بچه‌ها اصلاً یکان و دهگان عددها را نمی‌نوشتند که سریع‌تر بتوانند حاصل را به صورت تقریبی پیدا کنند! بعضی‌ها هم مثل افسانه و یاسمن گفتند که تو ذهنشون از یکان و دهگان صرف‌نظر کردند.

برهان: اون‌هایی که ۱۱۶ را هم در نظر گرفتند بگویند چگونه تقریب زده‌اند؟

مریم: من صدگان‌ها را در نظر گرفتم. بعد جمع کردم.

وقتی یک بار با هم محاسبات ذهنی او را بررسی کردیم، دیدم روش درستی را به کار برده امّا یه جایی توی محاسبه یه کم اشتباه کرده.

بحث دربارهٔ روش‌های تقریب زدن کمی ادامه پیدا کرد و بچه‌ها از تجربه‌ای که آن روز داشتند، خوشحال به نظر می‌رسیدند. گفت‌وگوهایمان با تخمین‌های دیگری ادامه پیدا کرد که در شمارهٔ آیندهٔ مجله، آن را می‌خوانید.

پی‌نوشت:

از خانم مریم فیض‌گستر، مدیرمحترم مدرسهٔ راهنمایی دخترانه نور (منطقهٔ ۶) بسیار سپاسگزاریم. رشد برهان راهنمایی

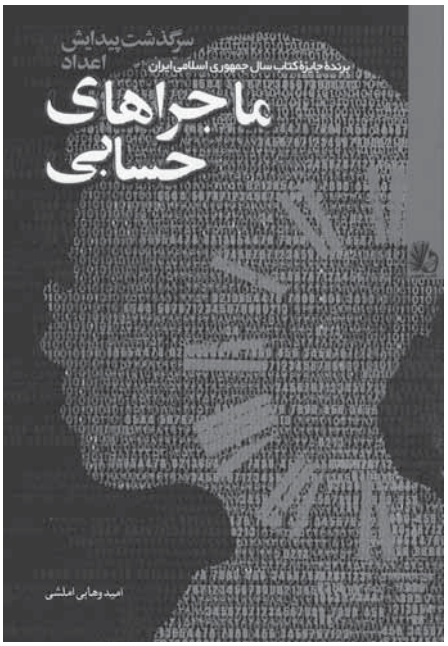
جعفر ربّانی

● ماجراهای حسابی [سرگذشت پیدایش اعداد]

● امید وهابی املشی

● چاپ دوم ۱۳۸۸

● ناشر: مؤسسه مرجع (کتاب طاووس)



کتاب حاضر، همان‌طور که از عنوان فرعی‌اش یعنی سرگذشت پیدایش اعداد، برمی‌آید نوعی تاریخ علم ریاضیات است، البته در حوزهٔ عدد و رقم و نه همهٔ شاخه‌های این علم. پس شما در این کتاب نه با مسائل و تمرین‌ها روبه‌رو می‌شوید و نه با سؤال و جواب‌های تفریحی و معمایی برای سرگرمی. در عین حال کتاب سرگرم‌کننده است و می‌تواند، اگر به‌ویژه شما علاقمند به تاریخ ریاضی باشید، شما را برای مدت‌ها سرگرم کند. پس اجازه بدهید نخست بعضی از عنوان‌های فهرست کتاب را با هم مرور کنیم.

حساب انگشتی، سفری به مصر، ریاضی چشم‌بادامی‌ها، دستگاه ابجد عربی، دستگاه یونیک، عددهای زبان بسته، آیا با اعداد موهومی می‌توان شمرد؟ پرورشگاه گفتار و ...

یکی از نکته‌های مهمی که در این کتاب می‌آموزیم این است که بشر «عدد» را نیز، مثل بسیاری چیزهای دیگر، کشف کرده است. می‌نویسد: اولین عددی که اختراع شد عدد دو بود و آخرین عددی که اختراع شد صفر (۰) بود؛ به فاصلهٔ حدوداً ۳۷۰۰ از یکدیگر. این حرف به آن معناست که روزی بوده است که بشر اصلاً عدد را نمی‌شناخته است و بعدها آن را شناخته، و بهتر بگویم کشف کرده است، همان‌طور که «زبان» را هم نمی‌شناخت، الفبا را هم نمی‌شناخت و خیلی چیزهای دیگر را.

نکتهٔ دیگر که در این کتاب شاید توجه و تعجب ما را برانگیزد این حرف برتراند راسل، ریاضی‌دان بزرگ قرن بیستم است: «شاید چندین قرن طول کشید تا افراد بشر متوجه شدند که یک جفت «تیهو» و یک جفت «روز» هردو مثال‌هایی از دو عدد هستند.

می‌گویند ریاضیات علمی «انتزاعی» است. آیا می‌دانید انتزاعی یعنی چه؟ اگر در همین سخن برتراند راسل دقت کنیم مفهوم آن را می‌یابید. انتزاعی یعنی مفهومی؛ خب یعنی خبری که وجود ذهنی دارد و بیرون وجود ندارد. مثلاً عدد، مثلث، مربع، اسم و مانند این‌ها هیچ‌کدام قابل مشاهده نیستند. آنچه ما از عدد یا مثلث روی کاغذ یا مثلاً به صورت ۳ تا توپ یا ۱ دایره از جنس آهن می‌بینیم، هیچ‌کدام وجود ندارد. البته توپ‌ها وجود دارند ولی ۳تا بودن را ما به آنها نسبت می‌دهیم. دایره از جنس آهن، چیزی نیست جز یک قطعه آهن که به شکل دایره درآمده است و می‌تواند به صورت مثلث هم درآید یا اصلاً به‌صورت یک خط مستقیم درآید. در هر حال ما یک تکه آهن سروکار داریم و حالت‌های مختلف آن را به نام دایره، مثلث و خط راست می‌نامیم. و این یک مفهوم انتزاعی است. هر کودکی که متولد شد باید سال‌ها بگذرد، به مدرسه برود و به سن بالاتر از ۱۰ سال برسد تا کم‌کم این مفهوم‌ها را درک کند.

خوب؛ از صحبت دربارهٔ کتاب دور نیفتیم.

همان‌طور که بشر زبان‌های مختلفی را ساخته است تا با آن بخواند و بنویسد و حرف بزند، همین‌طور هم شیوه‌های مختلفی برای عددنویسی اختراع کرده است. در این کتاب می‌خوانیم که رومی‌ها در عددنویسی خود از حروف لاتین استفاده می‌کردند و مثلاً اعداد ۱ تا ۱۰ را به ترتیب به صورت زیر می‌نوشتند:

I ,II ,III ,IV ,V ,VI ,VII ,VIII ,IX ,X

و اگر می‌خواستند عدد ۲۸۳۴ را بنویسند این‌طور می‌نوشتند (آنها صفر نداشتند)

۲۸۳۴=MMDCCCXXXIV

اعراب هم دو نوع عددنویسی دارند ابجد و عربی. شما حروف ابجد را در همین کتاب می‌خوانید فقط بد نیست بدانید که در این دستگاه هر عددی را می‌توان به صورت یک کلمه نوشت. مثلاً

علی= ۱۱۰

طوفان= ۱۴۵

غار= ۱۲۰۱

ظهر= ۱۱۰۵

کتاب= ۲۵

و مثلاً اگر اسم شما و خواهرتان به ترتیب بهداد و بهاره باشد خواهیم داشت: بهداد=۱۶ و بهاره= ۲۰۸

اما عددنویسی هندی یا عربی همان است که امروز در سراسر جهان با آن می‌نویسند و این روش وقتی پیدا شد که هندی‌ها علامتی به اسم صفر را پیشنهاد کردند و تحول بزرگ در عددنویسی به وجود آوردند.

آنچه گفتیم، تنها اشاره‌ای به بعضی از مطالب کتاب «ماجراهای حسابی» بود شما خیلی بیش از اینها را می‌توانید در کتاب بخوانید و از آن لذت ببرید.

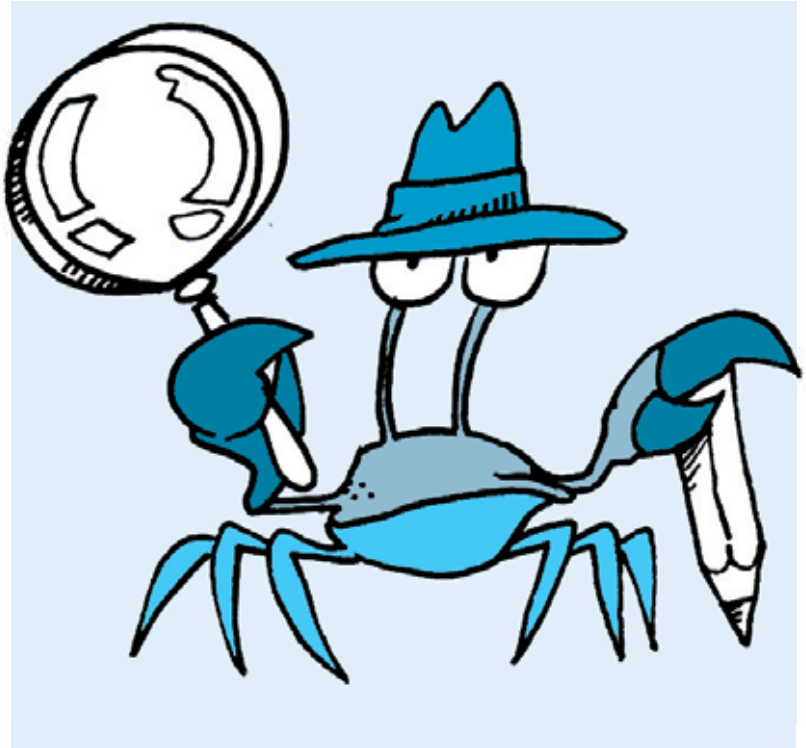
پروندهٔ شخصی حل مسئله!

جعفر اسدی گرمارودی

کلیدواژه‌ها: حل مسئله، راهبرد حل مسئله، تعریف مسئله

آیا تاکنون به تفاوت تمرین و مسئله توجه کرده‌اید؟ آیا تمرین‌هایی که در پایان هر موضوع درسی آمده است، می‌تواند یک مسئله باشد؟ به نظر می‌رسد در ابتدا باید تعریفی از مسئله ارائه شود:

«مسئله عبارت است از مطالبی که حل آن، برای فرد مشکل باشد.»



با توجه به این تعریف امکان دارد تمرینی که نتوان راه‌حلی برای آن ارائه داد، تبدیل به یک مسئله شود. البته این تمرین‌ها را که بیشتر مرتبط با موضوعات درسی است می‌توان با کمک یک راهنما (مانند هم‌کلاسی‌ها، معلم و ...) حل کرد اما مسئله‌هایی وجود دارند که فراتر از یک موضوع درسی‌اند. این سؤال مطرح می‌شود که برای حل این‌گونه مسئله‌ها چه باید بکنیم؟ داشتن دانش کافی، ضروری است اما به کارگیری این دانش در موقعیت‌های مختلف چگونه است؟

چارچوب‌هایی برای حل مسئله ارائه شده است اما یک نظام یا نظریهٔ کلی برای حل مسئله وجود ندارد. به معنای ساده‌تر برای به دست آوردن جذر یک عدد، روشی و الگو معرفی شده است اما برای راه‌حل مسئله روش مشخص از قبل تعیین نشده است. البته پیشنهادها و راهبردهایی کلّی برابر حل مسئله تدوین و معرفی شده است؛ مانند کشیدن شکل که می‌تواند به حل بعضی از مسئله‌ها کمک کند. این راهبردها برای حل کنندهٔ مسئله کافی نیست، چون تفاوت مسئله‌های مختلف بیش از راهبردهای معرفی شده است. دوباره به این سؤال تکراری برمی‌گردیم: برای حل مسئله چه باید بکنیم؟

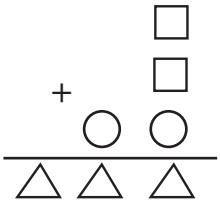
بهتریـن راه بـرای اینکه بتوان به حل مسـئله‌ها دسـت یافت این اسـت که مانند یک شـطرنج‌باز با آن درگیر شـد و مسئله‌های مختلفی را شروع به حل کرد. بهتر است این درگیر شـدن هدفمند باشـد، به‌طوری‌که هر فرد با حل مسئله‌های مختلف یک پروندهٔ شـخصی از مسئله‌ها و راه‌حل‌های آن، به منظور توسعهٔ راهبردهای شخصی خود، پدید آورد.

حتی مسئله‌ای که حل می‌شود، کار آن پایان نیافته است. شاید بتوان با توجه به وجود ارتباط اندک بین مسئله‌ها، از حل آن برای حل مسـئله‌های بعدی استفاده کرد، بنابراین فرد در مواجهه با یک مسـئله، ابتدا باید به این پرسش پاسخ دهد که آیا مسئله‌ای مشابه این مسئله تاکنون حل شده است یا نه؟

این نوع پرسـش‌گری و مرور راه‌حل‌ها (نه به منظور حفظ کردن راه‌حل‌ها) و درگیر شدن با مسئله‌های جدیدتر منجر به تشکیل یک پروندهٔ شخصی برای حل مسئله می‌شود.

با توجه به مطالب ارائه شـده، نمونه‌هایی از تشکیل پروندهٔ شـخصی در ادامه معرفـی می‌گردد، مسـئله‌هایی که راه‌حل هریک می‌تواند به حل مسئلهٔ بعدی کمک کند.

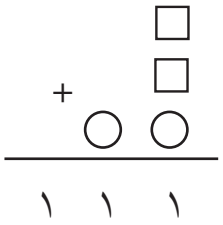
مسـئلهٔ ۱: نشـانه‌های مختلف نشـان‌دهندهٔ رقم‌های مختلف‌اند. رقم مربوط به مربع، دایره و مثلث را پیدا کنید.



حل مسـئلهٔ ۱: در جمع این سـه عـدد هیچ رقمی به عنوان کمک به حل مسـئله داده نشـده است، اما نکته‌ای به نظر می‌رسـد که به حل مسـئله می‌تواند کمک کند؛ جمع موردنظـر از دو عدد یک رقمی و یک عدد دورقمی تشـکیل شـده اسـت که حاصل جمع برابر با عددی سـه رقمی است. می‌توان بزرگ‌ترین حالت ممکن را در نظر گرفت؛ یعنی:

۹+۹+۹۹=۱۱۷

پس اگر قرار اسـت حاصل جمع موردنظر سه‌رقمی باشد، حتمـاً بایـد رقم صـدگان آن ۱ باشـد و نه بیشـتر. پس △ نشان‌دهندهٔ رقم ۱ است.



برای ادامهٔ کار و بررسی حالت‌های مختلف از جمع رقم‌های یکان شروع کنیم یا دهگان؟ به نظر می‌رسد، بررسی جمع رقم دهگان به نتیجه منجر خواهد شد، زیرا فقط یک دایره داریم که مجهول است و از طرفی حاصل جمع این ستون عدد ۱۱ را نتیجه می‌دهد. اما دوباره سؤالی در ذهن مطرح می‌شود: چه رقمی می‌تواند با ○ جمع و حاصل آن ۱۱ شود؟ البته حاصل جمع ۱۱ به جمع رقم‌های یکان که یک مرحله عقب‌تر حاصل جمع آن را به دست آوردیم، بستگی دارد. مانند شروع حل مسئله می‌توان بزرگ‌ترین حالت ممکن برای جمع ۳ رقم یکان را در نظر گرفت.

۹+۹+۹=۲۷

بنابرایـن رقمی که می‌تواند با ○ جمع شـود، ۰ یا ۱ یا ۲ است. ۰ و ۱ نمی‌تواند باشد چون با توجه به حاصل ۱۱، دایره عددی دورقمی خواهد شد. بنابراین ۱۱=۲+○ .

پس ○ نشان‌دهندهٔ رقم ۹ خواهد بود.

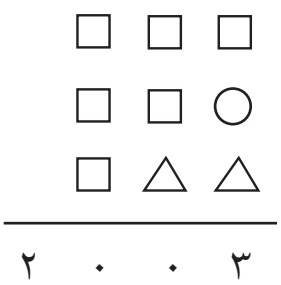
بنابراین ۲۱ = ۹ + □ + □

پس ۲۱ − ۹ = ۱۲

یعنی ۱۲ ÷ ۲ = ۶

و بدین ترتیب □ نشان‌دهندهٔ رقم ۶ خواهد بود.

مسئلهٔ ۲: □ ؟ ○ ؟ △ ؟



حل مسئلهٔ۲: این مسئله بسیار شبیه مسئلهٔ ۱ است اما به نظر می‌رسد سخت‌تر از آن باشد. با مرور حل مسئلهٔ ۱ می‌توان گفت آنچه به حل مسئلهٔ ۱ منجر شد، بررسی حالتی خاص بود که رقم △ را مشخص کرد. اما در این مسئله حالت خاصی که بتواند به حل مسئله کمک کند، چه می‌تواند باشد؟ با نگاهی به جمع ستون‌ها متوجه مساوی بودن رقم‌ها در ستون صدگان‌ها می‌شویم. جمع این سه مربع بستگی به حاصل ستون دهگان هم دارد که با توجه به راه‌حل مسئلهٔ ۱ فقط ۰، ۱ یا ۲ می‌تواند با جمع سه مربع، حاصل جمع ۲۰ را نتیجه دهد. سه حالت پیش می‌آید:

ـ اگر ۰ باشد، ۲۰ بر ۳ بخش‌پذیر نیست؛ بنابراین ۰ رقم موردنظر نمی‌تواند باشد.

ـ اگر ۱ باشد، ۱۹=۱-۲۰ که ۱۹ نیز بر ۳ بخش‌پذیر نیست، بنابراین ۱ مورد استفاده قرار نمی‌گیرد.

ـ اگر ۲ باشد، ۱۸=۲-۲۰ که ۶=۳ ÷ ۱۸. پس □ نشان‌دهندهٔ رقم ۶ خواهد بود.

②			
	۶	۶	۶
	۶	۶	○
	۶	△	△
۲	۰	۰	۳

اکنون با مشخص شدن □ و با توجه به حاصل جمع به‌دست‌آمدهٔ بالا به سراغ ستون دهگان می‌رویم که نسبت به ستون یکان دارای یک مجهول است.

دوباره از قسمتی از راه‌حل مسئلهٔ ۱ در حل این مسئله استفاده می‌کنیم؛ یعنی △+۶+۶ با فقط یکی از اعداد ۰، ۱ و ۲ می‌تواند جمع شوند و حاصل ۲۰ را نتیجه دهد. سه حالت پیش می‌آید:

ـ اگر ۰ باشد، به ستون یکان نگاهی می‌اندازیم. چه‌طور این امکان وجود دارد که سه رقم با هم جمع شود و یکی از آنها ۶ باشد و حاصل دارای یکان ۳ باشد؛ زیرا نتیجه بزرگ‌تر از ۱۰ خواهد شد. بنابراین ۰ نمی‌تواند باشد.

ـ اگر ۲ باشد، ۲+۶+۶+□=۲۰ ⇒ □=۶

که با توجه به مقدار □ امکان‌پذیر نیست.

ـ اگر ۱ باشد، ۱+۶+۶+□=۲۰ ⇒ □=۷

حاصل جمع موردنظر به صورت زیر خواهد شد:

②	①		
	۶	۶	۶
	۶	۶	○
	۶	۷	۷
۲	۰	۰	۳

بنابراین

۶+□+۷=۱۳ ⇒ □=۰

و بدین ترتیب ○ نشان‌دهندهٔ رقم ۰ خواهد بود.

به یاد استاد

شما هم می‌توانید در درس ریاضی خود موفق باشید

جعفر اسدی گرمارودی

هنگامی که دانشجوی رشته‌ی ریاضی در مقطع کارشناسی بودم، در یادگیری موضوعات جدید بسیار به مشکل برمی‌خوردم؛ در حالی‌که در دبیرستان به راحتی و بدون دردسر در ریاضیات نمره‌ی خوبی می‌گرفتم. پیش خودم گفت شاید از نظر پایه‌ای احتیاج به مرور مطالب گذشته داشته باشم. دوباره به مطالعهٔ کتاب‌های ریاضی دبیرستانی و حل تمرین‌های آن پرداختم، اما تفاوتی ایجاد نشد. موضوع را با یکی از اساتید دانشکده در میان گذاشتم. کتابی از **پرویز شهریاری** به نام «**شما هم می‌توانید در درس ریاضی موفق باشید**» به من داد و گفت: «ای کاش هنگامی که دانش‌آموز بودی از کتاب‌های پرویز شهریاری به عنوان مکمل کتاب‌های درسی استفاده می‌کردی، ولی الآن هم دیر نشده.»

گزارش

مسئله بازار

زهره پندی

کلیدواژه‌ها: بازار مسئله، حل مسئله

بازار بورس، بازار سکه و بازار اجناس گوناگون برای همهٔ ما اسامی آشنایی هستند، اما بازار «مسئله» از آن دست بازارهایی است که فکرش را نمی‌کردیم!

صبح روز دوشنبه، چهارم اردیبهشت، کتاب‌خانهٔ «مدرسهٔ شهید مهدوی» به خاطر ایجاد «بازار مسئله» پر از هیاهو و همهمه بود؛ بازاری که برای دومین‌بار در این سال تحصیلی و با هدف تمرین ریسک‌پذیری، مدیریت منابع، حل مسئله‌های ریاضی، ایجاد اعتماد به نفس و تشویق دانش‌آموزان برای حل مسائلِ سخت‌تر شکل گرفته بود.

دانش‌آموزان چهار کلاس اول راهنمایی مدرسه در این بازار شرکت کرده بودند. پول رایج در این بازار پول‌های کپی شده ای بود که در اختیار غرفه‌داران و دانش‌آموزان قرار گرفته بود. در ابتدای بازار، به هر دانش‌آموز ۱۰۰۰ تومان داده شده بود که می‌توانستند با آن از غرفه‌های فروش، مسئله بخرند.

در غرفه‌های فروش که در یک ضلع کتاب‌خانه قرار داشتند، مسئله‌هایی در سطح‌های متفاوت به قیمت‌های ۲۰۰، ۳۰۰ و ۴۰۰ تومان به دانش‌آموزان فروخته می‌شد. البته در و دیوار کتاب‌خانه هم پر از مسئله‌های رایگان بود. مسئله‌های رایگان اما سخت!

در یک غرفهٔ خرید پاسخ‌های درست هم پشت پیشخوان کتاب‌خانه قرار داشت که دانش‌آموزان می‌توانستند هر پاسخ درست خود را به قیمت ۵۰۰ تومان در این غرفه بفروشند. سه معلم در این پیشخوان سؤال‌هایی را که دانش‌آموزان حل کرده بودند، بررسی می‌کردند و اگر دانش‌آموزان به کمی

راهنمایی برای حل مسئله احتیاج داشتند، با دریافت ۱۰۰ تومان آن‌ها را راهنمایی می‌کردند.

یک «برگهٔ ثبت خرید و فروش» هم در اختیار هر دانش‌آموز قرار داشت که پول پرداختی برای خرید مسئله یا دریافت راهنمایی و پول دریافتی در ازای حل هر مسئله را در آن یادداشت می‌کرد تا حساب و کتاب از دستش در نرود!

یکی از معلم‌هایی که پاسخ‌ها را بررسی می‌کرد، در پاسخ خبرنگار ما دربارهٔ علت تشکیل این بازار گفت: «این مسابقه قسمتی از کار کلاس ریاضی است تا بچه‌ها با هیجان بیشتری مسئله‌ها را حل کنند».

وی ادامه داد: «اولین دورهٔ بازارچهٔ ریاضی در نیم‌سال اول برگزار شد که نتیجهٔ آن بهره‌وری بیشتر دانش‌آموزان بود. آن‌ها به این نحو مسائل بیشتر و متنوع‌تری حل می‌کنند؛ ضمن آن که مدیریت منابع از جمله پول و زمان را تمرین می‌کنند. آن ها سعی می‌کنند در فرصتی که دارند بیشترین سود را از این بازار کسب کنند. آن ها باید تصمیم بگیرند که سؤال ارزان بخرند یا گران! باید تصمیم بگیرند آیا وقتشان را صرف حل مسئله‌های رایگان بکنند یا نه! هم‌چنین، خرید سؤال‌هایی که ندیده‌اند، به نوعی تمرین ریسک‌پذیری است».

در گوشه‌ای از کتاب‌خانه، گروهی چهار نفره شکل گرفته است که مشغول حل مسئله هستند. آن‌ها شرکت در «بازار مسئله» را بسیار جذاب می‌دانند و عقیده دارند: « خیلی

جالب است، چون با انگیزهٔ بیشتری سؤال‌ها را حل می‌کنیم و شجاعت خود را به آزمایش می‌گذاریم تا ببینیم تا چه حد می‌توانیم در زمینهٔ حل مسئله پیش برویم».

زمان بازار پس از یک ساعت و نیم به پایان رسید و حال و هوای کتاب‌خانه به روال عادی خود برگشت. اما کار دانش‌آموزان هنوز ادامه داشت؛ شرکت در مسابقهٔ بهترین گزارش دانش‌آموزی از بازار برای قرار دادن آن روی سایت مدرسه، شمارش پول‌ها، تهیهٔ گزارش آماری عملکرد هر کلاس از نظر پاسخ‌گویی به مسئله‌ها در سطوح گوناگون با مراجعه به «برگهٔ ثبت خرید و فروش» دانش‌آموزان، پیدا کردن پول‌دارترین کلاس، ریسک‌پذیرترین کلاس و ...

به نظر می‌رسد تشکیل «بازار مسئله» در مدرسه یا حتی کلاس درس، تجربه‌ای جالب است. شما هم تشکیل چنین بازاری را به معلمتان پیشنهاد دهید و گزارش تصویری بازارتان را برای سایت مجله بفرستید.

شما می‌توانید گزارشگر «برهان راهنمایی» را مهمان مدرسه‌تان کنید. حتی می‌توانید خودتان گزارشگر افتخاری مجله باشید و تجربه‌هایتان را در قالب گزارش در اختیار مجله و مخاطبان آن بگذارید. هم‌چنین می‌توانید تجربه‌های متفاوتتان را برای مجله ارسال کنید.

سؤال‌های مسابقهٔ ریاضی استرالیا

(پایهٔ دوم و سوم راهنمایی) آگوست ۲۰۱۱

مترجم: سپیده چمن‌آرا

کلیدواژه‌ها: مسابقهٔ ریاضی استرالیا

پرسش‌های ۱ تا ۱۰ هرکدام ۳ امتیاز دارند

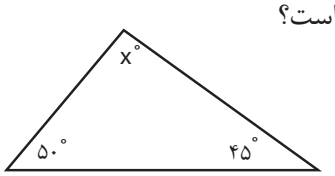
۱. مقدار ۱۱۰۲ - ۲۰۱۱ برابر است با:

الف) ۱۱۱۱ ب) ۱۱۹۱

پ) ۱۰۰۱ ت) ۹۸۹

ث) ۹۰۹

۲. در شکل زیر زاویهٔ x چند درجه است؟



الف) ۷۵ ب) ۸۰ پ) ۸۵

ت) ۹۰ ث) ۹۵

۳. من ساعت ۲:۱۵ بعدازظهر به پیاده‌روی رفتم و ساعت ۳:۲۰ دقیقه برگشتم. چند دقیقه پیاده‌روی کرده‌ام؟

الف) ۵۰ دقیقه ب) ۵۵ دقیقه

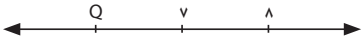
پ) ۶۰ دقیقه ت) ۶۵ دقیقه

ث) ۷۰ دقیقه

۴. در محور اعداد زیر، ۱۵ واحد به سمت چپ Q، چه عددی است؟

الف) ۱۰- ب) ۹- پ) ۰

ت) ۵ ث) ۱۰



۵. مقدار (۸-۸۸)-۸۸۸ برابر است با:

الف) ۸۰۸ ب) ۸۸۰ پ) ۸۰۰

ت) ۷۹۲ ث) ۲۰۱۱

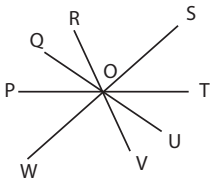
۶. اگر بدانیم ۳۸۵=۱۱×۷×۵، آنگاه مقدار ۰/۱۱×۰/۷×۰/۵ چیست؟

الف) ۳۸/۵ ب) ۳/۸۵

پ) ۰/۳۸۵ ت) ۰/۰۳۸۵

ث) ۰/۰۰۳۸۵

۷. در شکل زیر، خطوط PT، QU، RV، SW در نقطهٔ O همدیگر را قطع می‌کنند. اگر $<QOR=۲۰^\circ$، $<SOT=۵۰^\circ$ و $<VOW=۷۰^\circ$ باشد، زاویهٔ $<POQ$ چند درجه است؟



الف) ۳۰° ب) ۴۰° پ) ۵۰°

ت) ۶۰° ث) ۸۰°

۸. مقدار $۲^۴+۴^۲$ برابر است با:

الف) ۱۶ ب) ۳۲ پ) ۳۴

ت) ۳۶ ث) ۶۴

۹. علی در ۳۰ دقیقه، ۲۰ صفحه کتاب می‌خواند. اگر با همین سرعت به خواندن ادامه دهد، چقدر طول می‌کشد که ۶۶ صفحه کتاب بخواند؟

الف) ۱ ساعت و ۳۴ دقیقه

ب) ۱ ساعت و ۳۶ دقیقه

پ) ۱ ساعت و ۳۷ دقیقه

ت) ۱ ساعت و ۳۸ دقیقه

ث) ۱ ساعت و ۳۹ دقیقه

۱۰. روی یکی از ارقام اعداد دورقمی زیر پوشیده شده است. کدام یک از گزینه‌ها تنها عددی است که می‌تواند مضرب ۱۲ باشد؟

الف) ☐۳ ب) ☐۹ پ) ☐۵

ت) ☐۳ ث) ☐۵

پاسخ سؤال‌های مسابقه‌ای در صفحهٔ ۴۷

مترجم: سیده چمن‌آرا

پاسخ سؤال‌های مسابقه ریاضی استرالیا

۱. ث

۲. پ. زیرا با استفاده از مجموع زوایای مثلث که ۱۸۰° است، داریم:

$$x=۱۸۰-(۵۰+۴۵)=۸۵$$

۳. ت

۴. ب، نقطهٔ Q متناظر با عدد ۶ است. پس ۱۵ واحد سمت چپ Q، ۹-=۱۵-۶ خواهد بود.

۵. الف

۶. ت، زیرا حاصل‌ضرب ۰/۵×۰/۷×۰/۱۱ دارای همان ارقام ۵×۷×۱۱ است، اما چهار رقم اعشار دارد. پس حاصل آن ۰/۰۳۸۵ است.

۷. ب، زیرا با استفاده از اطلاعات مسئله و زاویه‌های متقابل به رأس که هم‌اندازه‌اند، $x=۴۰^\circ$ خواهد شد.

۸. ب

۹. با استفاده از تناسب خواهیم داشت:

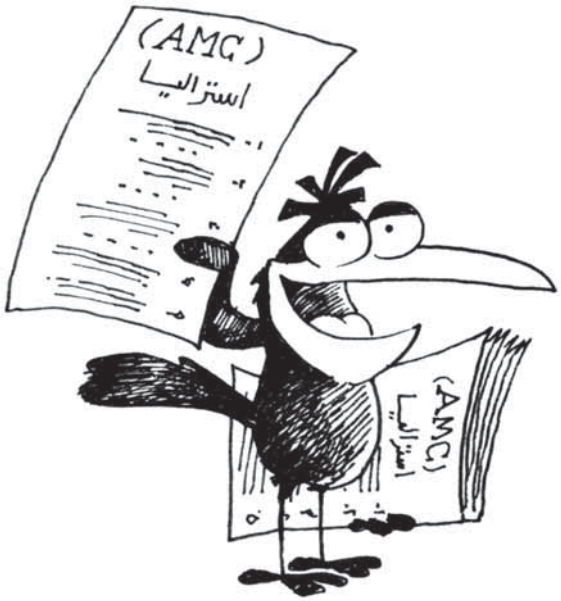
$$\frac{۶۶}{x}=\frac{۲۰}{۳۰}$$

پس

$$x=\frac{۶۶\times۳۰}{۲۰}=۹۹ \text{ دقیقه}$$

یعنی ۱ ساعت و ۳۹ دقیقه، پس گزینهٔ (ث) صحیح است.

۱۰. اگر عددی بر ۱۲ بخش‌پذیر باشد، زوج است پس گزینه‌های ب و پ و ت نمی‌تواند صحیح باشند، از طرفی بین ۵۰ تا ۵۹ هیچ مضرب ۱۲ نداریم پس تنها گزینهٔ ممکن ۳۶ است. یعنی (الف) صحیح است.



جدول موضوعی مطالب مجلهٔ رشد برهان راهنمایی، شمارهٔ ۶۳

جدول زیر در هر شمارهٔ مجله، حاوی اطلاعات کلی در مورد مطالب آن شمارهٔ مجله است که راهنمای عمل مناسبی برای معلمان عزیز به منظور استفادهٔ بهتر از این مجله در کلاس‌های درس ریاضی به شمار می‌رود. فهرست مهارت‌های ریاضی در پایین جدول آمده است.

سردبیر

فهرست مقالات	موضوع کلی	ارتباط با زندگی	مهارت‌های ریاضی
داستان مربعی که ...	هندسه و یکی از کاربردهای آن ضمن معرفی ابوالوفا بوزجانی، یکی از ریاضی‌دانان ایرانی	✓	۶، ۷، ۱۰
تقسیم کسرها ...	طرح مسئله و ارائهٔ استدلال پیرامون روش معمول تقسیم کسرها		۴، ۸
دلیل این محاسبات چیست؟	ارائهٔ دلیل برای عملیات دور در دور، نزدیک در نزدیک		۴، ۸
یک روش دیگر برای ...	رسم یک شش ضلعی به روشی جدید و طرح این مسئله که آیا این شش ضلعی منتظم است.		۶، ۹ (پرگار و ...)، ۱۰
نرم افزار tess	معرفی یک نرم افزار برای رسم شکل های هندسی و تکرار آن ها با انتقال و تقارن‌های مختلف برای کاشی‌کاری یک سطح	✓	۶، ۹
اندازه گیری با ماشین ...	استفاده از ماشین حساب برای یافتن ضلع مربعی با مساحت معلوم		۲، ۳، ۴، ۶، ۹، ۱۰
نقاشی با اعداد ...	طرح یک نوع پازل عددی و قوانین حل آن به همراه طرح مسائلی پیرامون این پازل		۱، ۸، ۱۰
پازل از نوعی دیگر	طرح یک پازل عددی و قوانین حل آن		۱، ۱۰
کی راست می گه	طرح یک مسئله و استفاده از اطلاعات آن برای نتیجه‌گیری منطقی	✓	۷، ۸، ۱۰
شعبده ...	طرح مسئله در قالب جذاب شعبده		۵، ۷، ۸، ۱۰
مرغ، ماهی، تخم مرغ ...	طرح یک مسئله واقعی، مدل‌سازی و حل آن به وسیله دستگاه معادلات	✓	۴،۵،۱۰
گفت و گو	گزارشی از بازی و گفت و گو با دانش آموزان پیرامون تقریب زدن حاصل یک عبارت	✓	۳، ۱۰
پروندهٔ شخصی حل مسئله	ارائهٔ تعریفی از حل مسئله و طرح و حل چند مسئلهٔ مرتبط به هم که راه حل هریک به حل مسئلهٔ بعدی کمک می‌کند		۸، ۱۰
مسئله بازار	گزارشی از یک کارگاه حل مسئله در یک مدرسه	✓	۱۰

مهارت‌های ریاضی:

۱. شمارش ۲. اندازه‌گیری ۳. تخمین و تقریب عددی ۴. محاسبات عددی و عملیات ذهنی ۵. الگویابی، پیش‌بینی و مدل‌سازی ۶. استفاده از نمودارها و شهود هندسی ۷. فرضیه‌سازی و نظریه‌پردازی ۸. کشف و استدلال ۹. استفاده از ابزار و تکنولوژی ۱۰ حل مسئله.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...

www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات