فصل‌نامهٔ آموزشی، تحلیلی و اطلاع‌رسانی
ISSN:1735 – 4943
دورهٔ نوزدهم / شمارهٔ ۱ / پاییز ۱۳۹۲ / ۴۸ صفحه / ۸۰۰۰ ریال www.roshdmag.ir

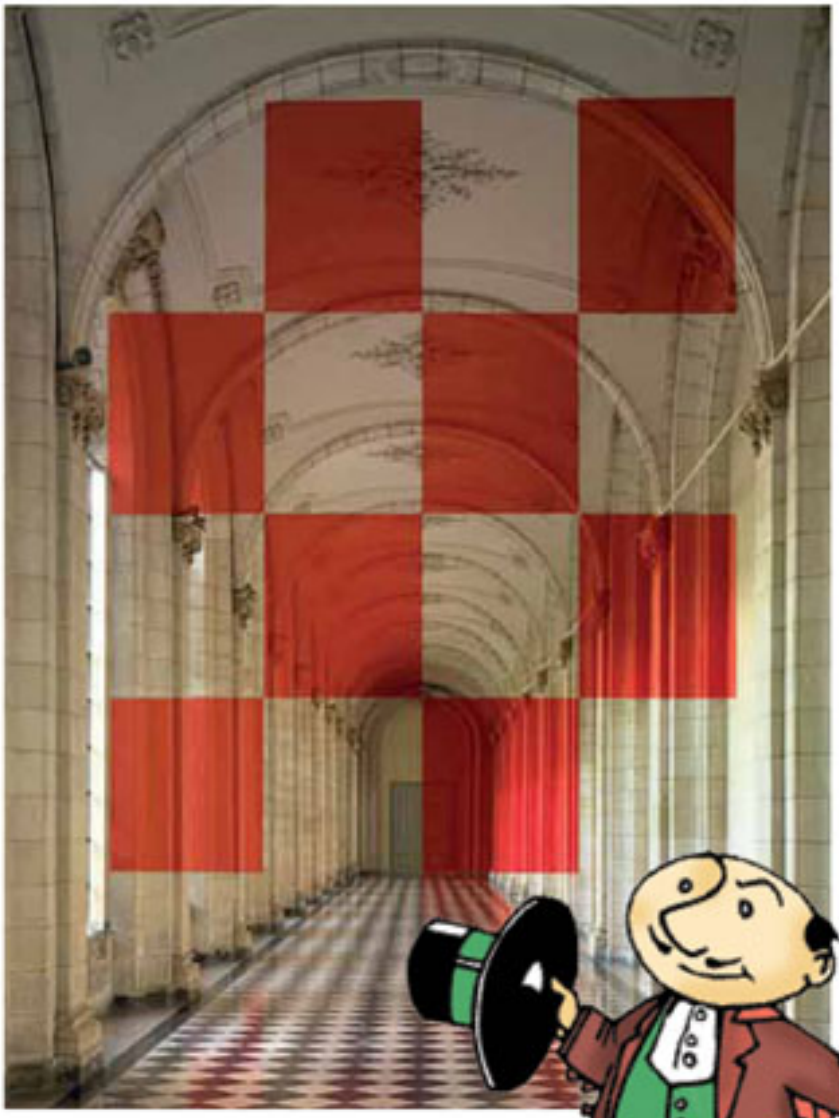
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

رشد برهان ریاضی

متوسطه اول

۶۷

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی



- همه چرخ‌ها که گرد نیستند!
- شگفتی عدد ۱۹
- ساعت‌های آشپزباشی
- بازی نقشه ستارگان
- مانا در جست و جوی حقیقت
- چرخیدن شبح‌ها و ساعت خانه ننه بزرگ

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

دورهٔ نوزدهم / شماره ۱ / پاییز ۱۳۹۲ / ۴۸ صفحه

۶۷

رشد برهان
ریاضی
متوسطه اول
فصل‌نامهٔ آموزشی، تحلیلی ـ اطلاع رسانی

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

مدیر مسئول: محمد ناصری **سردبیر:** سپیده چمن‌آرا **مدیر داخلی:** حسین نامی ساعی
اعضای هیئت تحریریه: آمنه ابراهیم‌زاده طاری، سارا ارشادمنش، بهزاد اسلامی مسلّم، امیر حسین اصغری، حمیدرضا امیری، زهره پندی، لیلا خسروشاهی، خسرو داودی، حسین نامی ساعی. **ویراستار:** بهروز راستانی
طراح گرافیک: علی دانشور **تصویرگر:** سام سلماسی
نشانی دفتر مجله: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶، صندوق پستی ۶۵۸۵ ـ ۱۵۸۷۵
تلفن: ۹ـ۸۸۳۱۱۶۱ ۸ ـ۰۲۱ داخلی: ۳۷۴ **نمابر:** ۸۸۳۰۱۴۷۸
وبگاه: www.roshdmag.ir **پیام‌نگار:** borhanr@roshdmag.ir
وبلاگ اختصاصی: http: // roshdmag.ir/weblog/borhanrahnamaiee
تلفن پیام‌گیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲
کد مدیر مسئول: ۱۰۲ **کد دفتر مجله:** ۱۱۳ **کد مشترکین:** ۱۰۲
نشانی امور مشترکین: تهران، صندوق پستی: ۱۱۱ / ۱۶۵۹۵
تلفن امور مشترکین: ۷۷۳۳۶۶۵۶ **چاپ:** شرکت افست (سهامی عام)
شمارگان: ۱۴۰۰۰ نسخه

توضیح جلد: خطای دید! ایجاد تجسم مسطح از فضای سه‌بعدی با رنگ‌آمیزی.
(anamorphic art)

فهرست

◀ یادداشت سردبیر
● تغییرات نظام آموزشی و مخاطبین مجله /سپیده چمن‌آرا / ۲

◀ ریاضیات و مدرسه
● همهٔ چرخ‌ها که گرد نیستند! /لیلا خسروشاهی/۳ ● چه چیزی ثابت است؟/ مجید منشوری/۸ ● شگفتی عدد ۱۹ / مهرنوش مستحقان‌زاده، سپیده چمن‌آرا/۱۲ ● ساعت‌های آشپزباشی/ آمنه ابراهیم‌زاده طاری/۱۴ ● ریاضی‌دانان تجربی/ زهره پندی، بهزاد اسلامی مسلّم/۱۶

◀ ریاضیات و بازی
● بازی نقشهٔ ستارگان / آمنه ابراهیم‌زاده طاری، بهزاد اسلامی مسلّم / ۲۰ ● اسم ـ فامیل/ زهره پندی/۲۵

◀ ریاضیات و استدلال
● مانا در جست‌وجوی حقیقت / لیلا خسروشاهی / ۲۶

◀ ریاضیات و کاربرد
● چرخیدن شبح‌ها و ساعت خانهٔ ننه بزرگ!/ حسین نامی ساعی/ ۳۰

◀ گزارش
● کدام پاسخ درست است؟ گزارشی از دیدار با دانش‌آموزان مدرسهٔ راهنمایی باقرالعلوم شهر ری / زهره پندی، سپیده چمن‌آرا / ۳۳ ● گزارشی از فعالیت‌های انجام شده در کلاس ریاضی / ناهید نجفی‌فرد، معصومه بیرانوند / ۴۶

◀ ریاضیات و سرگرمی
● شعبده‌های ریاضی آقای شبّده‌چی /بهزاد اسلامی مسلّم/ ۳۸ ● راز شعبده / بهزاد اسلامی مسلّم/۴۴

◀ ریاضیات و مسئله
● کی می‌تونه حل کنه؟ /۳۹ ● پروندهٔ شخصی حل مسئله (تقارن) / جعفر اسدی گرمارودی/۴۰ ● سؤال‌های مسابقهٔ ریاضی استرالیا (۱۳۹۱)/ ترجمهٔ سپیده چمن‌آرا/۴۳

◀ معرفی کتاب
● معماهای الگوریتمی/ جعفر ربّانی / ۴۲

قابل توجه نویسندگان و مترجمان:
◀ مقاله‌هایی که برای درج در مجله می‌فرستید، باید با اهداف این مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. اهداف مجله عبارتند از: ● گسترش فرهنگ ریاضی؛ ● افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت‌های دانش‌آموزان در راستای برنامهٔ درسی؛ ● توسعهٔ تفکر و خلاقیت؛ ● توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن؛ ● توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی؛ ● توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن‌آوری؛ ● تقویت باورها و ارزش‌های دینی، اخلاقی و علمی. ◀ مقاله‌های ترجمه شده باید با متن اصلی همخوانی داشته باشد و متن اصلی نیز همراه آن باشد. چنان‌چه مقاله را خلاصه می‌کنید، این موضوع را قید بفرمایید. ◀ مقاله یک خط در میان، در یک روی کاغذ و با خط خوانا نوشته یا تایپ شود. مقاله‌ها می‌توانند با نرم‌افزار word و بر روی CD یا فلاپی و یا از طریق رایانامه مجله ارسال شوند. ◀ نثر مقاله باید روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه‌های علمی و فنی دقت لازم مبذول شود. ◀ محل قرار دادن جدول‌ها، شکل‌ها و عکس‌ها در متن مشخص شود. ◀ مقاله باید دارای چکیده باشد و در آن هدف‌ها و پیام نوشتار در چند سطر تنظیم شود. ◀ کلمات حاوی مفاهیم نمایه (کلیدواژه‌ها) از متن استخراج و روی صفحه‌ای جداگانه نوشته شوند. ◀ مقاله باید دارای تیتر اصلی، تیترهای فرعی در متن و سوتیتر باشد. ◀ مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مقاله‌های رسیده آزاد است. ◀ مقالات دریافتی بازگردانده نمی‌شوند. ◀ آرای مندرج در مقاله ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان مجله نیست.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

تغییرات نظام آموزشی و مخاطبین مجله

سپیده چمن‌آرا

دوستان نوجوان من؛

اولین شماره از دوره جدید مجلهٔ رشد برهان راهنمایی، با نام جدیدِ «رشد برهان ریاضی متوسطه اول» در دستان شما است. این تغییر نام به دلیل تغییراتی است که در نظام آموزشی و مقاطع تحصیلی داده شده است. اکنون دو گروه از دانش‌آموزان مخاطب این مجله هستند: گروه اول، دانش‌آموزانی که در سال سوم راهنمایی درس می‌خوانند و در واقع آخرین دانش‌آموزانِ دوره تحصیلی راهنمایی هستند و با خروج آن‌ها از این دوره، دیگر دانش‌آموز راهنمایی نخواهیم داشت! گروه دوم دانش‌آموزان سال اولِ دوره اول متوسطه، یعنی پایهٔ هفتم هستند. این دانش‌آموزان، اولین دانش‌آموزانی هستند که پس از تغییر مقاطع تحصیلی، محصل این پایه شده‌اند! بنابراین امسال، هم «اولین»ها خواننده مجلهٔ ما هستند و هم «آخرین»ها!

طی دو دوره آینده، تنها دانش‌آموزان دو پایهٔ تحصیلی مجلهٔ ما را خواهند خواند. ولی سه سال دیگر، یعنی سال تحصیلیِ ۹۴-۹۵، بازهم دانش‌آموزان سه پایهٔ تحصیلیِ متوسطهٔ اول (یعنی سال‌های هفتم و هشتم و نهم) مخاطب ما خواهند شد.

در این تغییر نظام آموزشی، علاوه بر تغییراتی در نام‌های پایه‌ها و مقاطع تحصیلی، در برنامهٔ درسی و در نتیجه، در محتوای کتاب‌های درسی نیز تغییراتی اعمال شده است. این موضوع، بر محتوای مطالب و مقالات مجلهٔ ما که یک مجلهٔ موضوعی مربوط به ریاضیات است نیز تأثیر می‌گذارد. گرچه انتظار نمی‌رود که مجلهٔ برهان، مانند یک کتاب کمک آموزشی عمل کند، ولی قطعاً موضوعات مطرح شده در آن باید به گونه‌ای باشند که دانش‌آموزان مخاطب آن بتوانند با استفاده از دانش ریاضی که در آموزش رسمی مدرسه کسب کرده‌اند، بیشترین استفاده را از مطالب آن ببرند.

یکی از موضوعات درسی که پس از تغییرات، در محتوای کتاب‌های ریاضی پایه‌های ششم و هفتم وارد شده است، «احتمال» است. پیش از این، دانش‌آموزان ایرانی با موضوع احتمال برای نخستین بار و به طور رسمی، در ریاضی دوم دبیرستان آشنا می‌شدند. این درحالی است که احتمال و پیشامدهای تصادفی و موضوعات مرتبط با آنها، در لحظه‌لحظهٔ زندگی ما وجود دارند: شانس برنده شدن در یک مسابقه؛ احتمال پذیرفته شدن در یک آزمون؛ شانس پیدا کردن کار؛ احتمال وقوع حوادث و تصادفات و آتش‌سوزی و ....؛ و موضوعاتی از این دست را همه‌روزه بارها و بارها می‌شنویم و با آنها سر و کار داریم. اکنون که این اتفاق خوب افتاده است که دانش‌آموزان ایرانی با «احتمال» در سنین خیلی پایین‌تری آشنا شوند، هیئت تحریریهٔ برهان نیز در هر شماره از این دوره از انتشار مجله، لااقل یک مقاله را به این موضوع اختصاص داده است تا دانش‌آموزان آن را بهتر درک و لمس کنند.

در سرمقالهٔ شماره‌های آینده نیز درباره سایر بخش‌های مجله با شما سخن خواهم گفت.

سردبیر

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

همهٔ چرخ‌ها که گرد نیستند!

لیلا خسروشاهی

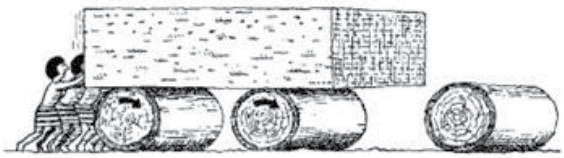
کلیدواژه‌ها: چرخ، دایره، چرخ‌های گرد، چرخ‌های غیر گرد، رسم شکل، پرگار

۱. خیلی جاها به چرخ برمی‌خورید.
وقتی یاد بازی‌های کودکی‌تان می‌افتید،
وقتی در راه مدرسه‌اید؛
و یا وقتی به شغل آیندهٔ خود فکر می‌کنید.

بعضی از چرخ‌ها فقط دور محور خود می‌چرخند، جابه‌جا هم می‌شوند، مثل دوچرخه.

چرخ جلوی دوچرخه هم دور محور خود می‌چرخد و هم جهت حرکت‌اش بوسیله فرمان تغییر می‌کند امّا چرخ عقبِ دوچرخه به چپ یا راست نمی‌چرخد بلکه با تغییر جهت چرخ جلو، به این‌سو (چپ) یا آن‌سو (راست) کشیده می‌شود. در اتومبیل‌ها نیز وضع به همین منوال است.

بعضی از چرخ‌ها هم جابه‌جا می‌شوند، اما محور آنها ثابت نشده است، مثل چرخ‌هایی که از آنها در غلتک‌ها استفاده می‌شود. غلتک‌ها از دو بخش تشکیل شده‌اند. یکی چرخ‌ها و دیگری یک سطحِ صاف که روی چرخ‌ها قرار گرفته اما به آنها وصل نمی‌شود. این سطح صاف روی چرخ‌ها می‌غلتد.

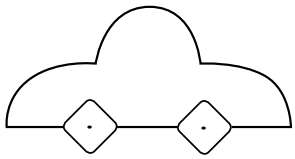


همان‌طور که می‌بینید به وسیلهٔ چرخ‌هایی که حرکت می‌کنند می‌توان اشیای سنگین را جابه‌جا کرد.

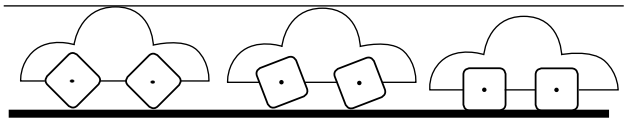
۲. شما هم حتماً تا به حال سوار بعضی از وسیله‌های نقلیهٔ چرخ‌دار مثل اتومبیل یا دوچرخه شده‌اید.

وقتی روی صندلیِ وسیلهٔ نقلیه نشسته‌اید و وسیلهٔ نقلیه در حال حرکت است، شما هم همراه با وسیلهٔ نقلیه به جلو (یا عقب) حرکت می‌کنید. گاهی هم که وسیلهٔ نقلیه‌تان روی سطحی ناصاف حرکت می‌کند، به بالا و پایین حرکت می‌کنید؛ اما اگر شانس بیاورید و توی دست‌انداز نیفتید، دیگر به بالا و پایین نخواهید رفت! همیشه یادتان باشد که باید قدردانِ گرد بودنِ چرخ‌ها باشید، چون گردی چرخ‌ها باعث بالا و پایین نرفتنتان می‌شود. می‌پرسید چرا؟

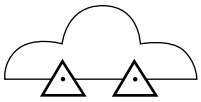
اصلاً بیایید برای چند لحظه هم که شـــده فکر کنید سوار این ماشین شده‌اید و در خیابان در حال حرکتید:



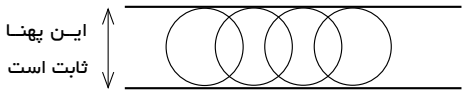
تعجب نکنید! فقط کمربند ایمنی خود را محکم ببندید، چون ممکن است به بالا پرت شوید!



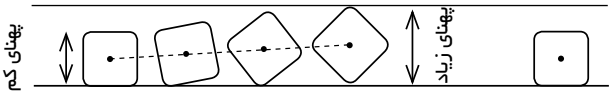
از چرخ‌های مربعی خســـته شـــدید؟ حالا کمی هم تصور کنید سوار این ماشین هستید؟



چرخ‌های دایره‌ای شـــکل هر چقدر هم که بچرخند، پهنایشان ثابت می‌ماند. پهنای چرخ به اندازهٔ قطر دایره است.

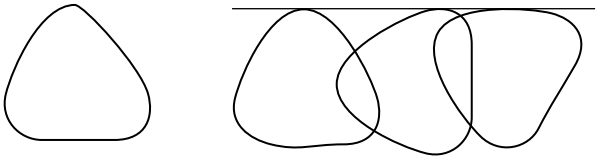


اما پهنای چرخ‌های مربعی، با چرخیدن، کم و زیاد می‌شود.



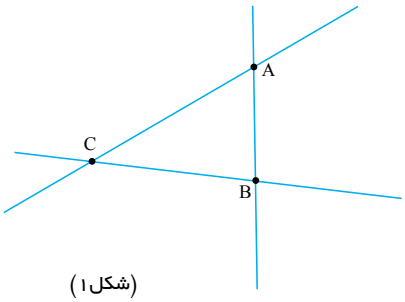
به همین دلیل است که وقتی سوار ماشینی با چرخ‌های مربعی هستید و روی سطحی صاف حرکت می‌کنید، بالا و پایین می‌شوید.

۳. خیلی‌هـــا فکر می‌کنند تنها شـــکلی که پهنـــای ثابت دارد، دایره است. اگر شـــما هم جزو این دسته افرادید، خیلی زود دست به کار شـــوید. شکل زیر را روی یک تکه مقوای ضخیم ببرید و بعد ســـعی کنید آن را بین دو سطح صاف مثلاً زمین و خط‌کش، غلت بدهید.



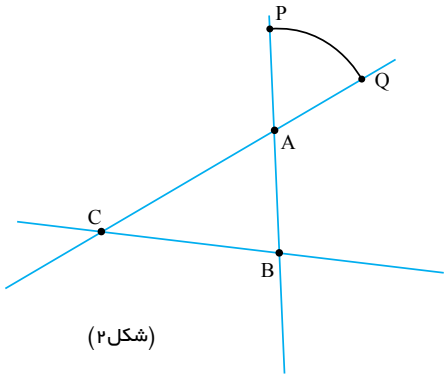
شـــما هم می‌توانید این شکل را با هر اندازه‌ای که خواستید، به طور دقیق بکشید. مراحل رسم این شکل را در زیر می‌بینید.

۱) یک مثلث با اضلاع دلخواه رســـم کنید؛ و اضلاع آن را از دو طرف کمی امتداد دهید.



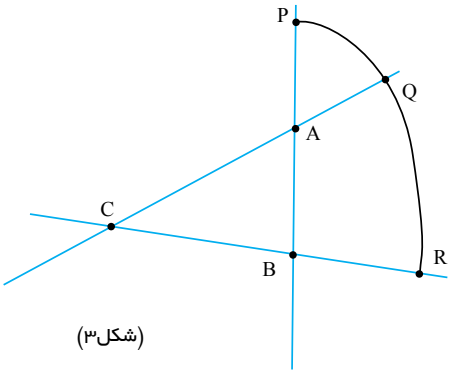
(شکل۱)

۲) سوزن پرگار خود را روی نقطهٔ A قرار دهید و با هر شعاعی که خواســـتید، کمانی بزنید که امتداد دو ضلع مثلث را در نقاط P و Q قطع کند. (البته ســـعی کنید شعاع انتخابی‌تان خیلی کوچک نباشد تا بعداً دچار مشکل نشوید.)



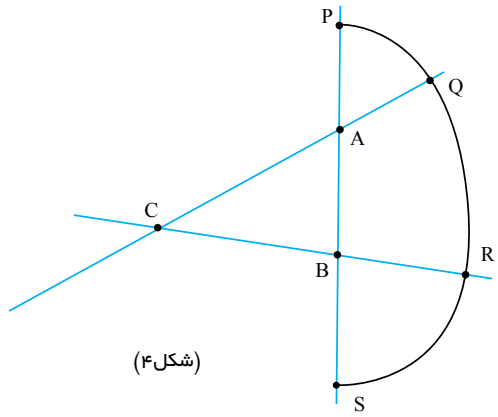
(شکل۲)

۳) حالا ســـوزن پرگار را روی C قرار دهید و دهانهٔ پرگار را به اندازهٔ CQ باز کنید و کمانی بزنید که یک سر آن همان Q باشد و سر دیگر آن، نقطهٔ R، محل برخورد کمان با امتداد ضلعِ BC باشد.



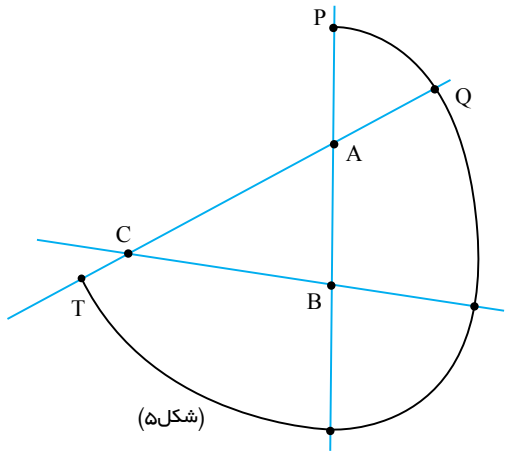
(شکل۳)

۴) این بار کمانی به مرکز B و شـــعاعِ BR بزنید تا امتداد ضلع AB را در S قطع کند.



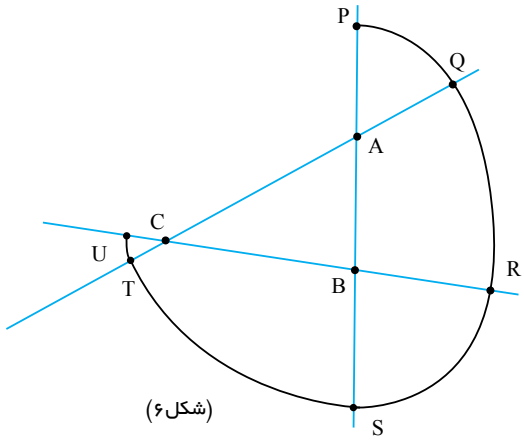
(شکل۴)

۵) حالا نوبت کمانی به مرکز شعاعِ AS است که ضلع AC را در T قطع کند.



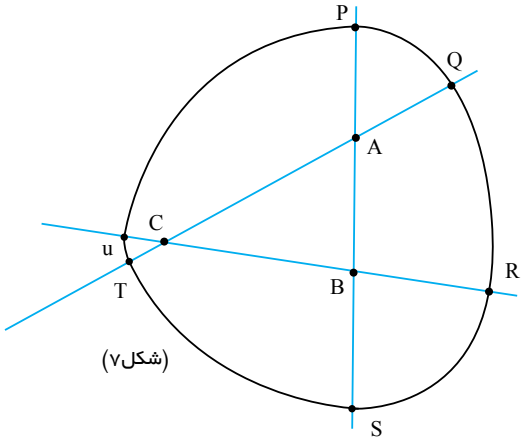
(شکل۵)

۶) و بعد کمانی به مرکز C و شعاع CT که امتداد BC را در U قطع کند.



(شکل۶)

۷) در آخر هم کمانی به مرکز B و شعاع BU بزنید که امتداد ضلع AB را در همان نقطهٔ P قطع خواهد کرد.
(از کجا معلوم؟)

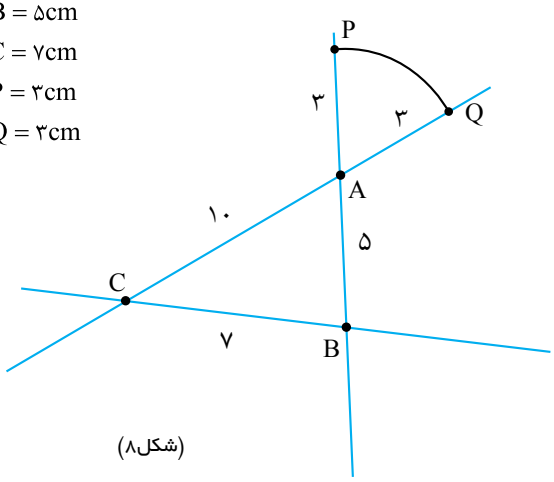


(شکل۷)

اگر آخرین کمان امتداد AB را در همان نقطهٔ P قطع نمی‌کرد، شکل بسته‌ای ایجاد نمی‌شد. اکنون چه‌طور می‌توان مطمئن بود که همیشه آخرین کمان و اولین کمان امتداد ضلع AB را در یک نقطهٔ مشترک (P) قطع خواهند کرد؟ اصلاً کمان‌هایی که رسم می‌شدند، دارای شعاع‌های متفاوت بودند؛ پس از کجا معلوم است که این شکل پهنای ثابتی دارد؟ در بخش ۴ به این سؤال‌ها پاسخ می‌دهیم. این بخش را هر وقت حوصله داشتید با دقت بخوانید.

۴. بیایید یک بار دیگر مراحل رسم این شکل را با یک مثال بررسی کنیم. مثلاً فرض کنید طول اضلاعِ مثلثِ اولیه ۷cm و ۵cm و ۱۰cm باشد و شعاع اولین کمان، ۳cm باشد. بنابراین

AC = ۱۰cm
AB = ۵cm
BC = ۷cm
AP = ۳cm
AQ = ۳cm



(شکل۸)

بروید سراغ شکل (۲) و این اندازه‌ها را روی پاره‌خط‌های متناظر بنویسید.

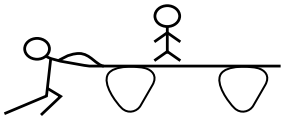
بنابراین CQ = ۱۰+۳ = ۱۳cm و به این ترتیب شعاع کمان بعدی ۱۳cm است. پس CR = ۱۳m و بنابراین BR = ۱۳ − ۷ = ۶cm (این اندازه‌ها را روی شکل (۳) بنویسید). حالا به همین ترتیب BS = ۶cm . (اندازه‌ها را روی شکل

(۴) بنویسید.) در این صورت $AS = ۵ + ۶ = ۱۱cm$ بنابراین $AT = ۱۱cm$ ؛ پس $CT = ۱۱ - ۱۰ = ۱cm$ (اندازه‌ها را روی شکل‌های (۵) و (۶) بنویسید).

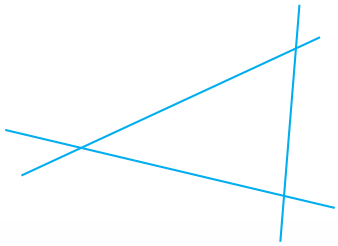
حالا داریم $BU = ۷ + ۱ = ۸cm$ و همان‌طور که از قبل معلوم بود $BP = ۵ + ۳ = ۸cm$. بنابراین کمان به مرکز B و شعاع ۱۱ از همان نقطهٔ P می‌گذرد و به این ترتیب شکلی که به این روش ایجاد می‌شود، شکلی بسته خواهد بود. البته با هر اندازهٔ دیگری هم که شروع کنید، این اتفاق می‌افتد (امتحان کنید) در واقع اگر طول اضلاع مثلث را a، b، c در نظر بگیریم و طول اولین کمان، d باشد، می‌توان با کمی جمع و تفریق مانندِ مثالِ عددی قبل نشان داد که اندازهٔ BU و BP با هم برابر است و شکل، بسته است. علاوه بر این، به راحتی می‌توان نشان داد که پهنای این شکل ثابت است. مثلاً پهنای شکلی که در مثال قبل مطرح شد، ۱۴ است. وقتی شکلی را بین دو سطح صاف غلت می‌دهیم، فاصلهٔ دوسطح همواره ۱۴cm باقی می‌ماند. می‌پرسید چرا؟ وقتی کمان $\overset{\frown}{PQ}$ روی یک سطح غلت می‌خورد، روی سطح دیگر، کمان $\overset{\frown}{ST}$ غلت خواهد خورد.

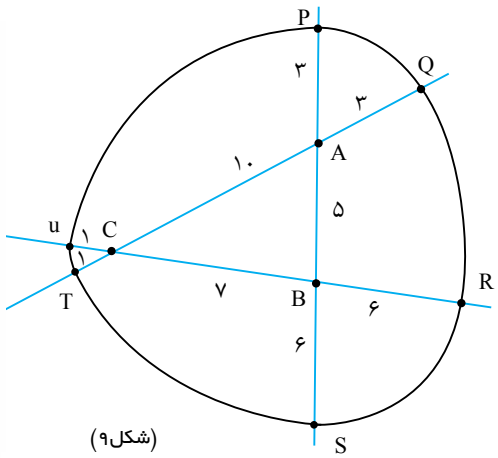
همان‌طور که می‌بینید، $\overset{\frown}{ST}$ و $\overset{\frown}{PQ}$ هردو کمان‌هایی به مرکز A و شعاع‌های ۱۱ و ۳ هستند. بنابراین $QT = PS = ۱۱ + ۳ = ۱۴cm$ علاوه بر این طول هر پاره‌خط دیگری که از A بگذرد و دو سر آن روی این دو کمان باشد، ۱۴cm خواهد بود. بنابراین وقتی بخشی از شکل از نقطهٔ P تا Q روی یک سطح غلت می‌خورد، بخش دیگری از شکل از نقطهٔ S تا T روی سطح دیگر غلت خورده و فاصلهٔ دو سطح به طور ثابت ۱۴cm خواهد بود. ضمناً محور چرخش نقطهٔ A است. بعد از آن نوبت به کمان‌های $\overset{\frown}{QR}$ و $\overset{\frown}{TU}$ می‌رسد که هردو حول محور C می‌چرخند و باز هم مجموع شعاع‌های آنها $۱۳ + ۱ = ۱۴cm$ است. در آخر هم کمان‌های $\overset{\frown}{RS}$ و $\overset{\frown}{UP}$ روی دو سطح غلت می‌خورند که محورشان B بوده و مجموع شعاع‌هایشان $۸ + ۶ = ۱۴cm$ است. بنابراین در طول یک غلت کامل، محور چرخش تغییر می‌کند. اما ارتفاع شکل به طور ثابت ۱۴cm است. به دلیلِ ثابت نبودن محور چرخش، اگر بخواهیم با استفاده از چرخی به این شکل جابه‌جا شویم و بالا و پایین نرویم، می‌توانیم از غلتک استفاده کنیم.

چه احساسی دارید؟



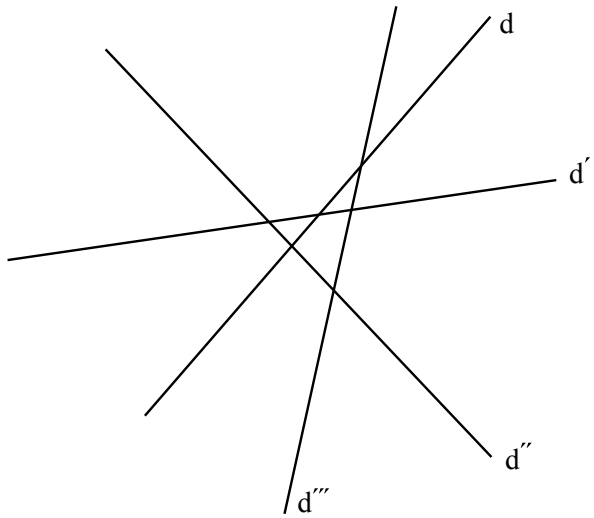
۵. چرخ‌هایی که ارتفاع ثابت دارند، کم نیستند. در واقع شما خودتان می‌توانید همیشه با استفاده از تعدادی خط متقاطع این شکل‌ها را بسازید. مثال قبل هم با استفاده از سه خط متقاطع ساخته شد.



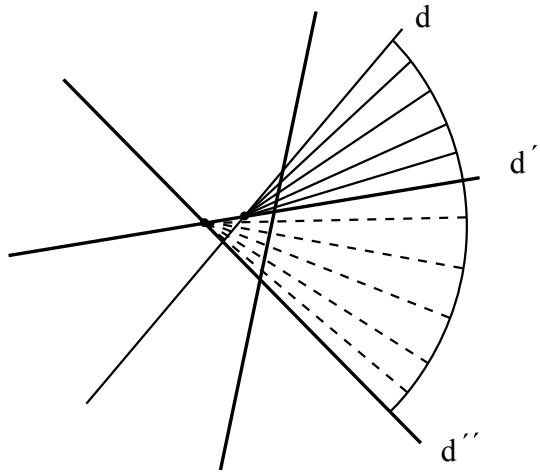


(شکل۹)

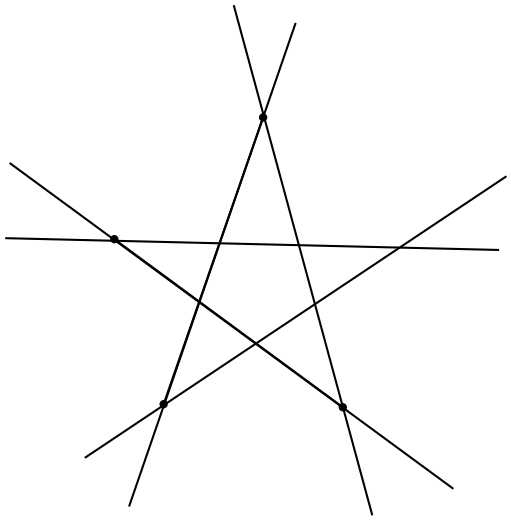
ایــن بار فــرض کنید تعدادی خط در صفحه هســتند که هیچ دوتایشــان با هم موازی نبوده و دو به دو همدیگر را قطع کرده‌اند. دست به کار شوید.



ابتدا یکی از خط‌ها (مثلاً d) را انتخاب کنید. d با اولین خطی که در سمت راست این خط قرار دارد (d') یک نقطهٔ مشترک دارد. بــه مرکز این نقطه و شــعاع دلخواه که خیلی هم کوچک نباشــد، کمانی بزنید که یک ســر آن روی d و ســر دیگر آن روی d' باشد. حالا دوباره از خط d' شــروع کنید. اولین خط راســتی که ســمت راســت d' اســت (یعنی d") یک نقطهٔ مشترک با d' دارد. به مرکز این نقطه کمانی بزنید که ابتدای آن همان انتهای کمان قبلی باشد و ســر دیگر آن روی d" باشــد. این کار را آن‌قدر تکرار کنید تا بعد از ۳۶۰° حرکت، به یک شــکل بســته برســید. حالا شما یک چرخ طراحی کرده‌اید که گرد نیست!



تمرین ۱. با استفاده از روشی که گفته شد و با استفاده از ستارهٔ زیر که از خطوط متقاطع تشکیل شده است یک چرخ بسازید.



تمرین ۲. با اســتفاده از خطوط متقاطعی که خودتان رســم می‌کنیــد، چرخ‌های عجیب و غریب (!) طراحی کنید و برای مجله بفرستید.

تمرین ۳. با اســتفاده از خطوط متقاطعی که همگی همدیگر را در یک نقطهٔ مشــترک قطع کرده‌اند، یک چرخ بسازید. این چرخ برایتان آشنا نیست؟

مجید منشوری

چه چیزی ثابت است؟

کلیدواژه‌ها: کسر، تناسب مستقیم، تناسب معکوس

شـــاید بتوان گفت کـــه پیدایش «عدد کســـری» مربوط به زمانی می‌شود که بشـــر در اندازه‌گیری‌های خود (طول، حجم، جرم، زمان و ...) برای اعلام دقیق‌تر مجبور به شکســـتن واحد اندازه‌گیری شد و این مفهوم، یعنی کسر یا شکستن، به مرور زمان به مفهوم کلی‌تر آن یعنی حاصل تقسیم دو عدد صحیح و همچنین «نسبت» دو مقدار، گسترش یافت. در این‌جا یادآوری می‌کنم که اگر صورت و مخرج کســـری را در عددی به جز صفر ضرب یا بر عددی به جز صفر تقســـیم کنیم، کسر حاصل با کسر اول برابر خواهد بود؛ برای مثال:

$$\frac{۲}{۳}=\frac{۴}{۶}=\frac{۶}{۹}=\frac{۸}{۱۲}=.....$$

این موضـــوع را در قالب یک مثال ادامه می‌دهیم. هر خودروی سواری دارای چهار چرخ است و نسبت تعداد خودرو به تعداد چرخ برابر ۱ به ۴ یا $\frac{۱}{۴}$ است. قسمت‌های خالی جدول زیر را کامل کنید:

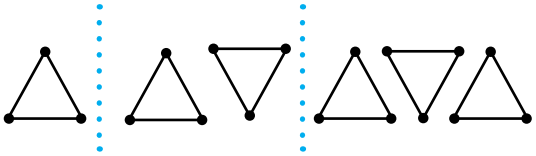
تعداد خودرو	۱	۲	۳		۸	
تعداد چرخ	۴	۸		۱۶		
نسبت خودرو به چرخ	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۲}{۸}=\frac{۱}{۴}$				$\frac{۲۰}{۸۰}=\frac{۱}{۴}$

پـــس از تکمیل خانه‌های خالی جدول به دو ســـوال زیر پاســـخ دهید:

الف) چه چیزی تغییر می‌کند؟

ب) چه چیزی ثابت است؟

شـکل زیر نشـان می‌دهد که چگونه می‌توانیم به کمک چوب کبریت مثلث بسازیم:



جدول زیر را به کمک شکل تکمیل کنید.

تعداد مثلث	۱	۲	۳	۴		
تعداد چوب‌کبریت	۳	۶				۳۶
نسبت تعداد مثلث به تعداد چوب‌کبریت	$\frac{۱}{۳}$	$\frac{۲}{۶}=\frac{۱}{۳}$			$\frac{۷}{۲۱}=\frac{۱}{۳}$	

با توجه به مقادیری که اکنون در جدول نوشـتید آیا می‌توانید بگویید چه چیزی تغییر می‌کند و چه چیزی ثابت است؟

همان‌طور که پاسـخ داده‌اید، در مثال اول تعداد خودرو و تعداد چرخ تغییر می‌کند و با اضافه شـدن یکی، انتظار داریم دیگری هم اضافه شود. اما ردیف سوم جدول یعنی کسر نسبت، ثابت است. به عبارت دیگر، با توجه به تسـاوی کسرها، نسبت $\frac{\text{تعداد خودرو}}{\text{تعداد چرخ}}$ ثابت است؛ یعنی:

$$\frac{۱}{۴}=\frac{۲}{۸}=\frac{۳}{۱۲}=\frac{۴}{۱۶}=\frac{۸}{۳۲}=\frac{۲۰}{۸۰}=....$$

به همین صورت در مثال دوم، با اضافه شدن تعداد چوب‌کبریت‌ها انتظـار داریم تعـداد مثلث‌ها هم اضافه شـود و می‌بینیم که تعداد مثلـث و تعـداد چوب‌کبریت تغییر می‌کند. اما ردیف سـوم، یعنی نسبت تعداد مثلث به تعداد چوب‌کبریت، ثابت است که این موضوع از کسرهای مساوی نتیجه می‌شود. به عبارت دیگر داریم:

$$\frac{۱}{۳}=\frac{۲}{۶}=\frac{۳}{۹}=\frac{۴}{۱۲}=....$$

کسـرهای نسبت یا تقسـیم دو مقدار که تغییر نکند، به آن دو مقدار «متناسـب» گویند و به جدول مربـوط به اطلاعات این‌گونه مقادیر، «جدول تناسب» می‌گوییم.

در این‌گونـه نسـبت‌ها با توجه به رابطهٔ نسـبت (تقسـیم)، به

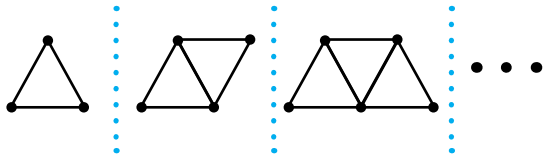
مقادیری که به شـکل مستقیم تغییر می‌کنند، «تناسب مستقیم» نیز گفته می‌شـود. یعنـی با افزایش یک مقدار، مقـدار دوم نیز به همان نسـبت افزایش می‌یابد و با کاهش یک مقدار، مقدار دوم نیز به همان نسبت کاهش پیدا می‌کند.

در مثـال خودرو و چرخ، هرچه تعداد خودرو تغییر کند (اضافه یا کم می‌شـود)، اما در هر حال کسر نسبت تعداد خودرو به تعداد چرخ ثابت اسـت. در چنین مسـائلی با داشتن سـه جزء و نوشتن رابطهٔ نسبت‌ها می‌توان جزء چهارم را محاسبه کرد.

مقدار اول	a	c
مقدار دوم	b	x
نسبت دو مقدار	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{x}$

$$\rightarrow \frac{a}{b}=\frac{c}{x} \rightarrow x=\frac{b\times c}{a}$$

اینـک مثـال چوب‌کبریت را بدین صـورت تغییر می‌دهیم که می‌خواهیـم در هر مرحلـه حداقل چوب را اضافـه کنیم تا مثلث جدیدی ساخته شود. به شکل زیر توجه کنید:



جدول مربوط به این مثال را در زیر کشـیده‌ایم. قسـمت‌های خالی جدول را تکمیل کنید.

تعداد مثلث	۱	۲	۳	۴		
تعداد چوب‌کبریت	۳	۵		۹	۱۱	
کسر نسبت	$\frac{۱}{۳}$	$\frac{۲}{۵}$		$\frac{۴}{۹}$		$\frac{۷}{۱۵}$

در این مثال همان‌طور که از اعداد جدول مشـاهده می‌شـود، تعداد مثلث و تعداد چوب کبریت به طور مستقیم تغییر می‌کند. از طرف دیگر کسر نسبت (ردیف سوم جدول) نیز تغییر می‌کند؛ ولی:

$$\frac{۱}{۳}\neq\frac{۲}{۵}\neq\frac{۴}{۹}\neq\frac{۷}{۱۵}\neq ....$$

در این‌گونه مثال‌ها که مقادیر به طور مسـتقیم تغییر می‌کند، اما کسـر نسبت‌ها ثابت (مساوی) نیست، نسبت‌ها متناسب نیستند

و چنین جدولی، جدول تناسب نیست.

فرض کنیم سه نقاش ساختمانی را در مدت ۸ روز رنگ بزنند. اگر تعداد کارگران کم شـود، انتظار دارید تعداد روزهای کار چگونه تغییر کند؟ اگر بخواهیم کار زودتر تمام شـود، چه تغییری باید در تعداد کارگران بدهیم؟

جدول زیر مربوط به کار نقاشی ساختمان است.

کل کار(روز)	۲۴	۲۴	۲۴	۲۴	۲۴	۲۴	۲۴
نفر (تعداد کارگر)	۳	۶	۱۲	۲	۸	۱	۲۴
روز	۸	۴	۲	۱۲	۳	۲۴	۱

در این جدول چه چیزی تغییر می‌کند؟ چه چیزی ثابت است؟

همان‌طور که می‌بینید هم تعـداد کارگر (نفر) و هم تعداد روز تغییر می‌کند، با این تفاوت که وقتی « نفر» افزایش می‌یابد، «روز» کاهـش پیدا می‌کند. در این صورت می‌گوییم دو عدد با هم دارای «رابطهٔ معکوس» هستند. چه چیزی در این جدول تغییر می‌کند؟ اعداد ستون را مقایسه کنید.

اولین چیزی که ثابت مانده، زمان انجام کل کار است که تغییر

نکرده اســت. از طرف دیگر، حاصل‌ضرب نفر در روز ثابت است؛ به عبارت دیگر:

۳×۸=۶×۴=۲۴×۲=۲۴×۱=۸×۳=.....

در این‌گونه مســائل که تغییر مقادیر رابطهٔ مســتقیم ندارد و از طرفی حاصل‌ضرب مقادیر با هم برابر است، با یک تناسب معکوس مواجه هستیم.

به مثال زیر توجه کنید:

یک اسکناس ۱۰۰۰۰ تومانی برابر دو اسکناس ۵۰۰۰ تومانی و ده اســکناس ۱۰۰۰ تومانی و صد اسکناس ۱۰۰ تومانی و دویست اسکناس ۵۰ تومانی است؛ یعنی:

۱×۱۰۰۰۰=۲×۵۰۰۰=۱۰×۱۰۰۰=۲۰×۵۰۰=۱۰۰×۱۰۰=۲۰۰×۵۰

همان‌طور که می‌بینید، جدا از مقدار و واحد اسکناس، آنچه ثابت می‌ماند ارزش (حاصل‌ضرب تعداد در واحد) است.

به مثال دیگری توجه کنید:

۴ کارگر در ســه روز ۵ میز را می‌ســازند. ۶ کارگر در چند روز ۱۰ میز را می‌سازند؟

نفر	۴	۶
روز	۳	x
کار(تعداد میز)	۵	۱۰

در این مثال و با توجه به جدول، رابطهٔ بین نفر و کار مســتقیم و رابطــهٔ بیــن نفــر و روز و یــا کار و روز معکوس اســت. آنچه در این جدول ثابت می‌ماند، $\frac{\text{روز} \times \text{نفر}}{\text{کار}}$ اســت. کــه در واقع تعداد روزهای لازم برای انجام ساخت یک میز است.

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{۴\times۳}{۵}=\frac{۶\times x}{۱۰}$$

(در واقع در این مثال مانند مثال کار نقاشــی ســاختمان کار را ثابت می‌کنیم!»

بــه عنــوان آخریــن موضــوع بــه اســکناس ۱۰۰۰۰ تومانی برمی‌گردیم. ابتدا انواع حالت‌هایی را می‌نویسیم که این اسکناس را می‌توان خرد کرد:

۱×۱۰۰۰۰=۱×۵۰۰۰+۵×۱۰۰۰

۱×۱۰۰۰۰=۵×۱۰۰۰+۱۰×۵۰۰

در واقع در این مثال ارزش کل (۱۰۰۰۰ تومان) ثابت اســت و در سمت راست مجموع حاصل‌ضرب تعداد اسکناس‌ها و ارزش باید با سمت چپ برابر باشد.

حال به این مثال توجه کنید:

۴ کارگــر کاری را در ۶ روز انجــام می‌دهنــد. پس از دو روز ۴ کارگر اضافه شدند. کار چند روزه تمام می‌شود؟

۴ × ۶ = ۴ × ۲ + ۸ × x
نفر روز نفر روز نفر روز

کل کار در ۶×۴ نفر روز تمام می‌شــود. چهار کارگر اول در دو روز ۲×۴ نفــر روز کار انجام می‌دهند. در آخر باید دید ۸ کارگر در چنــد روز معادل ۸x روز کار را انجــام می‌دهند به طوری‌که رابطهٔ بالا برقرار باشد. با حل معادله به جواب x=۲ روز می‌رسیم و متوجه می‌شویم کل کار در ۴ روز انجام می‌گیرد.

شگفتی عدد

مهرنوش مستحقان‌زاده
سپیده چمن‌آرا

کلیدواژه‌ها: خاصیت‌های اعداد، استدلال‌های جبری، بسط اعشاری اعداد

گاهی در کتاب‌ها، مجلات یا وب‌گاه‌ها، با موضوعاتی نظیر این مواجه می‌شـویم که یک عدد، در ضرب یا تقسـیم یا عملیات دیگری از حساب، از خود ویژگی‌های عجیبی نشان می‌دهد؛ مثلاً:

* حاصل ضرب عدد ۱۹ در یک عدد طبیعیِ n رقمی با n رقم تکراریِ a ، عددی n+۲ رقمی به صورت زیر است:

$$۱۹\times\underbrace{aaa.....a}_{\text{رقم } n} = (۲a)\underbrace{aa.....aa}_{\text{رقم } n-۲}(a-۱)(۹-(a-۱))$$

مثلِ:

$$۱۹\times\underbrace{۶۶۶۶۶}_{\text{۵ رقمی}}=۱۲۶۶۶۵۴$$

باور نمی‌کنید؟ خوب بنشینید و ضرب کنید!

من هم اولین بار که این موضوع را دیدم، باور نمی‌کردم. بعد چند تا ضرب دستی انجام دادم؛ چند تا هم با ماشین‌حساب. دیدم که این خاصیت جالب و عجیب، واقعاً برقرار است:

$$۱۹\times\underbrace{۴۴۴۴۴۴}_{\text{۶ رقمی}}=۸۴۴۴۴۳۶$$

$$۱۹\times\underbrace{۷۷۷۷۷۷۷}_{\text{۷ رقمی}}=۱۴۷۷۷۷۷۶۳$$

اما چرا؟

برای این‌که بفهمیم چرا این خاصیت برای ۱۹ برقرار است، باید کمی جبر بدانیم و کمی با عبارت‌ها ی جبری کار کنیم.عدد ۱۹ را به صورت ۱-۲۰ و بسط اعشاری عدد n رقمیِ $\overline{aaa...a}$ را به صورتِ

$$a+۱۰a+۱۰^{۲}a+۱۰^{۳}a+.....+۱۰^{n-۱}a$$

در نظر می‌گیریم و این دو عبارت را در هم ضرب می‌کنیم. با استفاده از خاصیت‌پخشی (توزیع‌پذیری) داریم:

$$\begin{aligned}
&(۲۰-۱)(a+۱۰a+۱۰^{۲}a+۱۰^{۳}a+.....+۱۰^{n-۱}a)\\
&=۲۰a+۲۰۰a+۲۰\times۱۰^{۲}a+۲۰\times۱۰^{۳}a+.....+\\
&۲۰\times۱۰^{n-۱}a-a-۱۰a-۱۰^{۲}a-.....-۱۰^{n-۲}a-۱۰^{n-۱}a\\
&=۲۰a-a-۱۰a+۲\times۱۰^{n}a+(۲\times۱۰^{۲}a-۱۰^{۲}a)\\
&+(۲\times۱۰^{۳}a-۱۰^{۳}a)+....+(۲\times۱۰^{n-۱}a-۱۰^{n-۱}a)\\
&=۹a+۲\times۱۰^{n}+\underbrace{(۱۰^{۲}a+۱۰^{۳}a+۱۰^{۴}a+...+۱۰^{n-۱}a)}_{\text{تا } n-۲}\\
&\underbrace{(۹-(a-۱)}_{\text{رقم یکان}}+\underbrace{۱۰(a-۱))}_{\text{رقم دهگان}}+\underbrace{(۱۰^{۲}a+۱۰^{۳}a+...+۱۰^{n-۱}a)}_{\text{ارقام صدگان تا } ۱۰^{n-۱}\text{گان}}+\underbrace{۲\times۱۰^{n}a}_{\text{رقم } ۱۰^{n}\text{گان که } ۲a \text{ است}}
\end{aligned}$$

که بسط‌دهی عدد زیر است:

$$\overline{(۲a)\underbrace{aa...aa}_{\text{رقم } n-۲}(a-۱)(۹-(a-۱))}$$

پس دلیل این خاصیت جالب، مشخص شد!

از این پس، هرگاه با چنین خاصیت‌هایی از اعداد مواجه شدید، سعی کنید دلیل درستی آن را نیز پیدا کنید.

آمنه ابراهیم‌زاده طاری

ساعت‌های آشپزباشی

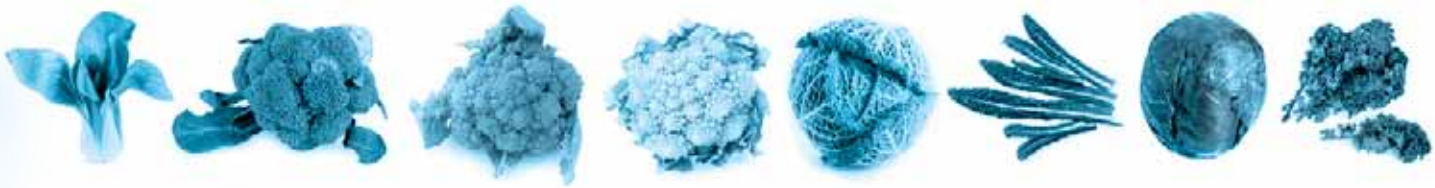
کلیدواژه‌ها: الگوریتم، ساعت شنی

در زمان‌های خیلی دور، در سرزمینی خیلی دور، به جز دارایی افراد، شغل و لوازم شغل آنها هم به فرزندانشان به ارث می‌رسید. در آن سرزمین، ارثیهٔ شغلی آشپز دربار، یک دفترچه بود و چند وسیلهٔ اندازه‌گیری، دفترچه پر بود از دستورهای خیلی دقیق آشپزی برای پختن غذاهای خاص. وسیله‌های اندازه‌گیری هم شامل تعدادی پیمانه بود برای اندازه‌گیری مواد غذایی و دو ساعت شنی برای اندازه‌گیری زمان پخت غذاهای گوناگون. اخیراً آشپزباشی هفتاد و سوم، یکی از نوادگان این خانواده، ارثیهٔ خانوادگی‌اش را به موزهٔ سلطنتی کشورش هدیه کرده است.

مسئولین موزه، از آشپزباشی خواستند دفترچه را به زبان ساده‌تری بازنویسی کند. او از زمان پخت غذاها شروع کرد و کوشید زمان پخت هر غذایی را بر حسب دقیقه پیدا کند. وقتی شروع به کار کرد، متوجه شد ساعت شنی کوچک‌تر، ۶ دقیقه و دیگری ۸ دقیقه را اندازه می‌گیرد. در متن دفترچه، به ساعت ۶ دقیقه‌ای، «ساعت کوچیکه»، و به ساعت ۸ دقیقه‌ای، «ساعت بزرگه» گفته شده بود. قسمت‌هایی از دفترچه و بخشی از تلاش آشپزباشی برای محاسبهٔ زمان پخت غذاهای دفترچه در ادامه آمده است. او بعضی از قسمت‌ها را فراموش کرده است. موزهٔ سلطنتی، محاسبهٔ زمان این قسمت‌ها را به شما واگذار می‌کند!

... تخم‌مرغ‌ها را به آب جوش بینداز. همان موقع ساعت کوچیکه‌را آغاز کن، تمام که شد، دوباره برش گردان. دوباره که تمام شد، تخم‌مرغ‌ها را سریع از آب خارج کن ....

یک ساعت شنی از دو محفظهٔ متصل به هم و مقداری شن داخل آنها تشکیل شده است. شکل پایین، زمان آغاز به کار یک ساعت شنی را نشان می‌دهد: در این زمان تمام شن ساعت شنی، داخل محفظهٔ بالایی است. زمانی که تمام شن به محفظهٔ پایینی منتقل شود، کار ساعت شنی تمام می‌شود.



آشپزباشی: وقتی کار ساعت کوچیکه شروع بشود، ۶ دقیقه طول می‌کشد تا کارش تمام شود. وقتی دوباره برش بگردانیم، ۶ دقیقهٔ دیگر طول می‌کشد تا کارش تمام شود. این‌ها با هم می‌شود ۱۲ دقیقه. پس آب‌پز کردن تخم‌مرغ‌ها ۱۲ دقیقه وقت می‌برده است.

.... برنج را به ظرف آب جوش اضافه کن. همان موقع ساعت بزرگه را آغاز کن. تمام که شد دوباره ساعت بزرگه را آغاز کن. وقتی آن هم تمام شد، آب برنج را در آبکش بگیر...

سؤال ۱. با توجه به کادر بالا، آشپز سلطنتی چه مدت وقت صرف جوشاندن برنج می‌کرده است؟

... هر دو ساعت را با هم آغاز کن. همان موقع که ساعت کوچیکه تمام شد، ماهی را به روغن داغ بینداز. وقتی ساعت بزرگه هم تمام شد، دوباره ساعت بزرگه را آغاز کن. به محض اینکه ساعت بزرگه دوباره تمام شد، ماهی را برگردان تا سمت دیگر آن هم سرخ شود.

آشپزباشی: هر دو ساعت با هم شروع به کار می‌کنند. زمانی که ساعت کوچیکه کارش تمام می‌شود، ۶ دقیقه گذشته. چون کار ساعت بزرگه در ۸ دقیقه تمام می‌شود، پس شنی که در محفظهٔ بالایی ساعت بزرگه مانده، ۲ دقیقه طول می‌کشد تا پایین بریزد و تمام شود.

سؤال ۲. با توجه به کادر بالا، آشپزهای سلطنتی طرف اول ماهی‌ها را چند دقیقه سرخ می‌کرده‌اند؟

.... هر دو ساعت را با هم آغاز کن. وقتی ساعت کوچیکه تمام شد، دوباره برش گردان. وقتی ساعت بزرگه تمام شد، آن را هم برگردان. وقتی ساعت کوچیکه برای بار دوم تمام شد، گوشت را به روغن جوش بینداز. وقتی ساعت بزرگه هم تمام شد، گوشت را از روغن بگیر.

آشپزباشـــی: هر دو ساعت با هم شروع به کار می‌کنند. زمانی که ساعت کوچیکه برای دومین بار کارش تمام می‌شود، ۱۲ دقیقه گذشـــته است. در این مدت، یک بار ساعت بزرگه کارش تمام شده اســـت. پس ۸ دقیقـــه از این ۱۲ دقیقه زمانی بوده اســـت که برای بار اول ســـاعت بزرگه را گذاشـــته بودیم و ۴ دقیهٔ دیگرش به مدت زمانی مربوط می‌شـــود که در بار دوم شـــن‌های ساعت بزرگه پایین می‌ریخته‌اند. یعنی از زمانی که کار ساعت کوچیکه برای دومین بار تمام شـــده، ۴=۴-۸ دقیقه طول می‌کشـــد تا کار ساعت بزرگه تمام شود. پس آشپزهای سلطنتی گوشت را ۴ دقیقه سرخ می‌کرده‌اند.

سؤال ۳. با توجه به دستور کادر بالا نعنا چند دقیقه در روغن سرخ می‌شده است؟

سؤال ۴. آشپزباشی پس از بازنویسی دفترچه متوجه شد، زمان پخت تمام غذاها بر حسب دقیقه عددی زوج بوده است. چرا با این دو ساعت شنی نمی‌توان زمان‌های فرد دقیقه‌ای را اندازه گرفت؟

ســـؤال ۵. آشپزباشـــی فکر می‌کند با این دو ســـاعت شـــنی، می‌توان بر حسب دقیقه هر زمان زوجی را اندازه گرفت. به او راهی پیشنهاد کنید تا بتواند از دو ساعت شنی‌اش، ۲۰، ۲۸ و ۲۶ دقیقه را اندازه بگیرد.

.... هر دو ساعت را با هم آغاز کن. همان موقع که ساعت کوچیکه تمام شد، نعناع را به روغن اضافه کن. به محض اینکه ساعت بزرگه هم تمام شد، ظرف نعناع را از اجاق بردار

ریاضی دانان تجربی

شانس و احتمال (۱)

زهره پندی، بهزاد اسلامی مسلّم

سارا و ستاره مشغول بازی بودند. آن ها به نوبت تاس می‌انداختند و مهره شان را با توجه به عدد روی تاس روی صفحه‌ی بازی حرکت می‌دادند.

بیشتر تاس‌های ستاره، ⚅ بود.

سارا گفت: «به نظر می رسد اشکالی در کار است!»

ستاره گفت: «به نظر من هم عجیب است؛ هیچ وقت این‌جوری نشده بود.»

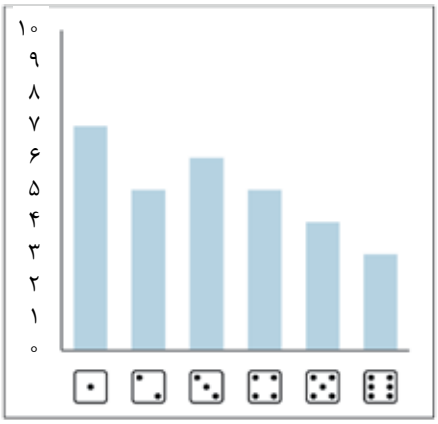
سارا گفت: « بیا آزمایش کنیم و ببینیم باز هم این جوری می‌شود.»

آن ها ۳۰ بار تاس انداختند و نتایج آن را ثبت کردند:

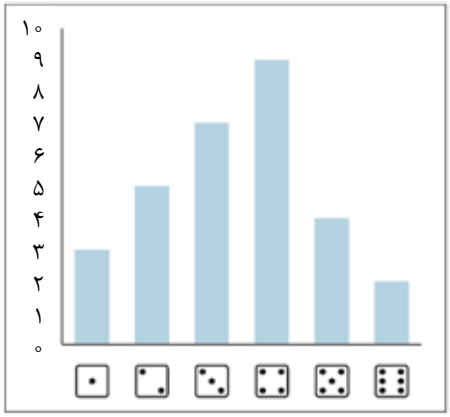
۷ بار ⚀ ۵ بار ⚁ ۶ بار ⚂

۵ بار ⚃ ۴ بار ⚄ ۳ بار ⚅

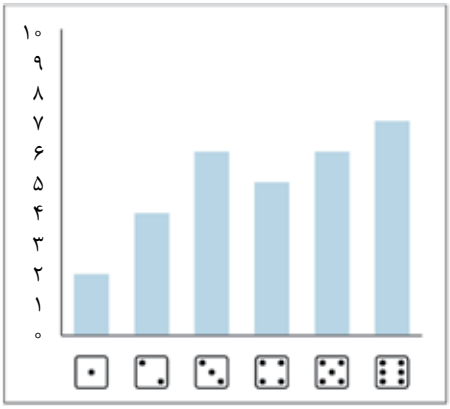
نتایج به نظرشان جالب آمد و همین آزمایش را چند بار دیگر هم تکرار کردند و نتایج را مانند بالا نوشتند. بعد برای هر ۳۰ باری که تاس را پرتاب کردند، نموداری کشیدند. در این نمودارها، ارتفاع هر ستون مشخص می‌کند که آن عدد تاس چند بار آمده است. نمودار ۳۰ بار اول این‌طور شد:



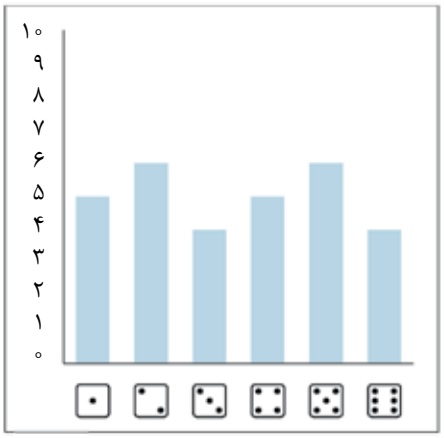
در نمودار بعد، نتایج ۳۰ بار دوم مشخص شده است:



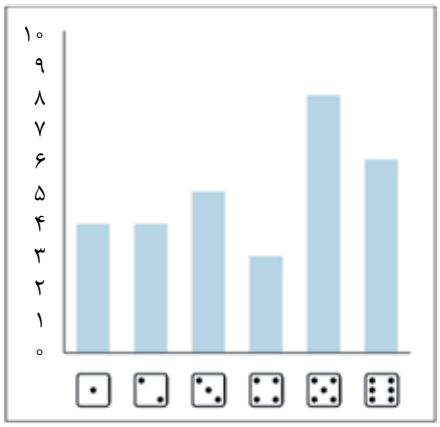
این‌یکی، نمودار نتایج ۳۰ بار سوم است:



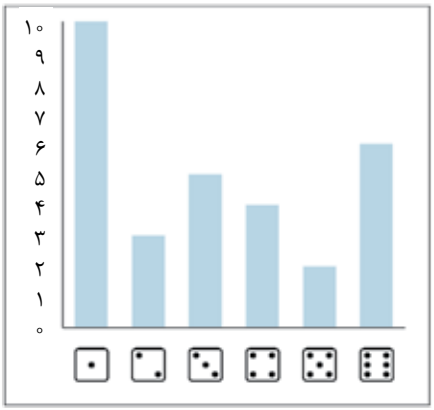
نموداری که برای نتایج ۳۰ بارچهارم رسم کردند، به این شکل درآمد:



در ۳۰ بار پنجم، شکل نمودار این‌طور شد:



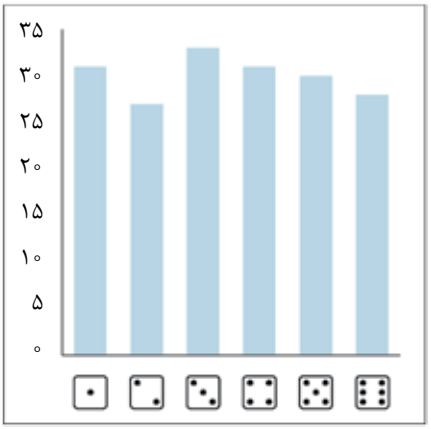
نموداری که سارا و ستاره برای نتایج ۳۰ بار ششم کشیدند، این است:



آن‌ها نگاهی به نمودارها انداختند.

سارا گفت: «در ۳۰ بار ششم ۱۰ بار ⚀ آمده است. این خیلی عجیب است. در ۳۰ بار دوم هم ۹ بار ⚁ آمده است.»

ستاره گفت: «بیا ببینیم در این ۱۸۰ باری که تاس ریختیم، هریک از عددهاچند بارآمده است. ۳۱ بار ⚀ آمده است، ۲۷ بار ⚂ ۳۳ بار ⚃، ۳۱ بار ⚄، ۳۰ بار ⚅ و ۲۸ بار ⚅. خیلی جالب است. تعداد آمدن هر عدد در ۱۸۰ بار انداختن تاس خیلی به هم نزدیک شده است. بگذار نمودارش را رسم کنم» و نمودار زیر را کشید:



سارا گفت: «۳۱، ۲۷، ۳۳، ... . نه! به نظر من به هم نزدیک نیستند!»

ستاره گفت: «منظورم نسبت به تعداد کل آزمایش‌هاست!»

ستاره با کمک سارا حساب کرد که در این ۱۸۰ بار پرتاب تاس، هر عدد به چه نسبتی آمده است. یعنی هریک از عددهای ۳۱، ۲۷، ۳۳، ۳۱، ۳۰ و ۲۸ را بر ۱۸۰ تقسیم کرد. البته برای راحت شدن محاسبه، از ماشین حساب استفاده کرد. حاصل این تقسیم‌ها، این شد (بچه‌ها عددها را تا سه رقم اعشار نوشتند):

نسبت آمدن ⚀	۰/۱۷۲
نسبت آمدن ⚁	۰/۱۵
نسبت آمدن ⚂	۰/۱۸۳
نسبت آمدن ⚃	۰/۱۷۲
نسبت آمدن ⚄	۰/۱۶۶
نسبت آمدن ⚅	۰/۱۵۵

سارا به جدول نگاه کرد و گفت: «بله درست گفتی! نسبت‌ها خیلی به هم نزدیک‌اند. مثلاً نسبت ⚃ و نسبت ⚄ فقط ۰/۰۰۶ تفاوت دارند.»

ستاره گفت: «من گمان می‌کنم ممکن است تاس چند بار پشت سر هم ⚅ بیاید یا در ۳۰ بار آزمایش، فقط یک عدد را نشان دهد؛ اما وقتی تعداد آزمایش‌ها را زیاد می‌کنیم، نسبت تعداد آمدن همه‌ی عددها به کل تعداد، کم‌کم به هم نزدیک می‌شود.»

سارا پرسید: «اگر تعداد تاس انداختن‌ها را خیلی زیاد کنیم، مثلاً ۳۰ میلیون بار تاس بیندازیم آیا هر عدد ۵ میلیون بار می‌آید؟»

ستاره گفت: «تقریبا ۵ میلیون! ممکن است یک عدد ۴۵۶۳۷۸۶ بار و یک عدد دیگر ۵۶۰۹۸۱۲ بار دیده شود!»

سارا گفت: «یعنی هیچ ممکن نیست هر ۳۰ میلیون بار ⚅ بیاید؟»

ستاره گفت: «هر بار که تاس می‌اندازیم، ممکن است ⚅ بیاید. اینکه این بار ⚅ بیاید، هیچ تأثیری روی این‌که دفعه یا دفعات بعد چه عددی بیاید ندارد. پس ممکن است حتی هر ۳۰ میلیون بار هم ⚅ بیاید!»

سارا گفت: «پس غیر ممکن نیست، اما خیلی بعید است. منظورم این است که خیلی خیلی کم پیش می‌آید که این‌طور شود. ما هر دو در یک بازی، وقتی تعداد زیادی ⚅ آوردیم هم تعجب کردیم؛ چون با توجه به تجربه‌ای که در بازی‌های قبلی داشتیم این اتفاق در نظرمان بعید بود.»

بچه‌ها باز هم به آزمایش و گفتگو دربارهٔ شانس و احتمال ادامه دادند.

...

سارا نگاهی به ستاره کرد و گفت: «ستاره! آیا این کاری که ما امروز انجام دادیم، کاری ریاضی بود؟ یعنی ریاضی‌دان‌ها هم به شانس فکر می‌کنند؟ آیا ریاضی‌دانان هم آزمایش‌هایی شبیه آزمایش‌های ما انجام می‌دهند و تجربیاتی مانند تجربه‌های امروز ما دارند؟»

ستاره گفت: «به نظرم ریاضی‌دان‌ها هم به این موضوعات فکر می‌کنند. ما هم ریاضی‌دانیم! اما ریاضی‌دان تجربی!"

آنچه در این جا با بازگویی تجربه ی سارا و ستاره بیان شد مبحثی با عنوان احتمال تجربی است که در کتاب‌های ریاضی جدیدالتألیف دوره‌ی دبستان به آن پرداخته شده است. احتمال ریاضی مبحث دیگری است که در کتاب‌های دورهٔ متوسطه آمده است و در شماره‌های بعدی مجله و در همین ستون دربارهٔ آن خواهیم نوشت.

پی‌نوشت:

از خانم محدثه رجایی بابت پیشنهادهای خوبشان دربارهٔ این مقاله، سپاسگزاریم.

بازی نقشهٔ ستارگان

آمنه ابراهیم‌زاده طاری، بهزاد اسلامی مسلّم

کلیدواژه‌ها: بازی‌های ریاضی، بازی نقشهٔ ستارگان، بازی مین‌روب

در بازی «نقشه ستارگان»، ۱۰ ستاره در ۱۰ تا از خانه‌های جدولی ۷×۷ پنهان شده‌اند! در بعضی از خانه‌های بی‌ستاره عددی نوشته شده است. به کمک این عددها باید همهٔ ستاره‌ها را پیدا کنید. قبل از این‌که بگوییم این عددها چه هستند، باید معنای کلمهٔ «همسایه» را توضیح دهیم:

دو خانه‌ای را که از روی ضلع یا از گوشه به یکدیگر متصل‌اند، «همسایه» می‌نامیم.

مثلاً در جدول زیر، خانهٔ الف با هریک از خانه‌های هاشورخورده همسایه است و با هیچ خانهٔ دیگری، جز آنها همسایه نیست.

		الف		

بیشتر خانه‌های جدول، ۸ تا همسایه دارند، اما همه چنین نیستند. مثلاً چهار تا خانه‌ای که در گوشه‌های جدول قرار دارند، هریک فقط ۳ تا همسایه دارند.

عدد هر خانهٔ بی‌ستارهٔ جدول، نشان‌دهندهٔ تعداد «همسایه»های ستاره‌دار آن خانه است. مثلاً اگر در خانه‌ای عدد ۳ نوشته باشد، به این معنی است که در ۳ تا از همسایه‌های این خانه، ستاره پنهان شده است.

هیچ ستاره‌ای در خانه‌ای که عدد دارد، پنهان نشده است. اما اگر در خانه‌های همسایهٔ خانه‌ای هیچ عددی نباشد، باز هم ممکن است در آن خانه ستاره پنهان شده باشد!

معما وقتی حل می‌شود که بتوانیم همهٔ خانه‌های ستاره‌دار جدول را پیدا کنیم. راستی! جدول‌های بازی طوری طراحی می‌شوند که حتماً حل بشوند. فقط باید از جای مناسب شروع کنید و در ادامه هم به سراغ خانه‌های مناسب بروید.

در معماهایی که در این مقاله آورده‌ایم، همهٔ جدول‌ها ۷×۷ هستند و در هر جدول ۱۰ ستاره پنهان شده‌اند. اما در بعضی معماهای این بازی، اندازهٔ جدول و تعداد ستاره‌ها عددهای دیگری می‌تواند باشد.

مثال. معما:

	۱			۲		۲
	۲	۳				
			۲	۲		
	۲		۲		۱	۱
۱	۲		۲	۱	۲	
						۲
	۱	۱				۱

پاسخ:

	۱	★		۲		۲
	۲	۳	★		★	★
		★	۲	۲		
	۲		۲		۱	۱
۱	۲	★	۲	۱	۲	★
	★			★		۲
	۱	۱			★	۱

مسئله‌ها

۱. در هریک از جدول‌های زیر، خانه‌ای مشخص شده است. مشخص کنید در کدام همسایه‌های این خانه، ستاره‌ای پنهان شده است؟

		۲		۱		
		۲	۱		۲	
	۳		۰	۰	۱	
	۲					۲
۰						
		۱		۲	۳	
				۰	۰	۰

	۲	۲				۰
۲				۳	۲	
	۱			۳		۱
	۱				۲	۲
	۱					۱
			۱	۲	۲	
	۰			۱		

۲. معماهای زیر را حل کنید.

	۱					۰
		۲				
	۱		۰	۲		۲
۲		۲				
۳		۳	۰	۱	۱	
۲						
۱	۲			۱		۰

۲			۱			
				۳	۳	
	۳			۱		
	۱	۰		۱		
	۲	۰		۲	۲	۱
	۱		۱			
۱	۰		۲	۱		

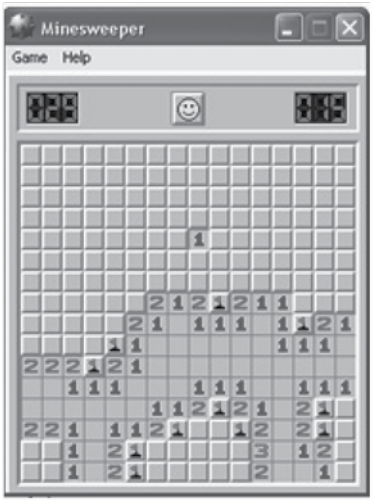
۳. معماهای زیر تا نیمه حل شده‌اند. ستاره‌های باقی‌مانده را پیدا کنید.

	۰				★	★
۰		۲		۲		۲
		★		۱	۰	
۰			۲			۰
		★	۳		۱	
۲	★	★	۴		۱	
★	۴	★		۱		

★	۲				۲	
۳	۴				۲	۱
★	★	۲		۱		
۳		۲	۰		۰	۰
۱	★	۱		۱	۱	۰
	۲			★		۱
★	۱	۰			۲	★

بازی نقشهٔ ستارگان با رایانه

بازی نقشهٔ ستاره‌ها بسیار شبیه یک بازی رایانه‌ای است به نام «مین‌روب». البته بازی مین‌روب، بعضی از عددهای راهنما در ابتدا داده نشده‌اند و به تدریج مشخص می‌شوند. ضمناً به جای این‌که ستاره‌ها را پیدا کنید، باید در جدولی که مین‌گذاری شده است، مین‌ها را مشخص کنید، اما استدلال‌هایی که برای حل معما لازم است، تفاوت چندانی با استدلال‌های بازی «نقشهٔ ستاره‌ها» ندارد.



بازی مین‌روب روی هر رایانه‌ای که سیستم عامل ویندوز داشته باشد، خودبه‌خود نصب است. برای پیدا کردن بازی، دکمهٔ «Start» را بزنید. سپس در فهرست «All Programs» فهرست «Games» را انتخاب کنید و «Minesweeper» را اجرا کنید.

جالب است بدانید که در سال ۲۰۰۱ عده‌ای اعلام کردند که به نظرشان، بازی مین‌روب ممکن است باعث ناراحتی کسانی شود که به دلیل انفجار مین صدمه دیده‌اند یا برای پاک‌سازی مناطق مین‌گذاری‌شده تلاش می‌کنند. به همین دلیل، در نسخه‌های جدیدتر ویندوز، این امکان وجود دارد که در بازی به جای مین، گل قرار گیرد و گل‌ها را پیدا کنید.

***

حقیقتی جالب دربارهٔ بازی

دربارهٔ نقشهٔ ستارگان، حقیقت ریاضی جالبی وجود دارد! در این قسمت می‌خواهیم دربارهٔ این حقیقت جالب صحبت کنیم.

جدول زیر را در نظر بگیرید:

★	★	۲	۱	۲	★	۳	۲
۳	۳	۳	★	۳	۳	★	★
۱	★	۲	۲	★	۳	۳	۳
۲	۲	۲	۲	۲	۲	★	۱
★	۳	۳	★	۲	۲	۳	۲
۲	★	★	۲	۲	★	۲	★

این جدول، شبیه جدول‌های بازی نقشهٔ ستارگان پر شده است. یعنی بعضی خانه‌هایش ستاره دارند و در هر خانه‌ای که ستاره ندارد، تعداد ستاره‌های اطرافش نوشته شده است. البته در معماهای این بازی معمولاً تعداد کمتری از عددهای جدول نوشته شده‌اند، اما در این جدول همهٔ عددهای خانه‌های بی‌ستاره نوشته شده‌اند.

بیایید در این جدول دو تغییر را ایجاد کنیم:

* هر خانه‌ای از جدول بالا را که در آن ستاره‌ای هست، خالی می‌کنیم.

* در هر خانه‌ای از جدول بالا که در آن ستاره‌ای نیست، ستاره‌ای می‌گذاریم.

با این کار، به چنین جدولی می‌رسیم:

		★	★	★		★	★
★	★	★		★	★		
★		★	★		★	★	★
★	★	★	★	★	★		★
	★	★		★	★	★	★
★			★	★	★	★	

بیایید تعداد ستاره‌های خانه‌های همسایه در این جدول را هم در خانه‌های خالی بنویسیم:

۲	۴	★	★	★	۴	★	★
★	★	★	۷	★	★	۶	۴
★	۸	★	★	۷	★	★	★
★	★	★	★	★	★	۸	★
۴	★	★	۷	★	★	★	★
★	۳	۳	★	★	۵	★	۳

این جدول را «برعکس» جدول اصلی می‌نامیم.

در مثال بالا، حاصل‌جمع عددهای جدول اصلی برابر است با ۷۵. حاصل‌جمع عددهای برعکس این جدول هم برابر است با ۷۵! یعنی حاصل‌جمع عددهای جدول اصلی و حاصل‌جمع عددهای

برعکس آن، برابرند. آیا در مورد هر جدول دیگری چنین است؟

بله!

قضیه: حاصل‌جمع عددهای هر جدول بازی برابر است با حاصل‌جمع عددهای برعکس آن جدول!

اثبات این قضیه را بعد از حل جدول‌های زیر بخوانید.

***

باز هم نقشهٔ ستارگان!

	۲					
۱					۱	
		۱	۲			۲
		۴	۳			
					۳	
۱				۱		

	۲	۱				
	۱			۳		
		۰				
۳					۱	
			۳			
	۲				۱	

			۱		۳	
۱			۲	۱		
		۳		۱		۳
		۱				
۲					۱	

			۱		۳	
۱	۲					۲
	۲		۱			
			۳	۱		
						۳
		۱				

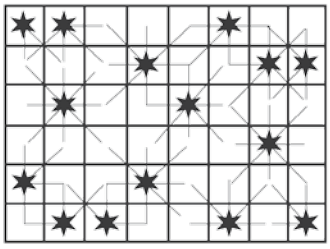
				۲		
		۴			۱	
۲	۲					
		۱	۳			
۲					۳	
			۱			
		۱				۲

	۳					
			۳			
۲	۲				۲	
		۱				
				۲		
۱	۳					۲
			۲			

	۳	۲				
				۲		
۱						۲
		۲				۲
		۲	۱		۳	
۲						
				۱	۲	

در اینجا، اثبات قضیه‌ای را که گفته شد، می‌بینید:

اثبات: در جدول اصلی، بین هر خانهٔ ستاره‌دار با هر همسایهٔ خالی‌اش، پاره‌خط کوچکی می‌گذاریم. در مورد مثالی که دیدیم، به چنین شکلی می‌رسیم:



تعداد پاره‌خط‌هایی که به هر خانهٔ بدون ستاره وارد می‌شود، دقیقاً همان تعداد ستاره‌های همسایه‌اش است. یعنی تعداد

پاره‌خط‌های هر خانهٔ بدون ستاره برابر است با عدد آن خانه.

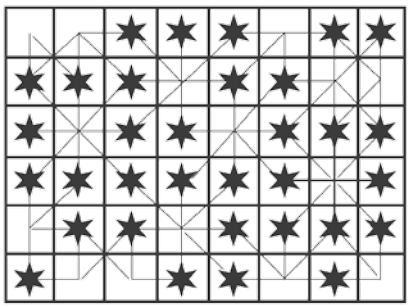
پس **تعداد کل پاره‌خط‌های جدول برابر است با حاصل‌جمع عددهای آن.**

حالا جدول را برعکس می‌کنیم، و دوباره پاره‌خط‌ها را رسم می‌کنیم ... یا شاید هم نه! لازم نیست دوباره پاره‌خط‌ها را رسم کنیم! پاره‌خط‌ها همان پاره‌خط‌های جدول اصلی هستند! هر خانه‌ای که خالی بوده حالا ستاره‌دار شده و هر خانه‌ای که ستاره‌دار بوده، خالی شده است اما:

* اگر بین دو خانه در جدول اصلی پاره‌خط وجود داشته است، در برعکس آن هم باید وجود داشته باشد.

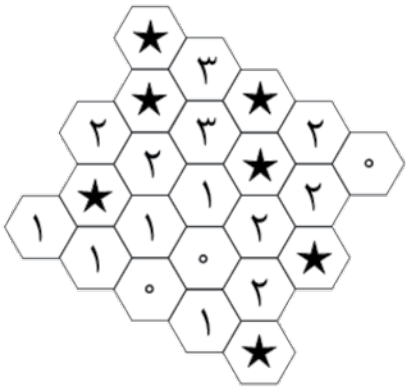
* اگر بین دو خانه در جدول اصلی پاره‌خط نبوده است، در برعکس آن هم نباید باشد.

در مورد مثال بالا، جدول برعکس چنین می‌شود:



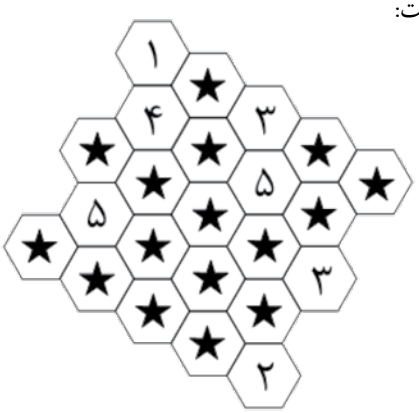
پس تعداد پاره‌خط‌ها در جدول برعکس با تعداد پاره‌خط‌ها در جدول اصلی برابر است. یعنی حاصل‌جمع عددهای جدول اصلی با جدول برعکس، برابر است. اثبات تمام شد. ☺

جدول بازی نقشهٔ ستارگان ممکن است شکل‌هایی دیگر هم داشته باشد. مثلاً خانه‌های جدول ممکن است شش ضلعی باشند



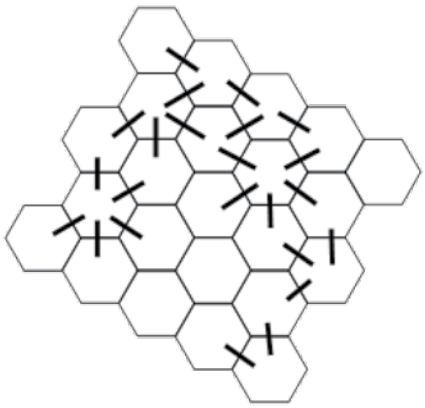
در این صورت، هیچ خانه‌ای بیشتر از ۶ همسایه ندارد:

آیا قضیه‌ای که گفته شد، در مورد چنین جدول‌هایی نیز درست است؟ یعنی جمع اعداد جدول با خانه‌های شش ضلعی بالا و جمع اعداد جدول برعکس آن، یکسان است؟ برعکس جدول بالا این است:



در هر دو جدول، حاصل جمع اعداد برابر است با ۲۳.

قضیه در مورد این جدول هم برقرار است. همان اثبات را می‌توانیم تکرار کنیم، و تنها تفاوت این است که باید از چنین شکلی استفاده کنیم:



در حقیقت، این قضیه در هر جدولی درست است؛ شکل خانه‌های جدول هر چه می‌خواهد باشد!

منابع

http://en.wikipedia.org/wiki/Minesweeper-(video-game)
http://www.cut-the-knot.org/arithmetic/combinatorics/Minesweeper.shtml
www.spiritmag.com/fun/pdf/tentaizu.pdf

اسم ـ فامیل
بازی در کلاس ریاضی!

زهره پندی

بچــه که بودیم، «اســم ـ فامیــل» یکی از بازی‌های مورد علاقه‌مان بود. دور هم می‌نشســتیم و هر کدام فهرســتی آماده می‌کردیم با عنوان‌های اسم، فامیل، میوه، حیوان، شهر و .... بعد یکی از ما حرفی را انتخاب می‌کرد و همه سعی می‌کردیم همهٔ ستون‌های یک ردیف را با کلماتی که با آن حرف شــروع می‌شــد، پر کنیم. هرکس زودتر ردیف را کامل می‌کرد، خبر می‌داد و وقت بقیه هم به پایان می‌رســید. کلماتمان را با هم مقایسه می‌کردیم. هر کلمه‌ای که با یکی یا چند تا از دوستانمان مشترک بود، ۵ امتیاز و هر کلمه‌ای که متفاوت با بقیه بود ۱۰ امتیاز می‌گرفت. امتیازاتمان را جمع می‌زدیم و با یک حرف دیگر بازی را ادامه می‌دادیم.

«بازی اســم ـ فامیل در کلاس ریاضی» بر اســاس همین بازی و به ابتکار خانم مریم یونسی، دبیر خوش‌ذوق دورهٔ راهنمایی در استان قم طراحی شده است. دور هم بنشینید، بازی کنید و لذت ببرید.

می‌توانید یک نمونه جدول پرشده را در زیر ببینید.

	عدد اول	عدد مرکب	مضرب ۳	مجذور کامل	مکعب کامل	کسر کوچکتر از واحد	شکل هندسی	نام یک علامت، اصطلاح یا ابزار
چ	۴۱	۴۲	۴۵	۴۹	$۱۷^۳=۴۹۱۳$	$\frac{۴۰}{۴۱}$	چهارضلعی	چهار مجهولی
د	۲	۲۰۰	۲۰۰۱	۲۲۵	$۶^۳=۲۱۶$	$\frac{۲}{۳}$	دایره	دستگاه مختصات، درجه، دوران
پ	۵۳	۵۰	۵۱	۵۲۹	$۸^۳=۵۱۲$	$\frac{۵}{۶}$	پاره‌خط	پرگار، پایه
ن	۹۷	۹	۹	۹	$۲۱^۳=۹۲۶۱$	$\frac{۹}{۱۰}$	نقطه یا نیم‌خط	نقاله، نسبت
س	۳۱	۳۰	۳۰	۳۶	$۷^۳=۳۴۳$	$\frac{۳۰}{۳۱}$	سهمی یا سه‌ضلعی	ساده کردن
ش	۶۷	۱۶	۶	۶۴	$۴^۳=۶۴۰۰۰$	$\frac{۱۶}{۱۷}$	شعاع یا شش‌ضلعی	شیب خط، شاخص، آمار
هـ	هفت	۸	۱۸	۱۰۲۴	$۱۰^۳=۱۰۰۰$	$\frac{۷}{۸}$	هرم	هکتار یا هم‌مخرج
م	میلیون و سه	میلیون	میلیون و دو	مجذورِ هفت	مکعبِ هفت یا منفی هشت $(-۲)^۳=-۸$		مربع یا مستطیل	مقسوم‌علیه، مضرب، منفرجه، محاطی، مرکز، متمم، مکمل، محیط، مساحت

لیلا خسروشاهی

مانا در جست‌وجوی حقیقت
ادعاهایی دربارهٔ همه‌چیز

کلیدواژه‌ها: استدلال ریاضی، همه، هر، مثال نقض

مانا از آن آدم‌هایی نیست که هر کسی هر ادعایی کرد، آن را بپذیرد؛ آن هم ادعاهایی بزرگ دربارهٔ همه چیز! مثلاً همین چند روز پیش یکی از دوستان مانا با خوش‌حالی اعلام کرد که دو تا کشف جدید کرده است. کشف اول او که خیلی هم دور از ذهن به نظر نمی‌رسید این بود: «**مربعِ هر عدد به جز صفر و یک، از خودِ عدد بزرگ‌تر است.**» اما کشف دوم دوست مانا جملهٔ عجیب و غریبی بود که کمی طول کشید تا مانا معنی آن را بفهمد: «**حاصل جمع هر سه تا عدد طبیعیِ پشت سر هم، بر عدد وسط بخش‌پذیر است.**» این دو تا جمله طوری نوشته شده بودند که مانا را به یاد کتاب‌های ریاضی می‌انداخت. اما مانا به قول خودش باید تهِ همه چیز را در می‌آورد و به این راحتی‌ها هر جمله‌ای را قبول نمی‌کرد؛ حتی جمله‌های ریاضی را! بنابراین از دوستش خواست توضیح دهد که چگونه به این دو کشف بزرگ رسیده است.

دوست مانا برای این‌که مانا را در مورد درستیِ این جمله‌ها قانع کند، شروع کرد به مثال زدن:

جملهٔ اول: «**مربعِ هر عدد به جز صفر و یک، از خودِ عدد بزرگ‌تر است.**»

مثال ۱. عدد ۷ را در نظر بگیر. مربعِ ۷ یعنی $۷^۲$، برابر با ۴۹ است. ۴۹ هم که از ۷ بیشتر است.

مثال ۲. عدد ۱۲ را در نظر بگیر. $۱۲^۲=۱۴۴$ و $۱۴۴>۱۲$.

مثال ۳. برای عدد ۲۰۰ هم داریم: $۲۰۰^۲=۴۰۰۰۰$ و $۴۰۰۰۰>۲۰۰$

دوست مانا گفت: «البته $۱^۲=۱$ و $۰^۲=۰$ به خاطر همین، این دو تا عدد را از بقیهٔ عددها مستثنا کردم.»

او سپس چند مثال هم برای کشف دوم خود ارائه کرد:

جملهٔ دوم: «**حاصل جمع هر سه عدد طبیعیِ پشت سر هم، بر عدد وسط بخش‌پذیر است.**»

مثال ۱. سه عدد طبیعی پشت سر هم ۷، ۸ و ۹ را با هم جمع کن: ۲۴=۹+۸+۷. حاصل‌جمع (یعنی ۲۴) بر عدد وسط (یعنی ۸) بخش‌پذیر است؛ چون: ۲۴=۳×۸.

مثال ۲. ۶۳=۲۲+۲۱+۲۰ و ۶۳ بر ۲۱ بخش‌پذیر است (چون: ۶۳=۲۱×۳).

مثال ۳. ۴۳۵=۱۴۶+۱۴۵+۱۴۴ و ۴۳۵ بر ۱۴۵ بخش‌پذیر است. (چون: ۴۳۵=۱۴۵×۳).

دوست مانا با این مثال‌ها می‌خواست او را قانع کند که کشف‌هایش درست‌اند. هرچند که مانا از کشف‌های دوستش خوشش آمده بود و حالا بیشتر به خاطر داشتن چنین دوست خلاقی به خودش افتخار می‌کرد، هنوز از درستی کشف‌های او در مورد همهٔ اعداد مطمئن نشده بود. بنابراین گفت: «نتایج جالبی هستند. ولی چه‌طور می‌شود با سه مثال مطمئن شد که این جمله‌ها همیشه درست‌اند؟»

مانا حق داشت که هنوز به درستیِ جمله‌ها شک داشته باشد. جملهٔ اول می‌گفت: «**مربع هر عدد به جز صفر و یک ...**»؛ یعنی این جمله داشت دربارهٔ تمام اعداد (به جز صفر و یک) ادعا می‌کرد، نه فقط سه تا عددِ ۷ و ۱۲ و ۲۰۰! جملهٔ دوم هم همین‌طور بود: «**حاصل‌جمع هر سه تا عدد طبیعی متوالی ...**» دربارهٔ همهٔ عددهای طبیعی حرف می‌زد نه فقط مثال‌هایی که دوست مانا زده بود. البته مانا ته دلش نسبت به جملهٔ اول کمی مطمئن‌تر بود، ولی

مثال‌هایی که دوســت مانا برای جملهٔ دوم زد، برای او بیشــتر به یک شــعبده‌بازی شبیه بودند. به خاطر همین مانا برای اطمینان بیشتر از درستیِ جملات، شروع کرد به آزمودن مثال‌های بیشتر. برای این کار او جدولی تنظیم کرد تا مثال‌های خود را در آن بنویسد.

در مورد جملهٔ اول مانا با خودش فکر کرد که این جمله دربارهٔ هر عدد یعنی دربارهٔ تمام اعداد اســت. بنابراین ســعی کرد مثال‌های متنوع‌تری بزند و فقط از اعداد طبیعی استفاده نکند.

ادعای اول: «مربع هر عدد به جز صفر و یک، از خودِ عدد بزرگ‌تر است.»			
عدد انتخابی	مربع عدد انتخابی	مقایسهٔ عدد با مربع آن	آیا مربع عدد از خودش بزرگ‌تر است؟
۲/۵	$۲/۵^۲ = ۶/۲۵$	$۶/۲۵ \rangle ۲/۵$	بله
-۷	$(-۷)^۲=۴۹$	$۴۹ \rangle -۷$	بله
$\frac{۵}{۳}$	$(\frac{۵}{۳})^۲ = \frac{۲۵}{۹}$	$\frac{۲۵}{۹} \rangle \frac{۵}{۳}$	بله
$\frac{۱}{۲}$	$(\frac{۱}{۲})^۲ = \frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۴} \rangle \frac{۱}{۲}$	خیر

با مثال آخر، مانا که خیلی تعجب کرده بود، دست از کار کشید. چون عددی (به جز صفر و یک) پیدا کرده بود که مربع آن از خودش بزرگ‌تر نبود. بنابراین شــاید خیلی از عددها باشــند که مربعشان بزرگ‌تر از خودش است، اما بعضی اعداد مثل $\frac{۱}{۲}$ هم هستند که مربعشان کوچک‌تر از خودشــان اســت. مانا حالا با اطمینان می‌گفت که جملهٔ اول درســت نیست. چون این جمله دربارهٔ «تمام اعداد به جز صفر و

از کجا مطمئنی که همیشه (یعنی برای همهٔ اعداد طبیعی!) همین‌طور است؟» آن‌ها پاسخ قانع‌کننده‌ای نداشتند. بنابراین باید تلاش می‌کردند به چرایی درستی این اعا فکر کنند و در پی یافتن دلیلی قانع‌کننده برای درستیِ این ادعا باشند

یک»، ادعا می‌کند که «مربعشـــان بزرگ‌تر از خودشـــان اســـت»، اما حقیقت این است که مثال‌هایی، مثل $\frac{1}{2}$، هستند که این ادعا در مورد آن‌ها صحت ندارد. **به چنین مثال‌هایی که درستیِ یک جمله را نقض می‌کنند، «مثال نقض» گفته می‌شود.** مانا با یافتن یک مثال نقـض بـرای ادعای اول، آن ادعا را رد کرد. یعنی نشـان داد که نمی‌توان با اطمینان گفت کـه مربعِ **هر عدد به جز صفر و یک**، از خودِ عدد بزرگ‌تر است.

دوســت مانا حالا که فهمیده بود کشــف اولش درست از آن در نیامده است، به قول خودش حالش گرفته شد! اما **او حالا می‌دانست که وقتی جمله‌ای دربارهٔ همه چیز (مثلاً دربارهٔ اعدادی که تمام شدنی نیستند) ادعا می‌کند، نمی‌توان با آزمودن چند مثال از درســتیِ آن جمله مطمئن شــد؛ چون ممکن است مثال‌هایی باشند که از چشــم ما پنهان مانده باشند و آن جمله را نقض کنند!** با این حساب حالا دوست مانا نگران کشف دوم خود بود که نکند آن هم، به وسیلهٔ مثالی که او نمی‌داند چیست، نقض شود!

مانا و دوستش دست به کار شدند تا مثال‌های بیشتری را برای جملهٔ دوم بیازمایند و برای راحتی در محاسبات خود از ماشین حساب استفاده کردند.

ادعای دوم: **«حاصل‌جمع هر سه تا عدد طبیعِ پشت سر هم، بر عدد وسط بخش‌پذیر است.»**			
سه عدد طبیعی پشت سر هم	حاصل جمع آن‌ها	عدد وسط	آیا حاصل جمع سه عدد بر عدد وسط بخش‌پذیر است؟
۵۶، ۵۷، ۵۸	۵۶+۵۷+۵۸=۱۷۱	۵۷	بله (چون ۳×۵۷=۱۷۱)
۱۰۰۰، ۱۰۰۱، ۱۰۰۲	۱۰۰+۱۰۰۱+۱۰۰۲=۳۰۰۳	۱۰۰۱	بله (چون ۳×۱۰۰۳=۳۰۰۳)

آن‌ها هم مثال‌های بیشــتری زدند که در این‌جا نوشــته نشــده‌اند. شما هم می‌توانید دست به کار شــوید و جدول بالا را با مثال‌های خودتان کامل کنید. مثال بزنید و سعی کنید مثال نقضی برای درستیِ این ادعا بیابید. یعنی سه عدد طبیعی پشت سر هم پیدا کنید که مجموعشان بر عدد وسط بخش‌پذیر نباشد.

مانا و دوستش هرچه مثال می‌زدند، آن مثال‌ها کشف دوم را تأیید می‌کردند؛ یعنی پاسخ آن‌ها در ستون چهارم جدول بالا برای تمام مثال‌ها «بله» بود. رفته رفته اطمینان آن‌ها نســبت به درســتیِ این کشف بیشــتر می‌شد، اما چون این کشف دربارهٔ **تمام اعداد طبیعی** ادعا می‌کرد و آن‌ها نمی‌توانستند تمام اعداد طبیعی را بررسی کنند، با این کار هیچ‌وقت نمی‌توانستند مطمئن شوند که این جمله درست است. در واقع برای جمله‌ای که دربارهٔ **همه چیز** (مثلاً دربارهٔ همهٔ اعداد طبیعی یا اعدادی که تعداد آن‌ها تمام شدنی نیست) ادعا می‌کرد، مثال‌هایی تأییدکنندهٔ ادعا هرچه‌قدر هم که تعدادشان زیاد باشد، نمی‌توانند دلیلی بر درستی جمله باشند. به قول مانا «شاید هنوز مثالی هست که ما امتحانش نکرده‌ایم و این ادعا در مورد آن مثال درست نیست.»

مانا و دوســتش و تمام دوســتان آن‌ها و شما هم اگر بنشینید و مدام مثال بزنید، هیچ‌وقت نخواهید توانست **همهٔ مثال‌های ممکن** را امتحان کنید.

همان‌طور که گفتیم، مانا و دوســتش رفته رفته نســبت به درستی این کشــف اطمینان بیشتری پیدا می‌کردند؛ اما اگر کسی از آن‌ها می‌پرسید:«از کجا مطمئنی که همیشه (یعنی برای همهٔ اعداد طبیعی!) همین‌طور است؟» آن‌ها پاسخ قانع‌کننده‌ای نداشتند. بنابراین باید تلاش می‌کردند به چرایی درستی این اعا فکر کنند و در پی یافتن دلیلی قانع‌کننده برای درستیِ این ادعا باشند.

مانا پیشنهاد کرد به جای این‌که به مثال‌هایی فکر کنند که هیچ‌گاه تمامی ندارند، به این فکر کنند که وقتی سه عدد متوالی را با هم جمع می‌کنند، چه اتفاقی می‌افتد که حاصل جمع آن‌ها حتماً بر عدد وســط بخش‌پذیر می‌شــود. آن‌ها با بررسی مثال‌های متفاوت حدس می‌زدند که همیشــه مجموع این اعداد ســه برابر عدد وسط است. مانا و دوستش می‌دانستند که عدد اول همیشه یکی کمتر از عدد وسط اســت و عدد ســوم یکی بیشتر از عدد وســط است. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که وقتی عدد اول و ســوم با هم جمع می‌شوند، مثل این می‌ماند که عدد وسط را با خودش جمع کرده باشند. مثلاً اگر عدد وسط ۱۲ باشد، عدد اول ۱۱ یعنی ۱-۱۲ و عدد سوم ۱۳ یعنی ۱+۱۲ است و مجموع سه عدد را می‌توان به این شکل نوشت:

$$۱۱+۱۲+۱۳=(۱۲-۱)+۱۲+(۱۲+۱)=۱۲+۱۲+۱۲=۳\times۱۲$$

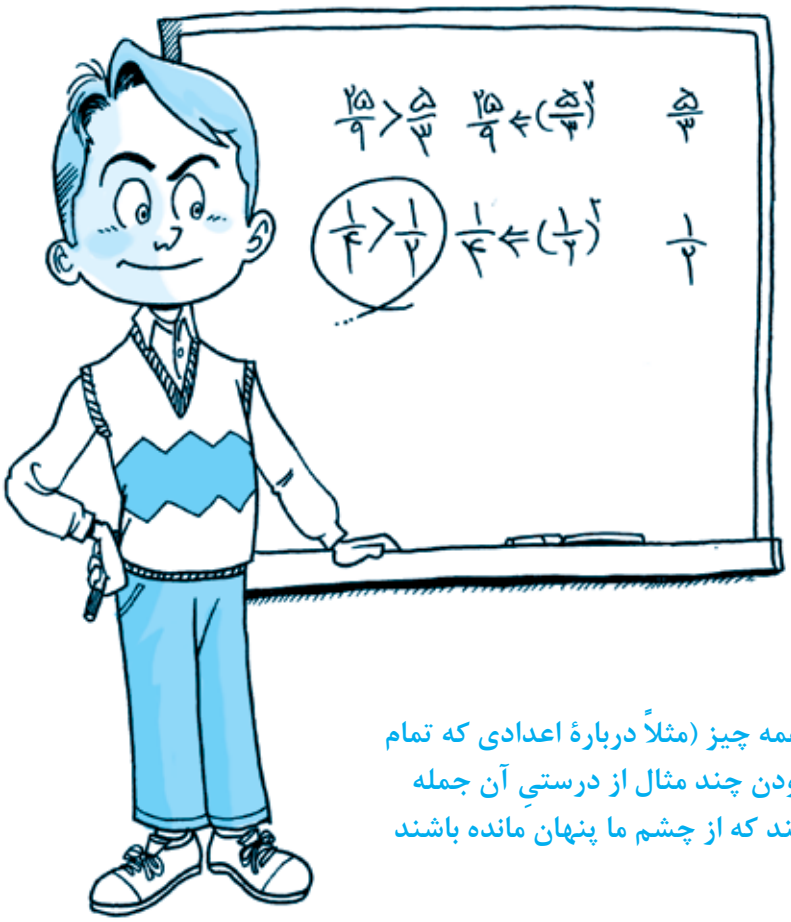
بنابراین مجموع این اعداد بر ۱۲ بخش‌پذیر است.

مانا و دوستش اتفاقی را که در جمع سه عدد متوالی می‌افتد، در یک مثالی خاص با اعداد ۱۱، ۱۲ و ۱۳ نشان دادند؛ اما آن‌ها آگاه بودند که برای اعداد دیگر هم می‌توانند همین کار را انجام دهند. اگر عدد وسط را با a نمایش دهیم، عدد اول a-۱ و عدد سوم a+۱ است و مجموع آن‌ها را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$(a-۱)+(a)+(a+۱) = a+a+a=۳\times a$$

بنابراین مجموع این سه عدد بر a بخش‌پذیر است و به این ترتیب حدس جدیدشان هم درست است. یعنی این حاصل‌جمع، با سه برابر عدد وسط برابر است. مانا و دوستش حالا دیگر مطمئن بودند که کشف دوم دوست مانا برای **هر سه عدد طبیعی متوالی** درست است.

تلاش مانا و دوستش، تلاشی بود برای بررسی درستیِ جملاتی که دربارهٔ **همه چیز** ادعا می‌کنند. البته منظور از همه چیز، **چیزهایی است که تمام شدنی نیستند.** مثل «همهٔ اعداد طبیعی»، «همهٔ اعداد به جز صفر و یک»، «همهٔ مربع‌ها»، «هر متوازی‌الاضلاع»، «تمام مثلث‌های متساوی‌الساقین» و یا «اعداد زوج». مثال زدن برای بررسیِ درستی یا نادرستیِ ادعاهایی دربارهٔ همه چیز، شروع خوبی است. اگر طی این مثال‌ها، مثالی پیدا شد که آن ادعا در موردش درست نبود، یعنی یک مثال نقض، می‌توان با قاطعیت گفت که این اعا درست نیست. اما اگر مثال نقضی پیدا نشد، نباید مطمئن بود که مثال نقضی وجود ندارد و این ادعا درست است. برای اطمینان از درستیِ یک ادعا باید حتماً برای آن دلیل قانع‌کننده‌ای آورد؛ دلیلی که برای همه‌چیز دلیل باشد، مانند دلیلی که مانا و دوستش برای کشف دوم آوردند. اما اگر در **ادعاهایی دربارهٔ همه چیز**، نه مثالی برای نقض ادعا پیدا شد و نه دلیلی برای درستیِ ادعا، نمی‌توان دربارهٔ درستی یا نادرستیِ ادعا نظر داد و همچنان بایدد در **جست‌وجوی حقیقت** تلاش کرد!



مثال زدن برای بررسیِ درستی یا نادرستیِ ادعاهایی دربارهٔ همه چیز، شروع خوبی است. اگر طی این مثال‌ها، مثالی پیدا شد که آن ادعا در موردش درست نبود، یعنی یک مثال نقض، می‌توان با قاطعیت گفت که این اعا درست نیست. اما اگر مثال نقضی پیدا نشد، نباید مطمئن بود که مثال نقضی وجود ندارد و این ادعا درست است. برای اطمینان از درستیِ یک ادعا باید حتماً برای آن دلیل قانع‌کننده‌ای آورد؛ دلیلی که برای همه‌چیز دلیل باشد

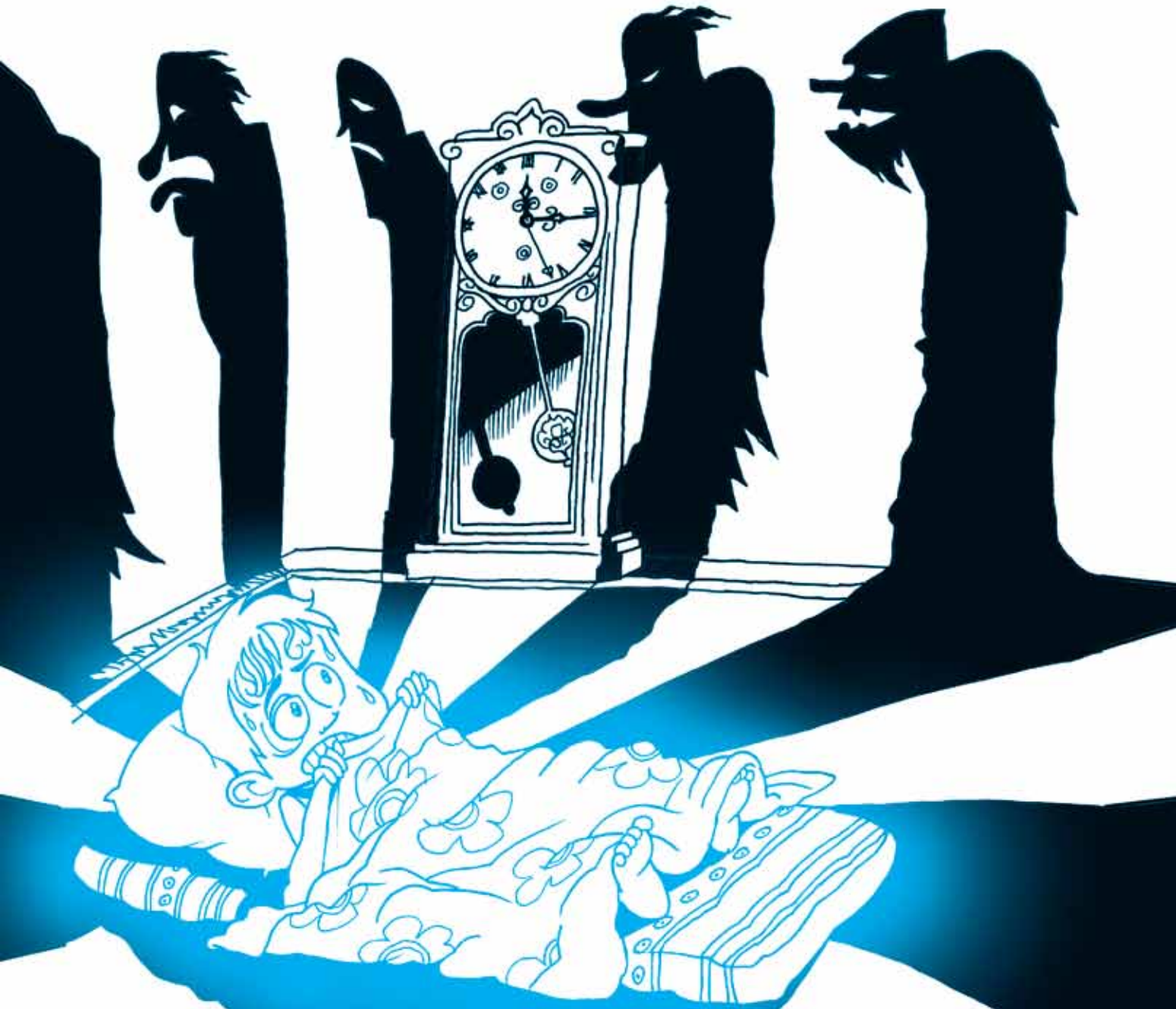
او حالا می‌دانست که وقتی جمله‌ای دربارهٔ همه چیز (مثلاً دربارهٔ اعدادی که تمام شدنی نیستند) ادعا می‌کند، نمی‌توان با آزمودن چند مثال از درستیِ آن جمله مطمئن شد؛ چون ممکن است مثال‌هایی باشند که از چشم ما پنهان مانده باشند و آن جمله را نقض کنند!

چرخیدن شبح‌ها و ساعت خانهٔ ننه‌بزرگ!

حسین نامی ساعی

کلیدواژه‌ها: ساعت، عقربه‌های ساعت، ثانیه‌شمار، دقیقه‌شمار، ساعت‌شمار، محیط دایره، مسافت، سرعت

خانهٔ ننه‌جون حال و هوای دیگری دارد. من خیلی از اوقات روز و بعضی شب‌ها را در آنجا می‌گذرانم. روزی نیست که به ننه‌جون سر نزنم. یک شب که کمی بیمار بودم، ننه‌جون برایم آش درست کرده بود. آش را که خوردم تقریباً هوا تاریک شده بود، چند ساعت بعد، ننه‌جون یک لحاف و تشک برایم پهن کردو گفت پسرم برو بخواب و استراحت کن تا زودتر حالت خوب شود. نیمه‌های شب بود که احساس کردم کمی تب دارم، سرم حسابی درد می‌کرد. خیس عرق شده بودم. هر صدایی را بلندتر از آن چیزی که بود می‌شنیدم. یکی از آن صداها صدای تیک و تاک ساعت قدیمی خانهٔ مادربزرگ بود. اتاقی که در آن خوابیده بودم حسابی تاریک بود. لحظه به لحظه داغ‌تر می‌شدم. یک لحظه به نظرم آمد که با آهنگ موزون تیک تاک ساعت، شبح‌های سیاهی خمیده خمیده به دنبال هم دور اتاق چرخ می‌زدند. خیلی ترسیده بودم تا جایی‌که یک مرتبه بلند فریاد زدم. ننه‌بزرگم بیچاره با صدای فریاد من از جا پرید و وحشت‌زده به سمت من آمد. چراغ را روشن کرد. متوجه شد که حسابی تب کرده‌ام. به سرعت چند تا قرص تب‌بر و یک لیوان آب خنک برایم آورد و به من داد. من هم خوردم و چند دقیقه بعد کمی خنک شدم. آن شب مادربزرگ آن‌قدر بالای سرم نشست تا خوابم برد. صبح که از خواب بلند شدم ماجرای تیک تاک ساعت و چرخیدن شبح‌ها را برایش تعریف کردم. اولش خیلی خیلی خندید و گفت: «تو دیشب تب شدیدی داشتی، شبحی در کار نبوده. آن ساعت قدیمی هم یادگار پدربزرگ توست». ننه‌جون گفت که بیشتر از صد سال از عمر این ساعت مکانیکی و کوکی می‌گذرد و پدربزرگم، از پدرش به ارث برده بود. دایی اسماعیل که در گوشه‌ای نشسته بود و صحبت‌های من و مادربزرگ را می‌شنید، با خنده رو به من کرد و گفت: «می‌دونی که ساعت چیست؟» دایی ادامه داد: «ساعت وسیله‌ای است که برای اندازه‌گیری و تعیین زمان از آن استفاده می‌شود. این وسیله از قدیمی‌ترین اختراعات بشر است.» دایی اسماعیل که متوجه شده بود من خیلی با علاقه به صحبت‌هایش گوش می‌دهم بیشتر توضیح داد و گفت: «اولین ساعت‌ها، ساعت‌های آفتابی، آبی، سایه‌ای، شمعی و شنی بوده‌اند. کم‌کم ساعت‌های مکانیکی و دیجیتالی هم ساخته شدند.



در قرن حاضر ساعت‌های اتمی هم به بازار آمده‌اند.» دایی اسماعیل ادامه داد: «قدیمی‌ترین ساعت‌ها حدود شش قرن قبل از میلاد توسط بابلی‌ها ساخته شدند، بابلی‌ها می‌دانستند که عدد ۶۰ به اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۱۰ و ۱۲ و ۱۵ و ۲۰ و ۳۰ و ۶۰ قابل تقسیم است؛ لذا عدد ۶۰ را پایه در مبنای تقسیم‌بندی ساعت دادند. هم‌چنین تقسیم‌بندی به ۳۶۰ درجه که مضربی ۶۰ است، از کارهای بابلیان است». بعد از صحبت‌های دایی اسماعیل، من دوباره نظر گرفتند و قرار دایره از

به سراغ ساعت رفتم و بیشتر به آن نگاه کردم. ساعت دیواری خانهٔ مادربزرگ به شکل دایره است. با خط‌کش مدرجی که داشتم طول هر سه عقربهٔ آن را اندازه گرفتم. طول عقربهٔ ساعت شمارش ۸ سانتی‌متر، طول عقربهٔ دقیق‌شمار و ثانیه‌شمار آن به ترتیب ۱۰ و ۱۲ سانتی‌متر بود. طبق گفتهٔ مادربزرگم این ساعت حدود ۱۰۰ سال بود که کار می‌کرد. به این فکر کردم که نوک عقربه‌های ساعت‌شمار، دقیقه‌شمار و ثانیه‌شمار این ساعت ۱۰۰ سال است که، هریک به ترتیب، محیط دایره‌هایی به شعاع ۸ و ۱۰و ۱۲ سانتی‌متر را دور می‌زنند. از خودم سؤال کردم که نوکِ این عقربه‌ها طی این ۱۰۰ سال چه مسافتی را پیموده‌اند؟ برای پاسخ به این سؤال ابتدا محیط دایره‌ای به شعاع ۸سانتی‌متر رامحاسبه کردم:

۲×۸×۳/۱۴=۵۰/۲۴

در ادامه حساب کردم که عقربهٔ ساعت‌شمار در هر ۱۲ ساعت محیط دایره‌ای به مسافت ۵۰/۲۴ را طی می‌کند و در هر شبانه‌روز ۲ مرتبه این مسافت را می‌پیماید. به بیانی دیگر سرعت حرکت عقربهٔ ساعت‌شمار ۱۰۰/۴۸ سانتی‌متر در ۲۴ ساعت است:

۵۰/۲۴×۲=۱۰۰/۴۸

و در یک سال یا ۳۶۵ روز:

۱۰۰/۴۸×۳۶۵=۳۶۶۷۵/۲

و در ۱۰۰ سال این عقربه مسافتی حدود:

۳۶۶۷۵/۲×۱۰۰=۳۶۶۷۵۲۰

۳۶۶۷۵۲۰ سانتی‌متر را رفته است.

می‌دانیم که هر متر برابر با ۱۰۰ سانتی‌متر است؛ بنابراین نوکِ این عقربه در این ۱۰۰ سال به اندازهٔ

۳۶۶۷۵۲۰÷۱۰۰=۳۶۶۷۵/۲۰

۳۶۶۷۵/۲۰ متر را چرخیده است. و با حساب این‌که هر کیلومتر ۱۰۰۰ متر است، می‌شود:

۳۶۶۷۵/۲۰÷۱۰۰۰=۳۶/۶۷۵۲۰

یعنی حدود۳۶ کیلومتر در ۱۰۰ سال! بعد رفتم سراغ عقربهٔ دقیقه‌شمار و حساب کردم که نوکِ این عقربه چند سانتی‌متر، چند متر و چند کیلومتر را در این ۱۰۰ سال چرخیده است!

طول عقربهٔ دقیقه‌شمار ۱۰ سانتی‌متر است. بنابراین با محاسباتی شبیه آنچه که دیدید، نوکِ این عقربه در هر دور کامل محیط دایره‌ای به شعاع ۱۰ سانتی‌متر را طی می‌کند و سرعت آن ۶۲/۸ سانتی‌متر در یک ساعت است:

۲×۳/۱۴×۱۰=۶۲/۸

یعنی محیط ۶۲/۸ را در یک ساعت یا ۶۰ دقیقه می‌پیماید:

۶۲/۸×۱=۶۲/۸

و در ۲۴ ساعت:

۶۲/۸×۲۴=۱۵۰۷/۲

و در یک سال یا ۳۶۵ روز:

۱۵۰۷/۲×۳۶۵=۵۵۰۱۲۸

و در ۱۰۰ سال:

۵۵۰۱۲۸×۱۰۰=۵۵۰۱۲۸۰۰

عقربهٔ دقیقه‌شمار با طول ۱۰ سانتی‌متر مسافتی معادل ۵۵۰۱۲۸۰۰ سانتی‌متر را چرخیده است! یعنی ۵۵۰۱۲۸ متر و یا ۵۵۰/۱۲۸ کیلومتر

ناگفته پیداست که بیشترین مسافت را در بین عقربه‌های ساعت، نوکِ عقربهٔ ثانیه‌شمار می‌پیماید. چرا که در هر ساعت عقربهٔ ساعت‌شمار ۱/۱۲ دور، عقربهٔ دقیقه‌شمار ۱ دور، و عقربهٔ ثانیه‌شمار ۶۰ دور می‌گردد. بنابراین نوکِ عقربهٔ ثانیه‌شمار به طول ۱۲ سانتی‌متر در هر دور محیط دایره‌ای به شعاع ۱۲ سانتی‌متر را دور می‌زند و سرعت این عقربه ۷۵/۳۶ سانتی‌متر در ۶۰ ثانیه است.

۲×۳/۱۴×۱۲=۷۵/۳۶

پس در هر دقیقه ۱ دور یعنی ۷۵/۳۶ سانتی‌متر را می‌پیماید، و در یک ساعت ۶۰ دور یعنی

۷۵/۳۶×۶۰=۴۵۲۱/۶

و در ۲۴ ساعت:

۴۵۲۱/۶×۲۴=۱۰۸۵۱۸/۴

و در یک سال

۱۰۸۵۱۸/۴×۳۶۵=۳۹۶۰۹۲۱۶

و در ۱۰۰ سال

۳۹۶۰۹۲۱۶×۱۰۰=۳۹۶۰۹۲۱۶۰۰

نوکِ عقربهٔ ثانیه‌شمار مسافتی در حدود ۳۹۶۰۹۲۱۶۰۰ سانتی‌متر یا ۳۹۶۰۹۲۱۶ متر و یا ۳۹۶۰۹/۲۱۶ کیلومتر را چرخیده است!

۳۹۶۰۹ کیلومتر می‌دانید چه فاصله‌ای است؟

برای فهم این عدد بهتر است فاصله‌ای را که بهتر درک می‌کنید معرفی کنم: محیط کرهٔ زمین ۳۹۹۴۴ کیلومتر است.

با مقایسهٔ این فاصله با ۳۹۶۰۹ کیلومتر به آسانی می‌توان فهمید که نوکِ عقربهٔ ثانیه‌شمار ساعت خانهٔ ننه‌جون در این ۱۰۰ سال تقریباً یک دور کامل محیط کرهٔ زمین را طی کرده است! شاید این ساعت بیچاره در آن شب با تیک و تاکش و دعوت از شبح‌ها می‌خواسته به ما بفهماند که چه سفرهایی را در این ۱۰۰ سال کرده که ما یا خواب بوده‌ایم و یا بی‌توجه از کنار آن گذشته‌ایم.

گزارش

کدام پاسخ درست است؟

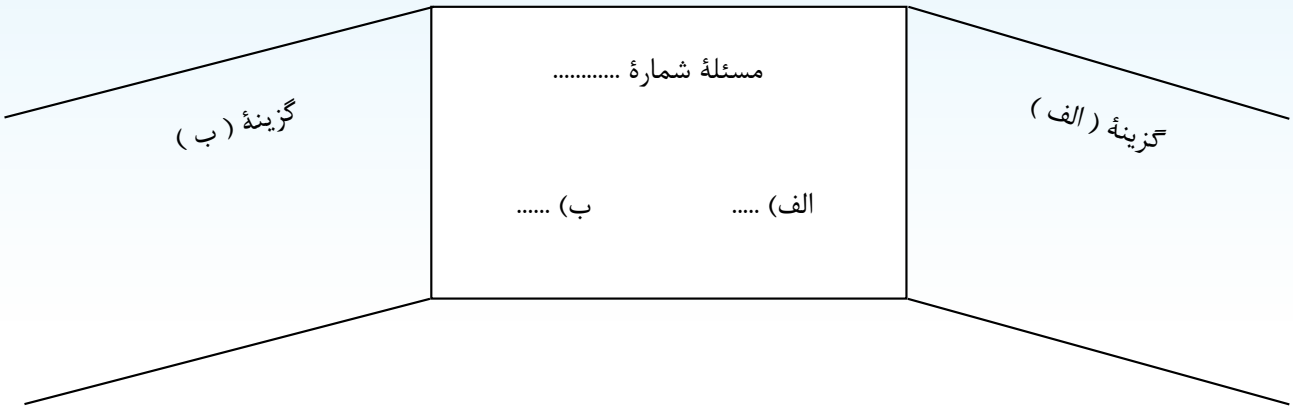
زهره پندی، سپیده چمن‌آرا
عکس از غلامرضا بهرامی

گزارش دیدار با دانش‌آموزان مدرسهٔ راهنمایی باقرالعلوم شهر ری

روز سه‌شنبه ۱ اردیبهشت ۱۳۹۲؛ به نمایندگی از سوی مجلهٔ برهان راهنمایی (متوسطه (۱))، مهمان مدرسهٔ باقرالعلوم شهر ری بودیم و ساعتی را با چند تن از دانش‌آموزان کلاس دوم راهنمایی این مدرسه گذراندیم: محمدحسین اسحاقی، علی محمدزاده اصل، رضا نوروزی فرد، امیرحسین شهبازی، سامان الهی، محمد رمضانی، امیر محمد سرایی، پوریا مهرابی، محمد کیانی، علی هلالی و محمدعلی دُرده. با هم سخن گفتیم، مسئله حل کردیم و پیرامون استدلال‌ها و توصیه‌هایی که آن‌ها برای حل مسئله‌ها داشتند گفت‌وگو کردیم. در این‌جا اولین گزارش این بحث و گفت‌وگو آمده است. گزارش دیگری هم آماده شده است که در شمارهٔ بعدی مجله خواهد آمد.

برای آنکه باب گفت‌وگو با دانش‌آموزان را باز کنیم، با خودمان هشت مسئلهٔ دو گزینه‌ای برده بودیم و طرحی از یک بازی که در خلال آن، هم این مسئله‌ها حل می‌شد و هم بحث و تبادل‌نظر صورت می‌گرفت.

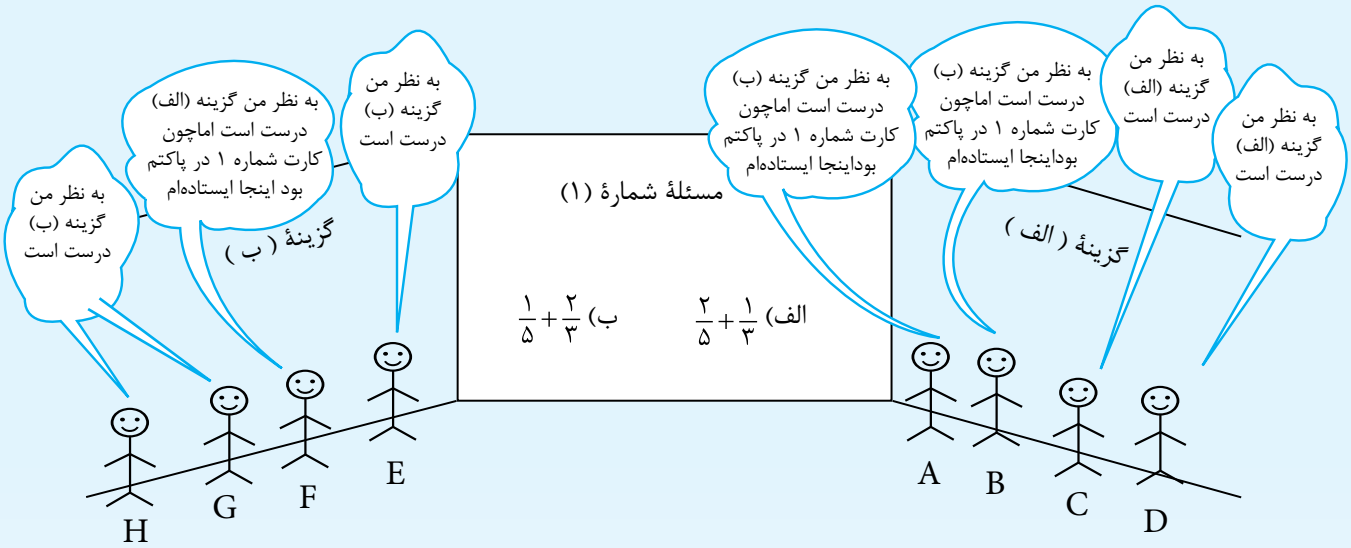
بازی به این شکل بود:



- یک دیوار به گزینهٔ «الف» و دیوار مقابل آن به گزینهٔ «ب» اختصاص داشت.
- پاکتی حاوی چند کارت به هریک از دانش‌آموزان دادیم که روی کارت، شمارهٔ یک مسئله نوشته شده بود.
- مسئله‌ها یکی پس از دیگری مطرح می‌شدند و شمارهٔ مسئله و دو گزینهٔ آن روی تخته نوشته می‌شد.
- پس از طرح هر مسئله فرصتی برای حل آن به صورت فردی و انتخاب گزینهٔ درست در اختیار دانش‌آموزان قرار می‌گرفت.

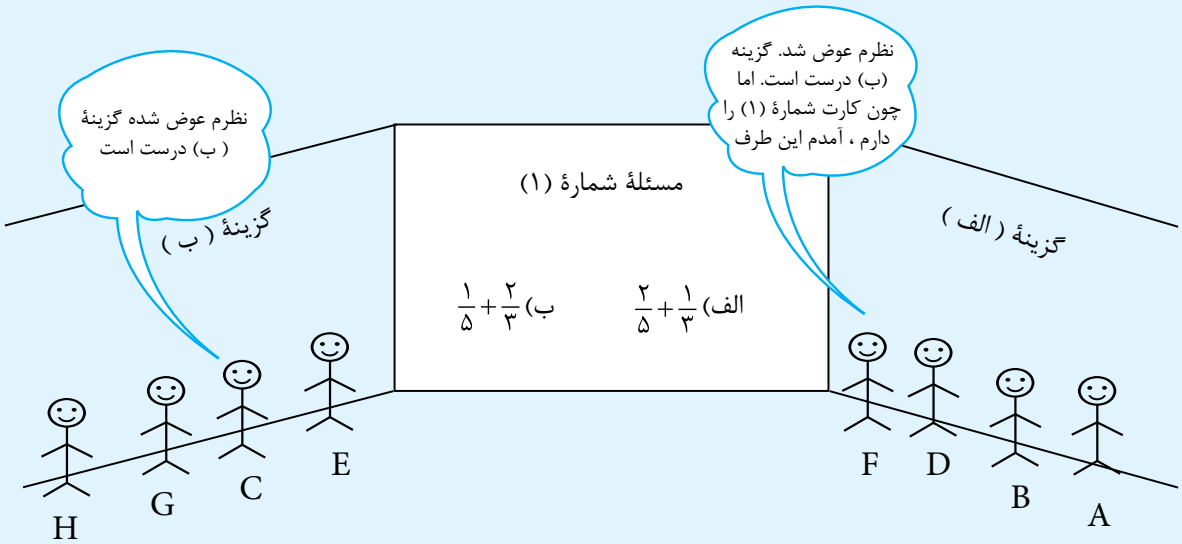
- پس از پایان این فرصت، هرکس بدون آنکه دیگران کارت‌هایش را ببینند، شمارهٔ کارت‌هایش را نگاه می‌کرد: آنگاه، اگر کارت مربوط به شمارهٔ مسئله طرح شده را نداشت، دانش‌آموز کنار دیوار **مربوط به گزینه‌ای که فکر می‌کرده پاسخ درست مسئله است** می‌ایستاد.
- اگر کارت مربوط به شمارهٔ مسئله طرح شده را داشت، کنار دیوار **مقابل گزینه‌ای که فکر می‌کرده پاسخ درست است** می‌ایستاد.

بدین ترتیب مثلاً بعد از طرح مسئلهٔ شمارهٔ ۱ بچه‌ها به این صورت کنار دیوارها ایستاده بودند:

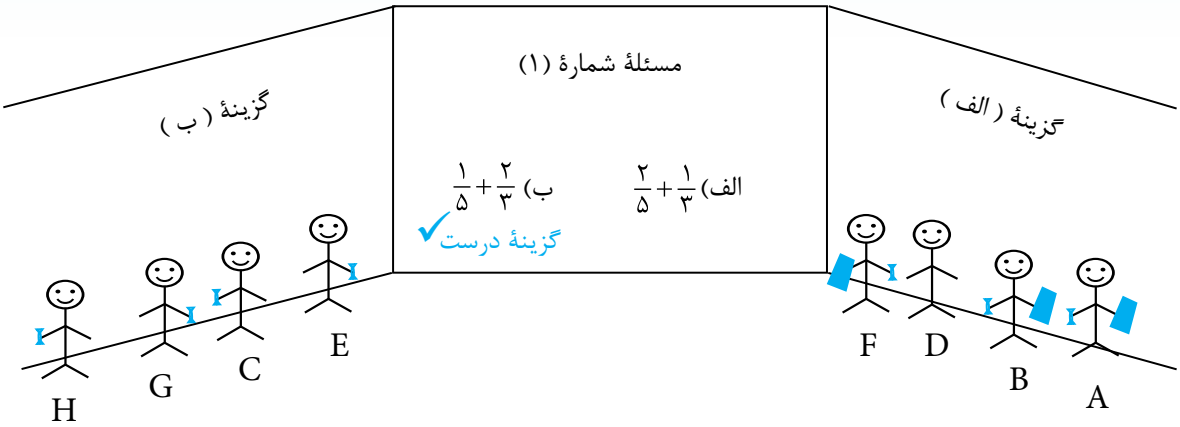


در این مرحله فرصتی در اختیار بچه‌ها قرار می‌گرفت تا دلیل یا توجیه خود را برای درست بودن گزینه‌ای که کنار دیوار مربوط به آن ایستاده‌اند، بیان کنند. البته چون قرار نبود کسی بفهمد که مثلاً انتخاب واقعی دانش‌آموز A گزینهٔ «ب» بوده است نه «الف»، او باید سعی می‌کرد که همان گزینهٔ الف را توجیه کند!

در این فرصت و با شنیدن دلایل دیگران، برخی از بچه‌ها نظرشان را تغییر می‌دادند و جایشان را عوض می‌کردند. مثلاً پس از طرح بحث دربارهٔ مسئلهٔ ۱، بچه‌ها به این صورت کنار دیوارها ایستاده بودند:



- در پایان از دانش‌آموزان می‌خواستیم کارت‌هایشان را نشان دهند. پاسخ درست اعلام می‌شد و دانش‌آموزانی که گزینهٔ درست را انتخاب کرده بودند، از برهان شکلات می‌گرفتند. سپس بازی حل مسئله با طرح مسئلهٔ بعدی ادامه می‌یافت. مثلاً در مورد مسئلهٔ (۱) فقط دانش‌آموز (D) شکلات نگرفت! چرا؟



برای مسئلهٔ ۷، در فرصتی که دانش‌آموزان باید دلایل خود را برای انتخابشان می‌گفتند، **محمدزاده** که در (ب) ایستاده بود، دلیل آورد: «چون ۴۸ زوج است». بعداً فهمیدیم که او کارت ۷ را داشته و باید در گزینهٔ غلط می‌ایستاده است، ولی چون باید درستی همان گزینهٔ غلط را توجیه می‌کرد، ناچار شده بود دلیل نامرتبطی بیاورد!

سرایی در (ب) ایستاده بود. دلیلی که آورد، در واقع برای الف بود نه برای ب! شاید به این دلیل که ماهیت سؤال قدری پیچیده بود: کدام عدد نمی‌تواند ...، پس باید عددی که بیان می‌شد، عددی می‌بود که نسبت تعداد اعداد فرد نبود. از طرف دیگر، اگر کارت ۷ را داشتیم، در واقع باید جایی می‌ایستادیم که نسبت تعداد اعداد فرد به کل اعداد بود. این کمی، اوضاع را پیچیده می‌کرد!

به همین دلیل، **دُرده** اصلاً گزینه‌ها را نمی‌پذیرفت. او می‌گفت هر دو درست است، چون اصلاً نسبت اعداد فرد به کل اعداد، ۵۰ درصد است. با مثالِ ۳، ۲، ۱، و نسبتِ $\frac{۲}{۳}$ ، فوراً به اشتباهش پی برد.

مسئله‌هایی که در این گفت‌وگو مطرح شدند، در ادامه آورده‌ایم. بیشتر این مسئله‌ها از میان مسئله‌های مسابقهٔ ریاضی کانگورو انتخاب شده‌اند.

۱. کدام بزرگ‌تر است؟

الف) $\frac{۲}{۵}+\frac{۱}{۳}$ ب) $\frac{۱}{۵}+\frac{۲}{۳}$

۲. می‌دانیم: $\frac{۱۱۱۱}{۱۰۱}=۱۱$ مقدار $\frac{۶۶۶۶}{۳۰۳}+\frac{۳۳۳۳}{۱۰۱}$ کدام است؟

الف) ۵۵ ب) ۹۹

۳. نسبت جرم نمک به آب در یک محلول آب نمک ۵ به ۲۵ است. جرم نمک در یک کیلوگرم از این محلول را بر حسب گرم به دست آورده‌ایم. عدد به دست آمده عددی صحیح ...

الف) است　　ب) نیست

۴. کوچک‌ترین عددی که حاصل‌ضرب رقم‌های آن برابر ۲۴ است، حاصل‌جمع رقم‌هایش برابر است با:

الف) ۱۱　　ب) ۱۰

۵. در یک کیسه دو تیلهٔ قرمز، سه تیلهٔ آبی، دو تیلهٔ سفید، چهار تیلهٔ سبز و سه تیلهٔ سیاه ریخته‌ایم. تیله‌ها را یکی یکی و بدون نگاه کردن به داخل کیسه، از کیسه در می‌آوریم و کنار می‌گذاریم. اگر بخواهیم مطمئن باشیم که دست کم دو تیلهٔ هم‌رنگ بیرون آورده شده‌اند، حداقل چند تیله باید از کیسه بیرون بیاوریم؟

الف) ۱۰　　ب) ۶

۶. کدام عدد نمی‌تواند میانگین تعداد بچه‌های پنج خانواده باشد؟

الف) ۲/۴　　ب) ۲/۵

۷. چند عدد طبیعی متوالی نوشته‌ایم. کدام عدد نمی‌تواند درصد تعداد عددهای فردی که نوشته‌ایم نسبت به تعداد کل عددهای نوشته شده باشد؟

الف) ۴۵　　ب) ۴۸

شعبده‌های ریاضی آقای شبّده‌چی

بهزاد اسلامی مسلّم

کلیدواژه‌ها: سرگرمی‌های ریاضی، شعبده‌های ریاضی

در شماره‌های سال گذشتهٔ برهان، با آقای شبده‌چی آشنا شدید. از زبان خودش شنیدیم که گفت: «من شعبده‌بازی می‌کنم، اما نه از این شعبده‌بازی‌های پیش پا افتاده و ساده! شعبده‌های من، شعبده‌های ریاضی هستند!». در شماره‌های امسال هم‌چنان قرار است با آقای **شبّده‌چی** همراه باشیم، شعبده‌های ریاضی او را ببینیم و سعی کنیم رازشان را کشف کنیم.

آقای **شبّده‌چی**، شعبده‌باز معروف در یک مهمانی حاضر شده بود. مهمان‌ها می‌دانستند او در اجرای شعبده‌های ریاضی سرگرم‌کننده مهارت دارد. پس از او خواستند چشمه‌ای از مهارت‌های باورنکردنی‌اش را نشان دهد.

آقای **شبّده‌چی** گفت: «با کمال میل! در خدمتم. شعبدهٔ امشب از این قرار است: یکی از شما باید عددی دو رقمی انتخاب کند، اما به من نگوید چه عددی، آن عدد را به توان ۳ برساند و حاصل را به من بگوید. من فوراً می‌گویم چه عددی را انتخاب کرده است! می‌توانید از این ماشین‌حساب هم استفاده کنید.»

یکی از حاضران عدد ۲۳را انتخاب کرد. آن را با ماشین‌حساب به توان ۳ رساند؛ یعنی حاصل ۲۳×۲۳×۲۳ را پیدا کرد:

۲۳×۲۳×۲۳=۱۲۱۶۷

و عدد ۱۲۱۶۷ را به آقای **شبّده‌چی** گفت. آقای **شبّده‌چی** سرفه‌ای کرد و گفت: «عدد شما ۲۳ بوده است!»

چند بار دیگر هم این کار تکرار شد و هر بار آقای **شبّده‌چی** در شعبده‌بازی‌اش موفق بود. یکی از حاضران گفت: «خب کاری ندارد که! شما عددهای دورقمی به توان ۳ را قبلاً حساب کرده‌اید و آن‌ها را حفظ کرده‌اید!»

آقای **شبّده‌چی** پاسخ داد: «عجب! یعنی حافظهٔ من این‌قدر خوب است؟ اگر این‌طور باشد باید خیلی خیلی خوش‌حال باشم، چون در این صورت توانسته‌ام حدود ۴۰ عدد پنج‌رقمی و ۵۰ عدد شش‌رقمی را حفظ کنم! به جان بچه‌هایم قسم می‌خورم که من **این همه عدد** را حفظ نکرده‌ام.»

و همه متوجه شدند که آقای **شبّده‌چی** عبارت «این همه عدد» را با تأکید بیان کرد، اما سر در نیاوردند که منظورش از این تأکید چه بوده است.

یکی دیگر از حاضران رو کرد به **شبّده‌چی** و گفت: «راستی آقای **شبّده‌چی**! آیا شما برعکس همین کار را هم می‌توانید انجام دهید؟ یعنی اگر عددی دورقمی به شما بدهیم، می‌توانید به همین سرعت آن را به توان ۳ برسانید؟»

شبّده‌چی به جای پاسخ به این پرسش، با صدای بلند گفت: «به‌به! شام هم که حاضر شد! چه‌قدر به موقع!»

***

آیا شما هم می‌توانید این شعبده را اجرا کنید؟ آیا می‌توانید در زمانی کمتر از ۱۰ ثانیه بگویید چه عدد دورقمی‌ای را اگر به توان ۳ برسانیم، حاصل می‌شود ۳۲۸۵۰۹؟

در ادامه، دو راهنمایی آورده‌ایم که شاید به شما در یافتن راز این شعبده کمک کنند.

راهنمایی ۱. هر عدد دورقمی، دو رقم دارد! آقای **شبّده‌چی** باید یکان و دهگان را پیدا کند. پس لزومی ندارد که روش **شبّده‌چی** برای پیدا کردن یکان، همان روش یافتن دهگان باشد.

راهنمایی ۲. در جدول زیر، چند عدد دورقمی انتخاب کرده‌ایم و به توان ۳ رسانده‌ایم. شاید توجه به این جدول و آوردن مثال‌هایی دیگر، برای یافتن راز شعبده‌بازی مفید باشد.

عدد	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳
عدد به توان ۳	۱۰۰۰	۱۳۳۱	۱۷۲۸	۲۱۹۷	۲۷۴۴	۳۳۷۵	۴۰۹۶	۴۹۱۳	۵۸۳۲	۶۸۵۹	۸۰۰۰	۹۲۶۱	۱۰۶۴۸	۱۲۱۶۷

ریاضیات و مسئله

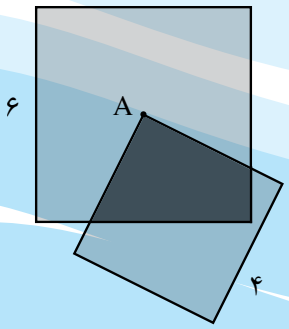
کی می‌تونه حل کنه؟

بهزاد اسلامی مسلّم

۱. روز اول عید همهٔ نوه‌های مامان‌بزرگ به خانه‌اش رفته بودند. مامان‌بزرگ ظرفی پر از سیب و پرتقال داشت و آن‌ها را با دست‌های خودش تقسیم کرد. البته او توجه نمی‌کرد که به هریک چند تا سیب می‌دهد و چند تا پرتقال، ولی به نوه‌ها تعداد مساوی میوه رسید. علی یکی از نوه‌های مامان‌بزرگ است. سهم او از میوه‌های ظرف $\frac{۱}{۸}$ همهٔ سیب‌ها و $\frac{۱}{۱۰}$ همهٔ پرتقال‌ها بود. مامان‌بزرگ چند تا نوه دارد؟ چرا؟

۲. دو سطل داریم: یکی ۵ لیتری و دیگری ۳ لیتری. در کنار شیر آب ایستاده‌ایم و هرقدر بخواهیم می‌توانیم با استفاده از این شیر، آب برداریم. می‌خواهیم در یکی از این دو ظرف، دقیقاً ۴ لیتر آب داشته باشیم. چه‌طور این کار را بکنیم؟

۳. در مسابقات دوی سرعت مدرسه، رتبه‌های اول تا چهارم به **مریم، مهدیه، سارا و الهام** رسید. جمع رتبه‌های مریم، مهدیه و الهام برابر ۶ شد. جمع رتبه‌های مهدیه و سارا هم برابر ۶ شد. ضمناً رتبهٔ مهدیه از رتبهٔ مریم بالاتر بود. رتبهٔ هریک از این چهار نفر چه بود؟ چرا؟



۴. در شکل زیر، مربعی به ضلع ۴ و مربعی به ضلع ۶ می‌بینید. نقطهٔ A مرکز مربع بزرگ‌تر است. مساحت قسمت مشترک این دو مربع را بیابید.

پاسخ مسئله‌ها را حداکثر تا آخر فصل پاییز به آدرس مجله بفرستید.
پس از آن می‌توانید پاسخ صحیح را در سایت مجله بیابید.

پروندهٔ شخصی حل مسئله (تقارن)

جعفر اسدی گرمارودی

کلیدواژه‌ها: حل مسئله، راهبردهای حل مسئله، تقارن

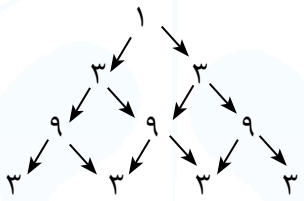
اشاره

در شماره‌های گذشته، با ارائهٔ مسئله‌هایی نحوهٔ تشکیل پروندهٔ شخصی حل مسئله را توضیح دادیم. در این شماره این موضوع را با تأکید بر یکی از موضوعات هندسی به نام تقارن بررسی می‌کنیم.

بهره‌گیری از تقارن در حل مسئله

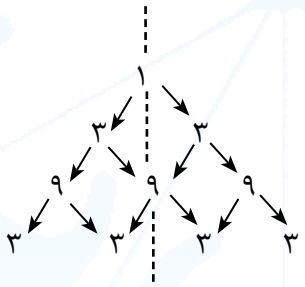
در کلاس پنجم ابتدایی با تقارن آشنا شدیم. می‌خواهیم ببینیم اگر در مسئله‌ای تقارن وجود داشته باشد، چگونه می‌توانیم از این ویژگی در حل آن مسئله استفاده کنیم. بگذارید با ارائهٔ یک مسئله، موضوع را مورد بررسی قرار دهیم.

مسئلهٔ ۱. با دنبال کردن پیکان‌ها در شکل زیر به چند طریق می‌توانیم عدد ۱۳۹۳ را به دست آوریم؟



حل: به نظر می‌رسد برای حل این مسئله می‌بایست تک‌تک پیکان‌ها را دنبال کنیم و تعداد عددهای ۱۳۹۳ را بشماریم. آیا می‌توانیم شمارش را کمتر کنیم؟

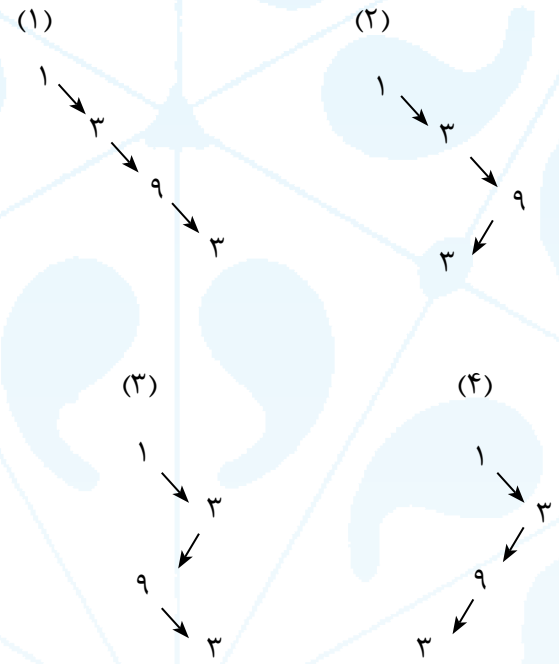
همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، جهت حرکت پیکان‌ها و نمایش آن‌ها دارای تقارن است.



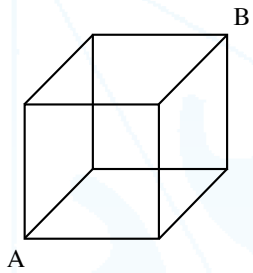
تقارن شکل به ما این اطمینان را می‌دهد که تعداد ۱۳۹۳ها در دو نیمهٔ شکل با هم برابر است. حالا به شمارش یک نیمه می‌پردازیم. (شکل صفحه مقابل)

در نیمهٔ سمت راست، ۴ تا ۱۳۹۳ وجود دارد. پس ۸=۲×۴، یعنی ۸ تا ۱۳۹۳ در کل به دست می‌آید.

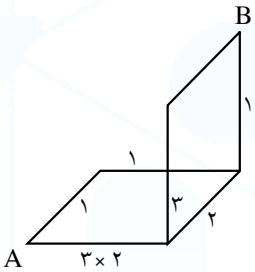
بهره‌گیری از تقارن مقدار کار لازم و زمان مورد نیاز برای رسیدن به جواب را کاهش می‌دهد و در مسئلهٔ حل شده خطای شمارش را کمتر می‌کند. اگر موافق باشید، حل ۲ مسئلهٔ دیگر را بررسی کنیم. مسئلهٔ ۳ را قبلاً در شمارهٔ ۶۳ (بهار ۹۱) در سؤالات مسابقهٔ ریاضی استرالیا دیده بودیم.



مسئلهٔ ۲. تعداد کوتاه‌ترین مسیرهایی که برای رسیدن از رأس A بـه رأس B با گذر از روی لبه‌های مکعب وجود دارد، چند تاست؟

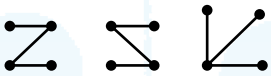


حل: در این مسئله نیز می‌خواهیم از تقارن استفاده کنیم، بنابراین شکل را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم. چون مکعب از ۶ وجه تشـکیل شده، پس هر نیمه سه وجه دارد که در شکل زیر نشان داده شده است.



همان‌طور که در شکل مشاهده می‌کنیم، سه مسیر وجود دارد؛ بنابراین ۶=۲×۳، ۶ مسیر مختلف از نقطهٔ A به B وجود دارد.

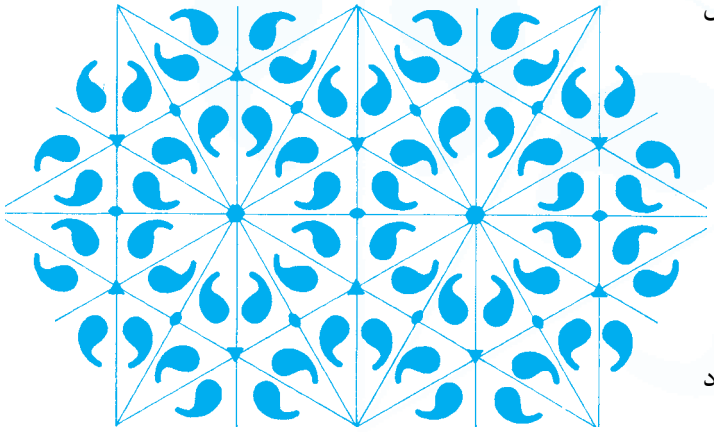
مسئلهٔ ۳. کتایون می‌خواهد با استفاده از یک زبان جدید، یک داسـتان طنز بنویسد. شکل حروف الفبای زبان جدیدش، تنهـا از سـه پاره‌خط که ۴ نقطـه را به هم وصـل می‌کنند، تشکیل شده اسـت. این چهار نقطه گوشـه‌های یک مربع‌اند و هـر پاره‌خط ۲ نقطه را به هم متصـل می‌کند. در هریک از حروف، شـکل پاره‌خط‌ها طوری است که بدون برداشتن مداد از روی کاغـذ، می‌توان آن‌ها را رسـم کرد. سـه نمونه از این حروف در شکل زیر نمایش داده شده است.



کتایون در الفبای جدید خود، چند حرف می‌تواند داشـته باشد؟

حـل: بـه ۴ نقطـه‌ای که در گوشـهٔ مربع هسـتند دقت می‌کنیـم. می‌دانیـم مربـع دارای ۴ خط تقارن اسـت. پس می‌توانیم به جای شـمارش تک‌تک حروف، از تقارن برای حل این مسـئله کمک بگیریم. با توجه به شرایط مسئله تنها چهار حرف ممکن می‌توان ساخت:

هر کدام از حرف‌ها دارای تقارن نیز هسـت که تقارن‌های آن نیز خود، حرف محسوب می‌شوند؛ بنابراین ۱۶=۴×۴ حرف داریم.



جعفر ربانی

معمّاهای الگوریتمی

دکتر محمد قدسی

مهندس یاشار گنجعلی

انتشارات فاطمی،

چاپ سوم، ۱۳۹۱

۸۰۰۰ تومان

«معماهای الگوریتمی» را مسئولان محترم مجله برای معرفی به من پیشنهاد کردند و هنگامی‌که آن را از نظر گذراندم و قسمت‌هایی از آن را خواندم، تعجب کردم و از خودم پرسیدم که این کتاب تا چه حد می‌تواند برای دانش‌آموزان مثل شما مفید و قابل استفاده باشد؛ زیرا در آن مسائل یا معماهایی هست که در سطحی بسیار بالاتر از عموم دانش‌آموزان دورهٔ اول متوسطه (یا شماها که هنوز سال سوم راهنمایی را می‌گذرانید) قرار دارد. به هر حال با مرور بیشتر در کتاب، در مجموع به این نتیجه رسیدیم که کتاب مفیدی است؛ به‌خصوص که نویسندگان کتاب در مقدمه اشاره کرده‌اند که آن را برای دانش‌آموزان نوشته‌اند که علاقه‌مند به شرکت در المپیادهای رایانه هستند.

و اما ببینیم محتوای کتاب «معماهای الگوریتمی» چیست؟

کلمهٔ الگوریتم از واژه‌های کلیدی در آموش علم کامپیوتر یا رایانه است که در آن معمولاً برای حل هر مسئله شما باید یک «راه‌حل الگوریتمی» تهیه کنید؛ بر خلاف مسائل عادی در درس‌های دیگر که معمولاً با یک یا چند فرمول از پیش تعیین‌شده، آن‌ها را حل می‌کنید. پس بهتر است بگوییم «راه‌حل الگوریتمی» یا «تفکر الگوریتمی» خودبه‌خود معمّاگونه است و به مقداری ـ کم یا زیاد ـ هوش و خلاقیت و ابتکار نیاز دارد. همین امر البته باعث جاذبهٔ این‌گونه مسائل می‌شود.

کتاب «معماهای الگوریتمی» حاوی ۷۳ مسئله یا معمای الگوریتمی است که همه به صورت «داستان» بیان شده است و همین «ویژگی برجسته» است که بی‌تردید شما را به خواندن این کتاب، حتی اگر نتوانید به معمّاها یا مسائل جواب دهید، جلب و جذب می‌کند. در واقع همین که شما یک ماجرای پیچیده را به صورت داستان بخوانید، بدون این‌که بخواهید راز و رمز آن ماجرا را بدانید، به تنهایی می‌تواند جالب و برانگیزنده باشد. کتاب موردنظر از این نظر بسیار مناسب است. ضمن این‌که شما هنگام مطالعه با بسیاری از واژه‌ها و اصلاحات علمی، ادبی، فنی و .... هم آشنا می‌شوید.

توصیهٔ نگارنده به شما دانش‌آموزان عزیز که این کتاب را تهیه خواهید کرد در این مورد چند چیز است:

در مرحلهٔ اول سعی کنید داستان‌ها را بخوانید و از آن‌ها لذت ببرید.

در مرحلهٔ بعد تلاش کنید چند مسئله از ساده‌ترین مسائل یا معمّاها را حل کنید؛ حتی با استفاده از راهنمایی آن‌ها در بخش دوم کتاب.

در سومین مرحله، از معلم ریاضی خود یا از آشنایان خود که به مسائل ریاضی علاقه‌مند هستند بخواهید، تعداد اندکی از این مسئله‌ها را برای حل، به شما پیشنهاد دهند.

و بالاخره، کتاب را نگه دارید برای سال‌های آینده؛ سال‌هایی که احتمالاً در آزمون‌های المپیاد شرکت خواهید کرد، حتی برای زمانی که دانشجو خواهید شد و چه بسا به رشته‌ای وارد شوید که با مسائل این کتاب ارتباط دارد. این کتاب همواره برای شما جالب و دوست‌داشتنی خواهد بود. در پایان دو مسئلهٔ ۶۴ و ۶۷ از کتاب معماهای الگوریتمی را که به نظر من ساده‌ترین مسائل کتاب است، برای شما می‌آورم تا با کتاب آشنایی بیشتری پیدا کنید:

۶۴. درون کیسه‌ای در یک اتاق تاریک ۲۴ توپ قرمز و ۲۴ توپ آبی وجود دارد. شخصی ورد اتاق می‌شود و دست درون کیسه می‌کند (البته توپ‌ها کاملاً مثل هم‌اند و دیده هم نمی‌شوند). این شخص حداقل چند توپ را باید از کیسه بیرون بیاورد تا مطمئن شود ۲ توپ هم‌رنگ برداشته است؟

۶۷. فرض کنید ۲۰ سکه در اختیار دارید که بعضی از آن‌ها تقلبی و بعضی واقعی هستند. وزن هر سکه واقعی بین ۱۱ تا ۱۱/۱ گرم و وزن هر سکهٔ تقلبی بین ۱۰/۶ تا ۱۰/۷ گرم است. آیا می‌توانید به کمک یک «ترازوی یک‌کفه‌ای» با ۱۵ بار توزین تشخیص دهید که کدام‌یک از سکه‌ها واقعی و کدام‌یک تقلبی است؟ چگونه؟

سؤال‌های مسابقهٔ ریاضی استرالیا

(پایهٔ دوم و سوم راهنمایی) ۱۲ مرداد ۱۳۹۱

ترجمه: سپیده چمن‌آرا

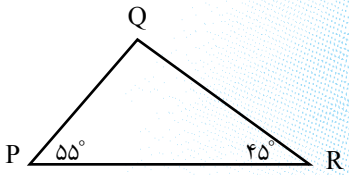
کلیدواژه‌ها: مسابقهٔ ریاضی استرالیا

پرسش‌های ۱ تا ۱۰ هر کدام ۳ امتیاز دارند.

۱. حاصل عبارت ۱۰۲+۱+۲-۹۹ کدام است؟

الف) ۰ ب) ۱۰۰ پ) ۱۹۸
ت) ۲۰۰ ث) ۲۰۲

۲. اندازهٔ زاویهٔ Q چند درجه است؟



الف) ۴۰ ب) ۵۵ پ) ۶۰
ت) ۸۰ ث) ۹۰

۳. دیروز از ساعت '۹:۴۵ صبح تا '۳:۱۰ بعدازظهر باران بارید. چه مدت بارش باران طول کشیده است؟

الف) ۳ ساعت و ۲۵ دقیقه
ب) ۳ ساعت و ۳۵ دقیقه
پ) ۵ ساعت و ۲۵ دقیقه
ت) ۶ ساعت و ۲۵ دقیقه
ث) ۶ ساعت و ۳۵ دقیقه

۴. حاصل عبارت زیر کدام است؟

۸×۳/۱=؟

الف) ۱۱/۱ ب) ۱۶/۸
پ) ۸/۳۱ ت) ۲۴/۱ ث) ۲۴/۸

۵. برای پرداخت قبض ۹/۴۵دلاری، یک اسکناس ۲۰ دلاری داده‌اید. چه‌قدر باید پس بگیرید؟

الف) ۱۰/۵۵ دلار ب) ۱۰/۴۵ دلار
پ) ۱۱/۵۵ دلار ت) ۹/۵۵ دلار
ث) ۱۰/۶۵ دلار

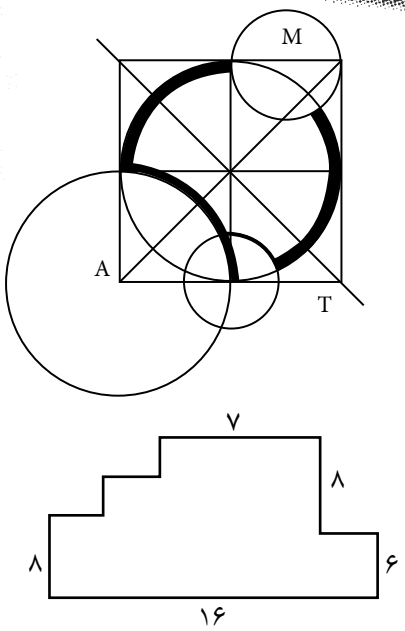
۶. $\frac{۳}{۵}$ عددی ۴۸ است. آن عدد کدام است؟

الف) ۵۴ ب) ۶۰ پ) ۶۴
ت) ۸۰ ث) ۸۴

۷. کدام گزینه به عدد ۱۰۰ نزدیک‌تر است؟

الف) ۹۹+۲/۰۱ ب) ۹۸+۳/۰۱۱
پ) ۹۸+۴/۰۱۱۱ ت) ۱۰۱-۱/۰۱
ث) ۱۰۲-۲/۰۱۱

۸. تمام زاویه‌های داخلی در شکل بالا قائمه هستند و اندازهٔ اضلاع بر حسب متر نوشته شده است. محیط این شکل چند متر است؟



الف) ۴۵ ب) ۶۰ پ) ۳۴
ت) ۹۰ ث) نمی‌توان محاسبه کرد.

۹. اگر $\frac{۵}{۹}$ جمعیت کودکان مهدکودکی، پسر و بقیه دختر باشند، نسبت تعداد پسران به دختران چه‌قدر است؟

الف) $\frac{۴}{۹}$ ب) $\frac{۴}{۵}$ پ) $\frac{۵}{۴}$
ت) $\frac{۹}{۴}$ ث) $\frac{۵}{۹}$

۱۰. ۶ را بر چه عددی تقسیم کنیم که حاصل تقسیم $\frac{۱}{۳}$ باشد؟

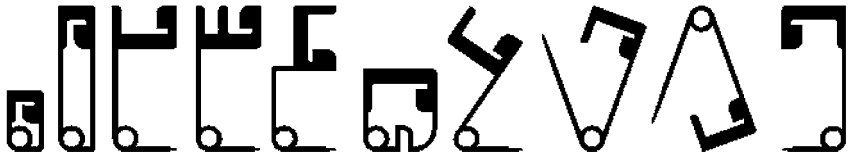
الف) ۱۸ ب) $\frac{۱}{۲}$ پ) $\frac{۱}{۱۸}$
ت) ۲ ث) ۹

پاسخ در صفحهٔ ۴۵

راز شعبده

از صفحه‌های ۳۸و ۳۹ همین شماره

بهزاد اسلامی مسلّم



روش یافتن رقم یکان:

- اگر یکان عددی یکی از ارقام ۰، ۱، ۴، ۵، ۶ و ۹ باشد، آن‌گاه یکان مکعبش برابر همان رقم است.
- اگر یکان عددی ۲ باشد، آن‌گاه یکان مکعب آن عدد برابر ۸ است.
- اگر یکان عددی ۳ باشد، آن‌گاه یکان مکعب آن عدد برابر ۷ است.
- اگر یکان عددی ۷ باشد، آن‌گاه یکان مکعب آن عدد برابر ۳ است.
- اگر یکان عددی ۸ باشد، آن‌گاه یکان مکعب آن عدد برابر ۲ است.

برای راحتی می‌توان از جدول زیر استفاده کرد:

یکان مکعب عدد		یکان عدد
۰	→	۰
۱	→	۱
۴	→	۴
۵	→	۵
۶	→	۶
۹	→	۹

رقم‌های که یکانشان تغییر می‌کند:

یکان مکعب عدد		یکان عدد
۸	→	۲
۲	→	۸
۷	→	۳
۳	→	۷

روش یافتن رقم دهگان:

اگر رقم دهگان عدد انتخاب‌شده ۱ باشد،آن عد حداقل برابر ۱۰ است و از ۲۰ کمتر است. پس مکعبش حداقل برابر $۱۰^۳$، یعنی ۱۰۰۰ است و از $۲۰^۳$ ، یعنی ۸۰۰۰ کمتر است.

اگر رقم دهگان عدد انتخاب‌شده ۲ باشد، آن عدد حداقل برابر ۲۰ است و از ۳۰ کمتر است. پس مکعبش حداقل برابر $۲۰^۳$ است و از $۳۰^۳$ کمتر است.

در مورد بقیهٔ دهگان‌ها نیز چنین حرف‌هایی می‌توانیم بزنیم. پس برای پیدا کردن دهگان کافی است ببینیم مکعب عد، بین کدام‌یک از دو عدد زیر قرار دارد:

$۱۰^۳$، $۲۰^۳$، $۳۰^۳$، $۴۰^۳$، $۵۰^۳$، $۶۰^۳$، $۷۰^۳$، $۸۰^۳$، $۹۰^۳$، $۱۰۰^۳$

با استفاده از جدول زیر، کار راحت می‌شود:

مکعب عدد	دهگان عدد
از ۱۰۰۰ کوچک‌تر نیست، ولی از ۸۰۰۰ کوچک‌تر است.	۱
از ۸۰۰۰ کوچک‌تر نیست، ولی از ۲۷۰۰۰ کوچک‌تر است.	۲
از ۲۷۰۰۰ کوچک‌تر نیست، ولی از ۶۴۰۰۰ کوچک‌تر است.	۳
از ۶۴۰۰۰ کوچک‌تر نیست، ولی از ۱۲۵۰۰۰ کوچک‌تر است.	۴
از ۱۲۵۰۰۰ کوچک‌تر نیست، ولی از ۲۱۶۰۰۰ کوچک‌تر است.	۵
از ۲۱۶۰۰۰ کوچک‌تر نیست، ولی از ۳۴۳۰۰۰ کوچک‌تر است.	۶
از ۳۴۳۰۰۰ کوچک‌تر نیست، ولی از ۵۱۲۰۰۰ کوچک‌تر است.	۷
از ۵۱۲۰۰۰ کوچک‌تر نیست، ولی از ۷۲۹۰۰۰ کوچک‌تر است.	۸

مثال: اگر مکعب عدد برابر ۳۰۰۷۶۳ باشد، یکان عدد برابر است با ۷. ضمناً دهگانش برابر است با ۶، زیرا ۳۰۰۷۶۳ از ۲۱۶۰۰۰ کوچک‌تر نیست، ولی از ۳۴۳۰۰۰ کوچک‌تر است.

پاسخ سؤال‌های مسابقهٔ ریاضی استرالیا

(از صفحه ۴۳)

۱. ت

۲. ت

۳. پ

۴. ث

۵. الف

۶. ت

۷. با توجه به این‌که:

الف) ۹۹+۲/۰۱=۱۰/۰۱

ب) ۹۸+۳/۰۱۱=۱۰۱/۰۱۱

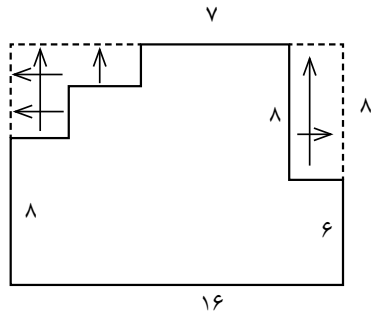
پ) ۹۷+۴/۰۱۱۱=۱۰۱/۰۱۱۱

ت) ۱۰۱-۱/۰۱=۹۹/۹۹

ث) ۱۰۲-۲/۰۱۱=۹۹/۹۸۹

پس نزدیک‌ترین عدد به ۱۰۰، گزینهٔ «ت» است که کمترین اختلاف را با عدد ۱۰۰ دارد.

۸. ب؛ زیرا با حرکت دادنِ پاره‌خط‌ها، مستطیل زیر حاصل می‌شود که اضلاع آن ۱۶ و ۱۴ متر است و لذا محیط آن، ۶۰= (۱۴+۱۶)×۲ متر است.



۹. پ؛ زیرا نسبت پسران به کل جمعیت، $\frac{۵}{۹}$ است. پس از هر ۹ نفر، ۴=۵-۹ نفر دختر و ۵ نفر پسر هستند. یعنی نسبت پسران به دختران $\frac{۵}{۴}$ است.

۱۰. الف؛ زیرا

$$۶ \div \frac{۱}{۳} = ۶ \times \frac{۳}{۱} = ۱۸$$

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های رشد توسط دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وابسته به وزارت آموزش‌وپرورش تهیه و منتشر می‌شود.

مجله‌های دانش آموزی
(به صورت ماه‌نامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

رشد کودک (برای دانش‌آموزان آمادگی و پایهٔ اول دورهٔ آموزش ابتدایی)
رشد نوآموز (برای دانش‌آموزان پایه‌های دوم و سوم دورهٔ آموزش ابتدایی)
رشد دانش‌آموز (برای دانش‌آموزان پایه‌های چهارم، پنجم و ششم دورهٔ آموزش ابتدایی)
رشد نوجوان (برای دانش‌آموزان دورهٔ آموزش متوسطه اول)
رشد جوان (برای دانش‌آموزان دورهٔ آموزش متوسطه دوم)

مجله های بزرگسال عمومی
(به صورت ماه‌نامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

◆ رشد آموزش ابتدایی ◆ رشد آموزش متوسطه ◆ رشد تکنولوژی آموزشی ◆ رشد مدرسه فردا ◆ رشد مدیریت مدرسه ◆ رشد معلم

مجله های بزرگسال و دانش‌آموزی تخصصی
(به صورت فصل‌نامه و چهارشماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

◆ رشد برهان ریاضی متوسطه اول (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه اول) ◆ رشد برهان ریاضی متوسطه دوم (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه دوم) ◆ رشد آموزش قرآن ◆ رشد آموزش معارف اسلامی ◆ رشد آموزش زبان و ادب فارسی ◆ رشد آموزش هنر ◆ رشد آموزش مشاور مدرسه ◆ رشد آموزش تربیت‌بدنی ◆ رشد آموزش علوم اجتماعی ◆ رشد آموزش تاریخ ◆ رشد آموزش جغرافیا ◆ رشد آموزش زبان ◆ رشد آموزش ریاضی ◆ رشد آموزش فیزیک ◆ رشد آموزش شیمی ◆ رشد آموزش زیست‌شناسی ◆ رشد آموزش زمین‌شناسی ◆ رشد آموزش فنی‌وحرفه‌ای و کار و دانش ◆ رشد آموزش پیش دبستانی

مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران، مربیان، مشاوران و کارکنان اجرایی مدارس، دانش‌جویان مراکز تربیت‌معلم و رشته‌های دبیری دانشگاه‌ها و کارشناسان تعلیم و تربیت تهیه و منتشر می‌شود.

◆ نشانی: تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شمارهٔ ۴ آموزش‌وپرورش، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی.
◆ تلفن و نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸ ـ ۰۲۱

گزارشی از فعـــ
ریاضی سال تحصیـ

مدارس راهنمایی دخترانه حضرت زینب (س) و آلومتک
ناحیه یک آموزش و پرورش استان قزوین
ارسال گزارش: ناهید نجفی فرد - معصومه بیرانوند

فعالیت۱: ساخت وسائل تزیینی با استفاده از اشکال و روابط ریاضی توسط دانش آموزان

اهداف :

۱- ایجاد ارتباط میان درس ریاضی و سایر دروس (هنر و ...)؛
۲- پرورش خلاقیت‌ها و مهارت‌های فردی؛
۳- ترمیم و ایجاد نگرش جدید دانش‌آموزان به درس ریاضی؛
۴- استفاده از اشکال و روابط ریاضی در زندگی روز مره به‌طور ملموس و عینی؛
۵- آموزش فرهنگ صرفه جویی؛
۶- کار و توجه به فعالیت‌های دستی.

در این فعالیت از دانش‌آموزان خواسته شد با توجه به اشکال و روابط که تا به حال در درس ریاضی آموخته‌اند، تجهیزات و وسایل تزیینی مانند دستبند ،انگشتر، گردنبند، تل و گوشواره و... تهیه کنند . البته توضیح داده شد که این کار با استفاده از وسایل و امکانات بسیار کم هزینه و حتی غیر قابل استفاده صورت گیرد. آنها از وسایلی مانند کاغذ و مقوا و طلق‌های رنگی و مهره‌های رنگی و سیم و ابر ومداد و ماژیک رنگی و... استفاده کردند.

حماسهٔ سیاسی و حماسهٔ اقتصادی
برگ اشتراک مجله‌های رشد

نحوهٔ اشتراک:
شما می‌توانید پس از واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت، شعبهٔ سه‌راه آزمایش کد ۳۹۵، در وجه شرکت افست از دو روش زیر، مشترک مجله شوید:
۱. مراجعه به وبگاه مجلات رشد به نشانی: www.roshdmag.ir و تکمیل برگهٔ اشتراک به همراه ثبت مشخصات فیش واریزی.
۲. ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شدهٔ اشتراک با پست سفارشی (کپی فیش را نزد خود نگه‌دارید).

◆ نام مجلات درخواستی:
.....
◆ نام و نام خانوادگی: .....
◆ تاریخ تولد: ..... ◆ میزان تحصیلات: .....
◆ تلفن: .....
◆ نشانی کامل پستی: .....
استان: ..... شهرستان: ..... خیابان: .....
پلاک: ..... شمارهٔ پستی: .....
شمارهٔ فیش بانکی: ..... مبلغ پرداختی: .....
◆ اگر قبلاً مشترک مجله بوده‌اید، شمارهٔ اشتراک خود را بنویسید:
.....
امضا:

● نشانی: تهران، صندوق پستی امور مشترکین: ۱۶۵۹۵/۱۱۱
● وبگاه مجلات رشد: www.roshdmag.ir
● اشتراک مجله: ۰۲۱-۷۷۳۳۶۶۵۶/۷۷۳۳۵۱۱۰/۷۷۳۳۹۷۱۳-۱۴

◆ هزینهٔ اشتراک یکساله مجلات عمومی (هشت شماره): ۳۰۰/۰۰۰ ریال
◆ هزینهٔ اشتراک یکساله مجلات تخصصی (چهار شماره): ۲۰۰/۰۰۰ ریال

ـــــالیتهای انجام شده در کلاس

ـــــلی ۹۲ـ ۱۳۹۱

گزارش

فعالیت ۲: طراحی اسم با استفاده از اشکال واعداد ریاضی

اهداف :

۱- ایجاد ارتباط میان درس ریاضی و سایر دروس (هنر و ...)؛

۲- پرورش خلاقیت ها وقوه تفکر؛

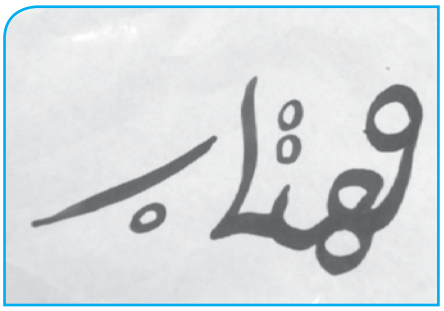
۳- تلطیف فضای درس ریاضی؛

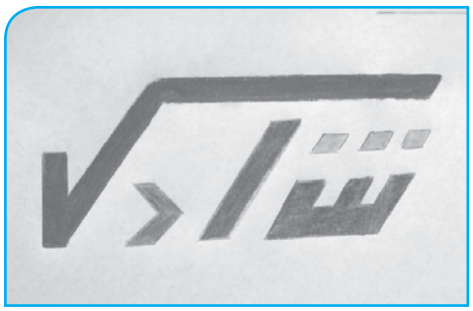
۴- استفاده از اشکال و روابط ریاضی در زندگی روزمره به‌طور ملموس و عینی؛

۵- آشنایی با طراحی آرم شرکت‌ها.

در این فعالیت از دانش‌آموزان خواسته شد با استفاده از اشکال و روابط، طراحی اسم کوچکشان را انجام دهند.

البته توضیح داده شد که اسامی طراحی شده باید در عین سادگی، به سهولت قابل خواندن باشند.



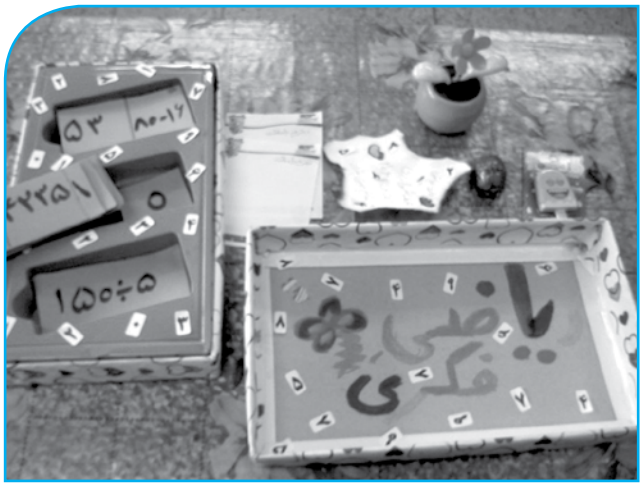


فعالیت ۳: طراحی و اجرای بازی و ریاضی

اهداف:

۱- پرورش خلاقیت وقوهٔ تفکر؛
۲- تلطیف فضای درس ریاضی؛
۳- استفاده از اشکال و روابط ریاضی در زندگی روزمره به‌طور ملموس و عینی؛
۴- توجه به کار و سرمایهٔ ایرانی؛
۵- افزایش اعتمادبه نفس؛
۶- پرورش روحیهٔ کار گروهی و مشارکت فکری.

در این فعالیت از دانش آموزان خواسته شد یک بازی و ریاضی را به صورت گروهی طراحی کنند. دانش‌آموزان در یک فرصت یک ماهه به بررسی روش‌ها و طرح‌های مختلف پرداختند و طی این مدت ضمن مشورت با دبیر مربوطه، نواقص کارهایشان را برطرف کردند. تنوع بازی‌ها بسیار جالب و دیدنی بود. هر گروه نحوهٔ بازی خود را در کلاس آموزش داده و با بازی‌های خود سرگرم شدند. افراد هر گروه ایده‌ها و نظراتشان را در کار ارائه می‌دادند. به این ترتیب دانش‌آموزان با اصول بازی‌سازی آشنا شدند .بچه‌ها در طراحی بازی‌ها از تزئینات هنری و کارهای دستی نیز استفاده کردند. قوانین طراحی شده برای هر بازی در یک برگهٔ راهنما ارائه شده بود. آنها در طراحی قوانین نهایت دقت را داشتند.



فعالیت ٤: هفت سین ریاضی

اهداف:

۱- تلطیف فضای آموزش ریاضی؛
۲- پیوند طبیعت و ریاضی؛
۳- آماده‌سازی تفکر دانش‌آموزان در نگاهی جدید به ریاضی

این فعالیت به صورت گروهی اجرا شد. هر گروه در استفاده از ظروف با اشکال هندسی با یکدیگر به رقابت پرداختند.

برخی نیز در انتخاب نام گروه از مفاهیم ریاضی و بهار استفاده کرده بودند. این نمایشگاه در یکی از چهارشنبه‌های پایانی اسفند ماه در دو آموزشگاه آلومتک و حضرت زینب(س) برگزار گردید و مورد استقبال قرار گرفت. تعدادی از مسئولین آموزش و پرورش استان نیز از این نمایشگاه بازدید به عمل آوردند. در پایان، گروه های برتر معرفی شده و جوایزی به آنها داده شد.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...

www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات