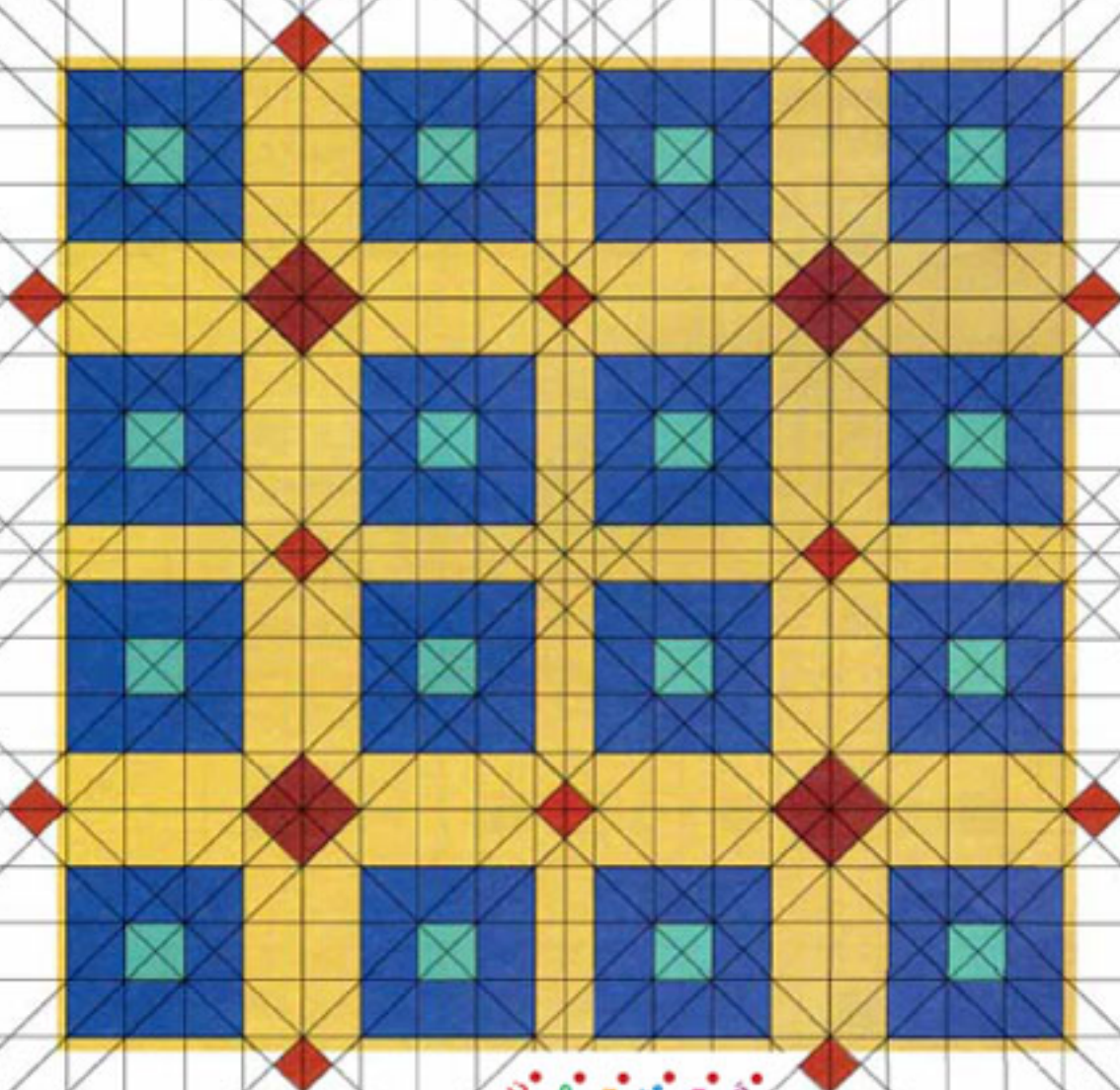


دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۶۴



وزارت آموزش و پرورش
 سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
 دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی



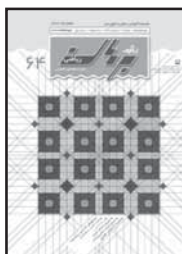
• زاویه‌ای که با تیر سفتا شد!
 • صفر صفرم، سه صفرم!
 • چرخ گردون
 • مهربانی که فک کشید
 • جیمه‌سازی یا ماشین حساب
 • تجربه، آزمایش، تضمین



وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی



دوره راهنمایی تحصیلی
فصلنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی



تصویر روی جلد، به مقاله
«چرخ گردون»، صص ۱۰ تا
۱۳ مرتبط است.



ریاضیات و سرگرمی

● **شعبده بازان، ذهن خواناندا/ بهزاد اسلامی مسلم / ۳۲**

ریاضیات و کاربرد

● **گفت و گو: تجربه، آزمایش، تخمین / زهره پندی و سپیده**

چمن آرا / ۳۶

معرفی کتاب

● **چند تا لیس؟/ جعفر ربانی / ۳۹**

ریاضیات و مسئله

● **پرونده شخصی حل مسئله / جعفر اسدی گرمارودی /**

● **۴۱ سؤال های مسابقه ریاضی استرالیا/ مترجم سپیده**

چمن آرا/ ۴۵ ● **پاسخ پرسش های مسابقه استرالیا / ۴۶**

● **پاسخ پازل از نوعی دیگر/ ۴۰**

گزارش

● **دوازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران / ۴۴**

● **جدول موضوعی مجله / ۴۸**

یادداشت سردبیر

● **دوستانی که در میان ما نیستند / سپیده چمن آرا / ۲**

ریاضیات و مدرسه

● **زاویه ای که با تبر سه تا شد! / لیلا خسروشاهی/ ۳ ● صفر**

صفرم، سه صفرم / بهزاد اسلامی مسلم/ ۸ ● چرخ گردون /

مجید منشوری/ ۱۰ ● یکستان/ حسن احمدی/ ۱۴ ● مفهومی که

قد کشید / سارا ارشادمش / ۱۶

ریاضیات و فن آوری

● **جعبه سازی با ماشین حساب / آمنه ابراهیم زاده طاری و بهزاد**

اسلامی مسلم / ۱۹ ● آمادگی برای به کارگیری Excel / زهره

پندی / ۲۲

ریاضیات و بازی

● **پازل از نوعی دیگر، فوبوکی / علی مبین / ۲۵ ● پنج تا به خط**

/ آمنه ابراهیم زاده طاری و بهزاد اسلامی مسلم/ ۲۶

ریاضیات و استدلال

● **کی راست میگو؟ / سپیده چمن آرا / ۲۹**

قابل توجه نویسندگان و مترجمان:

● مقاله هایی که برای درج در مجله می فرستید، باید با اهداف این مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. اهداف مجله عبارتند از: ● گسترش فرهنگ ریاضی؛ ● افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت های دانش آموزان در راستای برنامه درسی؛ ● توسعه تفکر و خلاقیت؛ ● توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن؛ ● توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی؛ ● توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن آوری؛ ● تقویت باورها و ارزش های دینی، اخلاقی و علمی.

● مقاله های ترجمه شده باید با متن اصلی همخوانی داشته باشد و متن اصلی نیز همراه آن باشد. چنان چه مقاله را خلاصه می کنید، این موضوع را قید بفرمایید. ● مقاله یک خط در میان، در یک روی کاغذ و با خط خوانا نوشته یا تایپ شود. مقاله ها می توانند با نرم افزار word یا CD یا فلاپی و یا از طریق رایانامه مجله ارسال شوند. ● نشر مقاله باید روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و فنی دقت لازم مبدول شود. ● محل قرار دادن جدول ها، شکل ها و عکس ها در متن مشخص شود. ● مقاله باید دارای چکیده باشد و در آن هدف ها و پیام نوشتار در چند سطر تنظیم شود. ● کلمات حاوی مفاهیم نمایی (کلیدواژه ها) از متن استخراج و روی صفحه ای جداگانه نوشته شوند. ● مقاله باید دارای تیتراژ اصلی، تیتراژ فرعی در متن و سوتیتر باشد. ● مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مقاله های رسیده آزاد است. ● مقالات دریافتی بازگردانده نمی شوند. ● آرای مندرج در مقاله ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان مجله نیست.



دوستانی که در میان ما نیستند

دوستان نوجوان من:

حتماً همتای شما در مدارس راهنمایی در شهرهای مختلف تحصیل می‌کنید. آیا تاکنون به تخییری که در مدرسه‌تان رُخ داده، توجه کرده‌اید؟! می‌دانید از چه «تخییری» صحبت می‌کنم؟ بله تعدادی از دوستان شما که قرار بود امسال در پایه اول راهنمایی در کنار شما سال تحصیلی را بگذرانند، اکنون در پایه ششم دبستان و احتمالاً در مدرسه دیگری در فضایی دیگری، مشغول به تحصیل هستند؛ با کتاب‌های جدید و ساعت درسی متفاوت و ...

به همین دلیل، ما، هیئت تحریریه رشد برهان راهنمایی نیز از داشتن دوستانی که در پایه ششم هستند، محروم شده‌ایم و مجله برهان راهنمایی به دست این دانش‌آموزان نمی‌رسد. این جا قصد ندارم درباره این تخییر صحبت کنم؛ بلکه تنها قصدم این بود که شما را متوجه این تخییر کرده باشم. اصولاً شما نوجوانان امروز، در دنیای زندگی می‌کنید که سرعت تخییرات در آن، به خصوص تخییر در حوزه فن‌آوری، بسیار زیاد است و کمی غفلت، آدمی را از دنیای بسیار عجب‌نگه می‌دارد. پس باید همواره توجه‌مان به اطراف و به اتفاقات مختلف در سطح مدرسه، شهر، کشور و حتی سایر کشورهای دنیا باشد و سعی کنیم از آنها عجب‌نمانیم و حتی اثر نقش و اثری هم در آنها نداریم، حداقل به عنوان یک «شهروند آگاه»، از آنها مطلع باشیم

سردبیر

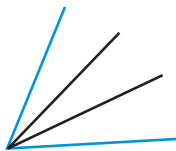


دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

زاویمای که با تبر سه تا شد!

کلیدواژه‌ها: تثلیث زاویه، ترسیم خط‌کش و پرگار، تثلیث‌گر

البته ریاضی‌دان‌ها توانسته بودند روشی برای تقسیم زاویه به دو قسمت مساوی بدون نیاز به اندازه‌گیری پیدا کنند. شما هم حتماً در کتاب‌های درسی خود دیده‌اید که چگونه می‌توان با استفاده از خط‌کش و پرگار، نیم‌ساز یک زاویه را رسم کرد و به این ترتیب آن را به دو قسمت مساوی تقسیم کرد. ریاضی‌دان‌ها برای «تقسیم زاویه به سه قسمت مساوی» یا به اصطلاح «تثلیث زاویه» نیز راه‌های متنوعی پیدا کرده‌اند. مثلاً تبری که زاویه داستان ما را سه قسمت کرد، یکی از وسایلی است که برای تثلیث زاویه ابداع شد.



این تبر، یک تبر معمولی، از آن‌هایی که هی‌زم‌شکن‌ها

این زاویه، اصلاً فکر نمی‌کرد که روزی تبدیل به سه زاویه شود. آن هم به دست یک تبر!

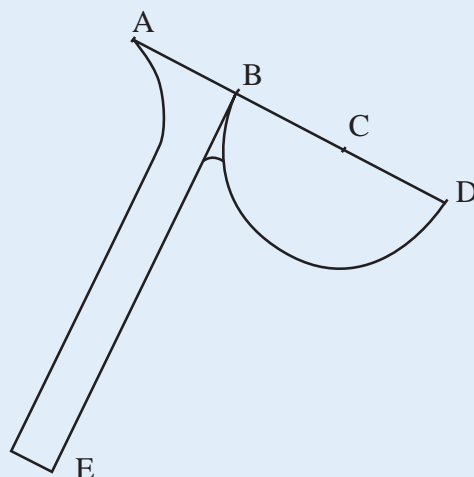


شما هم فکر نکنید که اگر یک تبر به دست بگیرید و بیفتید به جان یک زاویه، می‌توانید به همین راحتی آن را سه قسمت کنید؛ آن هم به سه قسمت مساوی!

ریاضی‌دان‌ها هم ابتدا فکر نمی‌کردند مجبور شوند برای تقسیم زاویه به سه قسمت مساوی، «دست به تبر» شوند! آن‌ها سال‌ها تلاش کردند تا بتوانند روشی پیدا کنند که با استفاده از آن بشود تمام زاویه‌ها را به سه قسمت مساوی تقسیم کرد، بدون این که لازم باشد زاویه را اندازه‌گیری کنند.

استفاده می‌کنند، نبود.

تبر ریاضی‌دان‌ها به شکل زیر بود.



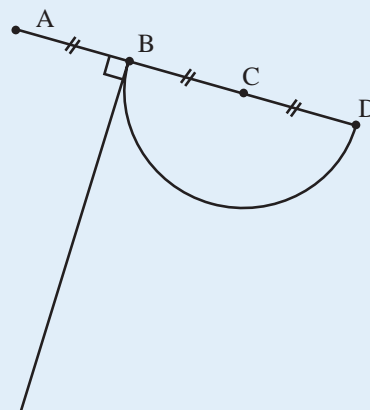
و این خواص را داشت:

$$AB=BC=CD$$

$$EB \perp AB$$

سرِ تبر، نیم‌دایره‌ای به مرکز C است.

اجزای مهم ریاضی این تبر به طور ساده در شکل زیر نشان داده شده است.

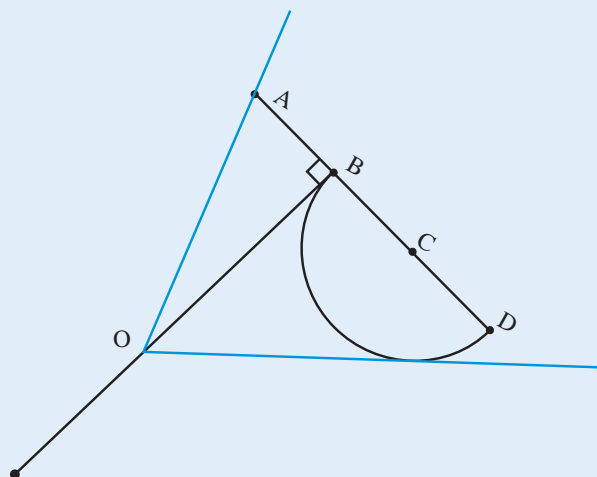


برای تثلیث زاویه به کمک تبر، باید آن را طوری روی زاویه قرار داد که:

(۱) نیم‌دایره بر یکی از ضلع‌های زاویه مماس شود؛ یعنی فقط یک نقطهٔ تماس داشته باشند.

(۲) نقطهٔ A روی ضلع دیگر دایره قرار بگیرد.

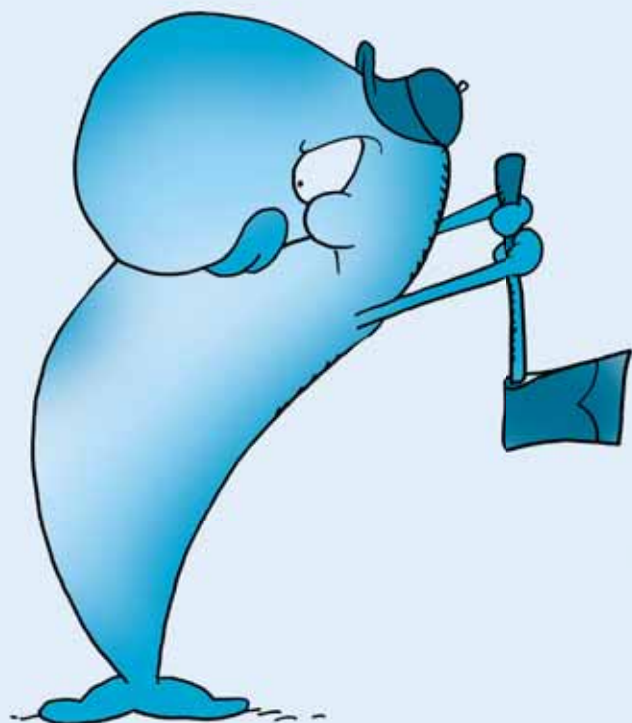
(۳) خط BE از رأس زاویه بگذرد.



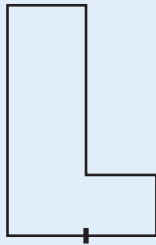
به این ترتیب اگر نقاط B و C را به رأس زاویه وصل کنیم، زاویه به سه قسمت مساوی تقسیم خواهد شد، یعنی

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3$$

دلیل این برابری‌ها با استفاده از اثبات برابری مثلث‌ها قابل بیان است.

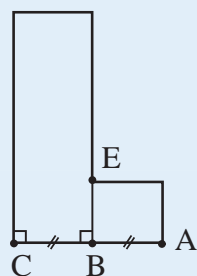
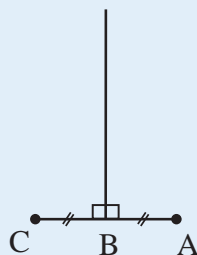


ریاضی‌دان‌ها ابزارهای دیگری هم برای تثلیث زاویه ساخته‌اند؛ مثلاً وسیله‌ای که در زیر می‌بینید، به «گونپای نجاری» معروف است.

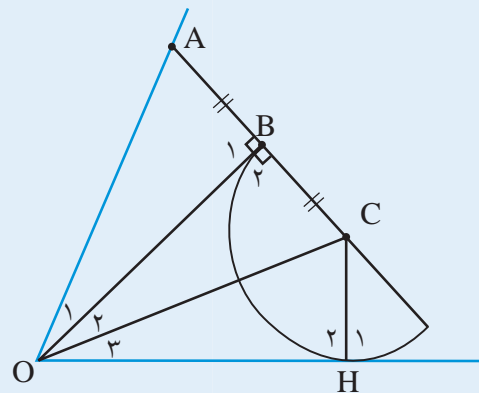


برای ساخت این وسیله باید به این خاصیت مهم توجه داشت که تمام زوایای موجود در شکل قائمه‌اند و $AB = BC$. اجزای مهم ریاضی گونپای نجاری را می‌توان در این شکل

دید:



برای تثلیث زاویه به کمک گونپای نجاری، ابتدا خطی مساوی با یکی از اضلاع زاویه رسم می‌کنیم؛ طوری که فاصله خطوط موازی به اندازه پاره خط BC باشد. این کار را می‌توان با قرار دادن گونپای نجاری روی زاویه به شکل زیر انجام داد.



$$\left. \begin{array}{l} \hat{B}_1 = \hat{B}_r = 90^\circ \\ AB = BC \\ BO = BO \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ض. ز ض} \\ \Rightarrow \triangle ABO = \triangle CBO \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_r \end{array}$$

CH شعاعی از دایره است که مرکز را به محل برخورد دایره و خط مماس بر آن وصل کرده است. بعدها در درس هندسه خواهید دید که این شعاع، بر خط مماس عمود می‌شود، بنابراین $\hat{H}_r = 90^\circ$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B}_r = \hat{H}_r = 90^\circ \\ OC = OC \\ BC = HC \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{وتر و ضلع} \\ \Rightarrow \triangle BCO = \triangle HCO \Rightarrow \hat{O}_r = \hat{O}_r \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_r \\ \hat{O}_r = \hat{O}_r \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_r = \hat{O}_r$$

بنابراین ثابت کردیم که این تبر، بدون این که نیازی به اندازه‌گیری یک زاویه داشته باشد، می‌تواند آن را به سه زاویه برابر تقسیم کند.



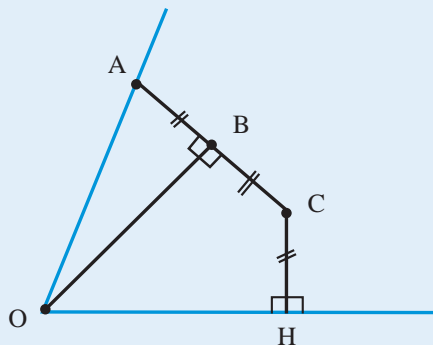
(۱) روی یک ضلع و H روی ضلع دیگر زاویه است؛

(۲) CH بر OH عمود است؛

(۳) A، B، C روی یک خط راست قرار دارند؛

(۴) OB بر AC عمود است؛

(۵) $AB=BC=CH$ ؛



در واقع اگر تمام شرایط بالا برقرار باشد، با وصل کردن نقاط C و B به رأس زاویه (نقطه O)، سه مثلث $\triangle ABO$ و $\triangle COB$ و $\triangle COH$ ایجاد می‌شود که با هم برابرند (چرا؟) و به این ترتیب زاویه O به سه قسمت مساوی تقسیم می‌شود:

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3$$

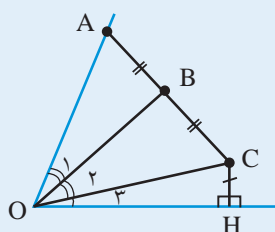
توجه کنید که اگر هریک از این شرایط برقرار نباشد، دیگر

زوایای \hat{O}_1 و \hat{O}_2 و \hat{O}_3 برابر نخواهند بود. مثلاً اگر شرایط ۱

تا ۴ برقرار باشند اما $AB=BC \neq CH$ ، در این صورت

$\triangle ABO = \triangle COB \neq \triangle COH$ و بنابراین $\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \neq \hat{O}_3$ ؛

یعنی تثلیث انجام نگرفته است!



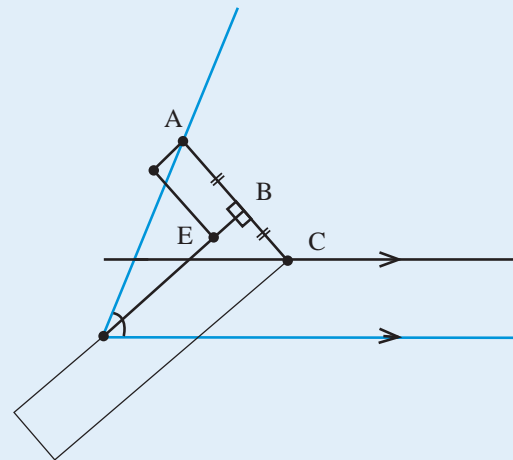
سپس گونیای نجاری را طوری روی زاویه قرار می‌دهیم

که:

(۱) نقطه C روی خطی که در مرحله قبل رسم شده قرار

بگیرد.

(۲) نقطه A روی ضلع دیگر زاویه قرار بگیرد.



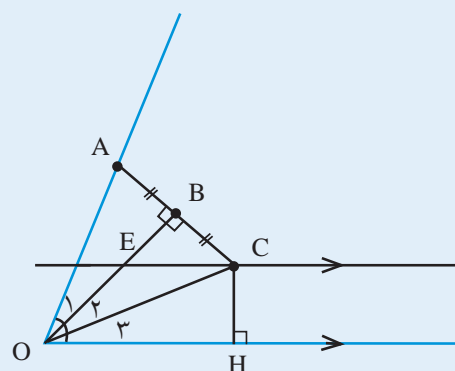
(۳) امتداد BE از رأس زاویه بگذرد.

به این ترتیب اگر نقاط B و C را به رأس زاویه وصل کنیم،

زاویه به سه قسمت مساوی تقسیم خواهد شد؛ یعنی

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3$$

(ثابت کنید)



همان‌طور که می‌بینید، این مسئله شباهت بسیاری به

مسئله قبل دارد.

در هر دو مسئله، نقاط A، B، C، H طوری قرار دارند که

شرایط زیر برقرار است:

ریاضی‌دان‌های ایرانی بسیاری هم روی مسئلهٔ تثلیث زاویه کار کرده‌اند. ابوجعفر خازن، ابوالجود، ابوالحسن هروی، ابوریحان بیرونی، ابوسعید سجزی، صافانی، ابوالوفای بوزجانی و جمشید کاشانی از آن جمله‌اند

۱. با استفاده از مقوا، گونیای نجاری و تبر تثلیث زاویه را بسازید. سپس سعی کنید با استفاده از آن‌ها، زوایای مختلف را به سه قسمت مساوی تقسیم کنید.

۲. اجزای مهم گونیای نجاری و تبر را شناخته‌اید. چه تفاوت‌ها و چه شباهت‌هایی بین آن‌ها وجود دارد؟ این دو وسیله چگونه می‌توانند با وجود این تفاوت‌ها، شرایط یکسان ۱ تا ۵ را به وجود بیاورند؟

۳. در این نوشته، برای تثلیث زاویه به کمک تبر یا گونیای نجاری، از زوایای تند استفاده شد. آیا می‌توان با استفاده از این وسایل، زوایای باز را نیز تثلیث کرد؟ چگونه؟ (پاسخ‌های خود به سؤال‌های بالا را برای مجله ارسال کنید).

«گونیای نجاری» و «تبر» هریک به نوعی شرایط ۱ تا ۵ را ایجاد کرده‌اند. خوب است با مراجعهٔ دوباره به آن‌ها ببینید که هریک چگونه این شرایط را برآورده نموده‌اند. بنابراین این دو وسیله با وجود تفاوت‌های ظاهری، دقیقاً یک کار را انجام می‌دهند و از ایدهٔ مشابهی برای تثلیث زاویه استفاده می‌کنند. ریاضی‌دان‌ها روش‌های دیگری را نیز همراه ایده‌های متفاوت برای تثلیث زاویه ابداع کرده‌اند و هنوز هم تلاش در جهت ابداع وسایلی برای تثلیث زاویه، رواج دارد. اکنون نوبت شماست که دست به کار شوید.

پی‌نوشت

۱ و ۲. با مراجعه به وبگاه زیر و یا وبگاه مجله، می‌توانید نحوهٔ حرکت دادن تبر برای رسیدن به وضعیت مناسب را ببینید:

www.takayaiwamoto.com/Greek-Math/Trisect/Special-Tools-Tools-Tri.html

۳. برای کسب اطلاعات بیشتر در این زمینه می‌توانید کتاب زیر را مطالعه کنید: کتاب کوچک ریاضی ۲۶: تثلیث زاویه، تربیع دایره، مؤلفان: پرویز شهریاری/ سیامک جعفری؛ انتشارات مدرسه.



صفر صفرم سه صفرم!

کلیدواژه‌ها: تقسیم، تقسیم بر صفر، ساده کردن عبارت‌ها.



شصت و هفت ۶۷

می‌خواهم برایتان ثابت کنم که $۱=۲$!
می‌دانیم که

$$۰ \times ۱ = ۰$$

و

$$۰ \times ۲ = ۰$$

پس می‌توانیم بنویسیم

$$۰ \times ۱ = ۰ \times ۲$$

حالا از دو تساوی طرف، ۰ را «می‌زنیم»:

$$\cancel{۰} \times ۱ = \cancel{۰} \times ۲$$

پس $۱=۲$.

چرا ناراحتید؟ آها! تا حالا فکر می‌کردید ۱ با ۲ برابر نیست؟ خب حق با شماست! اما در این محاسبه، اشتباهی وجود دارد. می‌توانید بگویید کجا؟

اشتباه در آنجاست که ۰ را از دو طرف تساوی «زدیم». وقتی از دو طرف تساوی، عددی را «می‌زنیم»، در حقیقت داریم دو طرف تساوی را بر آن عدد تقسیم می‌کنیم. در این جا هریک از طرف‌های تساوی را بر ۰ تقسیم کرده‌ایم. اما راستش را بخواهید، اجازه نداریم عددها را بر ۰ تقسیم کنیم. بیا ببینیم چرا.

قبل از این کار، به این تصویر از کتاب ریاضی چهارم دبستان نگاه کنید:

۱. صفر تقسیم بر صفر

اگر از تصویر بالا استفاده کنیم، می‌توانیم بگوییم وقتی صفر را بر صفر تقسیم می‌کنیم، انگار صفر تا توت‌فرنگی را در دسته‌های صفرتایی دسته‌بندی می‌کنیم. چند دسته خواهیم داشت؟ سؤال عجیبی است، نه؟

بیا بید دقیق‌تر بحث کنیم. برای راحتی، یکی از صفرها را با ۰ و دیگری را با 0 مشخص می‌کنیم.

می‌خواهیم به جای «؟» در تساوی $0 \div ۰ = ?$ عددی مناسب بگذاریم. مانند آنچه در تصویر بالا مشخص شده است، هر عددی که بگذاریم، همان عدد را می‌توانیم در تساوی $0 = ? \times ۰$ به جای «؟» بگذاریم:

* آیا می‌توانیم ۱ بگذاریم؟ بله! چون

$$0 = 1 \times 0$$

* آیا می‌توانیم ۲ بگذاریم؟ باز هم بله! چون

$$0 = 2 \times 0$$

* آیا می‌توانیم ۹۷۸۴۱ بگذاریم؟ دوباره بله! چون

$$0 = 97841 \times 0$$

که این‌طور پس

برای حاصلِ صفر تقسیم بر صفر، هر عددی بنویسیم درست است. پس حاصل تقسیم، با هیچ عدد مشخصی برابر نیست!

به جای «؟» بگذاریم:

* آیا می‌توانیم ۱ بگذاریم؟ نه! چون 1×0 برابر ۳ نیست.

* آیا می‌توانیم ۷۹ بگذاریم؟ نه! چون 79×0 برابر ۳ نیست.

* آیا می‌توانیم ۰ بگذاریم؟ دوباره نه! چون 0×0 برابر ۳

نیست.

که این‌طور، پس

حاصل تقسیم عدد بر صفر، هیچ عددی نمی‌تواند باشد!

در مورد هر عدد غیر صفر دیگری به جز ۳ هم، همین‌طور است.

به دلیل وجود این دو مشکل، اجازه نداریم اعداد را بر صفر تقسیم کنیم.

یکی از معناهای کسر، تقسیم صورت بر مخرج است. چون همان‌طور که دیدیم، تقسیم عددها بر صفر مجاز نیست. پس کسرهایی مثل $\frac{0}{3}$ و $\frac{3}{0}$ را هم با معنا نمی‌دانیم.

اما در مورد تقسیم صفر بر عددی غیر صفر چطور؟

مثلاً آیا $3 \div 3 = 1$ یا $\frac{3}{3}$ معنایی دارند و می‌توانیم حاصلشان را

حساب کنیم؟ بر خلاف مثال‌های قبلی، بله!

می‌خواهیم در $3 \div 3 = ?$ به جای ؟ عددی بگذاریم. هر

عددی بگذاریم، همان را می‌توانیم در تساوی $3 \times ? = 3$ قرار

دهیم، و آن چه عددی است؟ بله! صفر!

آیا دلایل بالا شما را قانع کرد؟ اگر نه، حتماً نظر خودتان را بنویسید و به نشانی برهان بفرستید.

۲. عددی غیر صفر تقسیم بر صفر

وقتی مثلاً ۳ را بر صفر تقسیم می‌کنیم، انگار ۳ تا توت‌فرنگی را در دسته‌های صفرتایی دسته‌بندی می‌کنیم. چند تا دسته درست می‌شود؟ این سؤال در عجیب بودن دست کمی از سؤال قبلی ندارد! دوباره دقیق‌تر بحث می‌کنیم.

می‌خواهیم به جای «؟» در تساوی $3 \div 0 = ?$ عددی مناسب بگذاریم. هر عددی که انتخاب کنیم، همان عدد را می‌توانیم در تساوی

$$3 = ? \times 0$$





قسمت اول

چرخ گردون

■ **کلیدواژه‌ها:** کاشی کاری، چندضلعی‌های منتظم، پوشش صفحه با چندضلعی‌های منتظم.

معمولاً برای پوشاندن کف ساختمان از قطعات به شکل مربع استفاده می‌شود. چه ویژگی‌ای در مربع وجود دارد که برای شکل یک کاشی مناسب است؟
به شکل زیر که تصویری از یک کندوی عسل است، توجه کنید.



این مثالی از هزاران مثال است که در طبیعت دیده می‌شود. همان‌طور که می‌بینید، شش‌ضلعی‌های منتظم به طور کامل در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند؛ بدون اینکه جایی خالی بماند و یا روی هم قرار گیرند.

در اینجا این پرسش را مطرح می‌کنیم که مربع و شش‌ضلعی منتظم دارای چه ویژگی‌ای هست که برای پوشش دادن سطوح مناسب است؟ و اینکه چه اشکال دیگری

آیا تا به حال به پوشش کف اتاق، سالن، پیاده‌رو، ... و یا دیوار آشپزخانه، حمام، استخر، و ... نگاه کرده‌اید. چه چیزی توجه شما را جلب کرده است؟ چه سؤالاتی از ذهنتان گذشته است؟

جدای از رنگ و جنس و طرح پوشش، چه چیز دیگری به چشم می‌آید؟ نحوه قرار گرفتن کاشی‌ها و ترتیب آن‌ها چه قدر اهمیت دارد؟

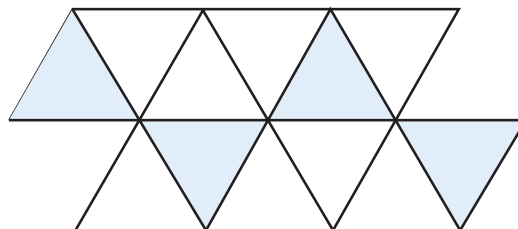
برای پوشاندن یک سطح، معمولاً تعدادی قطعه از یک شکل پایه به صورت تکراری کنار هم قرار می‌گیرند. اصطلاحاً به این کار کاشی کاری گفته می‌شود که با قطعات یکسان و یا غیر یکسان و به صورت منظم انجام می‌گیرد، خواه پوشش پذیرایی خانه باشد و یا پوشش کف پیاده‌رو و یا مشبک‌های پنجره‌های ساختمان‌های قدیمی، همچنین در کاشی کاری دیوارها و گنبد‌های ابنیه تاریخی و مساجد، اوج دقت و ظرافت طرح‌ها و نقوش را می‌توان مشاهده کرد.

آنچه که در کاشی کاری اهمیت دارد، این است که کاشی‌ها باید تمام سطح را به طور کامل بپوشانند؛ به طوری که نه جایی خالی بماند و نه کاشی‌ها روی هم قرار گیرند.

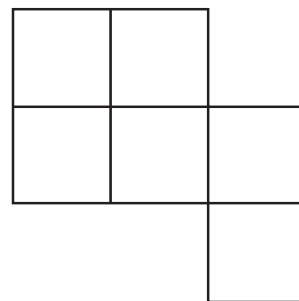
با توجه به این نکته ممکن است به نظر برسد که خیلی ساده می‌شود این کار را انجام داد و فقط لازم است قطعات، هم شکل و هم اندازه باشند.

را می‌توان برای درست کردن قطعات پوشاننده سطح (کاشی) به کار برد؟

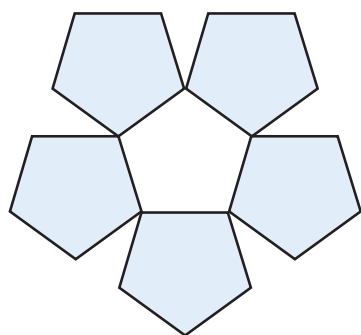
به شکل‌های رسم‌شده در زیر توجه کنید.



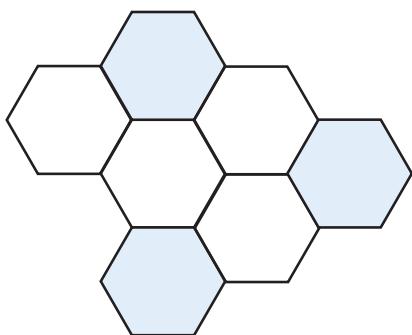
سه‌ضلعی منتظم (مثلث متساوی‌الاضلاع)



چهارضلعی منتظم (مربع)



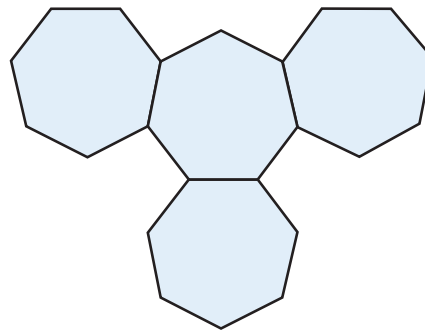
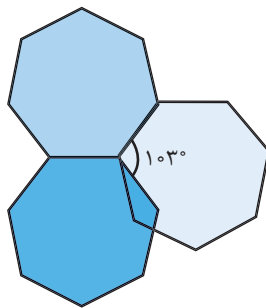
پنج‌ضلعی منتظم



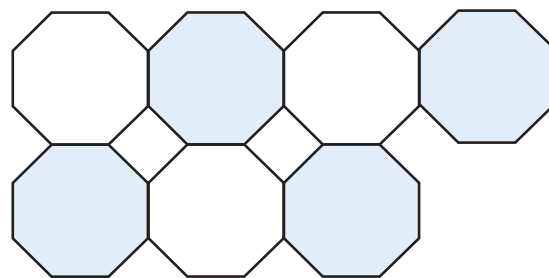
شش‌ضلعی منتظم



تقریباً به اندازه $103^\circ = (2 \times 128/5) - 360$ ، باقی می ماند.



هفت ضلعی منتظم



هشت ضلعی منتظم

با توجه به شکل های رسم شده به آسانی متوجه می شویم شکل یک کاشی برای پوش یک سطح وقتی مناسب است که از کنار هم قرار دادن قطعات، زاویه 360° درست شود. مثلاً با توجه به زاویه داخلی سه ضلعی منتظم (مثلث متساوی الاضلاع) که 60° درجه است، چنانچه شش قطعه از این نوع کاشی را کنار هم قرار دهیم، می توانیم یک پوشش کامل برای سطح مورد نظر درست کنیم.

به اطلاعات جدول زیر توجه کنید و قسمت های خالی آن

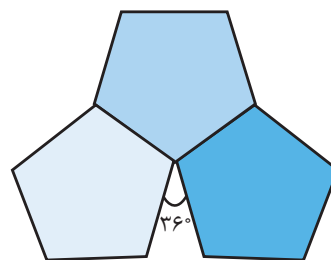
را پر کنید.

نام چندضلعی	اندازه زاویه داخلی	حداکثر زاویه پوشش پس از چیدن کاشی ها
مثلث متساوی الاضلاع	۶۰	۳۶۰
مربع	۹۰	۳۶۰
پنج ضلعی منتظم	۱۰۸	۳۲۴
شش ضلعی منتظم	۱۲۰	۳۶۰
هفت ضلعی منتظم	۱۲۸/۵
هشت ضلعی منتظم
نه ضلعی منتظم
ده ضلعی منتظم

بنابراین به این نتیجه می رسیم که چنانچه قطعات کاشی ما به شکل سه یا چهار یا شش ضلعی منتظم باشد، می توان کاشی کاری را انجام داد. اگر قطعات ما غیر از این سه نوع کاشی بودند، باید قسمت های باقی مانده را با قطعات دیگر و به شکل ترکیبی تکمیل کرد.

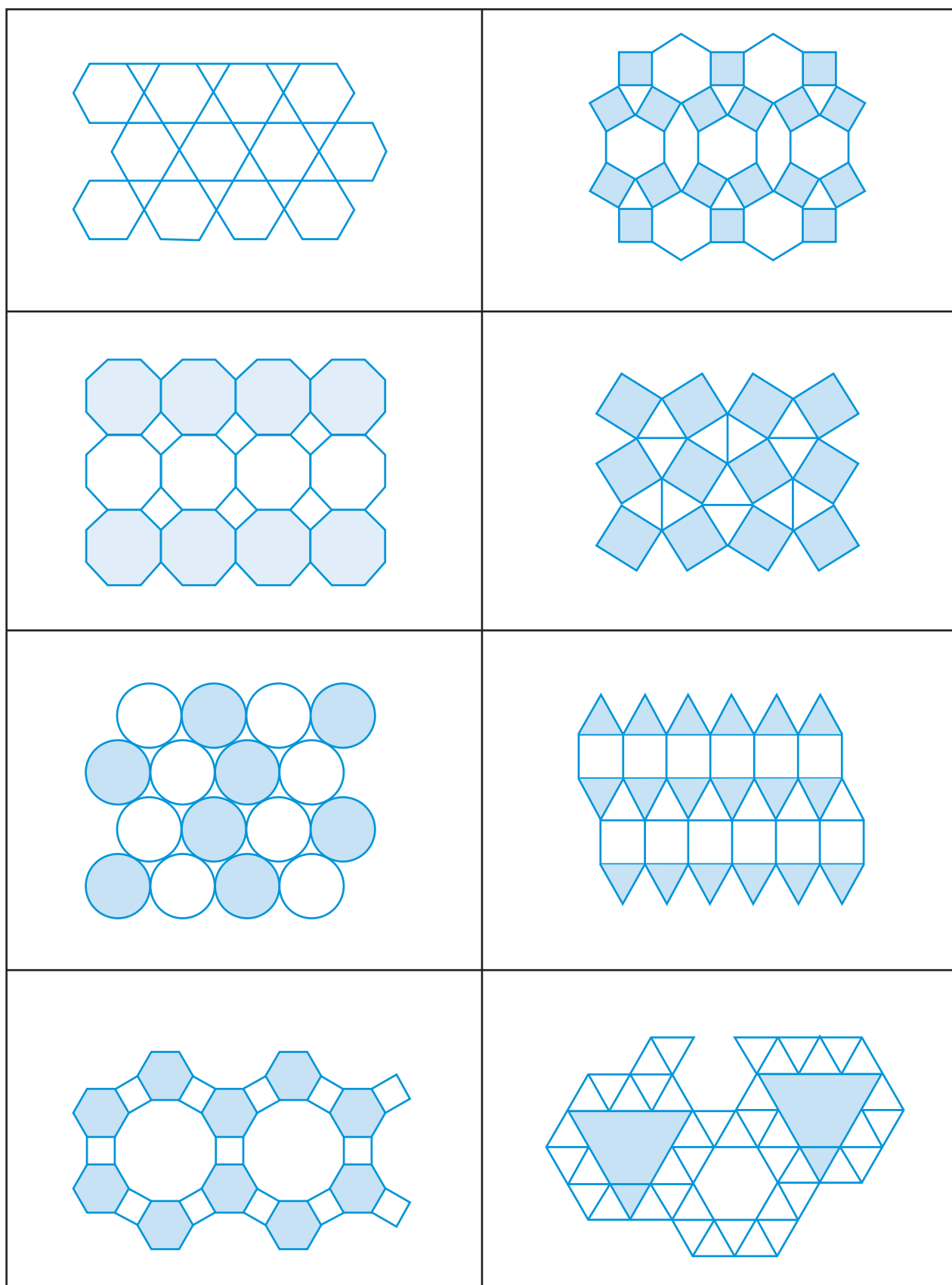
با توجه به شکل های رسم شده، چه چیزی در کنار هم قرار گرفتن و پوشاندگی قطعات مهم است؟ برای برابر بودن طول ضلع قطعات، منتظم بودن شکل قطعه اهمیت دارد و به همین دلیل چندضلعی منتظم انتخاب می کنیم؛ اما این کافی نیست و زوایای داخلی و نحوه قرار گرفتن آن ها نیز اهمیت دارد.

مثلاً در مورد پنج ضلعی منتظم نمی توان بیش از سه قطعه را کنار هم قرار داد و زاویه ای به اندازه $36 = (3 \times 108) - 360$ ، پوشش داده نمی شود.



همان طور که در شکل بعدی می بینید، در مورد هفت ضلعی نمی توان بیش از دو شکل را در کنار هم قرار داد و زاویه ای

در زیر چند پوشش ترکیبی از قطعات منتظم را نشان می‌دهیم.





بخش نخست

یکستان

کلیدواژه‌ها: اعداد، داستان‌های ریاضی

و پرسیدم: اینجا کجاست؟ اینجا کی اند؟
با خنده گفت: خُب، اینجا یکستان است دیگر! اینجا هم
مردم یکستانند.

یکستان؟ اسمش را هم نشنیده بودم. این یکستان در
کجای جهان قرار دارد؟

یکستان خودش یک جهان است با جاهای جورواجور!

من که پاک گیج شده‌ام!

خندید و گفت: از چی گیج شده‌ای؟

از همه‌چی. از همه‌چی. از کجا به اینجا آمده‌اید و چرا
این شکلی هستید؟

راستش نمی‌دانم «یک اعظم» از کجا آمده است؛ ولی
همه ما را او درست کرده است.

یک اعظم دیگر کیست؟

چطور یک اعظم را نمی‌شناسی؟ او یکستان و همه مردم
آن را درست کرده است.

در همین حال به دوردست‌ها اشاره کرد. خوب که نگاه
کردم، آن دورها یک را دیدم که در پای صلیبی نشسته بود.

گفتم: آهان، یک اعظم یک کشیش است.

کشیش دیگر چیست؟

یعنی یک روحانی مسیحی. به صلیبش نگاه کن (و با
انگشت به صلیب اشاره کردم).

باورش برایم خیلی سخت بود. شبیه آدم نبودند. عجیب و
غریب بودند. تا به حال چنین موجوداتی ندیده بودم. بیشتر
شبیه اشیایی بودند که جان دارند و راه می‌روند. از ترس نفسم
بند آمده بود و توان حرکت نداشتم. خودم را پشت درختی
پنهان کرده بودم تا از دید آن‌ها در امان باشم. یواشکی نگاه
می‌کردم، که ناگهان صدایی پرسید:

– تو کی هستی؟

قلبم داشت از قفسه سینه بیرون می‌زد. برگشتم و موجود
کوچکی را دیدم که پشت سر من ایستاده بود و با تعجب به
من نگاه می‌کرد. جثه‌اش تقریباً به اندازه یک کف دست بود
و صدای بچه‌گانه‌ای داشت. با دیدن اندازه‌اش کمی آرام شدم
و با تته‌پته گفتم:

– من، من، من حمیدم. تو، تو، کی، کی هستی؟

– من هَشتم.

– هشت؟

داشتم شاخ درمی‌آوردم. خوب که نگاه کردم بی‌شباهت
نبود. برگشتم و به بقیه آن‌ها که دورتر بودند نگاه کردم.
بعضی‌ها شبیه هشت، برخی دیگر شبیه دو، سه، و خلاصه هر
کدام شبیه یک عدد بودند. اندازه‌های مختلفی داشتند. بعضی‌ها
به اندازه همین هشتی که کنار من ایستاده بود کوچک و
بعضی‌ها کمی بزرگ‌تر بودند. خودم را کمی جمع‌وجور کردم

خندید و گفت: آن که صلیب نیست!

- صلیب نیست؟ پس چیست؟

- ما به آن می‌گوییم: «جمع»! یک اعظم با همین «جمع»
ما را درست کرده است.

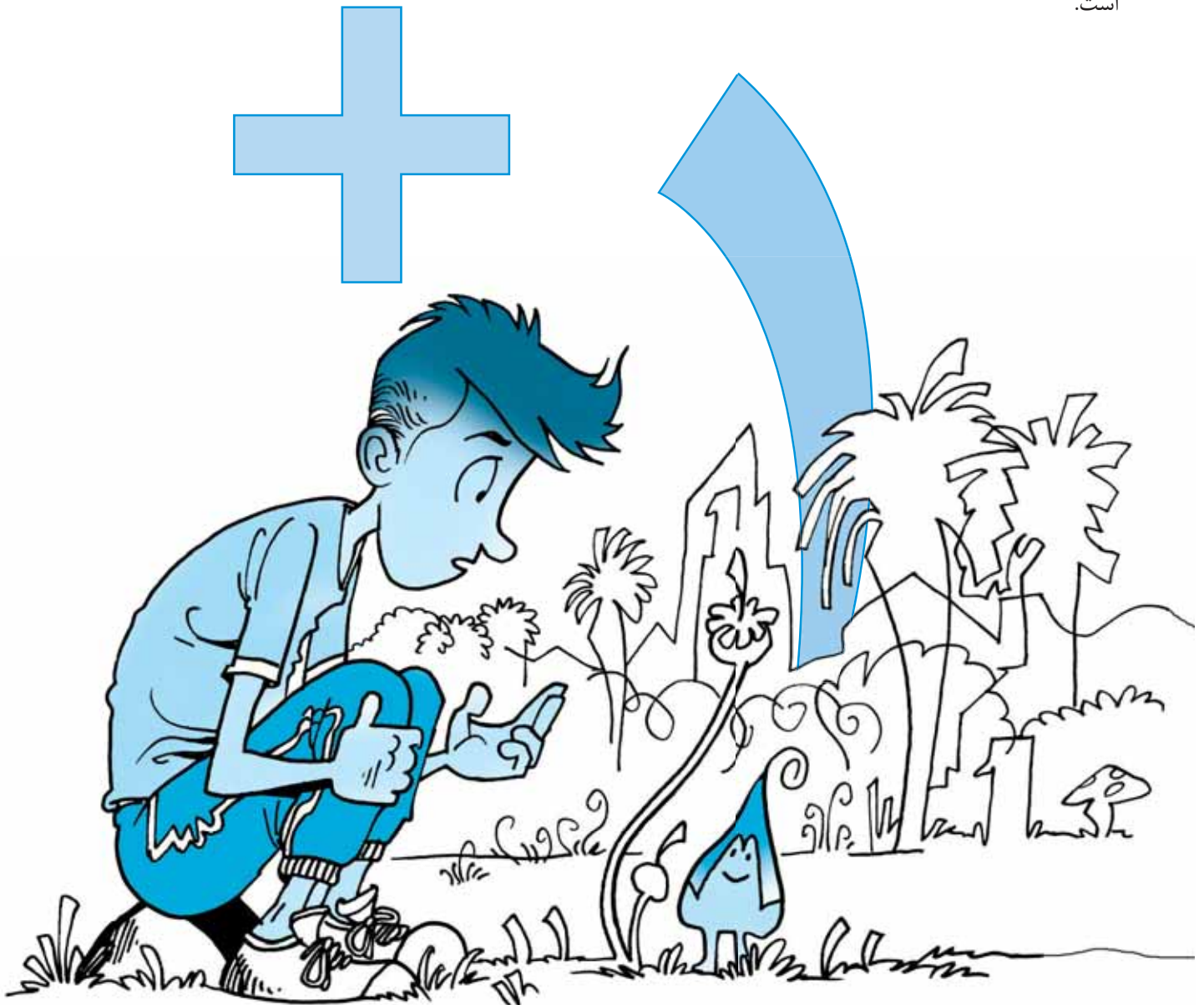
من که در گنجی کامل بودم پرسیدم: یعنی چی؟ چطوری
شما را درست کرده؟ یعنی پدر شماست؟ مادر شماست؟

- نه، بابای من که یک جورهایی دو است. یک اعظم در
واقع جد بزرگ همه ماست که زن خود را در همه ما قرار داده
است.

- زن؟ مگر شما زن هم دارید؟

- آره خُب! همه زن دارند. مگر شما ندارید؟ ماجرا از این
قرار است که در روزگار قدیم فقط یک اعظم وجود داشت.
تنهای تنها. بعد از گذشت زمانی بسیار زیاد، کم‌کم از این
تنهایی حوصله‌اش سر می‌رود و به دنبال هم‌دمی راه می‌افتد.
همین‌طور که به دنبال یک دوست از این گوشه به آن گوشه
گذر می‌کرده ...

و این داستان ادامه دارد ...



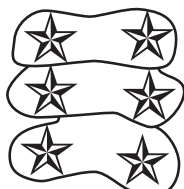


مفهومی که قد کشید!

کلیدواژه‌ها: تقسیم، مفهوم تقسیم، تقسیم کسرها، مفهوم تقسیم کسرها



قدیم‌ترها برای محاسبه $6 \div 2$ دو راه بلد بودیم:
الف) ۶ مساوی ۲ تا از چه عددی است؟ ۶ مساوی ۲ تا ۳ تایی است.



ب) ۶ مساوی چند تا ۲ تایی است؟ ۶ مساوی ۳ تا ۲ تایی است.

و هر دو درست بود؛ زیرا $3 \times 2 = 2 \times 3$ ؛ یعنی سه بسته دوتایی و دو بسته سه‌تایی مساوی‌اند. برای همین دو راه «الف» و «ب» جواب یکسانی داشتند. بعد از مدتی دیدیم که تقسیم شدن به کوچکی و بزرگی نیست، اعداد کوچک‌تر نیز می‌توانند بر اعداد بزرگ‌تر تقسیم شوند.

مثال: حاصل $1 \div 3$ را چگونه به دست آوریم؟ این بار هم دو راه برای محاسبه داریم:

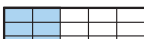

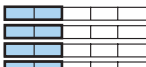

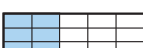

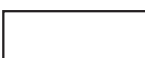
الف)		
یک مساوی سه تا $\frac{1}{3}$ است.	$\frac{1}{3}$	یک (واحد)

(ب)

یک، مساوی $\frac{1}{3}$ سه تایی است.	سه تا واحد کنار هم (سه تایی)	یک (واحد)

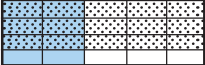
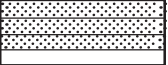


پس باز هم، با هردو راه می‌توانیم حاصل $1 \div 3$ را حساب کنیم و از هردوی راه‌ها، جواب برابر $\frac{1}{3}$ است.
آیا می‌توانیم در تقسیم‌های سخت‌تر هم، از هردوی این راه‌ها استفاده کنیم؟ مثالی می‌زنیم. مثلاً می‌خواهیم $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$ را حساب کنیم. بیایید از راه «الف» جلو برویم.

الف. $\frac{2}{5}$ مساوی $\frac{3}{4}$ از چه عددی است؟ و یا به بیان دیگر، $\frac{2}{5}$ سه قسمت از چهار قسمت چه شکلی است؟

 	←		←		←		←		←	
قسمت رنگ شده، چه کسری از واحد است؟ صورت: 2×4 مخرج: 5×3		کل شکل موردنظر ما		$\frac{1}{4}$ کل شکل موردنظر ما		دنبال شکلی هستیم که $\frac{2}{5}$ ، مساوی $\frac{3}{4}$ آن باشد.		$\frac{2}{5}$ مستطیل رنگ شده است.		واحد

پس حاصل $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$ برابر است با $\frac{2 \times 4}{5 \times 3}$ است، یا همان $\frac{2}{5} \times \frac{4}{3}$ که برابر $\frac{8}{15}$ است.

اما راه «ب» کجاست؟ آیا در این تقسیم‌های سخت‌تر نمی‌تواند به محاسبه کمک کند؟ مگر در مثال‌های ساده‌تر هردو راه «الف» و «ب» جواب یکسانی نمی‌دادند؟ پس بیایید ببینیم آیا می‌توانیم از راه «ب» هم، تقسیم کسر را حساب کنیم؟ دوباره سراغ $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$ می‌رویم:

<p>* تعداد قسمت‌های کوچک رنگ‌شده: ۲×۴</p>	←		←		←		←	
<p>* تعداد قسمت‌های کوچک نقطه نقطه: ۵×۳</p>		<p>دو وضعیت قبلی را روی هم می‌اندازیم.</p>		<p>$\frac{۳}{۴}$ مستطیل نقطه به نقطه شده است.</p>		<p>$\frac{۲}{۵}$ مستطیل رنگ شده است.</p>		<p>واحد</p>

بنابراین نسبت تعداد قسمت‌های رنگی به تعداد قسمت‌های نقطه‌شده، برابر است با $\frac{2}{5} \times \frac{4}{3}$. پس می‌توانیم بگوییم $\frac{2}{5}$ ، برابر

$\frac{2 \times 4}{5 \times 3}$ از $\frac{3}{4}$ است. یعنی

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4}{5 \times 3} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{15}$$

حتی اگر در تقسیمی، کسر دوم بزرگتر از واحد هم باشد (مثلاً $\frac{3}{4} \div \frac{7}{5}$)، باز هم می‌توانیم از راه «ب» استفاده کنیم:

تعداد قسمت‌های کوچک رنگ شده: 3×5					
تعداد قسمت‌های کوچک نقطه نقطه: 4×7					
	دو وضعیت قبلی را روی هم می‌اندازیم.	همان مستطیل نقطه نقطه شده است.	$\frac{7}{5}$ همان مستطیل نقطه شده است.	$\frac{3}{4}$ مستطیل رنگ شده است.	واحد

خلاصه بنویسیم:

(الف) $\frac{2}{5}$ مساوی $\frac{3}{4}$ از چه عددی

است؟ $\frac{2}{5}$ ، $\frac{3}{4}$ از $\frac{8}{15}$ است. یعنی

$$\frac{3}{4} \times \frac{8}{15} = \frac{2}{5}$$

(ب) $\frac{2}{5}$ چقدر از $\frac{3}{4}$ است؟ $\frac{2}{5}$ ، $\frac{3}{4}$ از $\frac{8}{15}$

است. یعنی

$$\frac{3}{4} \times \frac{8}{15} = \frac{2}{5}$$

همان‌طور که پیدا است $\frac{3}{4}$ از $\frac{8}{15}$ و $\frac{8}{15}$

از $\frac{3}{4}$ برابرند یا به بیان دیگر

$$\frac{3}{4} \times \frac{8}{15} = \frac{8}{15} \times \frac{3}{4}$$

این بود ماجرای قد کشیدن مفهومی

ساده: تقسیم کسرها.

پی‌نوشت

با تشکر فراوان از تشویق، راهنمایی و همکاری بی‌دریغ بهزاد اسلامی مسلم در نحوه بازگویی موضوع و از هم‌فکری و راهنمایی محدثه رجایی.

پس نسبت تعداد قسمت‌های

کوچک رنگ‌شده به نقطه نقطه

برابر است با $\frac{3 \times 5}{4 \times 7}$. یعنی

$$\frac{3}{4} \div \frac{7}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{3 \times 5}{4 \times 7}$$

حال بیایید با هم داستان را

مرور کنیم. دو راه برای محاسبه

تقسیم $6 \div 2$ بلد بودیم که حاصل

هر دو یکسان بود، زیرا ۳ بسته

۲ تایی و ۲ بسته ۳ تایی مساوی‌اند

یا به بیان دیگر $2 \times 3 = 3 \times 2$. دیدیم

که این دو راه برای محاسبه

تقسیم‌های سخت‌تر هم مناسب

بودند و در هر دو علامت تقسیم

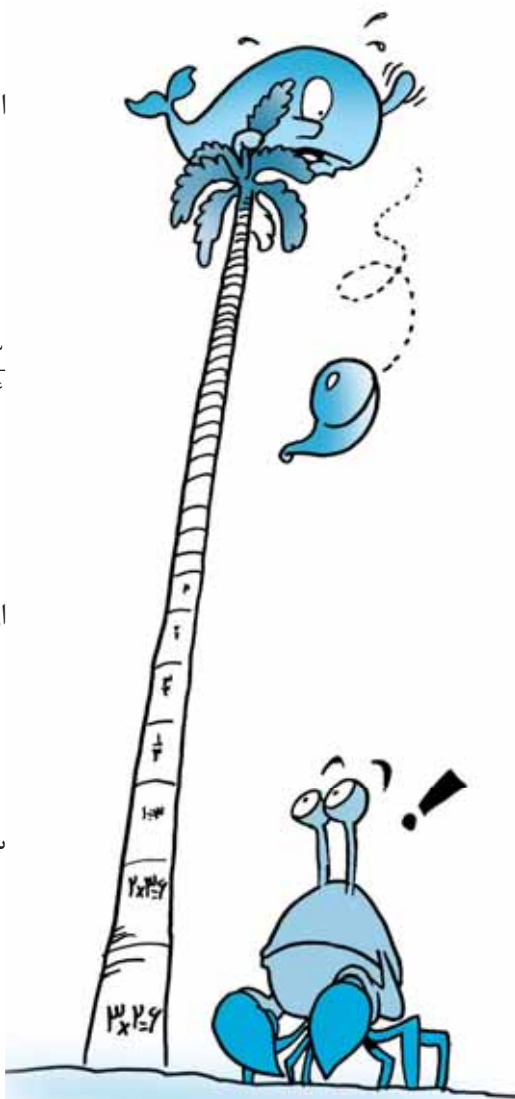
به ضرب تبدیل شده و کسر دوم

معکوس شد:

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4}{5 \times 3} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{15}$$

حال چرا هر دو راه حاصل

یکسانی داشتند؟ بیایید دو راه را

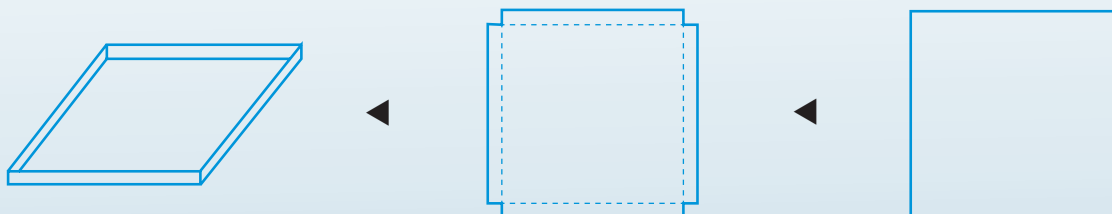




جعبه‌سازی با ماشین حساب!

کلیدواژه‌ها: جعبه‌سازی، استفاده از ماشین حساب، حجم مکعب مستطیل.

یک برگه مقوایی مربع‌شکلی به ضلع ۲۰ داریم. می‌خواهیم با آن جعبه‌ای بدون در درست کنیم. برای این کار می‌توانیم مثل شکل زیر چهار مربع (مثلاً به ضلع ۱) از گوشه‌های آن ببریم. بعد مقوا را از روی خط‌چین‌ها تا کنیم و گوشه‌های جعبه را با چسب محکم کنیم.



حجم جعبه‌ای که ساخته‌ایم، چقدر است؟ ارتفاع جعبه برابر ۱، و طول ضلع مربع کف جعبه ۱۸ است. پس حجم جعبه برابر است با $1 \times 18 \times 18$ که می‌شود ۳۲۴. اما ما می‌خواهیم حجم جعبه خیلی بیشتر از اینها باشد، مثلاً ۳۵۰، یا ۴۰۰ یا حتی $592/592$! اصلاً همین عدد آخری از همه قشنگتر است! پس می‌خواهیم جعبه‌ای با حجمی بیشتر از $592/592$ درست کنیم. طول ضلع مربع‌هایی که باید ببریم، چقدر باید باشد؟ برای درست کردن این جعبه، می‌توانید از ماشین حساب استفاده کنید!

بیا بیا طول ضلع مربع‌های کوچک را کمی بزرگ‌تر کنیم. ببینیم اگر طول این ضلع مثلاً ۲ باشد، چه اتفاقی می‌افتد. باز هم می‌توانیم حساب کنیم. این بار،

ارتفاع جعبه برابر ۲ و طول ضلع مربع کف آن برابر ۱۶ است. پس حجم جعبه می‌شود $۱۶ \times ۱۶ \times ۲ = ۵۱۲$. اما متأسفانه هنوز تا عدد $۵۹۲/۵۹۲$ خیلی فاصله داریم.

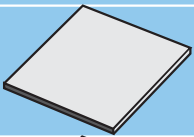
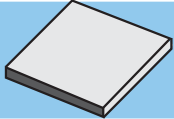
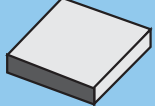
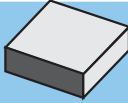
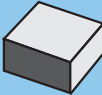




سؤال ۱. آیا هرچه طول ضلع چهار مربع کوچکی که جدا می‌کنیم، بزرگ‌تر باشد، حجم جعبه بزرگ‌تر می‌شود؟

سؤال ۲. اگر قرار باشد طول ضلع مربع‌های کوچک، حتماً عددی طبیعی باشد (مثل ۱، ۲، ۳ و ...)، آیا به جعبه‌ای با حجمی

بیشتر از $۵۹۲/۵۹۲$ می‌رسیم؟

اگر اشتباه نکنم، جوابتان به سؤال ۲، عدد ۳ است؛ با بریدن مربع‌هایی به ضلع ۳ از چهار گوشه مربع به ضلع ۲۰، می‌توانیم

جعبه‌ای بسازیم که حجمش ۵۸۸ است. حدس می‌زنم شما هم برای پاسخ به سؤال ۲، چنین جدولی رسم کرده‌اید:

طول ضلع مربع‌های گوشه‌ای	حجم جعبه	شکل تقریبی جعبه
۱	۳۲۴	
۲	۵۱۲	
۳	۵۸۸	
۴	۵۷۶	
۵	۵۰۰	
۶	۳۸۴	
۷	۲۵۲	
۸	۱۲۸	
۹	۳۶	

پس با افزایش یک واحد دیگر به اندازه ضلع مربع گوشه‌ای، حجم جعبه کاهش می‌یابد و به عدد $۵۹۲/۵۹۲$ نمی‌رسیم!

پس حالا باید عددهای اعشاری را هم وارد بازی کنیم و ببینیم می‌توانیم با این کار، حجم جعبه را باز هم بزرگ‌تر کنیم و به عدد دوست‌داشتنی $۵۹۲/۵۹۲$ نزدیک شویم یا نه! برای این کار، باز هم پیشنهاد می‌کنم ماشین حسابی کنار دستتان داشته باشید، چون ممکن است ضرب کردن اعداد روی کاغذ وقت زیادی را از شما بگیرد. یک ماشین حساب معمولی می‌تواند کمکتان کند.

راستی، نگران اندازه‌گیری نباشید؛ دستگاه‌هایی داریم که با آن‌ها می‌توانیم حتی طول $۰/۰۰۰۱$ سانتی‌متر را هم اندازه بگیریم!

برای رسیدن به حجم $۵۹۲/۵۹۲$ چه کار کنیم؟ می‌توانیم حجم جعبه را در حالت‌هایی که طول ضلع مربع‌های چهار گوشه، برابر $۰/۰۰۰۱$ ، $۰/۰۰۰۲$ ، $۰/۰۰۰۳$ و ... $۹/۹۹۹۹$ باشد، حساب کنیم تا ببینیم در کدام حالت به جواب

می‌رسیم. شما را نمی‌دانم، ولی این همه عدد و این همه ضرب کردن من یکی را که پاک گیج می‌کند و شاید اصلاً قید جعبه‌سازی را برای همیشه بزنم! پس بیایید دنبال راه بهتری بگردیم. دوباره به جدول نگاه کنید.

با دیدن جدول، می‌توانیم امیدوار باشیم وقتی ضلع مربع‌های گوشه‌ای را از ۱ بزرگ‌تر کنیم، در ابتدای کار حجم جعبه بیشتر شود. البته افزایش حجم جعبه خیلی ادامه پیدا نمی‌کند. با بزرگ کردن ضلع مربع‌های گوشه‌ای، ارتفاع جعبه زیاد می‌شود، ولی هم‌زمان طول ضلع مربع کف جعبه هم کم می‌شود. امیدواریم حجم جعبه زمانی حدود $۵۹۲/۵۹۲$ بشود که ارتفاع

جعبه و طول ضلع مربع کف آن هیچ‌یک خیلی کم نباشند.

ضمناً به نظر می‌رسد که اگر طول ضلع مربع‌های کوچک را کمی تغییر دهیم، حجم جعبه چندان تغییر نمی‌کند. پس برای رسیدن به حجم مطلوب، شاید، بهتر باشد ابتدا اعداد نزدیک به ۳ را بررسی کنیم. اگر به نتیجه مطلوب رسیدیم که چه بهتر، وگرنه سراغ اعداد دیگر می‌رویم. جدول زیر، به ما برای بزرگ کردن حجم جعبه کمک می‌کند:

طول ضلع مربع‌های گوشه‌ای	۲/۹	۳	۳/۱	۳/۲	۳/۳	۳/۴
حجم جعبه	۵۸۴/۷۵۶	۵۸۸	۵۹۰/۳۶۴	۵۹۱/۸۷۲	۵۹۲/۵۴۸	۵۹۲/۴۱۶

هنوز به جواب نرسیده‌ایم! حالا چه کار باید بکنیم؟ اینجا کار دیگر بر عهده شماست. ماشین حسابتان را در دست بگیرید و جوابی پیدا کنید!

خب! امیدواریم به حجمی بیشتر از ۵۹۲/۵۹۲ رسیده باشید. در اینجا چند پرسش مهم وجود دارد:
 آیا ممکن است جعبه‌ای با حجم ۶۰۰ یا بیشتر از ۶۰۰ هم پیدا کنید؟

آیا مطمئن‌اید که در چنین جعبه‌ای، طول ضلع

مربع‌های کوچک حتماً باید مثل دفعه قبل، عددی نزدیک به ۳ باشد؟
 آیا ممکن است من اعداد نزدیک ۷ را بررسی کنم و به جعبه‌ای با حجم بیشتر از ۵۹۲/۵۹۲ برسم؟
 برای پاسخ دادن به این پرسش‌ها، ماشین حساب کافی نیست و به استدلال‌های دقیقی نیاز داریم که حتی اگر حالا با آن‌ها آشنا نباشید، به زودی در درس‌های دوره دبیرستان آن‌ها را یاد خواهید گرفت.

منبع

[http://www.numeracysoftware.com/Ten %20 Calculator %20 Activities. pdf](http://www.numeracysoftware.com/Ten%20Calculator%20Activities.pdf)





آمادگی برای به کارگیری

Excel

در انجام پروژه های ریاضی (چهارمین تلاش)



■ **کلیدواژه ها:** اکسل، پروژه ریاضی، نرم افزار Office، نرم افزار Excel، تقریب زدن



همان طور که در شماره های پیش گفتیم، برای آن که بتوانید از محیط اکسل (Excel) در انجام پروژه هایتان استفاده کنید، لازم است مجموعه نرم افزارهای مایکروسافت آفیس (Microsoft Office) را روی رایانه خود نصب کنید. این مجموعه، شامل تعدادی نرم افزار کاربردی است که یکی از آنها مایکروسافت آفیس اکسل (Microsoft Office Excel) است.

در این ستون می خواهیم در چند شماره پیاپی، یک پروژه را برایتان تعریف کنیم تا با انجام آن کمی با امکانات این نرم افزار آشنا شوید و از آن استفاده کنید. در هر پیش پروژه ممکن است از حاصل پیش پروژه های قبلی استفاده کنیم.

	A	B
۱		
۲	۱.۲۳	=int (A۲)
۳	۳.۴۵	
۴	۵.۵۵	
۵	۵.۲۴	
۶	۷.۳۷	
۷	۸.۷	
۸	۲.۹۳	
۹	۴.۶۷	
۱۰	۵.۱۴	

قسمت صحیح عددی که در خانه A۲ است، در خانه B۲ قرار می‌گیرد. تابع INT (مخفف کلمه INTEGER به معنای عدد صحیح) جزء صحیح هر عددی را که داخل پرانتز جلوی آن قرار گرفته باشد، نمایش می‌دهد.

	A	B
۱		
۲	۱.۲۳	۱
۳	۳.۴۵	۳
۴	۵.۵۵	۵
۵	۵.۲۴	۵
۶	۷.۳۷	۷
۷	۸.۷	۸
۸	۲.۹۳	۲
۹	۴.۶۷	۴
۱۰	۵.۱۴	۵

حال خانه B۲ را می‌گیریم و در امتداد ستون B به سمت پایین می‌کشیم:

در ستون B، اعداد ستون A با تقریب کمتر از یک قطع شده‌اند. چگونه می‌توانیم از همین تابع INT برای گرد کردن

پس لازم است پیش پروژه‌ها را از اولین شماره و به صورت مرتب انجام دهید.

یک صفحه اکسل (Excel) باز کنید و در صفحه گسترده باز شده، انجام پیش‌پروژه این شماره را آغاز کنید.

پس از انجام هر قسمت از پیش‌پروژه‌ها، فایل‌تان را ذخیره کنید تا در انجام پیش‌پروژه‌های بعدی هم بتوانید از تجربه‌های قبلی خود استفاده کنید. می‌توانید نام فایل مربوط به پیش‌پروژه‌های این شماره را چهارمین تلاش بگذارید!

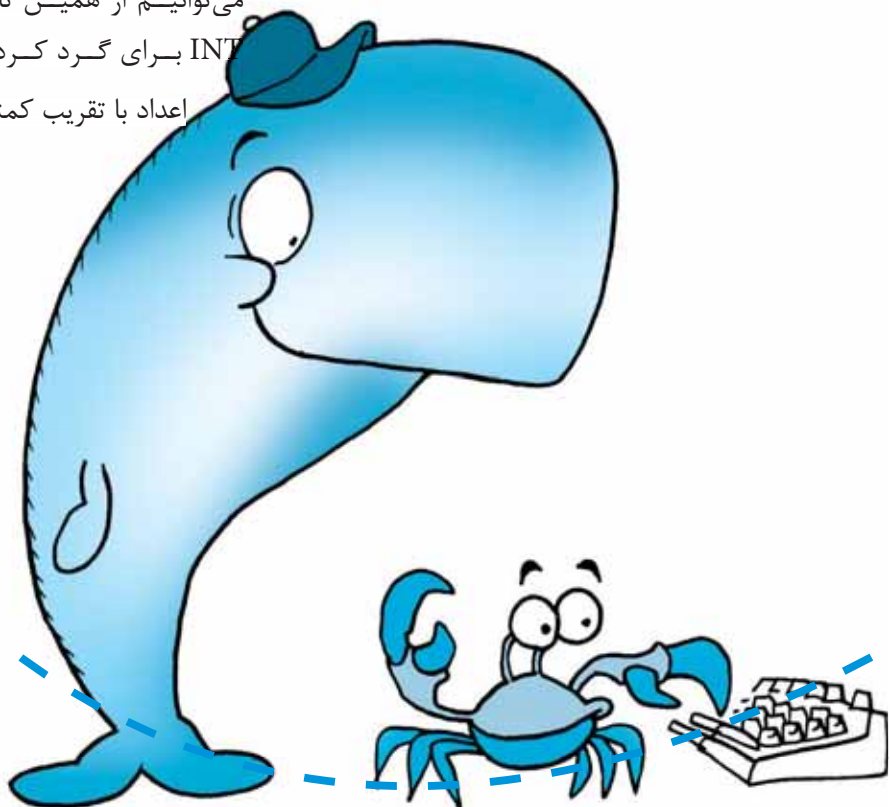
پیش‌پروژه چهار؛ تقریب زدن

در ستون A تعدادی عدد داریم که می‌خواهیم آنها را با تقریب کمتر از یک گرد کنیم.

شیوه اول:

در ردیف ۲ ستون B عبارت $\text{INT}(A_۲)$ را وارد می‌کنیم و دکمه اینتر (enter) را می‌زنیم.

اعداد با تقریب کمتر از یک استفاده کنیم؟



	A	B	C	D
۱				
۲	۱.۲۳	۱	۱	۱
۳	۳.۴۵	۳	۳	۳
۴	۵.۵۵	۵	۶	۶
۵	۵.۲۴	۵	۵	۵
۶	۷.۳۷	۷	۷	۷
۷	۸.۷	۸	۹	۹
۸	۲.۹۳	۲	۳	۳
۹	۴.۶۷	۴	۵	۵
۱۰	۵.۱۴	۵	۵	۵

C و D یکسان‌اند.

استفاده از تابع‌ها که یک یا چند ورودی می‌گیرند و خروجی مورد نظر را با انجام عملیات ریاضی به دست می‌آورند، به کارگیری اکسل (excel) را بسیار ساده کرده است. البته گاهی لازم است پیش از استفاده از یک تابع، تغییراتی در ورودی ایجاد کنیم (مانند جمع کردن ورودی با نصف تقریب در رویکرد اول).

شما هم از دو تابع معرفی شده در این پیش پروژه استفاده کنید و یک عدد مثلاً ۲۴۶۸/۹۷۵۳۱ را با تقریب کمتر از ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰، ۱/۰، ۱/۰۱ و ۱/۰۰۱ قطع و گرد کنید.



اگر به عدد مورد نظر، عدد ۵/۰ یعنی نصف تقریب را اضافه کنیم و سپس قسمت صحیح آن را جدا کنیم، آن عدد با تقریب کمتر از یک گرد می‌شود! چرا؟ امتحان می‌کنیم:

	A	B	C
۱			
۲	۱.۲۳	۱	=int(A۲+۰.۵)
۳	۳.۴۵	۳	

	A	B	C
۱			
۲	۱.۲۳	۱	۱
۳	۳.۴۵	۳	۳
۴	۵.۵۵	۵	۶
۵	۵.۲۴	۵	۵
۶	۷.۳۷	۷	۷
۷	۸.۷	۸	۹
۸	۲.۹۳	۲	۳
۹	۴.۶۷	۴	۵
۱۰	۵.۱۴	۵	۵

در ستون C اعداد ستون A با تقریب کمتر از یک گرد شده‌اند.

شیوه دوم:

در ردیف ۲ ستون D عبارت $\text{ROUND}(A۲,۰)$ را وارد می‌کنیم و اینتر (enter) می‌زنیم.

تابع ROUND دو ورودی دارد که با علامت "،" از هم جدا می‌شوند. عدد اول عددی است که می‌خواهیم گرد شود و عدد دوم تعداد رقم‌های بعد از ممیز آن است. بنابراین در خانه D۲ گرد شده عدد خانه A۲ با صفر رقم بعد از ممیز، یعنی با تقریب کمتر از یک، نمایش داده می‌شود.

حال خانه D۲ را می‌گیریم و در امتداد ستون D به سمت پایین می‌کشیم: همان‌طور که مشاهده می‌کنید دو ستون



پازل از نوعی دیگر فوبوکی



کلیدواژه‌ها: فوبوکی، پازل، جمع اعداد، ضرب اعداد

عدد نوشته شده در پایین ستون باشد. هریک از این پازل‌ها یک پاسخ یکتا دارد.
منبع این نوشتار، پازل‌های بسیاری از این دست در سطح‌های مختلف را به صورت رایگان در اختیارتان قرار می‌دهد.

در خانه‌های یک پازل ضربی فوبوکی، اعداد ۱ تا ۹ طوری قرار می‌گیرند که حاصل ضرب اعداد هر ردیف برابر عدد نوشته شده در سمت راست آن و حاصل ضرب اعداد هر ستون برابر عدد نوشته شده در پایین ستون باشد. هریک از اعداد ۱ تا ۹ تنها یک بار در جدول قرار می‌گیرند.

در پازل‌های جمعی فوبوکی، اعداد ۱ تا ۹ در جدول طوری قرار می‌گیرند که حاصل جمع اعداد هر ردیف برابر عدد نوشته شده در سمت راست آن و حاصل جمع اعداد هر ستون برابر

<http://www.mathinenglish.com/Fubuki.php>

منبع

پازل‌های ضربی:

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	۳۶	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	۸۴	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	۵۰۴	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	۴۰
<input type="text"/>	<input type="text"/>	۷	۵۰۴	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	۱۲۰	<input type="text"/>	۵	۶	۱۲۰	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	۷۲
<input type="text"/>	۴	<input type="text"/>	۲۰	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	۳۶	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	۶	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	۱۲۶
۱۳۵	۵۶	۴۸		۴۳۲	۱۰	۸۴		۲۸	۹۰	۱۴۴		۳۰	۴۳۲	۲۸	

پازل‌های جمعی:

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	۱۱	<input type="text"/>	<input type="text"/>	۷	۱۵	<input type="text"/>	<input type="text"/>	۸	۲۴	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	۱۴
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	۲۴	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	۱۶	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	۱۵	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	۱۳
۵	<input type="text"/>	<input type="text"/>	۱۰	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	۱۴	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	۶	<input type="text"/>	<input type="text"/>	۷	۱۸
۱۷	۱۳	۱۵		۲۳	۸	۱۴		۱۲	۱۶	۱۷		۱۰	۲۳	۱۲	



پنج تا به خط!

کلیدواژه‌ها: بازی‌های ریاضی، دوز.

فکرش را بکنید که اگر توپ توپ جنگی نه؛ همین توپ گردی که می‌زنیم زمین و هوا می‌رود! نبود، چند بازی ورزشی مختلف از زندگی ما حذف می‌شد! دیگر خبری از فوتبال، والیبال، بسکتبال، هندبال، پینگ‌پنگ، تنیس و ... نبود. شاید حرف بی‌راهی نزده باشیم اگر همین نقش را برای «دوز درست کردن» در بازی‌های فکری بپذیریم. منظورمان از «دوز درست کردن»، این است که خطی افقی یا عمودی یا قطری با تعداد مشخصی از علامت‌ها یا مهره‌ها درست کنیم؛ طوری که همه علامت‌های روی آن خط یکسان باشند. مثلاً در هریک از بازی‌های دوز، ایکس - اُ، پنتاگو، گابلت، کوئیسکو و بسیاری بازی‌های دیگر، برای این که برنده شویم، باید دوز درست کنیم. می‌بینید که با همین فکر ساده، چطور بازی‌های فکری متنوع و جذابی درست شده‌اند.

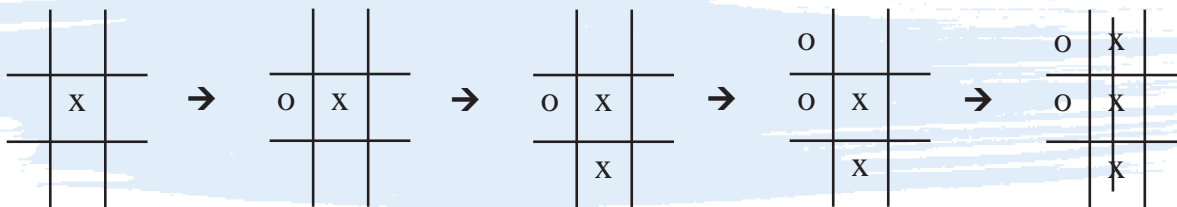


«پنج تا به خط» هم بازی خیلی خیلی بامزه‌ای است که برنده آن کسی است که زودتر از طرف مقابل، دوز درست کند. این بازی خیلی به ایکس - اُ شبیه است. اما ... اصلاً ایکس - اُ بازی کرده‌اید؟ بهتر است که قبل از بازی پنج تا به خط، با ایکس - اُ به قدر کافی آشنا باشید. پس اول ایکس - اُ را معرفی می‌کنیم.

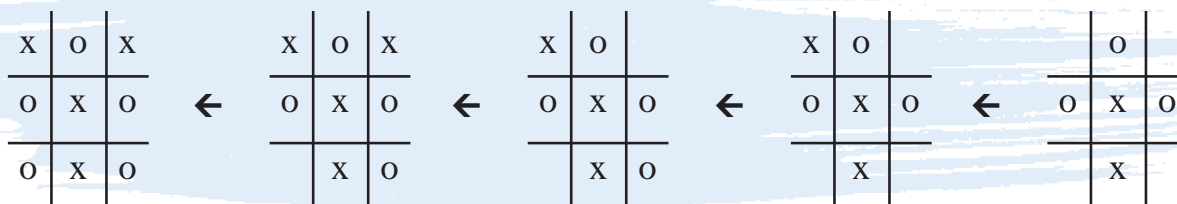
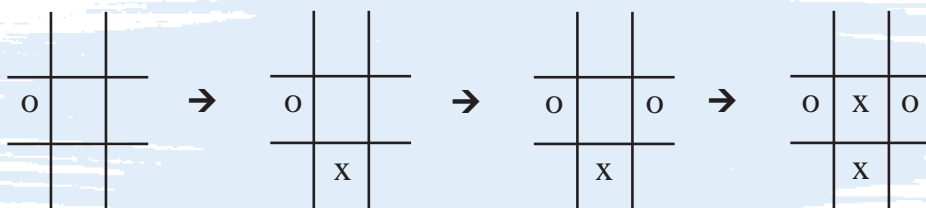
مختصری دربارهٔ ایکس - اُ

ایکس - اُ بازی‌ای دونفره است و سابقه‌اش به بیش از ۱۹ قرن پیش می‌رسد. در این بازی جدولی 3×3 رسم می‌شود و یکی از بازیکنان با علامت X (یا همان ایکس) و دیگری با علامت O بازی می‌کند. این دو نفر به نوبت، در خانه‌ای خالی از جدول با مداد یا خودکار، علامت خودشان را می‌گذارند. علامت‌ها را نمی‌توان پاک کرد. برنده کسی است که بتواند خطی از ۳ تا علامت

خودش که افقی یا عمودی یا قطری قرار گرفته باشند، درست کند. اگر همهٔ ۹ تا خانهٔ جدول پر شوند ولی کسی باز را نبرده باشد، نتیجهٔ بازی مساوی است. مثلاً در این بازی، کسی که با X بازی می‌کند، برنده شده است:

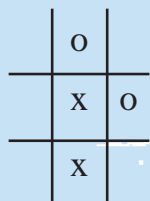


و در این یکی، بازی با نتیجهٔ مساوی به اتمام رسیده است:



مسئله ۱. در بازی زیر شما X هستید و نوبت شماست.

حرکتی بکنید که در نتیجهٔ آن و در ادامهٔ بازی، O هر قدر هم خوب بازی کند، باز هم بازی را ببازد.



انواع دیگری از ایکس - اُ هم وجود دارند:

* در یکی از انواع ایکس - اُ که باید با مهره بازی شود، هر بازیکن فقط سه تا مهره دارد و بعد از اینکه همهٔ مهره‌ها

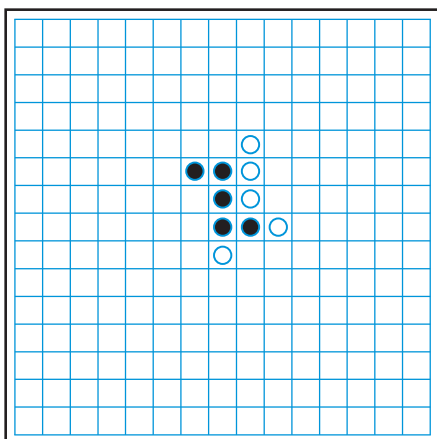
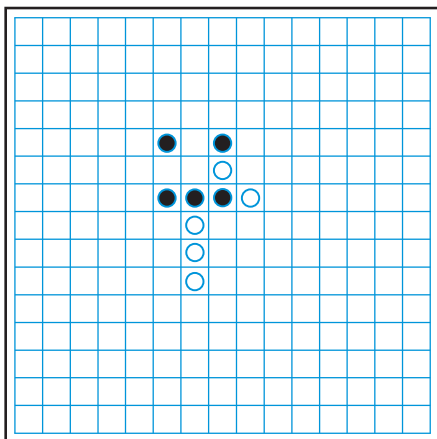
وقتی با استفاده از مداد یا خودکار بازی می‌کنیم، برای هر دور بازی باید دوباره جدول را رسم کنیم اما اگر هریک از بازیکنان تعدادی مهره داشته باشند (مثلاً یکی تعداد واشر پلاستیکی و دیگری تعدادی واشر فلزی، یا یکی تعدادی سکه و دیگری تعدادی سنگ، یا چیزی مثل این‌ها)، کافی است فقط یک بار جدول را بکشیم.

اگر تاکنون ایکس - اُ بازی نکرده‌اید، خوب است بازی کنید. بازی دست‌کم چندین دور، برایتان جذاب خواهد بود. البته ایکس - اُ بازی کوتاه و محدودی است و به همین دلیل، شاید کم‌کم جذابیتش را از دست بدهد. اگر این اتفاق برایتان بیفتد، می‌توانید پنج تا به خط را امتحان کنید!

ظاهراً بازی مشابهی با همین قوانین، در یونان باستان و آمریکا (قبل از دوره کریستف کلمب) وجود داشته است.

مسئله ۲. چرا در همین صفحه ۱۵×۱۵، بازی سه تا به خط را بازی نمی کنند؟ (منظورمان از سه تا به خط یا چهارتا به خط، همین بازی پنج تا به خط است، فقط با یک تفاوت؛ اینکه به جای پنج تا مهره یک رنگ، کافی باشد سه تا یا چهار تا مهره یک رنگ روی یک خط قرار گرفته باشند).

مسئله ۳. در هریک از بازی های زیر، شما سیاه هستید و نوبت شماست. در هر بازی، حرکتی بکنید که در نتیجه آن و در ادامه بازی، سفید هر قدر هم که خوب بازی کند، باز هم ببازد.

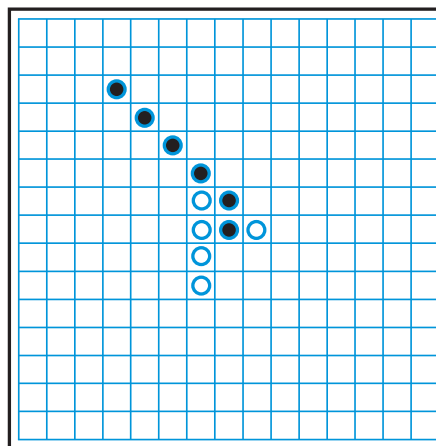


وارد جدول شدند، در هر نوبت هر بازیکن یکی از مهره ها را حرکت می دهد.

* در نوعی دیگر از ایکس - ا، هر بازیکن در هر نوبت حق دارد هریک از علامت های X و O را که بخواهد، در جدول بگذارد و هر کسی که خطی سه تایی از سه علامت یکسان درست کند، برنده است.

پنج تا به خط

برای پنج تا به خط جدولی ۱۵×۱۵ نیاز دارید. می توانید باز هم با مداد یا خودکار بازی کنید؛ اما جدول کشیدن برای هر بازی جدید خسته کننده است. به همین دلیل بهتر است برای این بازی دو نوع مهره (همان طور که در مورد ایکس - ا گفتیم) تهیه کنید. مثلاً یکی از بازیکن ها با مهره های سفید و دیگری با مهره های سیاه بازی می کند. بازیکن ها به نوبت بازی می کنند. در هر نوبت، بازیکن در یکی از خانه های خالی جدول، یکی از مهره های خودش را قرار می دهد. مهره های روی جدول را نمی توان جابه جا کرد یا از صفحه بیرون برد. بازیکنی برنده است که بتواند پنج تا از مهره های خودش را در خطی افقی یا عمودی یا قطری بگذارد. مثلاً در بازی زیر، سیاه برنده شده است:



منابع

1. <http://en.wikipedia.org/Gomoku>
2. <http://en.wikipedia.org/wiki/Tic-tac-toe>
3. <http://clevergames.wordpress.com/2009/10/20/board-games-history-the-japanese-game-of-gomoku/>

به نظر می آید که مردم «پنج تا به خط» را (که با نام ژاپنی «گوموکو» مشهور شده است) حتی ۴۰۰۰ سال پیش هم بازی می کرده اند و قوانینش در چین تدوین شده اند. البته



قسمت دوم

کی راست میگه؟

کلیدواژه‌ها: منطق ریاضی، استدلال، قضاوت، مسائل راست گو - دروغ گو، تناقض

شد، دروغ گفته است». این کار آن قدر ادامه یافت تا هیچ رباتی در اتاق نماند. چند روبات راست گفته‌اند؟

این مسئله با مسئله‌ای که در شماره قبل راه حل آن را بررسی کردیم، قدری متفاوت است؛ زیرا تعداد روبات‌ها برایمان نامعلوم است. بگذارید با هم، پاسخ آن و راه حل را مرور کنیم.

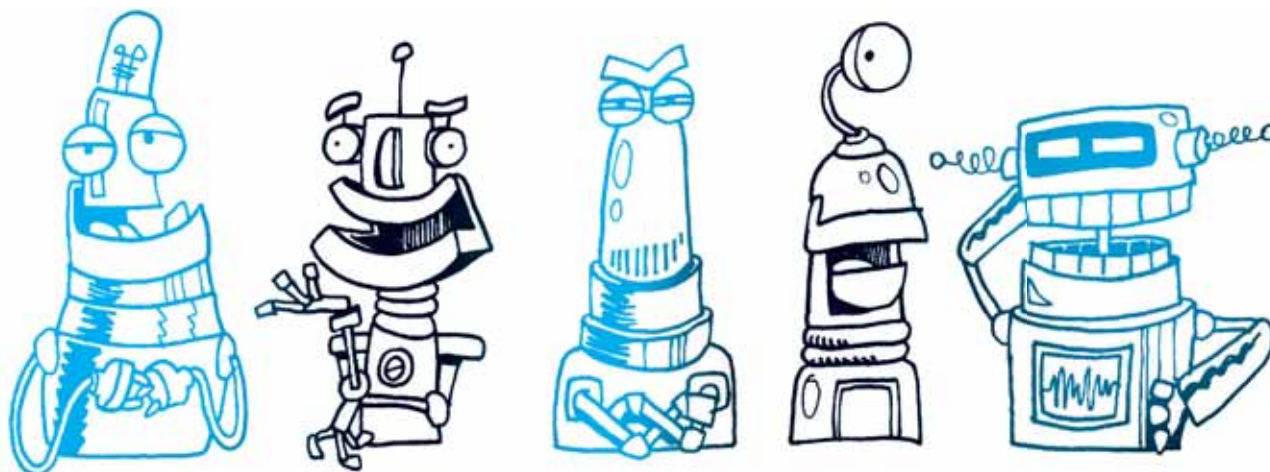
روبات اول، جمله‌ای در مورد تعداد روبات‌های داخل اتاق می‌گوید و بقیه روبات‌ها، همگی یک جمله یکسان درباره راستگو یا دروغگو بودن روبات‌هایی که قبل از آن‌ها از اتاق خارج شده‌اند بیان می‌کنند.

بالاخره چه کسی راست می‌گه؟!

این سؤالی است که در شماره قبل همین مجله، در یکی از مسئله‌های «راستگو - دروغگو» مطرح کردیم و به آن پاسخ دادیم. و ضمن آن، چگونگی بررسی حالت‌های مختلف و تناقض‌های پیش آمده در بعضی از حالت‌ها را دیدیم. حتماً توانستید به مسئله مطرح شده در انتهای مطلب شماره قبل، پاسخ دهید.

حداقل دو روبات در اتاقی بودند. یکی از آن‌ها

گفت: «ما این‌جا شش تاییم» و بعد از اتاق خارج شد. بعد از آن، هر یک دقیقه یک روبات از اتاق خارج شد و گفت: «هرکس قبل از من از اتاق خارج



بیا بید در ابتدا فرض کنیم روبات اول، راستگو بوده است؛ یعنی در این اتاق، ۶ روبات بوده‌اند که اولین آن‌ها راستگو بوده است و در مورد بقیه هنوز هیچ نمی‌دانیم!

روبات دوم که یک دقیقه بعد از اتاق خارج شد، گفت که «هرکس قبل از من از اتاق خارج شده است، دروغ گفته است». یعنی او در مورد راستگو یا دروغگو بودن روبات اول، جمله‌ای بیان کرده است ولی از آن‌جا که ما فرض کردیم روبات اول راستگو بوده است، پس جمله روبات دوم غلط است؛ یعنی این روبات، دروغگو است.

روبات سوم، یک دقیقه پس از روبات دوم از اتاق خارج شد و گفت: «هرکس قبل از من از اتاق خارج شده است، دروغ گفته است». یعنی او در مورد راستگو یا دروغگو بودن روبات‌های

اول و دوم جمله‌ای بیان کرده است. باز هم از آن‌جا که

ما فرض کرده‌ایم روبات اول راستگو بوده

است، پس جمله روبات سوم باید

غلط باشد؛ یعنی او باید دروغگو باشد.

ولی اگر او دروغگو باشد، روبات دوم نیز

باید راستگو باشد اما دیدیم که چنین چیزی

امکان‌پذیر نیست. پس به تناقض رسیده‌ایم یعنی

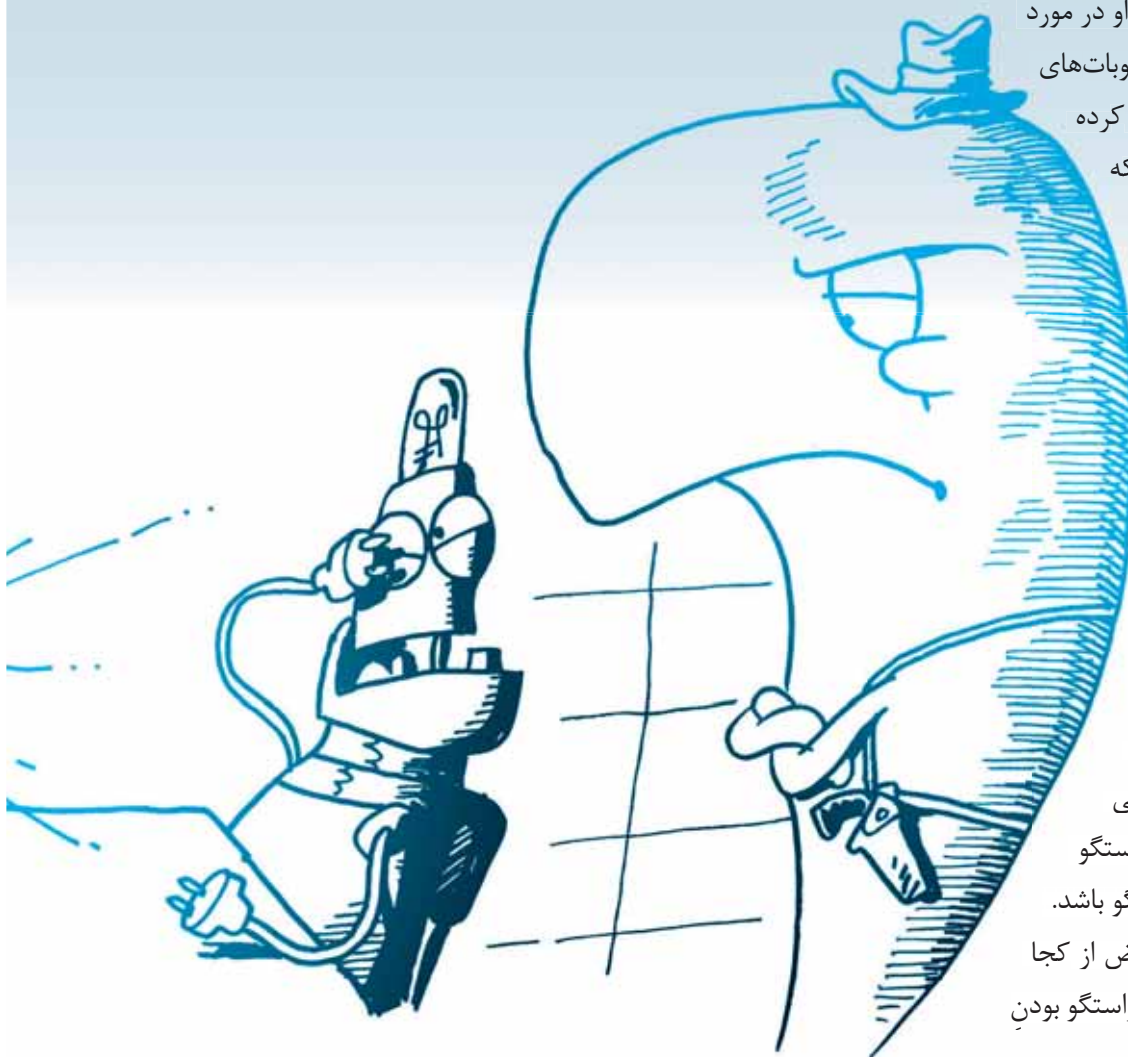
روبات سوم نه می‌تواند راستگو باشد، نه می‌تواند دروغگو باشد.

خب، این وضع متناقض از کجا شروع شد؟ بله، از فرض راستگو بودن

روبات اول! پس روبات اول، راستگو نیست!

خب، حالا که وضعیت روبات اول مشخص شد، مشکلی پیش می‌آید و آن این‌که حالا نمی‌دانیم اصلاً چند روبات در اتاق هست؟ کمتر از ۶ تا یا بیشتر از ۶ تا؟ ولی شاید اصلاً تعدادشان مهم نباشد زیرا روندی که در بررسی راستگو یا دروغگو بودن روبات‌های دوم و سوم در بالا طی کرده‌ایم، به نوعی به ما نشان داد که «راستگو یا دروغگو بودن روبات سوم، به این بستگی دارد که روبات‌های اول و دوم، مثل هم باشند، یا هر دو راستگو باشند، یا هر دو دروغگو».

یک بار دیگر درباره این جمله فکر کنید. آیا با آن موافقت می‌کنید؟ دلیل خود را برای خودتان بازگو کنید تا مطمئن شوید که



قانع شده‌اید.

ندارد - دقت کنید در حالت قبل نمی‌توانستیم نتیجه بگیریم که روبات سوم وجود ندارد؛ زیرا فرض کرده بودیم که روبات اول، راستگو است و طبق حرف او، شش روبات در اتاق بوده‌اند اما در این حالت می‌توانیم چنین نتیجه‌ای بگیریم. مسئله حل شد. در این اتاق تنها دو روبات بوده‌اند، اولی دروغگو و دومی راستگو بوده است. حالا شما مسئله‌های زیر را حل کنید. در شماره آینده، در مورد آن‌ها صحبت خواهیم کرد:

مسئله ۱. در جزیره‌ای، دو دسته روبات زندگی می‌کنند؛ راستگوها و دروغگوها. راستگوها همیشه راست می‌گویند و دروغگوها همیشه دروغ می‌گویند. ۲۵ تا از این روبات‌ها در صفی ایستاده بودند. همه جز نفر اول گفتند: کسی که جلوی من ایستاده، دروغگوست.» ولی نفر اول صف گفت: «هر کس پشت سر من ایستاده، دروغگو است» چند دروغگو در صف ایستاده‌اند؟

مسئله ۲. در یک شهر خیالی، روبات‌ها به دو دسته راستگو و دروغگو تقسیم می‌شوند. (باز هم راستگوها فقط راست می‌گویند و دروغگوها فقط دروغ.) یک روز تعدادی از روبات‌های این شهر در اتفاقی بودند و این گفت‌وگو بین سه نفر از آن‌ها صورت گرفت:

اولی گفت: «هیچ کس غیر از ما سه نفر در این اتاق نیست. همه ما دروغگوییم.»
دومی گفت: «غیر از ما چهار نفر کسی در این اتاق نیست. بین ما کسی هست که دروغگو نباشد.»
سومی گفت: «ما در این اتاق پنج نفریم. بین ما سه دروغگو هست.
چند نفر در این اتاق هستند و چند تا از آن‌ها دروغگویند؟





شعبده‌های ریاضی آقای شبده‌چی

شعبده‌بازان، ذهن‌خوانان!

■ **کلیدواژه‌ها:** شعبده‌های ریاضی، شعبده بازی با سکه

راز شعبده شماره قبل

در شماره قبل برهان دیدیم که آقای شبده‌چی از بچه‌ها خواست که تعدادی سکه روی میز بگذارند. او چند لحظه به سکه‌ها نگاه کرد و از اتاق بیرون رفت. سپس یکی از بچه‌ها یک جفت از سکه‌ها را انتخاب کرد و آن‌ها را پشت و رو کرد. بعد یک جفت دیگر را، و همین‌طور ادامه داد. حتی جای سکه‌های روی میز را هم کمی عوض کرد. بعد، دستش را روی یکی از سکه‌ها گذاشت. شبده‌چی بعد از برگشتن به کلاس توانست بگوید که سکه‌ای که پنهان شده است، رو یا پشت است. سعید توانست راز این شعبده را کشف کند:

سعید: راز این شعبده‌بازی در زوج و فرد بودن است! آقای شبده‌چی قبل از بیرون رفتن از کلاس، به یاد می‌سپارد که تعداد سکه‌هایی که به پشت قرار دارند، زوج است یا فرد. هر جفت سکه یکی از این سه وضعیت را دارد: هر دو سکه به طرف رو قرار دارند. وقتی این دو سکه برگردانده شوند، تعداد سکه‌های به پشت، دو تا زیاد می‌شود. هر دو سکه به طرف پشت قرار دارند. وقتی این دو سکه برگردانده شوند، تعداد سکه‌های به پشت، دو تا کم می‌شود. یکی از سکه‌ها به طرف پشت و دیگری به طرف رو قرار دارد.

وقتی این دو سکه برگردانده شوند، تعداد سکه‌های به پشت، تغییری نمی‌کند. فرض کنیم در ابتدا، تعداد سکه‌های به پشت، فرد باشد. پس وقتی اولین جفت سکه برگردانده می‌شود، به این تعداد یا دو تا اضافه می‌شود یا دو تا کم می‌شود یا تغییر نمی‌کند. پس تعداد سکه‌های به پشت همچنان فرد می‌ماند. وقتی دوباره یک جفت سکه برگردانده می‌شود، باز هم تعداد سکه‌های به پشت فرد می‌ماند، چون به آن یا دو تا



اضافه شده یا از آن دو تا کم شده یا تغییری نکرده است، و به همین ترتیب.

پس با هر تعداد بار برگرداندن جفت‌های سکه‌ها، تعداد سکه‌های به پشت همچنان فرد خواهد بود. ضمناً معلوم است که جابه‌جا کردن سکه‌ها هم تغییری در فرد بودن تعداد آن‌ها ایجاد نمی‌کند!

وقتی آقای شبده‌چی باز می‌گردند، به جز یک سکه، باقی را می‌بینند و تعداد سکه‌های به پشت را بین این سکه‌ها می‌شمارد:

اگر این تعداد زوج باشد، یعنی سکه‌ای که از دیدشان پنهان است، به پشت است.

اگر این تعداد فرد باشد، یعنی سکه‌ای که نمی‌بینندش، به رو است.

حالا فرض کنیم در ابتدا، تعداد سکه‌های به پشت زوج باشد. پس مانند آنچه گفتیم، در هر مرحله برگرداندن جفت سکه‌ها، این تعداد همچنان زوج می‌ماند.

اگر تعداد سکه‌هایی که به پشت است و آن‌ها را شبده‌چی می‌بیند، فرد باشد، پس سکه پنهان‌شده به پشت است.

اگر تعداد سکه‌هایی که به پشت است و آن‌ها را شبده‌چی می‌بیند، زوج باشد، پس سکه پنهان‌شده به روست.

شبده‌چی: آفرین سعید! خیلی خوب بود.

حالا شما راز شعبده‌ای را که شبده‌چی در انتهای برنامه‌اش گفت، پیدا کنید.

یادآوری: شعبده‌بازی آخر این بود که به جای یک سکه، می‌توان دو سکه را از دید شبده‌چی پنهان کرد و او می‌تواند بگوید که آیا این دو سکه، یکی رو و دیگری پشت است یا اینکه هردو به یک طرف روی میز قرار گرفته‌اند.

و اما شعبده دیگری از جناب شبده‌چی!

شبده‌چی: و حالا می‌خواهم یکی دیگر از توانایی‌های

عجیبم را به شما نشان دهم! امروز هم شعبده‌ای ریاضی برایتان اجرا کنم. کدامتان داوطلب‌اید که بیایید جلو؟

یکی از بچه‌ها به جلوی کلاس رفت.

شبده‌چی: اسمت را به من می‌گویی؟ آها آقا بهروز.

خب بهروز، وقتی من از کلاس رفتم بیرون، سه تا عدد پشت سر هم انتخاب کن؛ مثلاً ۶۷ و ۶۸ و ۶۹. این سه تا عدد را در هم ضرب کن. در مثال ما، حاصل ضرب این عددها برابر است با ۳۱۴۳۶۴. اسم این عدد را بگذار «عدد شماره ۱».

حالا رقم‌های این عددی را که با ضرب آن سه تا به دست آوردی، با هم جمع کن. در مثال ما باید $۳+۱+۴+۳+۶+۴$ را حساب کنی که می‌شود ۲۱. اسم این یکی عدد را بگذار «عدد شماره ۲».

حالا «عدد شماره ۱» را در «عدد شماره ۲» ضرب کن.

در مثال ما می‌شود ۶۶۰۱۶۴۴.

این عدد را پای تخته بنویس و دستت را روی یکی از ارقامش بگذار. من با بررسی امواج مغزی‌ات، می‌توانم بگویم که آن رقم چیست! برای اینکه شعبده را سریع‌تر اجرا کنیم، می‌توانی از ماشین حساب هم استفاده کنی.

شبده‌چی: از کلاس بیرون رفت اما ناگهان به کلاس

برگشت و روی تخته رقم ۰ و رقم ۹ را به شکلی که در تصویر می‌بینید، نوشت و گفت:

متأسفانه در امواج مغزی، رقم‌های ۰ و ۹ خیلی شبیه به هم ظاهر می‌شوند. دلیلش هم این است که هم ۰ و هم ۹ گردی دارند. خواستم از قبل گفته باشم!

۹۰

دوباره از کلاس بیرون رفت.

بهروز سه عدد ۸۵ و ۸۶ و ۸۷ را انتخاب کرد. آن‌ها را در

هم ضرب کرد:

۲۴ ضرب کرد و به عدد ۱۵۳۵۰۴۰ رسید. بعد هم این عدد را در ۱۲ ضرب کرد و عدد ۱۸۴۲۰۴۸۰ را به دست آورد. این عدد را روی تخته نوشت و دستش را روی رقم صدگان گذاشت.



آقای شبده‌چی به کلاس باز گشت و این بار چون کار سخت‌تری در پیش داشت، بیشتر تمرکز کرد و هردو دستش را رو سر امیرحسین گذاشت و چند لحظه بعد، اعلام کرد که «رقمی که پنهان کرده‌ای، ۴ است!» و بچه‌ها به شدت تشویقش کردند.

آقای شبده‌چی با حرکت دست از بچه‌ها خواست تشویقشان را قطع کنند. به آن‌ها گفت:

«این بار می‌خواهم کار را به مرز غیرممکن برسانم! وقتی مثل این دفعه، به عدد آخر رسیدید، ارقام آن را هرطور که می‌خواهید، جابه‌جا کنید و بعد یکی از آن‌ها را مخفی کنید. مثلاً اگر به همین عدد ۱۸۴۲۰۴۸۰ رسیدید، می‌توانید عدد ۸۸۰۰۱۴۴۲ را روی تخته بنویسید!» کسی باور نمی‌کرد که آقای شبده‌چی از پس چنین کاری بربیاید. بچه‌ها برای این که موفقیت را برای شبده‌چی غیرممکن کنند، تصمیم گرفتند عددهایی سه‌رقمی انتخاب کنند و با استفاده از ماشین حساب علمی (که تعداد رقم‌هایش از ماشین حساب معمولی بیشتر است)، اعداد را حساب کنند؛ اما وقتی محمّد صالح عددهای ۵۴۷، ۵۴۸ و ۵۴۹ را انتخاب کرد و در نهایت به عدد ۵۹۲۴۳۷۷۵۸۴ رسید و آن را در ۹۵۱ ضرب کرد تا ۵۶۳۴۰۸۳۰۸۲۳۸۴ به دست بیاید و بعد رقم‌هایش را جابه‌جا کرد و عدد ۴۳۸۸۴۳۸۲۳۰۵۶۰ را پای تخته نوشت و دستش را روی رقم هزارگان (یعنی ۵) گذاشت، باز هم آقای شبده‌چی توانست رقم را به درستی پیدا کند؛ گرچه این بار علاوه بر

$$۸۲ \times ۸۳ \times ۸۴ = ۶۳۵۹۷۰$$

یعنی عدد شماره ۱ برابر شد با ۶۳۵۹۷۰. سپس حاصل جمع رقم‌های ۶۳۵۹۷۰ را حساب کرد:

$$۶+۳+۵+۹+۷+۰=۳۰$$

یعنی عدد شماره ۲ برابر شد با ۳۰. بعد همان‌طور که شبده‌چی گفته بود، عدد شماره ۱ را در عدد شماره ۲ ضرب کرد

$$۶۳۵۹۷۰ \times ۳۰$$

و عدد ۱۹۰۷۹۱۰۰ را پیدا کرد و دستش را روی رقم ۷ گذاشت:



بچه‌ها آقای شبده‌چی را صدا کردند تا به کلاس برگردد. آقای شبده‌چی با لبخندی وارد کلاس شد، به تخته نگاه کرد و دست راستش را روی سر بهروز گذاشت و لحظه‌ای بعد گفت: آها ... به نظر می‌آید که بله دارم می‌بینم ... رقمی که پنهان کرده‌ای شبیه شبیه کلاغ ... منظورم این است که شبیه قله کوهی است که برعکس شده است بله! آن رقم ۷ است!

بچه‌ها با تحسین به شبده‌چی نگاه کردند. بعضی‌ها از او خواستند که دوباره این برنامه را برایشان اجرا کند.

شبده‌چی: حالا می‌خواهم این کار را برای خودم سخت‌تر کنم! وقتی عددهای شماره ۱ و شماره ۲ را در هم ضرب کردید، آن را در هر عدد دیگری که می‌خواهید ضرب کنید، و بعد دوستان را روی یکی از ارقام این حاصل ضرب بگذارید! و باز هم از کلاس بیرون رفت.

این بار امیرحسین به پای تخته رفت و عددهای ۳۹ و ۴۰ را انتخاب کرد. عدد شماره ۱ برابر شد با ۶۳۹۶۰ و عدد شماره ۲ هم برابر ۲۴ به دست آمد. امیرحسین ۶۳۹۶۰ را در

بکنید، می‌شد از شما بخواهم شش‌تا، هفت‌تا یا تعداد بیشتری عدد پشت سر هم را در هم ضرب کنید و یک رقم حاصل را پنهان کنید. باز هم می‌توانستم رقم پنهان‌شده را بگویم».

آیا می‌توانید راز این شعبده را کشف کنید؟ چرا شعبده‌چی در آخرین بار گفت رقم یا ۰ است یا ۹ است و نتوانست بگوید دقیقاً کدام‌یک؟ اگر راز شعبده را کشف کرده‌اید و به پاسخ این سؤال رسیدید، آن را با توضیح کافی به نشانی برهان بفرستید.

منبع

<http://www.mathematicalmagic.com/thetricks.html>

تمرکز زیاد و فشار فراوانی که به سر محمد صالح آورد، چند تا معلق روی زمین زد و گفت:

رقمی که پنهان کرده‌ای یا ۰ است یا ۹!

با پاسخ درست شعبده‌چی، کلاس با تشویق بچه‌ها منفجر شد! بچه‌ها دور او را گرفتند و با اصرار از او خواستند که رمز کارش را بگوید. آقای شعبده‌چی چنین شروع کرد:

«ام وقتی سه عدد پشت سر هم را در نظر می‌گیرید، حتماً یکی از آن‌ها بر» و صحبتش را قطع کرد و به فکر فرو رفت و بعد ادامه داد: «اما نه بچه‌ها. خودتان تا دفعه بعدی که بیایم مدرسه، فکر کنید و راز شعبده را کشف کنید. حیف است از لذت فکر کردن به این مسئله محروم شوید. خودتان فکر کنید و بعد با هم درباره‌اش صحبت خواهیم کرد، اما این را هم بگویم که این شعبده‌بازی را به روش‌های دیگر هم می‌توان اجرا کرد، مثلاً به جای تمام محاسباتی که لازم است





گزارش

تجربه، آزمایش، تخمین

کلیدواژه‌ها: تخمین، تقریب، حدس و آزمایش، تجربه

اشاره

در شماره گذشته مجله، پای صحبت دانش‌آموزان مدرسه راهنمایی دخترانه نور، نشستیم و در مورد تقریب‌های ذهنی، بازی و بحث‌هایی داشتیم. در این شماره، ادامه این گفت‌وگو را می‌خوانید که حول موضوع تخمین زدن و وابستگی آن به تجربه‌های پیشین افراد مختلف است.

ادامه گفت‌وگو را با آب‌نبات‌های کوچکی که روی میز بود شروع کردیم.

برهان: چند تا از این شکلات‌ها توی مشتشان جا می‌شود؟
نرگس: بیست، سی تا.
افسانه: سی تا.
بقیه: همین حدودا!

بچه‌ها شروع به شمردن کردند. ۳۹ تا شکلات توی مشت یکی از آن‌ها جا شد.

برهان: خوب، چه جوری تخمین زدید؟
خانم معلم: من قبلاً به بار شکلات‌هایی که در مشتم جا می‌گرفت را شمرده بودم، چون شکلات‌ها همین قدری بود، راحت توانستم تخمین بزنم.
افسانه: اما مشت واحد استاندارد نیست.

برهان: بله. اما به نظر می‌رسد داشتن تجربه‌های قبلی می‌تواند ما را در تخمین زدن کمک کند.

این بحث با طرح مسئله‌ای جدید ادامه پیدا کرد:

برهان: چند تا مداد می‌توانیم در یک دستان بگیریم.

یاسمن: ۱۰ تا؟

برهان: آزمایش کنیم؟

همه مدادها و خودکارهایشان را جمع کردند و روی هم گذاشتند. و در کمال تعجب، ۲۳ تا مداد و خودکار توی یک دست جا گرفت.

این یک تجربه بود و بچه‌ها را برای فکر کردن روی سؤالات بعدی آماده کرد:

برهان: توی کیف مدرسه‌تان چند تا مداد جا می‌شود؟
۳۰۰ تا؟ ۱۰۰۰ تا؟ ۱۰۰۰۰ تا؟ بچه‌ها مشغول حساب

و کتاب بودند!

برهان: چی دارید حساب می‌کنید؟

یکی از بچه‌ها: داریم نسبت می‌گیریم.

برهان: یعنی چی؟

یکی از بچه‌ها: نسبت به همین ۲۳



مدادی که الآن توی یک دست جا گرفت، ببینیم کیف چند برابر این حجم دارد.

برهان: شما الآن دارید از همین تجربه‌ای که چند دقیقه پیش داشتید در تخمینتان استفاده می‌کنید. آیا تجربه دیگری هم دارید که بتوانید استفاده کنید.

نرگس: مثلاً یه جامدادی پر خودکار در نظر می‌گیریم و می‌بینیم چند تا جامدادی توی یک کیف جا می‌شود.

بچه‌ها کمی تبادل نظر کردند و به این نتیجه رسیدند که در نظر گرفتن یک جعبه‌ی مداد رنگی ۱۲ رنگی بهتر از جامدادی که اندازه‌ی مختلفی دارد، می‌تواند به آن‌ها در تخمین زدن کمک کند.

برهان: بسیار خوب. همه، جعبه‌ی مدادرنگی ۱۲ رنگی دیدیم. چند تا جعبه تو کیف جا می‌شود؟

نرگس و مریم: ۷۰ تا جعبه.

برهان: چه جوری حساب کردید؟

مریم: ارتفاع کیف رو ۷۰ سانتی‌متر در نظر گرفتیم و فکر کردم می‌شود ۷۰ تا جعبه‌ی مدادرنگی را روی هم چید.

بچه‌ها در مورد ارتفاع کیف و این‌که یک جعبه مدادرنگی برای پر کردن کف کیف کافی نیست بحث کردند. عددهای مختلفی هم در میان بحثشان شنیده می‌شد، بعضی‌ها مشغول تخمین زدن ابعاد کیف و جعبه‌ی مدادرنگی بودند، بعضی‌ها هم مشغول چیدن ذهنی جعبه‌های مدادرنگی در کف کیف بودند و با دستشان ابعاد را به هم نشان می‌دادند و استدلالشان را بیان می‌کردند.

ریحانه جزو آن دسته‌ای بود که داشتند

ابعاد کیف و جعبه را تخمین می‌زدند:

ریحانه: می‌توانیم حجم کیف را

پیدا کنیم و بر حجم جعبه مدادرنگی

تقسیم کنیم تا بفهمیم چند تا جعبه

در کیف جا می‌شود.

نرگس از آن دسته‌ای بود که داشت

در ذهنش جعبه‌های مدادرنگی را در

کیف می‌چید. اول از کف کیف جعبه‌ها را

روی هم می‌گذاشت و بعد کناره‌های باقی‌مانده‌ی

کیف را پر می‌کرد.

تخمین‌های ۱۲۵ و ۱۲۵ جعبه و ۱۵۰۰ تا مداد،

همراه با استدلالاتی مشابه آنچه در بالا آمد از سوی چند

تا از دانش‌آموزان بیان شد. در ادامه سؤال جدیدی مطرح شد: برهان: یک میلیون تومان هزار تومانی چقدر می‌شود؟ در

کیفتان جا می‌شود؟

یکی از بچه‌ها با خنده: به زور جاش می‌دهیم!

باز هم بحث میان بچه‌ها در گرفت، بعضی‌ها مشغول تخمین

طول و عرض یک هزار تومانی بودند، بعضی‌ها یک دسته ۱۰۰

تایی پول را به عنوان تجربه‌ای از حجم پول مطرح می‌کردند.

افسانه مشغول تا کردن کاغذ به اندازه‌ی هزار تومانی بود. بچه‌ها

با دقت و مهارت بیشتری تخمین می‌زدند و هم‌صدا اعلام کردند

که حتماً یک میلیون تومان هزار تومانی در کیف مدرسه‌شان

جا می‌شود.

برهان: چند تومان هزار تومانی در کیفتان جا می‌شود؟

بچه‌ها با توجه به تجربه‌ای که در همین مدت کوتاه درباره

حجم کیف و حجم یک دسته پول پیدا کرده بودند، مشغول بیان

استدلالات و تخمین‌هایشان بودند.

یاسمن: ۱/۵ میلیون!

مریم: ۲ میلیون! نه ۴ میلیون!

نرگس: ۲ میلیون!

افسانه: ۹ میلیون!

ریحانه: ۱۰ میلیون!

بحث داغ شده بود، بعضی از بچه‌ها کیف‌هایشان را هم

آوردند تا هنگام توضیح دادن و استدلال کردن، شاهد هم داشته

باشند. روش‌های خوبی بیان شد و تخمین‌های بهتری زده شد.

بعضی‌ها سعی کردند اندازه‌های دقیق‌تری برای ابعاد یک

دسته پول تخمین بزنند، برای این منظور یک اسکناس

۱۰۰۰ تومانی آوردند و یک بار دقیق‌تر آن

را نگاه کردند و طول و عرض آن

را با استفاده از اندازه یک وجب،

عرض کاغذ A۴، طول یک

بند انگشت و ... استفاده

از اندازه طول و



مثلاً به اندازه یک کیلو برنج برمی دارند و وقتی روی ترازو می گذارند، دقیقاً یک کیلو است، یا خیلی نزدیک به یک کیلو. به نظر می رسد آن ها با دقت و تجربه می توانند تخمین بهتری بزنند.

بحث ادامه یافت و برهان شنوندهی نظرات بچه ها درباره آنچه در این جلسه گذشت، بود. اگر به بحث این گزارش علاقه مندید، کتاب «چند تا لیس» را مطالعه کنید. این کتاب در صفحه ۳۹ همین شماره مجله معرفی شده است.



داشتن تجربه های قبلی می تواند ما را در تخمین زدن کمک کند

عرض کاغذ A۴ به طور تقریبی به دست آوردند. بعد از این کار تخمین هایشان به هم نزدیک تر شد و به توافق رسیدند.

برهان: خوب موقع جمع بندی است. به ما خوش گذشت! به شما چطور؟

در این دو ساعت چه کردید؟ آیا این تجربه ای که امروز داشتید فایده ای هم دارد؟ آیا فعالیتی که انجام دادید، یک فعالیت ریاضی بود؟ به نظر شما، ریاضی دان ها بلدند تخمین بزنند؟

مریم با خنده: خوب ریاضی دان ها که باید بلد باشند.

نرگس: این فعالیت اساسش ریاضی است.

فاطمه: تقریب زدن در آمارگیری و زندگی روزمره کاربرد دارد. مثلاً وقتی آمار اعلام می کنند، خوب تا نفر آخر را که حساب نمی کنند و تقریب می زنند.

یاسمن: مثلاً هزینه ی ساخت یک ساختمان را تخمین می زنند دو میلیارد و خرده ای و دقیق تا آخرین رقم را نمی گویند. یا مثلاً قیمت یک کفش ۳۸ هزار تومانی را حدوداً می گویند ۴۰ هزار تومان.

مریم: تخمین حتماً نباید با اعداد باشد. مثلاً من توی یک سایت اینترنتی خواندم که وقتی یک نفر می خواهد از روی جوی آب بپرد، تخمین می زند که می تواند رد شود یا نه.

برهان: مثال های خوبی بیان شد. در مورد تخمین زدن رد شدن یا نشدن از جوی آب هم کاملاً حق با شماست. هرکسی با توجه به تجربیات قبلی اش تخمینی از طولی که می تواند بپرد، دارد. این طول را با عرض جوی آب مقایسه می کند و تصمیم می گیرد. به نظر می رسد، هرچه تجربه ما درباره اندازه ها بیشتر باشد، یعنی هرچه بیشتر به اندازه ها توجه کرده باشیم، بهتر می توانیم تخمین بزنیم.

خانم معلم: بعضی فروشنده ها خیلی خوب تخمین می زنند.





آن را تخمین زدن می‌گوییم و چون آن را به شیوه ریاضی بیان کنیم، به علم آمار و احتمالات می‌رسیم.

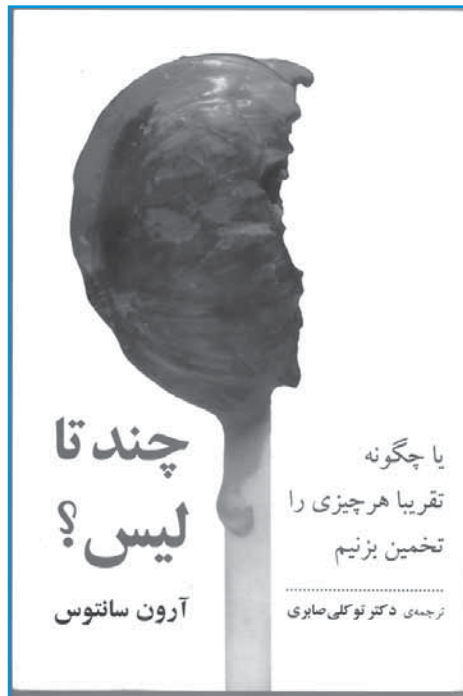
«چند تالیس؟» کتابی درباره همین موضوع است و البته به صورت سرگرمی نوشته شده است. حتی اسم آن! «فکر می‌کنی اگر به یک شکلات چوبی چند تالیس بزنی به چوب آن می‌رسی؟»

نویسنده کوشیده است با طرح انواع سؤال‌ها و مسئله‌ها، تخمین زدن را به شکل یک موضوع اساسی و جدی و علمی به شما نشان بدهد. برای نمونه:

- یک نفر در یک ساعت چند کیلومتر راه می‌رود؟
- عمر متوسط انسان چند ساعت است؟
- کتابخانه مدرسه شما چند کتاب دارد؟
- مدرسه شما چند دانش‌آموز دارد؟
- طول خیابان‌های شهر شما چند کیلومتر است؟
- مساحت خانه‌ای که در آن زندگی می‌کنید، چقدر است؟

- امروز در شهر تهران چند متر مکعب باران بارید؟
صدها و بلکه هزاران سؤال از این نوع را می‌توان پرسید و برای هر کدام جوابی پیدا کرد؛ اما جواب صحیح یا نزدیک به صحیح کدام است؟ البته جوابی که بر اساس حساب و کتاب و عقل و منطق به دست آمده باشد، نه جوابی که تصادفی و حساب‌نکرده بدهیم.

در مقدمه همین کتاب، داستان خوشمزه‌ای از تخمین زدن آمده است که خوب است شما هم آن را در همین جا بخوانید: در سفر ناصرالدین شاه به قم، صحبت از مقدار محیط دریاچه حوض سلطان می‌شود. هرکس نظری



چند تا لیس؟

● نویسنده:

آرون سانتوس

● مترجم:

دکتر توکلی

صابری

● ناشر: مازیار

در کتاب‌های دبستانی، هنگامی که ما کودک بودیم، حکایت کوتاهی نوشته بودند که بیان آن در این‌جا مناسب به نظر می‌رسد: «رهگذری از لقمان حکیم پرسید، تا شهر چقدر

راه است؟ لقمان گفت: راه برو. دقایقی گذشت. باز مسافر از لقمان پرسید: تا شهر چقدر راه است؟ این بار لقمان گفت: دو ساعت. مسافر گفت چرا این را همان اول نگفتی؟ لقمان گفت: می‌خواستم ببینم آهسته راه می‌روی یا تند. و حالا که دیدم آهسته راه می‌روی دانستم که زودتر از دو ساعت دیگر به شهر نمی‌رسی». باز به یاد دارم که آقای قاضی دبیر شیمی ما در کلاس چهارم ریاضی - که دبیر بسیار خوبی هم بود - روزی که درس ما درباره عدد آوگادرو یعنی تعداد ملکول‌های موجود در یک ملکول گرم ماده بود، گفت: اگر یک میلیون تومان را به صورت سکه‌های یک تومانی به شما بدهند، می‌دانید چقدر طول می‌کشد تا آنها را بشمارید؟ و بعد خودش گفت: حدود ۱۱ روز! باعث تعجب ما شد چون نمی‌دانستیم یک میلیون این اندازه بزرگ است. لابد می‌دانید که عدد آوگادرو برابر است با 6.02×10^{23} که از نظر بزرگی می‌توان گفت با یک میلیون قابل مقایسه نیست.

هم پاسخ لقمان به مرد مسافر و هم مدت زمان لازم برای شمارش یک میلیون، به روشی از محاسبه مربوط می‌شود که

پاسخ پازل از نوعی دیگر

(از صفحه ۲۵ مجله)

پاسخ پازل‌های ضربی:

۳	۲	۶	۳۶
۹	۷	۸	۵۰۴
۵	۴	۱	۲۰
۱۳۵	۵۶	۴۸	

۶	۲	۷	۸۴
۸	۵	۳	۱۲۰
۹	۱	۴	۳۶
۴۳۲	۱۰	۸۴	

۷	۹	۸	۵۰۴
۴	۵	۶	۱۲۰
۱	۲	۳	۶
۲۸	۹۰	۱۴۴	

۵	۸	۱	۴۰
۳	۶	۴	۷۲
۲	۹	۷	۱۲۶
۳۰	۴۳۲	۲۸	

پاسخ پازل‌های جمعی:

۳	۲	۶	۱۱
۹	۷	۸	۲۴
۵	۴	۱	۱۰
۱۷	۱۳	۱۵	

۶	۲	۷	۱۵
۸	۵	۳	۱۶
۹	۱	۴	۱۴
۲۳	۸	۱۴	

۷	۹	۸	۲۴
۴	۵	۶	۱۵
۱	۲	۳	۶
۱۲	۱۶	۱۷	

۵	۸	۱	۱۴
۳	۶	۴	۱۳
۲	۹	۷	۱۸
۱۰	۲۳	۱۲	

می‌دهد آنگاه شاه با حدس و گمانی بسیار ابتدایی می‌گوید: «بهتر است ۲۴ فرسنگ نوشته شود.» آنگاه که حرف از گودی یا عمق دریاچه پیش می‌آید یکی از همراهان، به طعنه به شاه می‌گوید: همان‌گونه که محیط را تعیین فرمودید، عمق را نیز معلوم فرمایید.» شاه خنده‌اش می‌گیرد و می‌گوید: «عمق را نیز تا بیست ذرع بنویسید!» شاه چگونه حساب کرد؟!

واقعیت این است که همهٔ مردم راجع به مقدارها و اندازه‌ها کمابیش همین‌طور صحبت می‌کنند و نظر می‌دهند. ولی راه صحیح آن است که هر حرفی بر اساس استدلال و منطق علمی و ریاضی باشد تا به صحت نزدیک‌تر باشد و این چیزی است که نویسندهٔ کتاب «چند تالیس» در پی آن است. کتاب شامل ۶۸ عنوان است که هریک، سؤال‌ها و مسئله‌هایی را طرح می‌کند و می‌خواهد شما پاسخ آن را از راه تخمین زدن به دست آورید.

این کتاب به نظر من برای چند دسته مفید است. - دبیران ریاضی؛ تا دانش‌آموزان را با موضوعی به نام «تخمین زدن» که در «علوم پایه» بسیار اهمیت دارد، آشنا کنند.

- دانش‌آموزانی که خیلی حوصله ندارند وارد جزئیات مسائل ریاضی شوند، ولی از بیان ریاضی مسائل و موضوعات لذت می‌برند.

- دانش‌آموزان تیزهوشی که تفکر ریاضی در آن‌ها عمیق است و احتمالاً در آینده سروکارشان با چنین موضوعاتی خواهد گذشت. آنها چه دانشمند شوند و در مسائل عمیق پژوهش کنند و چه کارشناس مثلاً یک شرکت بیمه شوند و بخواهند محاسبه کنند که شرکت اگر از هر خودرو در کشوری مثل ایران که پر تصادف است در سال چقدر پول بابت بیمهٔ بدنه اتومبیل بگیرد، به سود مناسب دست خواهد یافت.

صرف‌نظر از همهٔ اینها، حتی مطالعهٔ گذری کتاب هم، به شما نشان خواهد داد که از روی حدس و تخمین و احتمال صحبت کردن هم کار آسانی نیست، چه رسد به این‌که بخواهیم دقیق صحبت کنیم، و این خودش درس بزرگی است.



پرونده شخصی

حل مسئله

■ **کلیدواژه‌ها:** حل مسئله، راهبرد حل مسئله، مجموع اعداد متوالی

اشاره

نتیجه گرفت که مجموع ۲۰۰۵ با ۲۰۰۷، در واقع با مجموع ۲ تا ۲۰۰۶ برابر است، پس a باید ۲۰۰۶ باشد که حاصل جمع a با ۲۰۰۵ و ۲۰۰۷، با حاصل جمع ۳ تا ۲۰۰۶ یکی شود:

$$\begin{aligned} & \quad \quad \quad +1 \\ & \quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow \\ 3 \times 2006 &= 2006 + 2006 + 2006 = \\ 2005 + 2006 + 2007 &\Rightarrow a = 2006 \end{aligned}$$

مسئله ۲. حاصل جمع پنج عدد طبیعی متوالی (پشت سر هم) برابر ۲۰۱۰ است. این پنج عدد را به دست آورید؟

حل مسئله ۲. می‌خواهیم از ایده‌ای که در راه حل مسئله ۱ ما را به پاسخ رساند، استفاده کنیم؛ یعنی می‌خواهیم جمع را به ضرب تبدیل کنیم. چون پنج عدد موردنظر پشت سر هم قرار دارند، عدد سوم (وسط) می‌تواند نقش میانجی را بازی کند؛ به شکل توجه کنید:

$$2010 = \text{عدد پنجم} + \text{عدد چهارم} + \text{عدد سوم} + \text{عدد دوم} + \text{عدد اول}$$

در شماره گذشته به تعریف مسئله اشاره کردیم و برای حل مسئله‌های مختلف که تا حدودی شبیه به هم‌اند «تشکیل پرونده شخصی حل مسئله» را پیشنهاد کردیم و با ارائه دو مسئله، چگونگی تشکیل چنین پرونده‌ای را توضیح دادیم. در این شماره نیز با ارائه چند مسئله و حل آنها، پرونده جدیدی از حل مسئله را معرفی می‌کنیم.

ابتدا با یک مسئله ساده شروع می‌کنیم:

مسئله ۱. اگر $a + 2007 + 2005 = 3 \times 2006$ ، چه

عددی است؟

حل مسئله ۱. ابتدا، حاصل هر طرف از تساوی را

محاسبه می‌کنیم.

$$3 \times 2006 = 6018$$

$$2005 + 2007 = 4012$$

با تفریق این دو عدد، a به دست می‌آید:

$$a = 6018 - 4012 = 2006$$

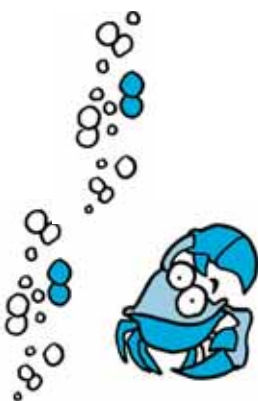
اما با نگاهی به اعداد دو طرف تساوی، و با در نظر گرفتن معنی 3×2006 ، و این که ۲۰۰۵ یکی از ۲۰۰۶ کمتر است و در عوض، ۲۰۰۷ یکی از ۲۰۰۶ بیشتر است، به سادگی می‌توان

دوباره می‌توانیم از روش حل مسئله‌های ۱ و ۲ استفاده کنیم و این جمع را به ضرب تبدیل کنیم تا زمان کمتری صرف شود.

$$\begin{array}{c}
 101 \\
 \overbrace{101} \\
 \overbrace{101} \\
 1+2+\dots+50+51+\dots+99+100= \\
 101+101+\dots+101=50 \times 101=5050
 \end{array}$$

تا ۵۰

حالا هر جمعی با هر تعداد عددی به ما بدهند که نظمی در آن برقرار باشد (به طور مثال $52 + \dots + 12 + 10$) می‌توانیم از این ایده در به دست آوردن حاصل جمع استفاده کنیم. در این شماره و شماره قبلی مسئله‌هایی که به عنوان



عدد پنجم دو واحد از عدد سوم بیشتر است. در صورتی که این دو واحد را به عدد اول بدهد، اعداد اول، سوم و پنجم برابر خواهند شد و به همین ترتیب اگر عدد چهارم یک واحد به عدد دوم بدهد، اعداد دوم، سوم و چهارم برابر خواهند شد.

$$2010 = \text{عدد سوم} + \text{عدد سوم} + \text{عدد سوم} + \text{عدد سوم} + \text{عدد سوم}$$

$$2010 = \text{عدد سوم} \times 5$$

یعنی

$$2010 \div 5 = 402$$

یا

$$402 = \text{عدد سوم}$$

و آن پنج عدد عبارتند از $402, 403, 404, 401, 400$. حالا که پاسخ را به دست آوردیم می‌توانیم فرآیند حل مسئله را به صورت زیر نیز نشان دهیم.

$$\begin{array}{c}
 +1 \\
 \swarrow \\
 400+401+402+403+404=402+402+402+402+402 \\
 \nwarrow \\
 +2 \\
 5 \times 402 = 2010
 \end{array}$$

با توجه به این که این پنج عدد پشت سر هم هستند، عدد سوم در واقع میانگین این اعداد نیز می‌باشد!

مسئله ۳. در قرن‌های هجدهم و نوزدهم، ریاضی‌دان مشهور آلمانی، کارل فردریش گاوس، زندگی می‌کرد. هنگامی که گاوس کلاس دوم دبستان بود، معلم آن‌ها برای این که به کارهای خود برسد، به دانش‌آموزان گفت حاصل جمع اعداد از ۱ تا ۱۰۰ را محاسبه کنند، یعنی

$$1+2+3+\dots+100$$

او می‌خواست دانش‌آموزان با جمع کردن این ۱۰۰ عدد مشغول شوند. چند دقیقه بعد معلم مشاهده کرد که گاوس پاسخ را به سرعت به دست آورده است. آیا ما هم می‌توانیم؟
حل مسئله ۳. وقتی به این عبارت نگاه می‌کنیم، شاید از خود پرسیم زمان خود را برای جمع این همه عدد تلف کنیم، تا چه چیزی را یاد بگیریم؟ ما که جمع کردن را بلدیم. اگر ۱۰۰۰ عدد باشد، زمان بیشتری نیاز است؟



دفتر انتشارات کمک آموزشی

با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های رشد توسط دفتر انتشارات کمک آموزشی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وابسته به وزارت آموزش و پرورش تهیه و منتشر می‌شوند:

مجله‌های دانش‌آموزی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

رشد کودک (برای دانش‌آموزان آمادگی و پایه اول دوره دبستان)

رشد نوآموز (برای دانش‌آموزان پایه‌های دوم و سوم دوره دبستان)

رشد دانش‌آموز (برای دانش‌آموزان پایه‌های چهارم و پنجم دوره دبستان)

رشد نوجوان (برای دانش‌آموزان دوره راهنمایی تحصیلی)

رشد جوان (برای دانش‌آموزان دوره متوسطه و پیش‌دانشگاهی)

مجله‌های بزرگسال عمومی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

رشد آموزش ابتدایی • رشد آموزش راهنمایی تحصیلی • رشد تکنولوژی آموزشی • رشد مدرسه فردا • رشد مدیریت مدرسه • رشد معلم

مجله‌های بزرگسال و دانش‌آموزی تخصصی

(به صورت فصل‌نامه و چهار شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شوند):

رشد برهان راهنمایی (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دوره راهنمایی تحصیلی) • رشد برهان متوسطه (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دوره متوسطه) • رشد آموزش قرآن • رشد آموزش معارف اسلامی • رشد آموزش زبان و ادب فارسی • رشد آموزش هنر • رشد مشاور مدرسه • رشد آموزش تربیت بدنی • رشد آموزش علوم اجتماعی • رشد آموزش تاریخ • رشد آموزش جغرافیا • رشد آموزش زبان • رشد آموزش ریاضی • رشد آموزش فیزیک • رشد آموزش شیمی • رشد آموزش زیست‌شناسی • رشد آموزش زمین‌شناسی • رشد آموزش فنی و حرفه‌ای • رشد آموزش پیش‌دبستانی

مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران مربیان، مشاوران و کارکنان اجرایی مدارس، دانش‌جویان مراکز تربیت معلم و رشته‌های دبیری دانشگاه‌ها و کارشناسان تعلیم و تربیت تهیه و منتشر می‌شوند.

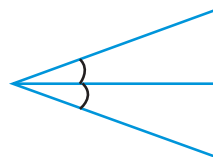
♦ نشانی: تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات کمک آموزشی.

♦ تلفن و نمابر: ۰۲۱-۸۸۳۰۱۴۷۸

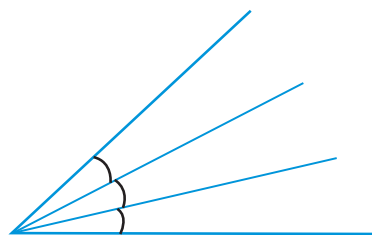
مثال‌هایی برای تشکیل پرونده شخصی حل مسئله معرفی شدند، بسیار به هم شبیه بودند؛ در حالی که ایده‌ها و راهبردها می‌توانند در صورت امکان برای حل مسئله‌های غیر مشابه هم به کار بروند. برای روشن شدن بهتر این موضوع مسئله ۴ را به عنوان تمرین برای استفاده از راهبرد سه مسئله قبلی بیان می‌کنیم و حل آن را به خود شما می‌سپاریم.

مسئله ۴. در شکل زیر چند زاویه (کوچکتر از

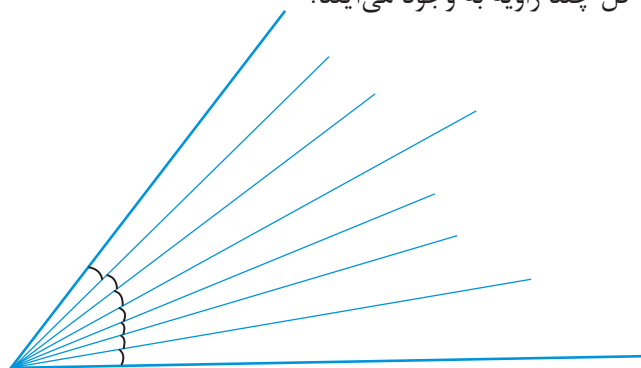
180°) وجود دارد؟



- در شکل زیر چطور؟



- اگر تعداد زاویه‌هایی که کنار هم قرار می‌گیرند، بیشتر شوند، چطور؟ به طور مثال اگر ۷ زاویه کنار هم قرار گیرند در کل چند زاویه به وجود می‌آیند؟



پی‌نوشت

به عدد سوم «واسطه حسابی» نیز می‌گویند که در سال دوم دبیرستان با آن آشنا می‌شوید.

دوازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران سمنان - شهریور ۹۱



دوازدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران که بزرگ‌ترین گردهمایی معلمان ریاضی سراسر کشور است؛ در سال جاری از دوازدهم تا پانزدهم شهریور در سمنان برگزار شد. در این کنفرانس، رشد برهان راهنمایی نیز فعالانه شرکت داشت و با برقراری میزی با عنوان **میز بازی‌ها**، به معرفی بازی‌هایی که در شماره‌های ۵۹ تا ۶۳ این مجله چاپ شده بودند پرداختیم. بسیاری از شرکت‌کنندگان در کنفرانس با این بازی‌ها و جنبه‌های آموزشی آنها آشنا شدند. همچنین در نشست‌هایی که عصر روز ۱۴ شهریور با تعدادی از معلمان ریاضی راهنمایی داشتیم، بخش‌های مختلف مجله و اهداف آنها و نحوه استفاده از آنها در کلاس‌های درس را تشریح کردیم و انتقادات دوستانه آنها را نیز شنیدیم.

با امید این که بتوانیم مجله‌ای هرچه خواندنی‌تر برای مخاطبانمان فراهم سازیم.



تولید ملی، حمایت از کار و سرمایه ایرانی

برگ اشتراک مجله‌های رشد

نحوه اشتراک:

شما می‌توانید پس از واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت، شعبه سه‌راه آزمایش کد ۳۹۵، در وجه شرکت افست از دوروش زیر، مشترک مجله شوید:

۱. مراجعه به وبگاه مجلات رشد؛ نشانی: www.roshdmag.ir و تکمیل برگه اشتراک به همراه ثبت مشخصات فیش واریزی.
۲. ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شده اشتراک با پست سفارشی (کپی فیش را نزد خود نگه دارید).

♦ نام مجلات در خواستی:

♦ نام و نام خانوادگی:

♦ تاریخ تولد:

♦ میزان تحصیلات:

♦ تلفن:

♦ نشانی کامل پستی:

استان: شهرستان: خیابان:

شماره فیش: مبلغ پرداختی:

پلاک: شماره پستی:

♦ در صورتی که قبلاً مشترک مجله بوده‌اید، شماره اشتراک خود را ذکر کنید:

امضا:

- ♦ نشانی: تهران، صندوق پستی امور مشترکین: ۱۶۵۹۵/۱۱۱
- ♦ وبگاه مجلات رشد: www.roshdmag.ir
- ♦ اشتراک مجله: ۰۲۱-۷۷۳۳۶۶۵۶/۷۷۳۳۵۱۱۰/۷۷۳۳۹۷۱۳-۱۴

- ♦ هزینه اشتراک یکساله مجلات عمومی (هشت شماره): ۹۶۰۰۰ ریال
- ♦ هزینه اشتراک یکساله مجلات تخصصی (چهار شماره): ۶۰۰۰۰ ریال



سؤال‌های مسابقه ریاضی استرالیا

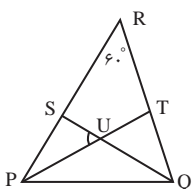
(پایه دوم و سوم راهنمایی) آگوست ۲۰۱۱



کلیدواژه‌ها: مسابقه ریاضی استرالیا

پرسش‌های ۱۱ تا ۲۰
هرکدام ۴ امتیاز دارد

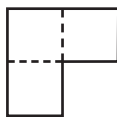
زاویه $SRT <$ چند درجه است؟



- الف) ۷۵ (ب) ۶۰ (پ) ۴۵
ت) ۴۰ (ث) ۳۰

شده است.

مساحت کوچک‌ترین مربعی که می‌توان با این نوع کاشی ساخت، چند واحد مربع است؟



- الف) ۱۶ (ب) ۲۵ (پ) ۳۶
ت) ۶۴ (ث) ۸۱

۱۶. اعداد روی وجوه مکعب زیر، اعداد زوج متوالی‌اند. اگر مجموع اعداد روی وجه‌های مقابل یکسان باشد، مجموع تمام اعداد روی مکعب کدام است؟



- الف) ۱۹۶ (ب) ۱۸۸ (پ) ۲۱۰
ت) ۱۸۶ (ث) ۱۹۸

۱۷. اگر m و n هر دو عدد طبیعی باشند و $mn = ۱۰۰$ باشد، آن‌گاه

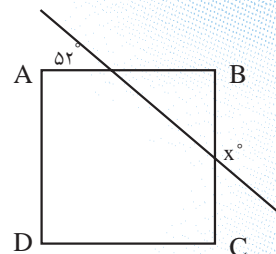
۱۴. کدام یک از گزینه‌های زیر به مقدار عبارت زیر نزدیک‌تر است؟

$$\frac{۰/۳۳۳}{۰/۲۲۲ \times ۰/۱۱۱} = ?$$

- الف) ۰/۰۱ (ب) ۰/۱
پ) ۱ (ت) ۱۰ (ث) ۱۰۰

۱۵. در شکل زیر، پاره‌خط PT زاویه $\angle QPR <$ را نصف می‌کند. پاره‌خط SQ نیز زاویه $\angle PQR <$ را نصف می‌کند. اگر $\angle SRT = ۶۰^\circ <$ باشد،

۱۱. اگر در شکل زیر، مربع $ABCD$ باشد، زاویه X چند درجه است؟



- الف) ۱۴۲ (ب) ۱۲۸ (پ) ۴۸
ت) ۱۰۴ (ث) ۵۲

۱۲. بهرام از عدد ۵۹۰۷، هفت تا هفت تا کم می‌کند تا هنگامی که به عددی یک رقمی می‌رسد و دست از شمردن برمی‌دارد. آن عدد کدام است؟

- الف) ۴ (ب) ۶ (پ) ۷
ت) ۸ (ث) ۹

۱۳. کاشی زیر از سه مربع واحد تشکیل


پاسخ سؤال‌های مسابقه ریاضی استرالیا

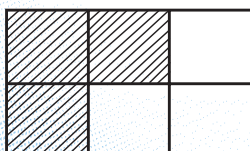
۱۱. با استفاده از زاویه‌های متقابل به رأس و این که $\hat{B} = 90^\circ$ و \hat{X} زاویه خارجی برای مثلث تشکیل شده در گوشه B است:

$$x = 90^\circ + 52^\circ = 142^\circ$$

گزینه (الف) صحیح است.

۱۲. (ب)؛ زیرا $7 \times 843 = 5901$ با باقی‌مانده ۶، پس آن عدد ۶ است.

۱۳. (پ)؛ زیرا با توجه به مسئله مساحت مربع موردنظر باید بر ۳ بخش پذیر باشد. لذا میان مجذورهای کامل باید دنبال عددی باشیم که بر ۳ بخش پذیر است. ۳۶ کوچک‌ترین مجذوری است که این ویژگی را دارد. حال باید مطمئن شویم که با شکل  می‌توانیم یک مربع 6×6 بسازیم یا نه. با استفاده از دوتا از این شکل‌ها یک مستطیل 2×3 به دست می‌آید. پس با شش تا از آنها، یک مربع 6×6 می‌توان ساخت.



(پ) ۴۰ کیلوگرم

(ت) ۱۶۴ کیلوگرم

(ث) ۱۷۰ کیلوگرم

کدام یک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند حاصل $n+m$ باشد؟

(الف) ۲۵ (ب) ۲۹ (پ) ۵۰

(ت) ۵۲ (ث) ۱۰۱

۱۸. در جمع زیر، چند رقم پوشانده شده‌اند. مجموع ارقام پوشانده برابر است با:

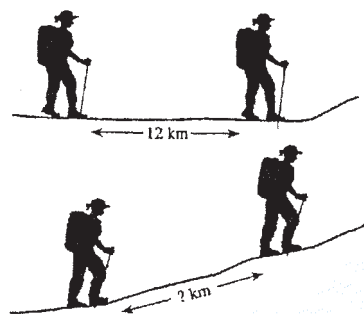
$$\begin{array}{r} \square \quad 9 \quad \square \\ + \quad \square \quad 8 \quad 7 \\ \hline \square \quad 0 \quad \square \quad 2 \end{array}$$

(الف) ۲۳ (ب) ۲۱ (پ) ۲۰

(ت) ۱۸ (ث) ۱۵

۲۰. دو گردشگر با فاصله ۱۲ کیلومتر روی زمین هموار با سرعت ثابت ۴ کیلومتر بر ساعت، حرکت می‌کنند. به محض این که هر کدام به دامنه کوه می‌رسند، سرعت خود را کاهش می‌دهند و با سرعت ثابت ۳ کیلومتر بر ساعت از کوه بالا می‌روند.

فاصله دو گردشگر هنگامی که در دامنه کوه حرکت می‌کنند، چقدر است؟



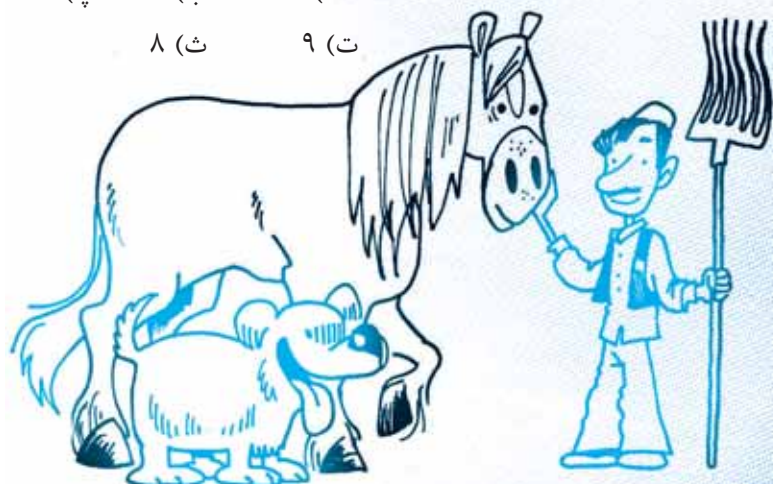
(الف) ۱۶ (ب) ۱۲ (پ) ۱۰

(ت) ۹ (ث) ۸

۱۹. اگر اسب چوپان ۲۰ کیلوگرم وزن کم کند، وزن او ۴ برابر وزن سگ گله خواهد شد. مجموع وزن اسب چوپان و سگ گله، ۲۰۰ کیلوگرم است. وزن سگ گله برابر است با:

(الف) ۳۰ کیلوگرم

(ب) ۳۶ کیلوگرم



۱۴

$$\frac{0/222}{0/222 \times 0/111} = \frac{3}{2 \times 0/111} = \frac{3}{0/2} = \frac{3}{2} = 1.5$$

پس گزینه (ت) صحیح است.

۱۵. در مثلث PQR ، زاویه $\hat{R} = 60^\circ$

پس $\hat{P} + \hat{Q} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ با

توجه به نیم‌ساز بودن PT و QS

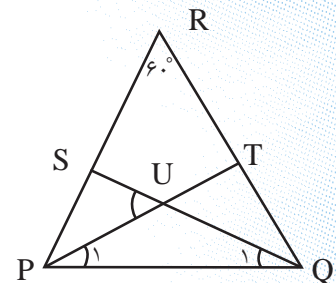
داریم $\hat{P}_1 + \hat{Q}_1 = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$ پس در

مثلث P_1UQ که زاویه موردنظر

برای آن یک زاویه خارجی است،

داریم $\hat{U} = \hat{P}_1 + \hat{Q}_1 = 60^\circ$ پس گزینه

(ب) صحیح است.



۱۶. ت؛ زیرا با توجه به این که اعداد روی

وجه‌های مکعب، اعداد زوج متوالی‌اند

یا باید اعداد ۲۶، ۲۸، ۳۰، ۳۲، ۳۴،

۳۶ باشند، یا اعداد ۲۸، ۳۰، ۳۲، ۳۴،

۳۶، ۳۸. با توجه به این که مجموع

روی و وجه مقابل برابر است، پس در

هر حالت، عدد بزرگ‌تر مقابل عدد

کوچک‌تر باید قرار گیرد و عدد بزرگ

بعدی مقابل عدد دوم از این مجموعه

اعداد. طبق شکل، ۲۸ مقابل ۳۴

نیست، پس حالت اول برقرار نیست

و حالت دوم برقرار است. لذا مجموع

همه اعداد روی مکعب برابر است با

$$28 + 30 + 32 + 34 + 36 + 38 = 198$$

۱۷. با توجه به این که m و n اعداد

صحیح‌اند حاصل ضرب‌های ممکن

برای ۱۰۰ عبارت‌اند از:

$$10 \times 10, 5 \times 20, 4 \times 25, 2 \times 50$$

$$1 \times 100$$

مجموع m و n در این حالت‌ها به

ترتیب برابر است با:

$$101, 52, 29, 25, 20$$

بنابراین ۵۰ جزو این حاصل جمع‌ها

نیست و گزینه (پ) صحیح است.

۱۸. یکان عدد بالایی، ۵ است (زیرا

$5 + 7 = 12$) و با توجه به انتقال ۱ به

مرتبه دهگان، دهگان حاصل جمع ۸

خواهد بود.

$$\begin{array}{r} \square \quad 9 \quad \square \\ + \quad \square \quad 8 \quad 7 \\ \hline \square \quad 0 \quad \square \quad 2 \end{array}$$

پس با توجه به انتقال ۱ به مرتبه

صدگان، مجموع دو تا مربع مرتبه

صدگان ۹ می‌باشد که با آن ۱،

حاصل آنها ۱۰ شده و ۰ آن در مرتبه

صدگان حاصل جمع قرار گرفته و یک

آن به مرتبه یکان هزار منتقل شده

است؛ یعنی آخرین مربع در حاصل

جمع نیز ۱ است. پس مجموع همه

اعداد داخل مربع‌ها برابر است:

$$1 + 9 + 8 + 5 = 23$$

و گزینه (الف) صحیح است.

۱۹. اگر اسب چوپان ۲۰ کیلو وزن کم

کند، مجموع وزن او و سگ گله‌اش

۱۸۰ کیلو خواهد شد. و چون وزن

اسب در این حالت ۴ برابر وزن سگ

می‌شود پس سگ او $180 \div 5 = 36$

کیلوگرم است. البته با استفاده از

دستگاه دو معادله دوجمله‌ای زیر نیز

می‌توان به همین نتیجه رسید.

$$\begin{cases} x + y = 200 \\ x - 20 = 4y \end{cases}$$

پس گزینه (ب) صحیح است.

۲۰. گزینه (ت)؛ زیرا هنگامی که اولین

گردشگر به دامنه کوه می‌رسد،

گردشگر دوم از او ۱۲ کیلومتر

عقب‌تر است؛ بنابراین پس از $\frac{12}{4} = 3$

ساعت به دامنه کوه می‌رسد. در این

۳ ساعت، گردشگر اول $3 \times 3 = 9$

کیلومتر از دامنه بالا رفته است و

چون از این پس سرعت هردوی آنها

مثل هم است فاصله آنها ۹ کیلومتر

باقی می‌ماند.



جدول موضوعی مطالب مجله رشد برهان راهنمایی، شماره ۶۴

جدول زیر در هر شماره مجله، حاوی اطلاعات کلی در مورد مطالب آن شماره مجله است که راهنمای عمل مناسبی برای معلمان عزیز به منظور استفاده بهتر از این مجله در کلاس‌های درس ریاضی به شمار می‌رود. فهرست مهارت‌های ریاضی در پایین جدول آمده است.

سردبیر

فهرست مقالات	موضوع کلی	ارتباط با زندگی	مهارت‌های ریاضی
زاویه‌ای که با تبر سه تا شد	معرفی وسیله‌ای برای تثلیث زاویه و اثبات کارایی آن	✓	۶، ۷، ۹، ۱۰
صفر صفرم ...	تحلیلی پیرامون تقسیم یک عدد بر صفر		۴، ۸
چرخ گردون	کاشی‌کاری با شکل‌های هندسی منتظم و طرح و حل مسأله درباره آن	✓	۵، ۶، ۱۰
یکستان	شروع یک داستان دنباله‌دار تخیلی درباره اعداد		۱
مفهومی که قد کشید	بررسی راه حل تقسیم کسرها!		۴، ۸
جعبه سازی با ماشین حساب	طرح مسأله ساختن یک جعبه بدون در با بیشترین حجم با استفاده از یک برگه مقوای مربعی	✓	۲، ۴، ۵، ۷، ۹، ۱۰
آمادگی برای به کارگیری Excel	معرفی یک پیش پروژه (تقریب زدن) و انجام آن در محیط "اکسل" و طرح یک تمرین مرتبط با آن برای آماده‌شدن برای استفاده از این برنامه در پروژه‌های دانش‌آموزی		۹، ۱۰
پازل از نوعی دیگر	طرح یک پازل عددی و قوانین حل آن		۱، ۶، ۱۰
پنج تا به خط	معرفی دو بازی دونفره به همراه طرح مسائلی پیرامون هریک		۷، ۸، ۱۰
کی راست می‌گه	طرح و حل یک مسأله منطقی و تبیین مفهوم تناقض و طرح دو مسأله منطقی دیگر		۷، ۸، ۱۰
شعبده....	طرح یک مسأله در قالب جذاب شعبده		۴، ۷، ۸، ۱۰
گفت و گو	گزارشی از بازی و گفت‌وگو با دانش‌آموزان پیرامون تخمین اندازه و تعداد	✓	۲، ۳، ۱۰
معرفی کتاب	معرفی یک کتاب درباره تخمین	✓	۳
پرونده شخصی حل مساله	طرح و حل چند مسأله مرتبط به هم که راه حل هریک به حل مسأله بعدی کمک می‌کند		۸، ۱۰
سؤال‌های مسابقه ریاضی استرالیا	طرح و حل چند مسأله از مسابقه ریاضی استرالیا ۲۰۱۲		۱۰

مهارت‌های ریاضی:

۱. شمارش ۲. اندازه گیری ۳. تخمین و تقریب عددی ۴. محاسبات عددی و عملیات ذهنی ۵. الگویابی، پیش بینی و مدل سازی ۶. استفاده از نمودارها و شهود هندسی ۷. فرضیه سازی و نظریه پردازی ۸. کشف و استدلال ۹. استفاده از ابزار و تکنولوژی ۱۰. حل مسئله.



درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir