دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

بسم الله الرحمن الرحیم

رشد برهان ریاضی متوسطه اول

۷۲
فصل‌نامهٔ آموزشی، تحلیلی و اطلاع‌رسانی
دورهٔ بیستم / شمارهٔ ۷۲ / زمستان ۱۳۹۳

- **یادداشت سردبیر** ● یک داستان واقعی / سپیده چمن‌آرا / ۲
- **ریاضیات و مدرسه** ● روش سریع مقایسهٔ کسرها، همیشه هم سریع نیست! / بهزاد اسلامی مسلّم / ۳
  ● کمربندی برای زمین / آمنه ابراهیم‌زاده طاری / ۸ ● ضربِ ضربدری / بهزاد اسلامی مسلّم / ۱۰
- **از گذشته** ● هندسهٔ اسرارآمیز / ترجمه مهدیس ایلخانی / ۶
- **ریاضیات و فن‌آوری** ● ریاضی‌ورزی در محیط نرم‌افزار Excel / زهره پندی / ۱۴ ● ارتباطات بی‌سیم به کمک روش‌های دودی! / ابوالفضل طاهری / ۱۸ ● چگونه GPS بسازیم؟ تصور کنیم، GPS اختراع کنیم! / سارا ارشادمنش / ۲۱
- **ریاضیات و کاربرد** ● بالابرهای قیچی / حسین غفاری / ۲۴ ● رمزنویسی به کمک عدد پی / زهره پندی / ۳۳
- **ریاضیات و تاریخ** ● عدد پی در بستر تاریخ / سپیده چمن‌آرا / ۲۶
- **ریاضیات و سرگرمی** ● چه علامتی را کجا بگذاریم؟ / نغمه حاج‌صادقی، سپیده چمن‌آرا / ۲۹
  ● شعبده‌های ریاضی آقای شبّده‌چی / بهزاد اسلامی مسلّم / ۳۰
- **ریاضیات و استدلال** ● زبان ما، زبان ریاضی / لیلا خسروشاهی / ۳۴
- **گزارش** ● «π» چه‌قدر است؟ / زهره پندی، سپیده چمن‌آرا / ۳۶
- **ریاضیات و محاسبه** ● محاسبهٔ آسان / معصومه بغدادی / ۴۰
- **ریاضیات و مسئله** ● یک مسئلهٔ پر پیچ و خم / زهره پندی / ۴۲ ● کی می‌تونه حل کنه؟ / آمنه ابراهیم‌زاده طاری / ۴۴ ● پاسخ کی می‌تونه حل کنه از شمارهٔ ۷۱ / آمنه ابراهیم‌زاده طاری / ۴۵
- **پاسخ به نامه‌ها** / ۴۶
- **جعبه‌های «همه‌چیز درباره عدد پی!»** / لیلا خسروشاهی

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

مدیر مسئول: محمد ناصری
سردبیر: سپیده چمن‌آرا
مدیر داخلی: حسین نامی ساعی
هیئت تحریریه:
آمنه ابراهیم‌زاده طاری، سارا ارشادمنش، بهزاد اسلامی مسلّم، حمیدرضا امیری، زهره پندی، نازنین حسن‌نیا، لیلا خسروشاهی، خسرو داودی، حسین نامی ساعی.
ویراستار: بهروز راستانی
طراح گرافیک: علی دانشور
تصویرسازان: سام سلماسی، سیّد میثم موسوی
نشانی دفتر مجله:
تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶
صندوق پستی ۶۵۸۵ / ۱۵۸۷۵
تلفن ۹ - ۸۸۸۳۱۱۶۱ - ۰۲۱ (داخلی ۳۷۴)
نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸
وب‌گاه: www.roshdmag.ir
وبلاگ اختصاصی مجله:
http://weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee
رایانامه: borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir
پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲
تلفن پیام‌گیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲
کد مدیر مسئول: ۱۰۲
کد دفتر مجله: ۱۱۳
کد مشترکین: ۱۰۲
تلفن امور مشترکین:
۷۷۳۳۶۶۵۵ و ۷۷۳۳۶۶۵۶ - ۰۲۱
شمارگان: ۱۵۰۰۰ نسخه
چاپ: شرکت افست (سهامی عام)

قابل توجه نویسندگان و مترجمان:

◄ مقاله هایی که برای درج در مجله می فرستید، باید با اهداف این مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. **اهداف مجله** عبارتند از: ● گسترش فرهنگ ریاضی؛ ● افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت‌های دانش‌آموزان در راستای برنامه درسی؛ ● توسعهٔ تفکر و خلاقیت؛ ● توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن؛ ● توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آنها؛ ● توجه به محاسبه‌های ریاضی برای توسعهٔ تفکر جبری و توانایی‌های ذهنی دانش‌آموزان؛ ● توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی؛ ● توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن‌آوری ؛ ● تقویت باورها و ارزش‌های دینی، اخلاقی و علمی.

◄ مقاله های ترجمه شده باید با متن اصلی همخوانی داشته باشد و متن اصلی نیز همراه آن باشد. چنان چه مقاله را خلاصه می کنید، این موضوع را قید بفرمایید. ◄ مقاله یك خط در میان، در یك روی کاغذ و با خط خوانا نوشته یا تایپ شود. مقاله ها می توانند با نرم افزار word و بر روی CD یا فلاپی و یا از طریق رایانامه مجله ارسال شوند. ◄ نثر مقاله باید روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه های علمی و فنی دقت لازم مبذول شود. ◄ محل قرار دادن جدول‌ها، شکل‌ها و عکس ها در متن مشخص شود. ◄ مقاله باید دارای چکیده باشد و در آن هدف ها و پیام نوشتار در چند سطر تنظیم شود. ◄ کلمات حاوی مفاهیم نمایه (کلیدواژه ها) از متن استخراج و روی صفحه ای جداگانه نوشته شوند. ◄ مقاله باید دارای تیتر اصلی، تیترهای فرعی در متن و سوتیتر باشد. ◄ مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مقاله های رسیده آزاد است. ◄ مقالات دریافتی بازگردانده نمی شوند. ◄ آرای مندرج در مقاله ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان مجله نیست.

توضیح جلد:

ارقام اعشاری عدد پی، نامتناهی است و هیچ الگوی تکراری ندارد و این ارقام غیر قابل پیش‌بینی هستند.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

یک داستان واقعی

شکسته شدن شاخ غول

با وجود این که مدت زیادی است که از دریافت جایزهٔ فیلدز توسط ریاضی‌دان زن ایرانی، مریم میرزاخانی، می‌گذرد، ولی هنوز جوانب مختلف این اتفاق قابل بررسی است و ارزش آن را دارد که به آن پرداخته شود. از سویی من قصد ندارم حرف‌های تکراری بزنم؛ مثل این که چه قدر باعث افتخار است که یک ایرانی موفق به دریافت این جایزه که بزرگ‌ترین و مهم‌ترین جایزه بین جامعهٔ ریاضی دنیا است شده؛ یا این که ما زنان چه‌قدر افتخار می‌کنیم که اولین زنی که جایزهٔ فیلدز را برده، یک زن ایرانی بوده؛ یا حرف‌هایی از این دست که با اراده و جدیت و پشتکار می‌توان به قله‌های موفقیت دست یافت و ...

من همهٔ این حرف‌ها را قبول دارم ولی بارها و بارها آنها را شنیده‌ایم. من تنها قصد دارم یک داستان برایتان تعریف کنم؛ یک داستان کاملاً واقعی:

«یکی بود یکی نبود. دختری بود به نام سپیده. سپیده ریاضی رو خیلی دوست داشت و واسه همین تو دبیرستان، رشتهٔ ریاضی‌فیزیک رو انتخاب کرده بود و وقتی هم که مثل همهٔ دوستای دیگه‌اش کنکور داد، با تصمیم خودش رفت رشتهٔ ریاضی. سپیده معلمی رو هم خیلی دوست داشت و از همون سال اول دانشجویی‌اش تومدارس مختلف درس می‌داد؛ درس ریاضی. تو سال‌هایی که سپیده در دانشگاه ریاضی می‌خوند، یواش یواش با اتفاق‌ها و اخبار جامعهٔ ریاضی‌دان‌ها هم آشنا می‌شد. همون موقع بود که فهمید جایزهٔ خیلی معروف نوبل، اصلاً برای ریاضی وجود نداره و به جای اون و در سطح اون، جایزهٔ "فیلدز" به ریاضی‌دان‌ها (اون هم ریاضی‌دان‌های زیر چهل ساله) داده می‌شه. به نظر سپیده، گرفتن جایزهٔ فیلدز مثل شکستن شاخ غول بود!

یک سالی از سال‌هایی که سپیده هنوز دانشجو بود، تو مدرسه‌ای درس می‌داد که دانش‌آموزی به نام مریم اونجا تحصیل می‌کرد. مریم دانش‌آموز متفاوتی بود. همه معلم‌های مدرسه از هوش و توانایی‌ها و اخلاق و رفتار مریم تعریف می‌کردند. سپیده اون سال تو دانشگاه، مسئول برگزاری دوره‌ای به نام "دورهٔ آشنایی با ریاضیات" برای دانش‌آموزان دوم و سوم دبیرستانی بود. مریم دانش‌آموز کلاس اول بود ولی با پیشنهاد مدیر مدرسه، مریم و دوتا دیگر از هم‌کلاسی‌های او، رویا و ندا که خواهران دوقلو بودند- هم برای شرکت تو اون دوره معرفی شدند. مریم تو همون دوره تونست یک مسئلهٔ هنوز حل نشدهٔ ترکیبیات رو که در کلاس دکتر محمودیان مطرح شده بود حل کنه! شاید این اتفاق یکی از اولین اتفاق‌های مهم و اثرگذار در زندگی علمی مریم بود. پس از اون، مریم دو سال عضو تیم ملی المپیاد ریاضی کشور شد و بعد از اتمام دبیرستان هم اومد همون دانشگاه که سپیده حالا دیگه دورهٔ فوق‌لیسانسش رو در اون می‌گذروند و دانشجوی ریاضی شد....

خیلی سال بعد، یک روز سپیده تو اخبار شنید که مریم، همون مریم، موفق به گرفتن جایزهٔ فیلدز، همون جایزهٔ مهم و به نظر سپیده دست نیافتنی شده! به قول معروف، مریم شاخ غول رو شکسته بود. حس عجیبی به سپیده دست داد؛ حس نزدیکی به اتفاق‌های مهم دنیا. حس این که آدم‌های مهم و اثرگذار در دنیا، آدم‌های خیلی دوری از او و اطرافیانش نیستند. اونها همین دور و بر خودِ او هستند. شاید هم یکی از خود ما جزو اونها باشیم!»

به امید این که شما دوستان نوجوان من نیز جزو انسان‌های اثرگذار در دنیا باشید.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

روش سریع مقایسهٔ کسرها، همیشه هم سریع نیست!

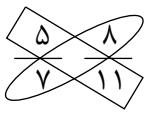
بهزاد اسلامی مسلّم

کلیدواژه‌ها: مقایسهٔ کسرها، روش سریع مقایسهٔ کسرها، مخرج مشترک گرفتن

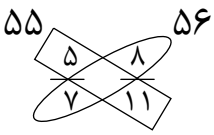
مسئله: در ◯ ، علامت < یا > یا = بگذارید:

$$\frac{۵}{۷} \bigcirc \frac{۸}{۱۱}$$

شاید راهی سریع برای حل این مسئله بلد باشید:



۸ را در ۷ ضرب می‌کنیم و به ۵۶ می‌رسیم.
۵ را در ۱۱ ضرب می‌کنیم و به ۵۵ می‌رسیم.



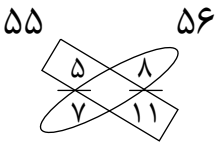
۵۶ از ۵۵ بزرگ‌تر است. پس $\frac{۸}{۱۱}$ از $\frac{۵}{۷}$ بزرگ‌تر است.

چرا این روش درست است؟ چون این کار، همان مخرج مشترک گرفتن است! نگاه کنید:

$$\frac{۵}{۷} = \frac{۵\times۱۱}{۷\times۱۱} = \frac{۵\times۱۱}{۷۷}$$

$$\frac{۸}{۱۱} = \frac{۸\times۷}{۱۱\times۷} = \frac{۸\times۷}{۷۷}$$

مخرج دو کسر برابر ۷۷ است. پس برای مقایسهٔ آن‌ها به صورت کسر توجه می‌کنیم. صورت کدام کسر بزرگ‌تر است؟ یعنی ۵×۱۱ بزرگ‌تر است یا ۸×۷؟ دومی بزرگ‌تر است.
این همان کاری است که در روش سریع می‌کنیم:



می‌بینید! این روش سریع مقایسهٔ کسرها، دلیل آسانی داشت. خیلی از روش‌های سریع دیگر هم همین‌طور هستند. کاش وقتی آن‌ها را یاد می‌گیرید، به دنبال دلیلشان هم باشید.

اما این روش همیشه هم سریع نیست، مثلاً در این مسئله:

مسئله: در ◯ ، علامت < یا > یا = بگذارید:

$$\frac{۱۷}{۲۱} \bigcirc \frac{۳۱}{۴۲}$$

اگر بخواهیم از روش بالا استفاده کنیم، باید ۴۲×۱۷ و ۲۱×۳۱ را حساب کنیم.

اما ایــن بار، روش مخرج مشــترک گرفتن خیلی آســان‌تر اســت. زیرا مجبور نیســتیم مخرج مشــترک را برابر ۲۱×۴۲ انتخــاب کنیــم!

می‌توانیم مخرج مشــترک را ۴۲ در نظر بگیریم. $\frac{۱۷}{۲۱}$ برابر است با $\frac{۳۴}{۴۲}$ پس کافی است که دو کسر $\frac{۳۴}{۴۲}$ و $\frac{۳۱}{۴۲}$ را مقایسه کنیم.

کدام بزرگ‌تر است؟ $\frac{۳۴}{۴۲}$ بزرگ‌تر است، که همان $\frac{۱۷}{۲۱}$ است.

پس $\frac{۱۷}{۲۱}$ از $\frac{۳۱}{۴۲}$ بزرگ‌تر است.

همه‌چیز دربارهٔ عدد پی!

● **پیدایش یک عدد ثابت**

اگر محیط یک دایره را بر اندازهٔ قطر همان دایره تقسیم کنیم، به یک عدد می‌رسیم. حالا اگر همین کار را با یک دایرهٔ دیگر هم انجام دهیم، به همان عدد قبلی می‌رسیم.

فرقی نمی‌کند که قطر دایره چه‌قدر بزرگ یا کوچک باشــد. ریاضی‌دانان با آوردن دلیل مطمئن شده‌اند که حاصل تقسیم محیط هر دایره بر قطر آن، همیشه عددی ثابت است.

می‌بینید! با دانستن دلیل روش‌های سریع، توانایی مهمی پیدا می‌کنید: می‌توانید بفهمید که در چه مسئله‌هایی خوب است از آن روش‌ها استفاده کنید، و در چه مسئله‌هایی خوب نیست.

***

حالا شما در موارد زیر تعیین کنید که برای مقایسهٔ کسرها، کدام‌یک راحت‌تر است: روش سریع یا روش مخرج مشترک گرفتن. گزینهٔ راحت‌تر را علامت بزنید.

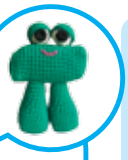
$\frac{۳}{۵} \bigcirc \frac{۵}{۹}$ ☐روش سریع ☐مخرج مشترک گرفتن

$\frac{۱۷}{۱۰۱} \bigcirc \frac{۳۶}{۲۰۲}$ ☐روش سریع ☐مخرج مشترک گرفتن

$\frac{۲۳}{۱۵} \bigcirc \frac{۳}{۲}$ ☐روش سریع ☐مخرج مشترک گرفتن

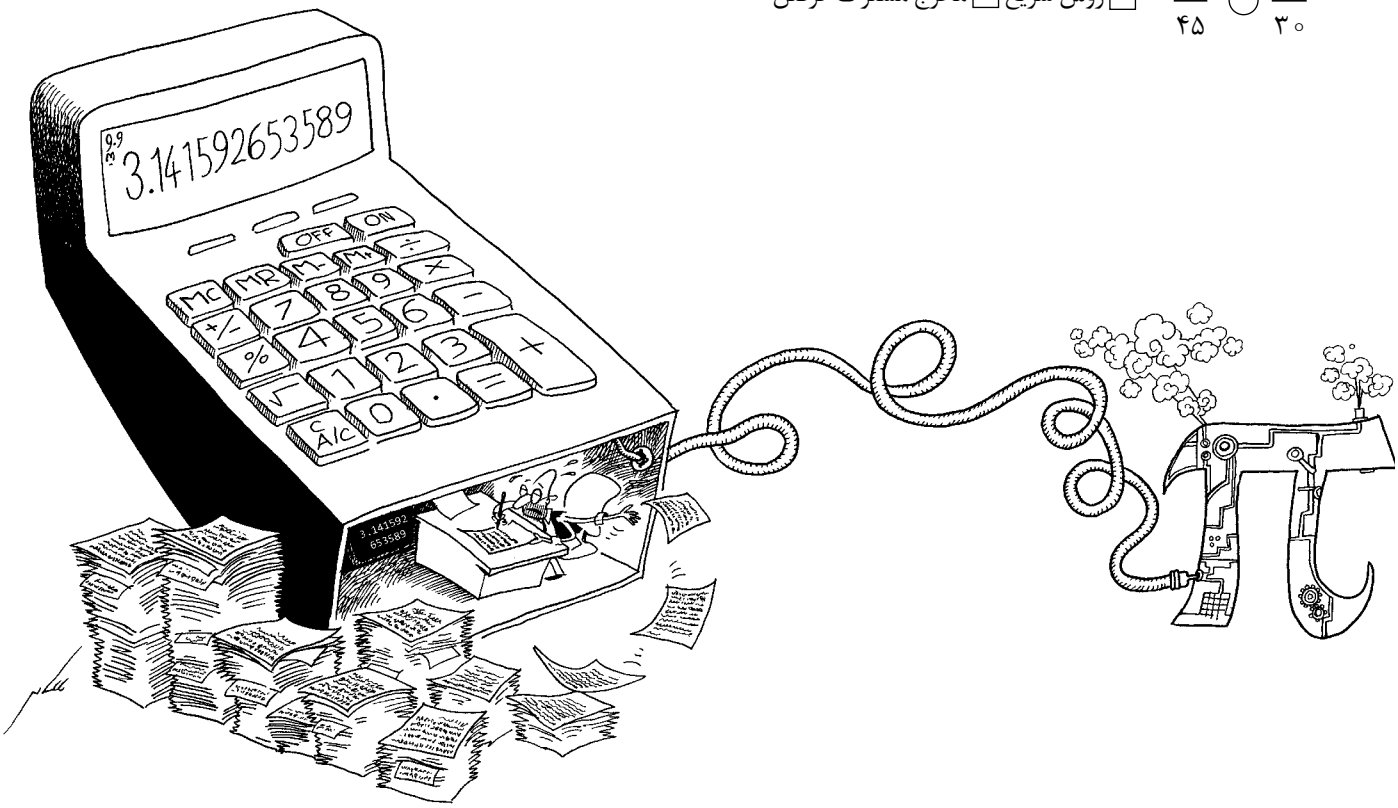
$\frac{۱۶}{۴۵} \bigcirc \frac{۱۱}{۳۰}$ ☐روش سریع ☐مخرج مشترک گرفتن

همه‌چیز دربارهٔ عدد پی!



● **نام‌گذاری آن عدد: π**

این عدد ثابت مدت‌های طولانی اسم نداشت و ریاضی‌دانان از علامت‌های متفاوتی برای نشان دادن آن استفاده می‌کردند. حدود ۳۰۰ سال پیش ریاضی‌دانی به نام ویلیام جونز از حرف یونانی «π» که «پی» خوانده می‌شود، برای نشان دادن آن عدد ثابت استفاده کرد، ولی ریاضی‌دانان دیگر اطلاع چندانی از آن نداشتند. تا اینکه ۳۰ سال بعد ریاضی‌دان بزرگی به نام اولر دوباره از نماد π استفاده کرد. چون اولر ریاضی‌دان مشهوری بود و نوشته‌های او را خیلی‌ها می‌خواندند، از آن به بعد کم‌کم استفاده از نماد π برای نشان دادن آن عدد ثابت مرسوم شد.



دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

هندسه‌ی اسرارآمیز

● ترجمه‌ی: مهدیس ایلخانی

طرح‌های دایره‌ای غلات، مناطق مسطح یا مدوری هستند که در آن‌ها گندم، جو و سایر غلات کشت می‌شوند.

آن‌ها چه‌طور به‌وجود می‌آیند؟ با فناوری پیشرفته‌ی فضایی‌ها؟ یا هندسه‌ای که مصریان باستان، به سادگی از آن استفاده می‌کردند.

جذابیت دایره‌های غلات این است که طرح‌های عظیم هندسی، در طول شب پدید می‌آیند.

طرح‌ها به وسیله‌ی طراحانی ساخته می‌شوند که از ساخت اشیای عجیب لذت می‌برند؛ گرچه برخی از طرح‌های ساده‌تر بر اثر شرایط آب‌وهوایی به‌وجود می‌آیند.

طرح غلاتی که در شکل می‌بینید، در آگوست سال ۲۰۰۰، در ویلتشر[1]، به شکلی جادویی، به‌وجود آمد. طرح داخلی، تکرار طرح بیرونی است و خط‌های دایره‌ای گندم هستند که مسطح شده‌اند. در هر خمیدگی، گندم‌ها در جهت عقربه‌های ساعت صاف شده‌اند و شکل به صورت هفت دایره که یکدیگر را قطع می‌کنند، درآمده است. گرچه شکل بسیار پیچیده به‌نظر می‌رسد، اما دو نفر با استفاده از طناب و یک صفحه برای صاف کردن، به راحتی می‌توانند این شکل را بسازند.

دایره‌های غلات را دو طراح با استفاده از چراغ یا نور ماه در شب و با امکاناتی که نقشه‌برداران در دوره‌ی مصریان باستان استفاده می‌کردند (طناب گره‌خورده)، می‌سازند.

طرح نهایی، متشکل از یک طرح بزرگ و تکرار همان طرح در مرکز دایره است.

طریقه‌ی ساخت دایره‌های غلات با دو طرح (y,x) و یک طناب:

X، با دایره‌ای که دور Y می‌زند، ناحیه را مسطح می‌کند. طناب باید سفت نگه داشته شود.

Y به محیط دایره، و X به نقطه‌ی دیگری برای دایره‌ی جدید می‌رود و مانند نقطه‌چین سیاه شروع به صاف کردن محیط دایره‌ی جدید می‌کند.

Y دایره‌ی سوم را می‌سازد و X در مرکز قرار می‌گیرد.

X قسمت دایره‌ی چهارم را صاف می‌کند و Y در مرکز قرار می‌گیرد.

Y قسمت دیگری از شکل را صاف می‌کند.

X بخش دیگر شکل را می‌سازد.

Y قسمت نهایی را مسطح می‌کند.

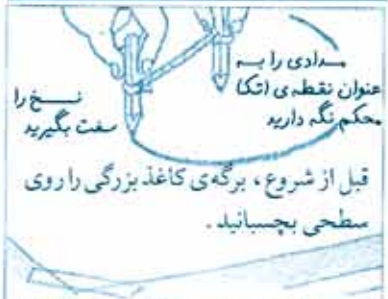
پایان. این شکل ۵ / ۲ برابر بزرگ‌تر، بیرون شکل اول ساخته می‌شود.

زیرنویس 1. wiltshire 2. Hertfordshire

اولین طراحان چه‌کسانی بودند؟

در سال ۱۶۷۸، گروهی از کارگران مزرعه‌ای در «هرت‌فردشر»[2] به صورت پنهانی، طرح بزرگی از جوهای له‌شده ساختند، تا کشاورز مزرعه را از کارشان متعجب کنند.

کشاورز به همه‌ی کسانی که از دیدن مزرعه به وجد آمده بودند می‌گفت که این طرح، ساخته‌ی ارواح خبیث است و سپس شروع به شایعه‌پراکنی کرد که چنین اتفاقات خارق‌العاده‌ای به صورت تصادفی رخ نمی‌دهند، کار ارواح یا موجودات فضایی است.

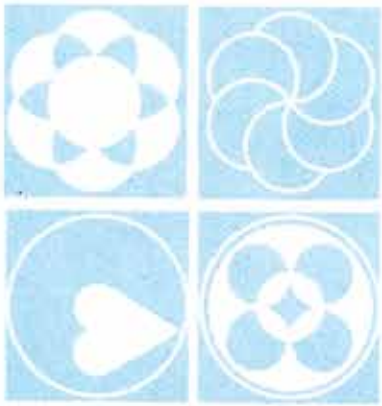


قبل از شروع، برگه‌ی کاغذ بزرگی را روی سطحی بچسبانید.

آیا می‌توانید طرح دایره‌ای غلات خودتان را با استفاده از دو مداد و یک تکه نخ رسم کنید؟ برای دقیق‌تر بودن شکل، می‌توانید از پرگار استفاده کنید.

چند طرح دایره‌ای از غلات که به تازگی پیدا شده‌اند:

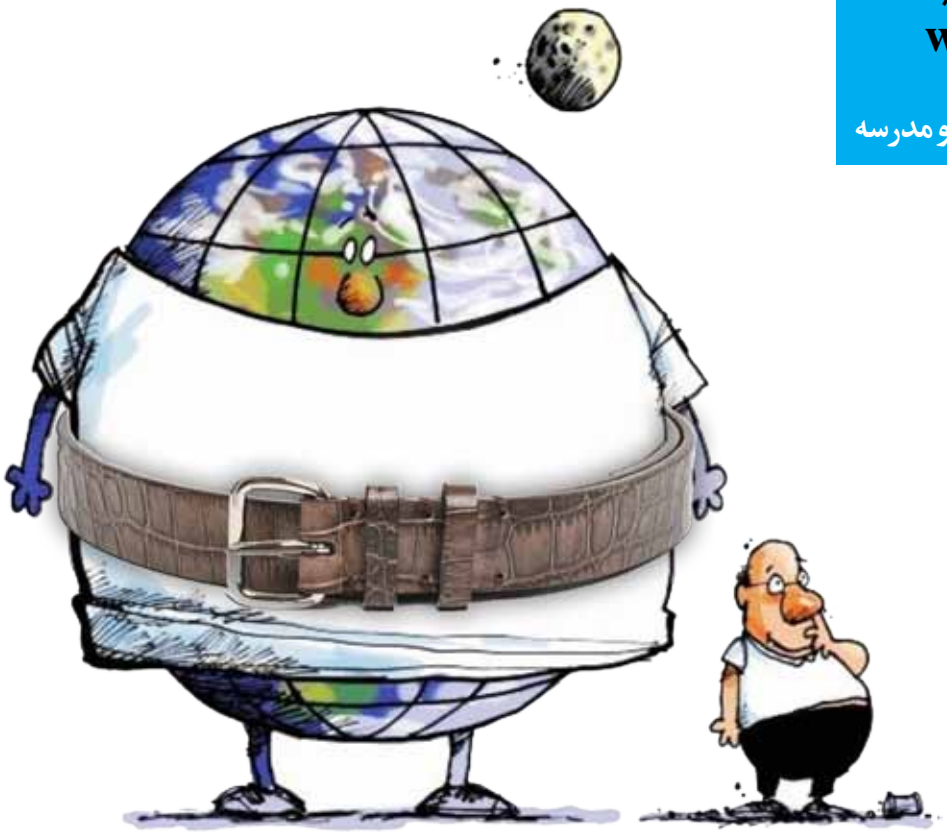
طرح‌های مزرعه‌ی غلات در اندازه‌های بسیار



بزرگ تا قطر ۲۰۰ متر وجود دارند. این طرح‌ها با شکل‌های ساده‌ی هندسی که بر اساس طرح‌های دایره‌ای، ستاره‌ای یا شبیه نقشه‌های جهان هستند، تفاوت دارند. همه‌ی طرح‌های بالا را تنها دو طراح می‌توانند بسازند.

آیا می‌توانید طریقه‌ی ساخت این طرح‌ها را حدس بزنید؟

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir



کمربندی برای زمین

آمنه ابراهیم‌زاده طاری

کلیدواژه‌ها: محیط دایره، عدد پی، محیط کرهٔ زمین در استوا

محیط کرهٔ زمین در استوا تقریباً ۴۰۰۷۶ کیلومتر است، یعنی تقریباً ۴۰۰۷۶۰۰۰ متر. پس اگر در استوا، طناب یا کمربندی به طول ۴۰۰۷۶۰۰۰ متر دور زمین ببندیم، کاملاً به زمین می‌چسبد.

حالا فرض کنید طول طناب یا کمربند، یک متر بیشتر باشد؛ یعنی به‌جای ۴۰۰۷۶۰۰۰ متر، بشود ۴۰۰۷۶۰۰۱ متر. خب یک متر که در مقابل چهل میلیون متر، عددی به‌حساب نمی‌آید! پس در نگاه اول، این یک متر اضافه نباید چندان تأثیری در کل ماجرا داشته باشد. یعنی ظاهراً باز هم طناب باید کاملاً به زمین بچسبد. اگر هم نه، شاید فقط دو یا سه میلی‌متر بالاتر از سطح زمین قرار گیرد.

یعنی حدس می‌زنیم که اگر کمربندی با طول ۴۰۰۷۶۰۰۱ متر را دور زمین ببندیم، اگر زمین حتی یک سانتی‌متر هم چاق شود (یعنی شعاعش یک سانتی‌متر زیاد شود)، کمربند برایش تنگ خواهد بود!

حالا بیایید با هم حساب کنیم تا بفهمیم حدسمان درست است یا نه. ببینیم زمین چه‌قدر می‌تواند چاق شود!

طناب ۴۰۰۷۶۰۰۱ متری را دقیقاً به شکل دایره دور زمین می‌بندیم. پس طناب بالاتر از سطح زمین می‌ایستد. چه‌قدر بالاتر؟ به این ترتیب حساب می‌کنیم:

می‌دانیم که

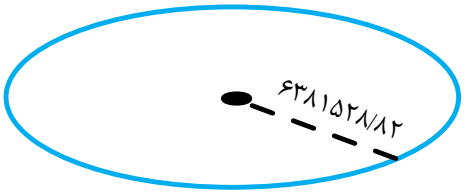
محیط دایره = دو برابر شعاع × عدد پی

(عدد پی را در محاسباتمان برابر ۳/۱۴ در نظر می‌گیریم).
پس برای حساب کردن شعاع، کافی است محیط را بر ۲×۳/۱۴ (یعنی ۶/۲۸) تقسیم کنیم.
شعاع این دایره برابر است با

۴۰۰۷۶۰۰۱ ÷ ۶/۲۸

که تقریباً می‌شود: ۶۳۸۱۵۲۸/۸۲ متر.

محیط طناب = ۴۰۰۷۶۰۰۱ متر

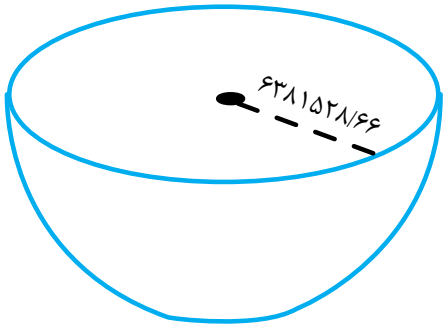


حالا برویم سراغ به‌دست آوردن شعاع کرهٔ زمین
محیط کرهٔ زمین ۴۰۰۷۵۱۶۰۰۰ متر است. پس شعاعش برابر است با

۴۰۰۷۶۰۰۰ ÷ ۶/۲۸

که تقریباً می‌شود ۶۳۸۱۵۲۸/۶۶ متر.

محیط استوا = ۴۰۰۷۶۰۰۰ متر



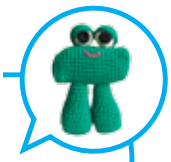
حالا چه‌طور بفهمیم که طناب چه‌قدر بالاتر از سطح زمین می‌ایستد؟ باید تفاوت این دو شعاع را حساب کنیم. حاصل می‌شود ۰/۱۶ متر یا همان ۱۶ سانتی‌متر!

پس حدسمان اشتباه بود! ارتفاع طناب از سطح زمین، خیلی بیشتر از چند میلی‌متری است که در ابتدای کار به‌نظر می‌رسید. حتی گربه هم می‌تواند به‌راحتی از زیر این طناب رد شود!

حالا همین محاسبات را برای توپ فوتبال هم انجام دهید.

محیط توپ فوتبال ۶۸ سانتی‌متر است. فرض کنید دور توپ با نخی به طول ۱۶۸ سانتی‌متر، دایره‌ای ساخته‌اید. این دایره چه‌قدر از سطح توپ فاصله می‌گیرد؟

باور می‌کنید که باز هم حاصل محاسبات ۱۶ سانتی‌متر باشد؟!



همه‌چیز دربارهٔ عدد پی!

● عدد پی فقط یک عدد است!

عدد پی را ممکن است در جاهای متفاوت به شکل‌های گوناگون ببینید. مثلاً ممکن است بعضی جاها به جای عدد پی، عدد ۳ را ببینید. گاهی ممکن است عدد ۳/۱، عدد ۳/۱۴ و یا عدد ۳/۱۴۱۵ را به جای پی ببینید. حتی گاهی ممکن است در انجام محاسبات به جای عدد پی از کسر $\frac{۲۲}{۷}$ استفاده شود.

اما هیچ‌یک از این اعداد، عدد پی نیستند. اصلاً عدد پی یک عدد ثابت است و قرار نیست در مسئله‌های مختلف، تغییر کند. این عددها مساوی با پی نیستند، بلکه هر کدام به‌طور تقریبی با پی برابرند؛ یعنی ارقام سمت چپ ممیزشان ۳ است و چند رقم اولیهٔ اعشار آن‌ها شبیه پی است. این اعداد تقریب‌هایی برای عدد پی هستند.

$\pi \neq ۳/۱۴$

$\pi \cong ۳/۱۴$

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

قصه‌هایی دربارهٔ جدول ضرب

دومین قصه:

ضربِ ضربدری

بهزاد اسلامی مسلّم

مدت‌هاست که با جدول‌ضرب آشنایید. اما ممکن است به مسئله‌های جالبی که دربارهٔ همین جدول ظاهراً ساده وجود دارد، برنخورده باشید. در هر شماره از برهان امسال، با چنین مسئله‌هایی روبه‌رو می‌شوید. این دفعه، دربارهٔ حاصل‌ضرب بعضی از عددهای جدول‌ضرب صحبت می‌کنیم.

جدول زیر، همان جدول‌ضرب ۱۰×۱۰ است. به خانه‌هایی از این جدول که رنگی شده‌اند، توجه کنید.

×	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۲	۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
۳	۳	۶	۹	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴	۲۷	۳۰
۴	۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰	۲۴	۲۸	۳۲	۳۶	۴۰
۵	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰
۶	۶	۱۲	۱۸	۲۴	۳۰	۳۶	۴۲	۴۸	۵۴	۶۰
۷	۷	۱۴	۲۱	۲۸	۳۵	۴۲	۴۹	۵۶	۶۳	۷۰
۸	۸	۱۶	۲۴	۳۲	۴۰	۴۸	۵۶	۶۴	۷۲	۸۰
۹	۹	۱۸	۲۷	۳۶	۴۵	۵۴	۶۳	۷۲	۸۱	۹۰
۱۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰

در قسمت رنگ شدهٔ جدول بالا، الگوی جالبی دیده می‌شود:

۳×۴ =۱۲

۲	۳
۴	۶

۲×۶=۱۲

۲	۳
۴	۶

حاصل‌ضرب‌هایی که در شکل بالا مشخص شده‌اند، هردو ۱۲ هستند. پس با هم برابرند. آیا این الگو را باز هم در جدول‌ضرب می‌توانیم ببینیم؟

بیایید امتحان کنیم. قسمت‌های ۲×۲ دیگری از جدول را در نظر می‌گیریم:

×	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۲	۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
۳	۳	۶	۹	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴	۲۷	۳۰
۴	۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰	۲۴	۲۸	۳۲	۳۶	۴۰
۵	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰
۶	۶	۱۲	۱۸	۲۴	۳۰	۳۶	۴۲	۴۸	۵۴	۶۰
۷	۷	۱۴	۲۱	۲۸	۳۵	۴۲	۴۹	۵۶	۶۳	۷۰
۸	۸	۱۶	۲۴	۳۲	۴۰	۴۸	۵۶	۶۴	۷۲	۸۰
۹	۹	۱۸	۲۷	۳۶	۴۵	۵۴	۶۳	۷۲	۸۱	۹۰
۱۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰

● آیا الگو در مورد قسمت

۶	۷
۱۲	۱۴

برقرار است؟ بله!

۷×۱۲=۸۴

۶	۷
۱۲	۱۴

۶×۱۴=۸۴

۶	۷
۱۲	۱۴

● آیا الگو در مورد قسمت

۳۲	۳۶
۴۰	۴۵

برقرار است؟ بله!

۳۶×۴۰=۱۴۴۰

۳۲	۳۶
۴۰	۴۵

۳۲×۴۵=۱۴۴۰

۳۲	۳۶
۴۰	۴۵

در هر قسمت ۲×۲ دیگری هم در جدول همین الگو برقرار است. حتی اگر جدول‌ضرب به جای ۱۰×۱۰، جدول‌ضرب ۱۰۰۰×۱۰۰۰ بود، باز هم همین الگو برقرار می‌بود.

شاید از ما بپرسید: «از کجا مطمئن هستید؟ مگر شما جدول‌ضرب ۱۰۰۰×۱۰۰۰ را رسم کرده و همهٔ قسمت‌های ۲×۲ از آن را بررسی کرده‌اید؟ اگر این کار را نکرده‌اید، خب شاید در مورد بعضی قسمت‌های ۲×۲، این الگو برقرار نباشد.» حق با شماست. باید دلیل بیاوریم. اما دلیلمان چیزی غیر از بررسی همهٔ قسمت‌های ۲×۲ است. با ما همراه باشید.

دلیل برقرار بودن الگو

به این قسمت از جدول توجه کنید:

×								۸	۹	
۳								۲۴	۲۷	
۴								۳۲	۳۶	

آیا الگو در مورد این قسمت برقرار است؟

۳۲×۲۷

۲۴	۲۷
۳۲	۳۶

۲۴×۳۶

۲۴	۲۷
۳۲	۳۶

بدون اینکه حاصل‌ضرب‌ها را حساب کنیم، می‌توانیم مطمئن باشیم حاصل‌ها برابرند! چه‌طور؟ به این ترتیب:

در جدول‌ضرب بالا،

- عدد ۲۷ چه‌طور ایجاد شده است؟ به این صورت: ۹×۳.
- عدد ۳۲ چه‌طور ایجاد شده است؟ به این صورت: ۸×۴.
- عدد ۲۴ چه‌طور ایجاد شده است؟ به این صورت: ۸×۳.
- عدد ۳۶ چه‌طور ایجاد شده است؟ به این صورت: ۹×۴.

پس:

- ۳۲×۲۷ را به این صورت می‌توانیم بنویسیم: ۸×۴×۹×۳
- ۳۶×۲۴ را به این صورت می‌توانیم بنویسیم: ۹×۴×۸×۳

پس ۳۲×۲۷ برابر است با ۳۶×۲۴، زیرا هردو از ضرب عددهای ۳، ۸، ۴ و ۹ به دست می‌آیند! فقط ترتیب ضرب کردن فرق دارد که البته در حاصل تفاوتی ایجاد نمی‌کند.

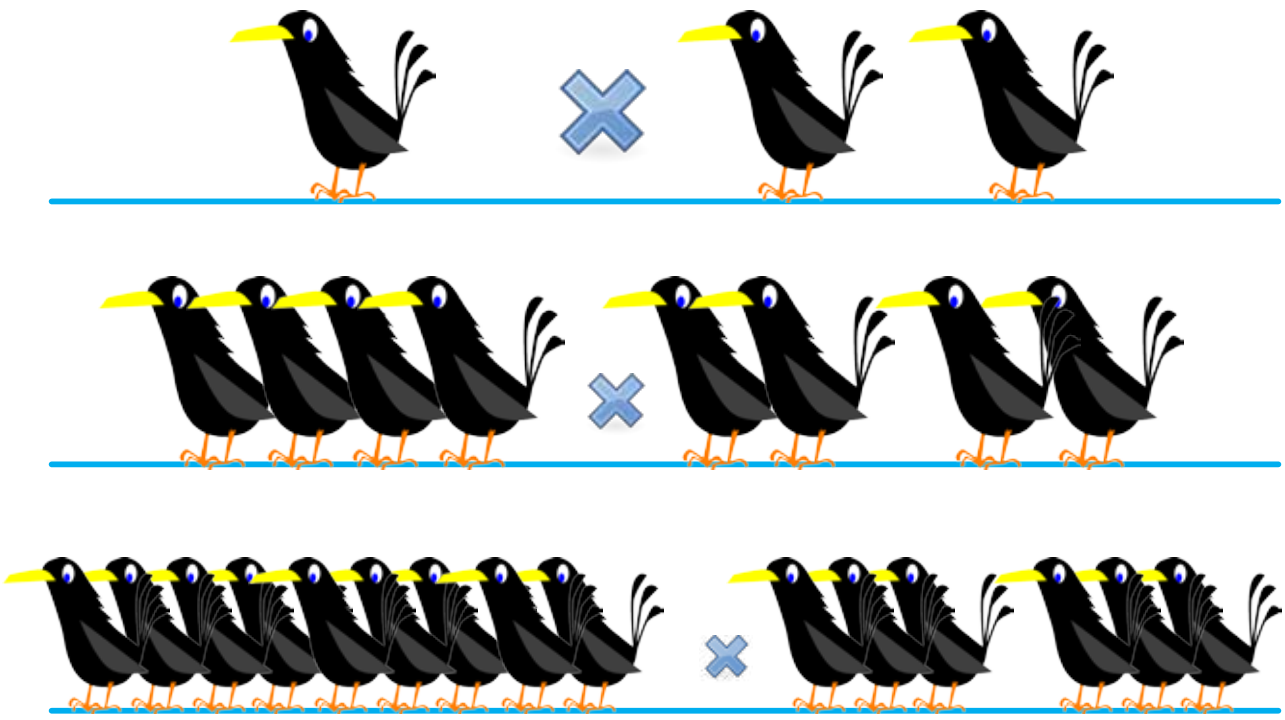
آیا همین استدلال را در مورد بقیهٔ قسمت‌های ۲×۲ جدول هم می‌توانیم بکنیم؟ بله! در جدول‌ضرب زیر، معلوم نیست که عددهای الف، ب، ج و د چه هستند. می‌خواهیم بگوییم که چرا الگو در قسمت رنگ‌شده برقرار است.

×		الف	ب	
ج				
د				

در خانه‌های قسمت رنگ شده، چه عددهایی باید قرار بگیرند؟ این عددها:

الف×ج	ب×ج
الف×د	ب×د

حالا حاصل‌ضرب‌ها را حساب می‌کنیم:



ب × د × ج × الف

الف×ج	ب×ج
الف×د	ب×د

الف × د × ب × ج

الف×ج	ب×ج
الف×د	ب×د

باز هم، بدون اینکه لازم باشد عددها را بدانیم، مطمئن هستیم کـه حاصل‌ضرب‌هـا برابرند! زیـرا هردو حاصل‌ضـرب از ضرب عددهای الف، ب، ج و د به دست می‌آیند (البته با ترتیب متفاوت که خوش‌بختانه باعث نمی‌شود نتیجه فرقی بکند).

پس در هر قسـمت ۲×۲ از هر جدول‌ضربی، الگوی جالبی که دیدیم برقرار است.

مسئله: اگر قسمت‌های رنگی، ۲×۲ نباشند، بلکه ۴×۴ باشند، باز هم همین الگو برقرار است! نگاه کنید:

۱۲	۱۴	۱۶	۱۸
۱۸	۲۱	۲۴	۲۷
۲۴	۲۸	۳۲	۳۶
۳۰	۳۵	۴۰	۴۵

۱۸×۲۴×۲۸×۳۰=۳۶۲۸۸۰

۱۲×۲۱×۳۲×۴۵=۳۶۲۸۸۰

۱۲	۱۴	۱۶	۱۸
۱۸	۲۱	۲۴	۲۷
۲۴	۲۸	۳۲	۳۶
۳۰	۳۵	۴۰	۴۵

۱۲	۱۴	۱۶	۱۸
۱۸	۲۱	۲۴	۲۷
۲۴	۲۸	۳۲	۳۶
۳۰	۳۵	۴۰	۴۵

توضیـح دهیـد کـه چرا ایـن الگـو در هر قسـمت ۴×۴ از جدول‌ضرب ۱۰۰۰×۱۰۰۰ هم برقرار است؟

همه‌چیز دربارهٔ عدد پی!

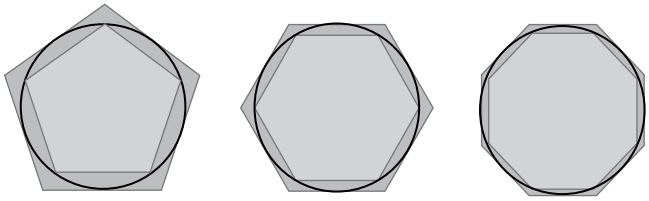
● **اولین تلاش برای یافتن مقدار پی**

دانشمندان بسیاری تلاش کرده‌اند ارقام بعد از ممیز عدد پی را پیدا کنند. آن‌ها روش‌های متفاوتی را به این منظور به کار برده‌اند. اولین دانشمند ارشمیدس بود.

ارشمیدس دایره‌ای به قطر یک (که محیط آن می‌شود π) را در یک چندضلعی منتظم محاط کرد و برعکس یک چندضلعی منتظم را در دایره محاط کرد و نشان داد که:

محیط چندضلعی بزرگ > محیط دایره یعنی π > محیط چندضلعی کوچک

سپس نشان داد که هرچه تعداد اضلاع چندضلعی‌ها بیشتر باشد، اندازهٔ محیط آن‌ها به محیط دایره نزدیک‌تر می‌شود.



ارشمیدس یک شش‌ضلعی منتظم بیرون و یکی هم داخل دایره قرار داد. بعد به روش‌های ریاضی محیط شش‌ضلعی‌ها را حساب کرد. محیط شش‌ضلعی بزرگ و کوچک به ترتیب شدند ۳/۱۴۲۹ و ۳/۱۴۰۸. بنابراین نتیجه گرفت که

۳/۱۴۰۸ < π < ۳/۱۴۲۹

حالا او مطمئن بود که دو رقم اول اعشار عدد پی باید ۱۴ باشد. اما از ارقام دیگر اعشار اطمینان نداشت. به این ترتیب ارشمیدس اولین گام را برای محاسبهٔ تقریبی عدد π برداشت.

$$\pi \cong ۳/۱۴$$

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

ریاضی‌ورزی در محیط نرم‌افزار Excel

پرتاب دو سکهٔ شبیه‌سازی‌شده!

قسمت چهارم

■ زهره پندی

کلیدواژه‌ها: اکسل، پرتاب دو سکه، احتمال، عددهای تصادفی، سکه شبیه‌سازی شده، نتایج پرتاب دو سکه، دو سکهٔ شبیه‌سازی شده

برای آن‌که بتوانید از محیط «Excel» برای انجام این پروژه و دیگر پروژه‌هایتان استفاده کنید، لازم است مجموعهٔ نرم افزارهای «Microsoft Office» را روی رایانهٔ خود نصب کنید. این مجموعه، شامل تعدادی نرم‌افزار کاربردی است که یکی از آن‌ها «Microsoft Office Excel» است.

برای آشنایی بیشتر با این نرم‌افزار به مقالاتی که در شماره‌های ۶۰ تا ۶۸ همین مجله با عنوان «آمادگی برای به‌کارگیری Excel در انجام پروژه‌های ریاضی» آمده است، مراجعه‌کنید.)

در شمارهٔ قبل همراه هم در محیط این نرم‌افزار شبیه‌ساز پرتاب دو سکه را ساختیم و حالت‌های ممکن در پرتاب این دو سکه را مورد مطالعه قرار دادیم.

آن فایل را ذخیره کردیم تا این بار هم از آن استفاده کنیم و بررسی نتایج صد بار پرتاب دو سکه را به رایانه بسپاریم

ما این فایل را با نام «Random Generator3» به معنی «مولد تصادفی ۳» نام‌گذاری کرده‌ایم. برای دسترسی به آن می‌توانید به وبلاگ مجله به نشانی

http://weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee

مراجعه کنید.

فایل مربوط به پروژهٔ شبیه‌ساز پرتاب دو سکه را باز کنید.

دکمهٔ F9 صفحهٔ کلید را بزنید و نتیجهٔ ۱۰ بار آزمایش را در جدول زیر بنویسید.

	B	C	F	G
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

■ بررسی حالت‌ها

هر دو سکه را با هم پرتاب می‌کنیم.

اگر سکهٔ A به رو بیافتد، رقم ❶ در خانهٔ مربوط به آن در ستون B نمایش داده می‌شود و اگر به پشت بیفتد، رقم ❶ در خانهٔ مربوط به آن در ستون C نمایش داده می‌شود.

اگر سکهٔ E به رو بیفتد، رقم ❶ در خانهٔ مربوط به آن در ستون F نمایش داده می‌شود و اگر به پشت بیفتد، رقم ❶ در خانهٔ مربوط به آن در ستون G نمایش داده می‌شود.

با توجه به این اطلاعات، جاهای خالی جدول زیر را پر کنید:

سکهٔ A	سکهٔ E	نمایش ① در خانه‌های ستون
رو	رو	F و B
	پشت	B و ....
پشت	رو	.... و ....
	پشت	..... و .....

دکمهٔ F۹ صفحهٔ کلید را بزنید و نتیجهٔ ۲۰ بار آزمایش را در جدول زیر بنویسید.

	B	C	F	G
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				

در کدام سطرها، در خانه‌های C و F رقم ❶ قرار گرفته است؟ در این سطرها، کدام سکه رو و کدام سکه پشت آمده است؟ این سطرها را با یک مداد رنگی، مشخص کنید.

در کدام سطرها، در خانه‌های B و G رقم ❶ قرار گرفته است؟ در این سطرها، کدام سکه رو و کدام سکه پشت آمده است؟ این سطرها را با رنگ دیگری مشخص کنید.

در کدام سطرها، هر دو سکه رو آمده‌اند؟ این سطرها را هم با رنگی دیگر علامت بزنید.

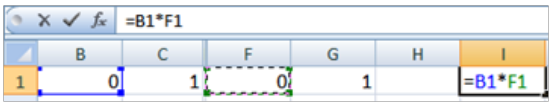
در کدام سطرها، هر دو سکه پشت آمده‌اند؟ این سطرها را هم با رنگی دیگر علامت بزنید!

چند سطر با هریک از این رنگ‌ها مشخص شده‌اند؟

می‌خواهیم همین بررسی ها را به کمک نرم‌افزار انجام دهیم تا بتوانیم این آزمایش را بارها و بارها تکرار و به سادگی تحلیل کنیم!

شبیه‌سازی یکی از حالت‌ها

عبارت B1*F1 = را در خانهٔ I1 قرار دهید و کلید Enter را بزنید.



خانهٔ I1 را بگیرید و تا خانهٔ I100 به سمت پایین بکشید.

چند بار کلید F۹ صفحهٔ کلید را بزنید و به ستون I توجه کنید. در چه حالتی رقم ❶ در خانه‌های ستون I قرار می‌گیرد؟ این حالت را در جدول زیر مشخص کنید:

سکهٔ A	سکهٔ E	نمایش ❶ در خانه‌های ستون	نمایش ❶ در خانه‌های ستون I
رو	رو	F و B	
	پشت	G و B	
پشت	رو	F و C	
	پشت	G و C	

آیـا می‌توانیم نمایش ۱ در خانه‌های سـتون I را به معنی رو آمدن هر دو سکه بدانیم؟ چرا؟

در خانهٔ I101 عبارت «=SUM(I1:I100)» را قرار دهید.
چه عددی در خانهٔ I101 دیده می‌شود؟
این عدد به چه معنی است؟
چنـد بار کلیـد F9 صفحهٔ کلید را بزنید و هـر بار عدد خانهٔ I101 را ببینید.

هر بار زدن دکمهٔ F9 مانند ۱۰۰ بار پرتاب دو سـکه است. در هریک از این صد پرتاب ممکن است هریک از چهار حالت رو- رو، رو-پشت، پشت-رو یا پشت ـ پشت اتفاق بیفتد. خانهٔ I در هریک از سطرها فقط در حالتی رقم ❶ را نشان می‌دهد که هر دو سـکه رو آمده باشـند و در حالت‌های دیگر رقم ⓪ را نشـان می‌دهد. پس عدد نمایش داده شده در خانهٔ I101 نشـان دهندهٔ تعداد پیشـامدن این حالت در 100 بار پرتاب دوسـکه‌اسـت.

■ شبیه‌سازی حالت‌های دیگر

به همین ترتیب حالت های دیگر را هم می‌سازیم:
در خانهٔ J1 عبارت B1 *G1 = را قرار دهید و
در خانهٔ K1 عبارت C1 *F1 = را و
در خانهٔ L1 عبارت C1 *G1 = را بنویسید.
هر سه خانهٔ J1، K1 و L1 را بگیرید و تا سطر صدم به سمت پایین بکشید.
در سـطر صدویکم هر یک از این سه ستون هم حاصل جمع عددهای سطرهای یک تا صد همان ستون را با استفاده از عملگر SUM محاسبه کنید.
به جدول زیر نگاه کنید و هر سـطر آن را برای خودتان معنی کنید!

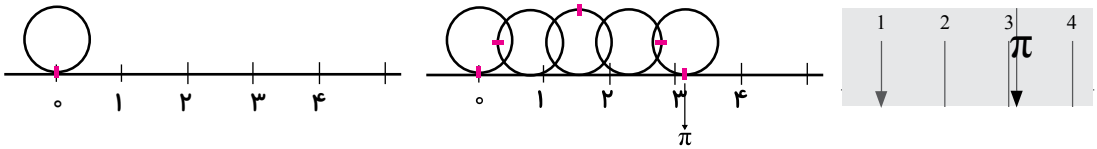
نمایش ❶ در خانه‌های ستون	سکهٔ E	سکهٔ A
I	رو	رو
J	پشت	
K	رو	پشت
L	پشت	

عدد نمایش داده شده در خانهٔ J101 به چه معنی است؟
عدد نمایش داده شده در خانهٔ K101 به چه معنی است؟
عدد نمایش داده شده در خانهٔ L101 چه‌طور؟

همه‌چیز دربارهٔ عدد پی!

● عدد پی روی محور اعداد

دایره‌ای به قطر یک را روی محور اعداد قرار می‌دهیم، طوری که دایره بر نقطهٔ صفر محور مماس باشد. حالا دایره را روی محور به سمت راست می‌غلطانیم. وقتی دایره یک دور کامل بزند،دایره محور اعداد را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند؟



این نقطه تقریباً عدد پی را نشان می‌دهد. چون دایره با یک بار غلتیدن روی محور، به اندازهٔ محیط خود روی محور جابه‌جا شده است؛ یعنی به اندازهٔ عدد پی:

محیط دایره = اندازهٔ قطر × ۱ = π × π = π

۱۰۰۰ بار پرتاب دو سکه

۱۰ بـار کلید F9 را بزنید و هر بار عدد نمایش داده شـده در خانه‌هـای I101، J101، K101 و L101 را در جـدول زیر بنویسید و سطر آخر جدول را کامل کنید.

	I101	J101	K101	L101
۱۰۰ پرتاب اول				
۱۰۰ پرتاب دوم				
۱۰۰ پرتاب سوم				
۱۰۰ پرتاب چهارم				
۱۰۰ پرتاب پنجم				
۱۰۰ پرتاب ششم				
۱۰۰ پرتاب هفتم				
۱۰۰ پرتاب هشتم				
۱۰۰ پرتاب نهم				
۱۰۰ پرتاب دهم				
مجموع در ۱۰۰۰ پرتاب				

شبیه‌سازی پرتاب سه سکه

به شبیه‌ساز پرتاب سه سکه فکر کنید!

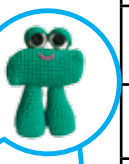
در پرتاب سه سکه چند حالت متفاوت می‌تواند اتفاق بیفتد؟

آیا می‌توانید شبیه‌سـازی طراحی کنید که تعداد اتفاق افتادن هریـک از این حالت‌ها را در ۱۰۰ بار پرتاب سـه سـکه نمایش دهد؟

(مـا این شبیه‌سـاز را در سـتون‌های M تـا T صفحهٔ دوم همیـن فایـل سـاخته‌ایم و فایـل نهایـی را بـا نام «RandomGenerator4» نام‌گـذاری کرده‌ایـم. شـما می‌توانیـد برای دسترسـی به این فایل بـه وبلاگ مجله به‌نشـانی:

http://webelog.roshdmag.ir/borhanrahnemaiee

مراجعـه‌کنیـد.)



همه‌چیز دربارهٔ عدد پی!

● **پی چند رقم اعشار دارد؟**

رقم‌های اعشار عدد π تمام نشدنی‌اند. ریاضی‌دان‌ها با دلایل قانع‌کننده‌ای نشان داده‌اند که هر چه‌قدر هم برای پیدا کردن رقم‌های اعشار عدد پی تلاش کنند، کارشان هیچ‌وقت تمام نخواهد شد. در سال ۲۰۱۱ ریاضی‌دان‌ها موفق شدند بیش از ده تریلیون (۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰) رقم از رقم‌های بعد از ممیز عدد پی را پیدا کنند. این کار توسط رایانه ۳۷۱ روز طول کشید که ۱۸۰ روز آن، آن‌ها درگیر خراب شدن رایانه بودند و بقیهٔ روزها را رایانه در حال محاسبهٔ ارقام پی بود.

ایـن ارقام در حافظهٔ رایانه باقـی ماندند و روی کاغذ چاپ نشـدند. فکر می‌کنید چاپ ایـن رقم‌ها به چه‌قدر کاغذ احتیاج داشت؟

ریاضی‌دان‌ها می‌دانند که داستان یافتن همهٔ ارقام پی، داستانی‌بی‌انتهاست.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

ارتباطات بی‌سیم به کمک روش‌های دودی!

ابوالفضل طاهری

کلیدواژه‌ها: کدهای دو دویی، کدهای گری، فاصلهٔ همینگ

اشاره

همینگ کارگر جوانی بود که در کارخانه‌ی ساخت چوب‌های رنگی مشغول به کار بود. از سوزاندن چوب‌های تولیدی این کارخانه، یکی از دو رنگ آبی یا قرمز حاصل می‌شد. بعد از این‌که فریب‌کاری کارخانه در ساخت چوب‌های رنگی حاکم مشخص شد، همینگ با فداکاری توانست تمامی اعضای کارخانه را از مجازات نجات دهد و خودش به یک سال تبعید به قبیله‌ای ناشناخته محکوم شد. همینگ راهی این قبیله شد و ماجراجویی‌های او آغاز شد. اولین چیزی که همینگ را شگفت‌زده کرد، این بود که مردم این قبیله از چوب‌هایی که او می‌ساخت برای نمایش حروف الفبای خود استفاده می‌کردند! به این ترتیب که به هر حرف ترتیبی از رنگ‌ها (قرمز و آبی) را نسبت می‌دادند و سپس به همان ترتیب چوب‌ها را آتش می‌زدند تا همان ترتیب حاصل شود!

اما همینگ به یاد آورد چوب‌هایی که او ساخته بود همگی رنگ درست را تولید نمی‌کردند و همینگ هنگام سفارش غذا با این مشکل برخورد کرد!

و ادامهٔ ماجرا ...

درحال گشت و گذار در بازار به مغازه‌ای برخورد. بر سردر مغازه چنین نوشته بود: «برای حفظ اسرار خود به چوب‌های بیشتری نیاز دارید.»

بی‌درنگ وارد مغازه شد! درست آمده بود، آنجا مغازهٔ گری بود. گری منتظر همینگ بود!

ـ بفرمایید آقای همینگ، بفرمایید.

ـ شما مرا می‌شناسید.

ـ البته! تمام این شهر شما را می‌شناسند!

ـ اما چه‌طور چنین چیزی ممکن است؟ اینجا قبیلهٔ بزرگی است!

ـ عجله نکنید آقای همینگ! پاسخ تمامی سؤالات شما را خواهم داد. بیاید با هم سری به کارگاه من بزنیم.

کارگاه آقای گری در زیرزمین مغازه بود. با هم راهی زیرزمین شدند و آقای گری شروع کرد به توضیح دادن: می‌دانم که قبلاً نمونه‌ای از کار ما را دیده‌اید؛ همان جدولی که شما را بسیار شگفت‌زده کرده بود. ما در اینجا برای نمایش حرف‌های موجود در زبان خود، از چوب‌های رنگی استفاده می‌کنیم. به این ترتیب که هر حرف به‌وسیلهٔ آتش زدن متوالی تعدادی از چوب‌ها نمایش داده می‌شود. هر چوب یک رنگ است: آبی یا قرمز.

اگر تنها دو حرف داشته باشیم، کار ما به سادگی انجام می‌شود. یکی از حروف را با رنگ قرمز و دیگری را با رنگ آبی نمایش می‌دهیم.

آ	آبی
ب	قرمز

اگر چهار حرف داشته باشیم، دیگر نمی‌توانیم با دو حرف این کار را انجام دهیم و ناچاریم از دو چوب استفاده کنیم! این کار به سادگی انجام می‌شود. ما برای دو حرف اول یک چوب نیاز داشتیم، حال اگر چوب دوم را برای این دو حرف یکسان در نظر بگیریم، باز هم نمایش متفاوتی برای آن‌ها به دست می‌آید! پس نمایش قبلی را دو بار به‌صورت متوالی پشت سر هم می‌نویسیم. حال به دو حرف اول رنگ آبی و به دو حرف دوم رنگ قرمز را اضافه می‌کنیم:

آ	آبی	آبی	آبی، آبی
ب	قرمز	آبی	آبی، قرمز
پ	آبی	قرمز	آبی، قرمز
ت	قرمز	قرمز	قرمز، قرمز

همان‌طور که می‌بینی، چهار نمایش کاملاً متفاوت هستند، پس هیچ مشکلی پیش نمی‌آید. اگر بیشتر از چهار حرف داشته باشیم، باید از سه چوب استفاده کنیم. دوباره رشته‌های قبلی به‌دست‌آمده را دو بار پشت سر هم می‌نویسیم و سپس به چهارتای اول رنگ آبی و به چهار تای دوم رنگ قرمز را اضافه می‌کنیم:

ا	آبی، آبی	آبی	آبی، آبی، آبی
ب	آبی، قرمز	آبی	آبی، آبی، قرمز
پ	قرمز، آبی	آبی	آبی، قرمز، آبی
ت	قرمز، قرمز	آبی	آبی، قرمز، قرمز
ث	آبی، آبی	قرمز	قرمز، آبی، آبی
ج	آبی، قرمز	قرمز	قرمز، آبی، قرمز
چ	قرمز، آبی	قرمز	قرمز، قرمز، آبی
ح	قرمز، قرمز	قرمز	قرمز، قرمز، قرمز

و جدولی که شما را شگفت‌زده کرده بود، با پنج چوب به این شکل ساخته شده بود. می‌بینید چه‌قدر زیباست! هردو رشته که پشت سر هم قرار دارند، تنها در یک رنگ با یکدیگر تفاوت دارند! واقعاً زیباست.

همان‌طور که آن‌ها پله‌های مارپیچ را طی می‌کردند، گری توضیح می‌داد و همینگ گوش می‌داد و لذت می‌برد.

ـ اما اشـــتباه کارخانهٔ شـــما باعث شد که همین زیبایی مشکلات زیادی برای ما به‌وجود آورد. هنگامی که یک رنگ در این جدول اشتباه می‌شود، دیگر نمی‌توان تشخیص داد که اشتباهی به‌وجود آمده است؛ چون این اشتباه باعث می‌شود که حرف قبلی یا حرف بعدی از حرف اصلی به مخاطب برسد! درست همان مشکلی که برای شما در فرستادن حرف «ی» و «ر» به وجود آمد.

ر	آبی، قرمز، قرمز، قرمز، قرمز
ی	قرمز، قرمز، قرمز، قرمز، قرمز

و یک‌باره وارد کارگاه گری شدند!

این داستان ادامه دارد .....

همه‌چیز دربارهٔ عدد پی!

● روز پی

۳/۱۴ مقدار تقریبی عدد پی را نشان می‌دهد. در تاریخ‌نویسی‌های روزانه چهاردهمین روز از سومین ماهِ سال را هم با ۳/۱۴ نمایش می‌دهند. بعضی از دوست‌داران ریاضی از این شباهت استفاده کرده و چهاردهمین روز از ماه مارس را (که سومین ماه در سال میلادی است) «روز پی» نامیده‌اند که برابر روز ۲۳ اسفند در تقویم شمسی است.

● جشن پی

شما هم می‌توانید مثل خیلی از دوست‌داران ریاضی در جهان، روز پی را جشن بگیرید. پختن کیک‌هایی که یادآور عدد پی باشند، خواندن شعرهایی دربارهٔ پی، و یا برگزاری یک مسابقهٔ ریاضی کارهایی است که می توانید در جشن روز پی (۲۳ اسفند) انجام دهید. می‌توانید در این روز یادی هم از آلبرت انیشتین، فیزیک‌دان بزرگ کنید؛ چون روز پی، روز تولد او هم هست!

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

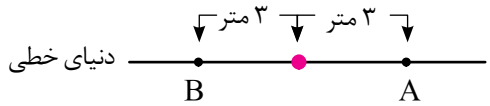
چگونه GPS بسازیم؟ تصور کنیم، GPS اختراع کنیم!

بخش اول

سارا ارشادمنش

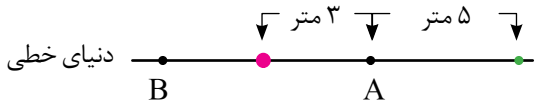
کلیدواژه‌ها: GPS ، آدرس دادن، ماهواره، مکان نقطه

فرض کن روی یک خط زندگی می‌کنی، دنیایی که هر چیزی در آن نقطه اســت حتی خود تو. برای اینکه در این شهر خطی گم نشــویم، می‌خواهیم نقاطی در آن مشخص کنیم که آدرس هر نقطه روی خط را با فاصله‌اش از نقاط راهنما مشخص کنیم، آیا یک نقطه کافی اســت؟ مثلاً اگر من بگویم بستنی‌فروشی در ۳ متری نقطهٔ قرمز (نقطهٔ راهنما) است، تو متوجه می‌شوی که برای بستنی خریدن باید به کدام نقطه بروی؟



شکل ۱

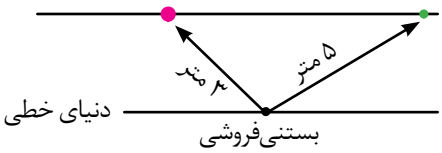
همان‌طور که می‌بینی بین دو نقطهٔ A و B سرگردان می‌شوی، بیا یک نقطه راهنمای سبز رنگ هم اضافه کنیم، حال اگر بگویم بستنی‌فروشــی ۳ متر از نقطهٔ قرمز و ۵ متر از نقطهٔ سبز فاصله دارد، تو می‌دانی که باید به کجا بروی؟ چرا؟



شکل ۲

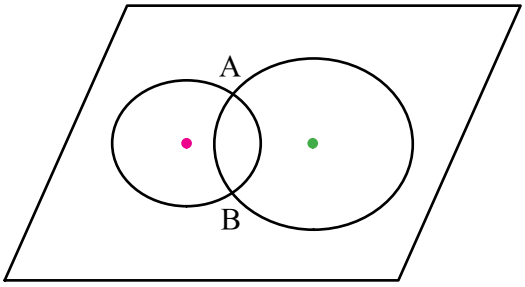
بله. زیرا فقط A اســت که از نقطهٔ سبز ۵ متر و از نقطهٔ قرمز، ۳ متر فاصله دارد.

بعد از تلاش بالا مردم دنیای خطی اعتراض کردند که نمی‌توانند در ایــن دنیای دراز نقاط راهنما را ببینند تا از این طریق آدرس مکان خود را به دوستانشــان بدهند، به‌نظر تو چه کار کنیم؟ بیا خطی موازی دنیای آن‌ها رســم کنیم و نقاط راهنمای نورانی را روی آن بگذاریم، در این صورت باز هم نقطه با فاصله ۳ از چراغ قرمز دو تا می‌شود پس در این حالت نیز به دو نقطهٔ راهنما نیاز داریم.



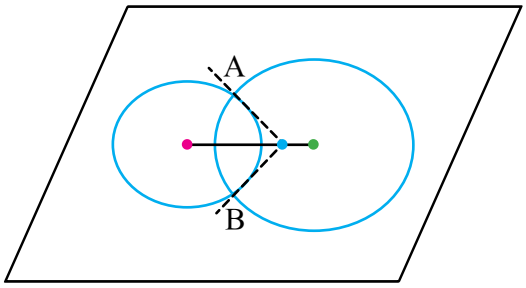
شکل ۳

بیــا دنیایمان را بزرگ‌تر کنیــم و آدرس دادن را در این دنیای جدید یاد بگیریم. اگــر در یک صفحه زندگی کنیم، چند نقطهٔ راهنما لازم است تا مکان نقاط مختلف با فاصله‌هایشان از نقاط راهنمــا معلوم شــود؟ ابتدا یک نقطهٔ قرمــز در نظر بگیریم، اگر بگوییم ســینما از نقطهٔ قرمز ۳ متر فاصله دارد یعنی تمام نقاط دایره‌ای به شــعاع ۳ ممکن است مکان سینما باشند. اگر نقطه راهنمای ســبز رنگ دیگری نیز داشته باشیم که سینما از آن ۴ متر فاصله داشــته باشد یعنی ســینما روی دایره به شعاع ۴ نیز هست ولی اشتراک دو دایره ممکن است دو نقطه شود، کدامیک مکان سینما است؟



شکل ۴

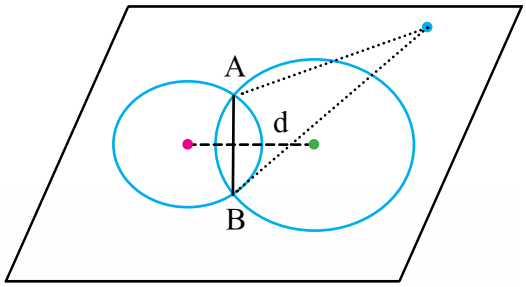
نقطه راهنمای جدیدی به رنگ آبی اضافه می‌کنم، به‌نظرت فرقی می‌کند این نقطه جدید را کجا بگذاریم؟ مثلاً این چطور است؟



شکل ۵

همان‌طور که می‌بینی فاصله نقطهٔ جدید از دو مکان احتمالی سینما یکسان است، پس این نقطهٔ آبی کمکی به پیدا کردن مکان سینما نمی‌کند.

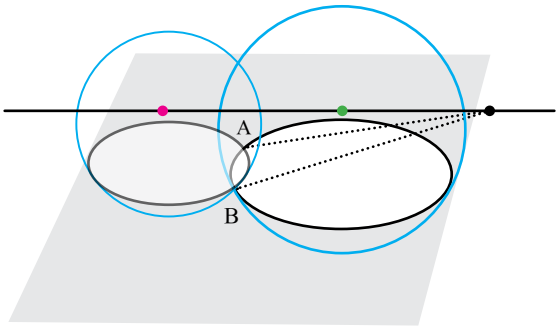
پس نقاط روی خط واصل دو نقطه راهنمای قرمز و سبز نقطه راهنماهای مناسبی نیستند. از کجا معلوم که نقاط دیگر صفحه، نقاط مناسبی باشند؟ مثلاً اگر نقطهٔ آبی مانند شکل زیر قرار می‌گرفت نقطهٔ راهنمای مناسبی می‌شد؟



شکل ۶

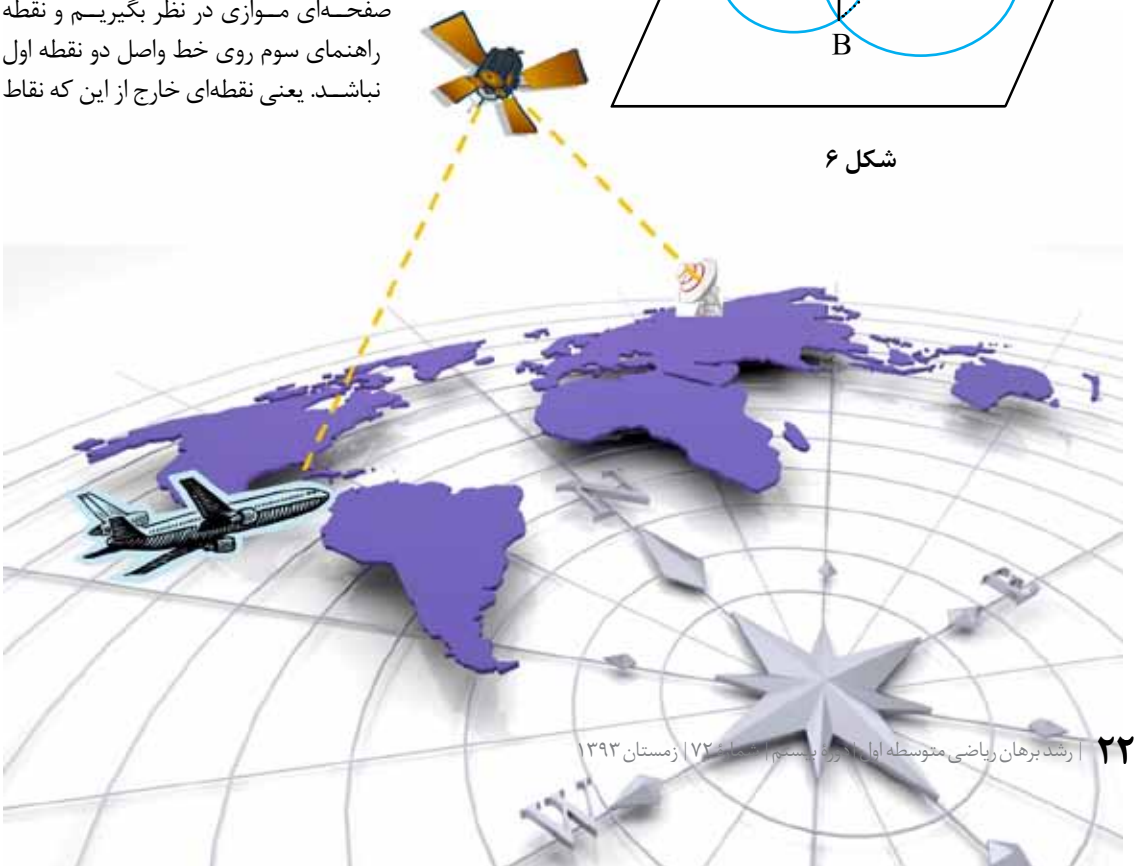
استدلال: A و B روی دایره‌های به مراکز نقاط قرمز و سبز بودند. پس هر کدام از نقاط قرمز و سبز از A و B به یک فاصله‌اند یعنی حتماً روی عمود منصف AB، یعنی خط d، قرار می‌گیرند. پس هر نقطه‌ای خارج خط d نقطه راهنمای مناسبی است.

می‌دانی که مردم روی صفحه نمی‌توانند از فاصلهٔ دور نقاط راهنما را ببینند. پس بیا خطی موازی صفحه داشته باشیم، نقاط به فاصلهٔ ۳ از نقطهٔ قرمز، کره‌ای می‌شوند که اشتراک آن‌ها با دنیای صفحه‌ای ما یک دایره است، پس نقطهٔ راهنمای دیگری هم لازم است که اشتراک دو دایرهٔ حاصل از آن‌ها روی دنیای صفحه‌ای، دو نقطه می‌شود. آیا نقطهٔ جدیدی روی خط مشکل ما را برای پیدا کردن مکان سینما حل می‌کند؟

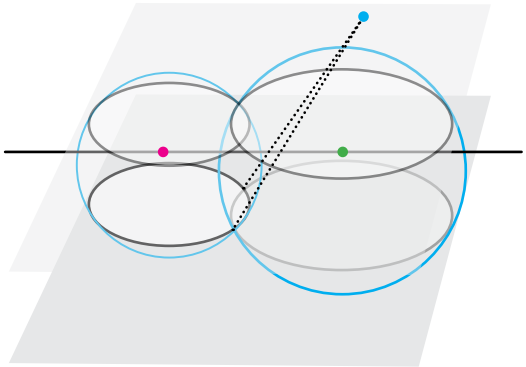


شکل ۷

همان‌طور که می‌بینید نقاط راهنمای جدید روی خط از مکان‌های احتمالی سینما به یک فاصله‌اند. پس خطی موازی دنیای صفحه‌ای برای نصب نقاط راهنما کافی نیست و باید صفحه‌ای موازی در نظر بگیریم و نقطه راهنمای سوم روی خط واصل دو نقطه اول نباشد. یعنی نقطه‌ای خارج از این که نقاط

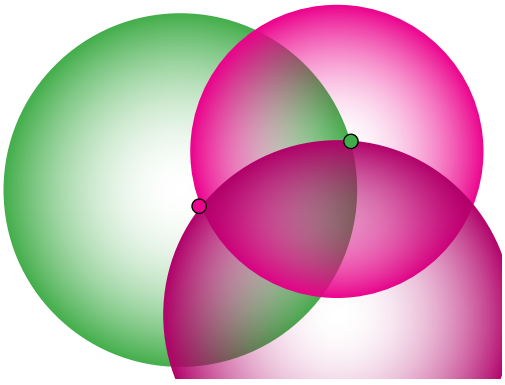


سبز و قرمز را به هم وصل کرده در این صفحهٔ جدید درنظر می‌گیریم.



شکل ۸

حال بیا نقاطی در فضا باشیم و نقاط راهنمایی بیابیم، اگر نقطه‌ای قرمز رنگ داشته باشیم و بگوییم مدرسه ما از آن ۳ متر فاصله دارد، مدرسه ما روی کره‌ای به شعاع ۳ قرار دارد و اگر نقطه راهنمای دیگر سبز رنگی داشته باشیم و مدرسه از آن فاصلهٔ ۵ متر داشته باشد، روی کرهٔ به شعاع ۵ نیز هستیم. اشتراک دو کره چه شکل‌هایی می‌تواند داشته باشد؟ مثلاً اگر دایره شود، یک کره دیگر (نقطه راهنمای دیگر) لازم است که ممکن است اشتراک آن با دایره دو نقطه شود پس در این حالت نقطهٔ راهنمای چهارمی هم لازم است.

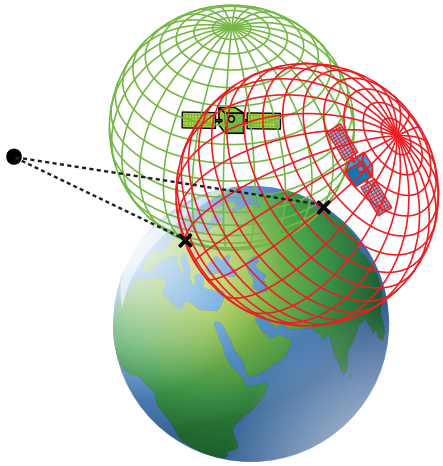


شکل ۹

حال مسئله را واقعی می‌کنیم. من و تو روی کرهٔ زمین زندگی می‌کنیم و می‌خواهیم نقاط راهنمایی در فضا قرار دهیم که از طریق آن آدرسی برای مکان خود روی زمین داشته باشیم، به‌نظر تو این مسئله به کدام‌یک از مسئله‌های بالا شبیه است؟

اگر بگوییم خانهٔ ما ۳ متر از نقطهٔ قرمز فاصله دارد یعنی روی کره‌ای به شعاع ۳ قرار دارد که بیشترین اشتراک آن با کرهٔ زمین، دایره‌ای روی زمین می‌شود. این تو را به یاد کدام‌یک از حالت‌های بالا می‌اندازد؟

بله، حالتی که روی صفحه زندگی می‌کردیم. منتها این‌بار صفحه‌ای خمیده. پس اینجا نیز حداقل ۳ نقطهٔ راهنما نیاز داریم.



شکل ۱۰

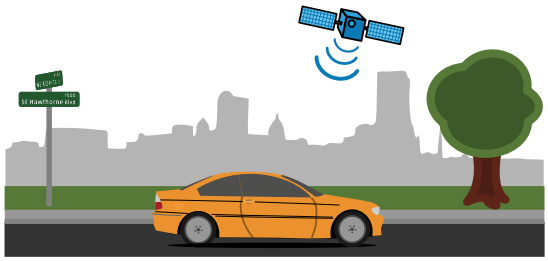
تو چند قدم به اختراع GPS نزدیک شدی! منتها به‌جای این نقاط راهنما، ماهواره‌هایی را به فضا فرستاده‌اند تا با امواجی که ۳ ماهواره به زمین می‌فرستند، فاصلهٔ هر نقطهٔ کرهٔ زمین تا سه ماهواره تعیین شود و با هم دیدیم که وقتی فاصلهٔ نقطه‌ای از سه نقطهٔ راهنما مشخص شود، چگونه یک و تنها یک مکان برای آن پیدا می‌شود. پس ما می‌توانیم روی کرهٔ زمین، مکانمان را با توجه به فاصله‌مان از آن سه نقطهٔ به همدیگر اطلاع دهیم و یا فاصله‌مان را از مکانی مشخص، مثل سینما، متوجه شویم.

ولی چند سؤال:

۱. آیا از همه نقاط کره زمین می‌توان امواج این چند ماهواره را دریافت کرد؟ پس چند ماهواره برای کل زمین لازم است؟

۲. امواج ماهواره با تأخیر به زمین می‌رسند، آیا این مشکلی در محاسبهٔ مکان ایجاد نمی‌کند؟ برای حل این مشکل چند ماهواره لازم است؟

اگر دوست داری پاسخ این سؤال‌ها را بدانی، ادامهٔ این مطلب را در شمارهٔ آینده بخوان.



دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

بالابرهای قیچی

حسین غفاری

کلیدواژه‌ها: مستطیل، قطر، سطوح موازی، بالابر قیچی

گاهی وقت‌ها لازم می‌شود که یک جسم (احتمالاً سنگین) را جابه‌جا و یا از روی زمین بلند کنید و یا ممکن است بخواهید خود را به ارتفاعی مناسب برای انجام کاری برسانید. در این مواقع به «بالابر» نیاز دارید. در شکل‌های ۱ و ۲ دو نمونه از مشهورترین انواع بالابرها نمایش داده شده است. این بالابرها به «بالابرهای قیچی» معروف‌اند.

شکل ۱

شکل ۲

در طراحی و ساخت بالابرها توجه این نکته بسیار اهمیت دارد که سطحی که قرار است انسان یا شیء روی آن قرار گیرد، باید هنگام بالا و پایین رفتن، همواره موازی سطح افق قرار گیرد وگرنه هرکس یا هر چیزی روی آن باشد، سُر می‌خورد و از آن بالا می‌افتد روی زمین! به نظر شما در ساخت این بالابرها، وجود چه طرحی باعث شده است که این اتفاق بیفتد؟

در شکل ۳ یک میز بالابر ساده نمایش داده شده است. سطح بالای میز (شمارهٔ۱) همان سطحی است که باید همواره موازی با سطح زمین باشد. در هر طرف میز دو قطعهٔ فلزی (شمارهٔ ۲) با طول‌های برابر، از وسط به صورت ضربدری به هم لولا (شمارهٔ۵) شده‌اند. انتهای سمت چپ هر کدام از این قطعه‌ها به سمت چپ بالا و پایین میز به طور ثابتی متصل شده است (شمارهٔ۶)، اما سمت چپ آن‌ها به طور آزادانه‌ای قابل حرکت است (شمارهٔ ۳).

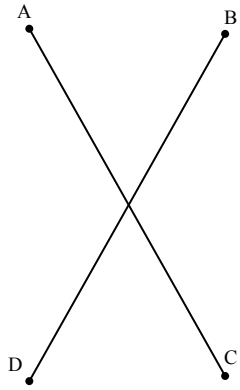
شکل۳

در این میز، دو جک هیدرولیک وظیفهٔ بالا و پایین بردن میز را بر عهده دارند (شمارهٔ ۴) که این کار با زیاد و کم کردن زاویهٔ

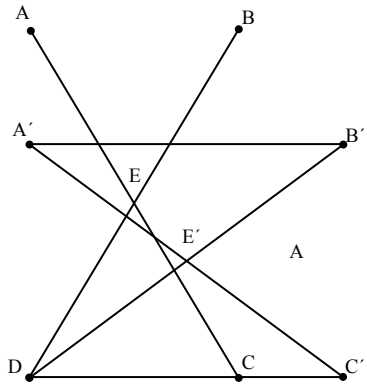
بین قطعه فلزهای ضربدری انجام می‌شود.

برای توضیح بیشتر در مورد ساختمان هندسی میز بالابر، قطعه فلزهای ضربدری را با دو پاره‌خط متقاطع AC و BD نشان می‌دهیم (شکل ۴) این دو پاره‌خط با هم برابرند و محل لولاشدنشان (نقطهٔ E)، وسط هر دو پاره‌خط است. طبق ویژگی‌های چهارضلعی که در کتاب ریاضی پایهٔ هشتم خوانده‌اید، چهارضلعی ABCD (اگر اضلاعش رسم شود) یک مستطیل است؛ زیرا قطرهایش با هم برابرند و یکدیگر را نصف می‌کنند. در نتیجه سطح میز (ضلع AB) با کف میز (ضلع DC) موازی است. وقتی (با زیاد و کم شدن زاویهٔ بین قطرهای چهارضلعی) سطح میز بالا و پایین می‌رود، هم چنان قطرهای چهارضلعی ABCD برابرند و همدیگر را نصف می‌کنند. بنابراین همواره با یک مستطیل مواجه هستیم که فقط طول و عرض آن را تغییر می‌کند.

در شکل ۵ دیده می‌شود که وقتی زاویهٔ بین دو قطر تغییر می‌کند (جک هیدرولیک باز و بسته می‌شود)، رأس D ثابت می‌ماند، اما



شکل۴



شکل۵

مکان رأس‌های A، B و C تغییر می‌کند و این نقاط به نقاط جدیدی تبدیل می‌شوند. با این تغییر، سطح میز پایین می‌آید، اما هم‌چنان با کف میز (سطح زمین) موازی است. از آنجا که دو سر انتهای سمت راست قطعه فلزها در میز بالابر، آزاد هستند و می‌توانند حرکت کنند، زیادشدن فاصلهٔ نقاط A و B و هم‌چنین نقاط C و D مشکلی ایجاد نخواهد کرد. در واقع با این روش سطح میز بالا و پایین می‌رود، اما همواره با سطح افق موازی باقی می‌ماند.

با لولا کردن چند تا از این قیچی‌ها به هم، می‌توان بالابرهایی ساخت که سطح آن‌ها تا ارتفاع بیشتری بالا بیاید، اما هنگام بسته شدن، فضای کمی اشغال کنند. در میز بالابر شکل۶ ، دو بار از این ساختار هندسی استفاده شده است. با استفاده از چنین میزی می‌توان شیئی را خیلی بیشتر بالا برد. در شکل ۲ دیده می‌شود که با استفادهٔ بیشتر از این ساختار قیچی مانند، می‌توان به ارتفاع‌های بلندتری نیز رسید. شکل ۷ می‌بینید که این نوع بالابرها هنگام بسته بودن ارتفاع خیلی کمی دارند و فضای کمی را اشغال می‌کنند.

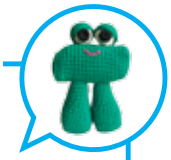
شکل۷

شکل۶

پی‌نوشت:

1.Scissors Lifts

همه‌چیز دربارهٔ عدد پی!



● **عدد پی و موسیقی**

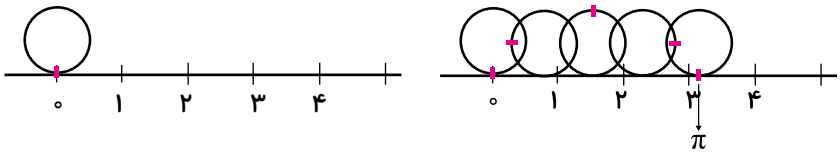
برخی تلاش کرده‌اند با استفاده از ارقام اعشاری عدد پی، نت‌های موسیقی بسازند و آن‌ها را بنوازند. یکی از این تلاش‌ها را می‌توانید در وب‌گاه زیر ببینید و بشنوید:

http://avoision.com/experiments/pi10k

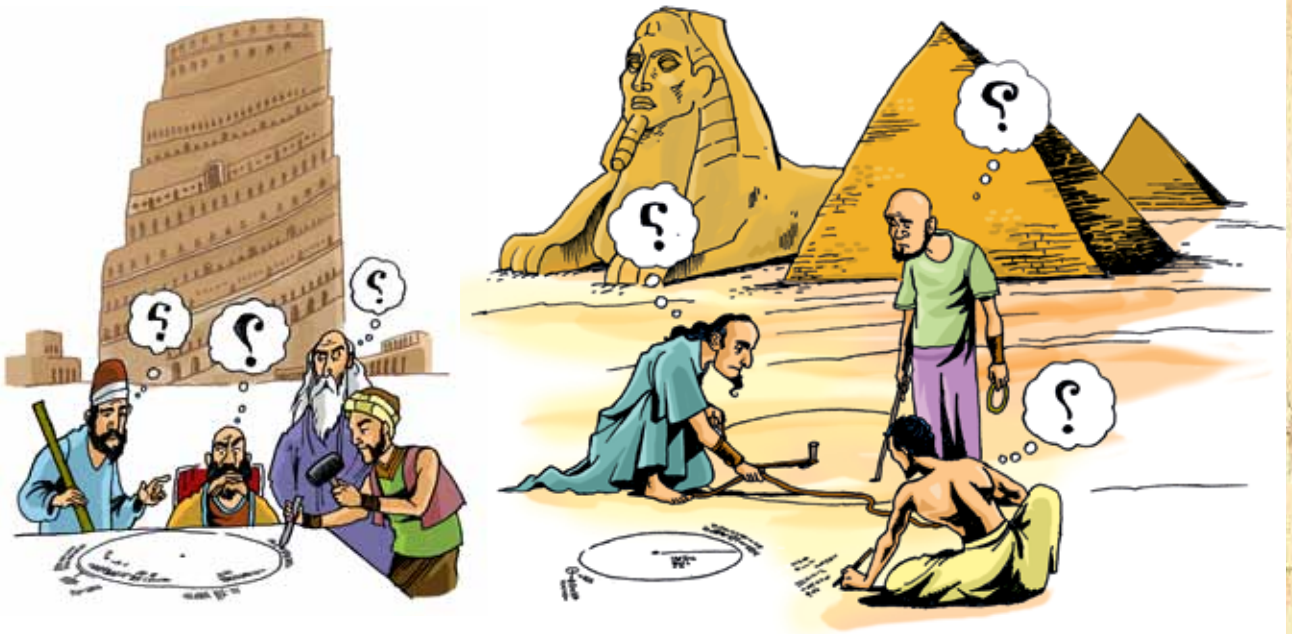
سپیده چمن‌آرا تصویرگر: سام سلماسی

عدد پی در بستر تاریخ

عدد π یکی از عددهای ثابتِ معروف دنیای ریاضیات و در دنیای اطراف ما است. این عدد، برابر با نسبت محیط یک دایره به قطر آن دایره است.



حدود ۴۰۰۰ سال پیش، مصری‌ها و بابلی‌ها اولین کسانی بودند که فهمیدند نسبت محیط دایره به قطر آن، عددی ثابت است. آنها تلاش کرده‌اند مقدار واقعیِ آن‌را پیدا کنند ولی تنها می‌توانستند تقریب‌های خوبی از آن را به‌دست آورند.



هنوز به درستی نمی‌دانیم که مصری‌ها و سومری‌ها و بابلی‌ها چگونه مقدار پی را محاسبه می‌کردند. اولین تقریب‌های ثبت شده از عدد پی در بابل و مصر حدود ۱ درصد با مقدار واقعی پی تفاوت داشتند.

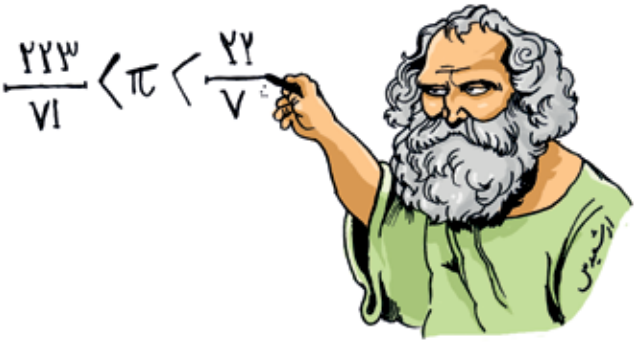
در بابِل در یک لوح گلی مربوط به ۱۹۰۰ تا ۱۶۰۰ سال قبل از میلاد مسیح، متنی هندسی بود که نشان می‌داد پی تقریبا $\frac{۲۵}{۸}$، یعنی ۳/۱۲۵ است.

آحمس، دانشمند مصری، حدود ۱۶۵۰ سال پیش از میلاد مسیح، در پاپیروسی که امروزه به پاپیروس «رایند» مشهور است و در موزهٔ مسکو نگهداری می‌شود، تقریب $(\frac{۱۶}{۹})^۲$ یعنی ۳/۱۶۰۴۹ را برای عدد پی ثبت کرده است. او مساحت دایره‌ای به قطر ۹ را با مساحت مربعی به ضلع ۸، برابر گرفته است.

هندی‌های حدود ۶۰۰ سال پیش از میلاد مسیح، در متنی به زبان سانسکریت عدد پی را برابر با $\frac{۹۷۸۵}{۵۵۶۸}$ یعنی تقریباً ۳/۰۸۸ گرفته بودند.

در چین باستان نیز تا مدت‌ها عدد پی را برابر با ۳ می‌گرفتند. تا سال‌ها، تقریبِ مصری‌ها و بابلی‌ها برای عدد پی، از تقریب ریاضی‌دان‌های بعد از آنها بهتر بود.

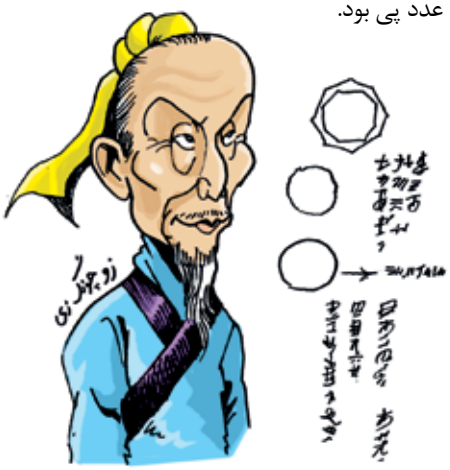
یونانیان باستان، برای یافتن مقدار عدد پی، از مساحت چندضلعی‌هایی که محاط درون دایره یا محیط در بیرون دایره بودند استفاده می‌کردند. ارشمیدس، دانشمند و ریاضی‌دان بزرگ یونانی، اولین کسی بود که حدود ۲۵۰ سال پیش از میلاد مسیح، برای یافتن عدد پی از محیط چند ضلعی‌های محاطی و محیطی دایره استفاده کرد و در واقع او اولین کسی بود که می‌دانست مقدار عدد پی، مقدار دقیقی نیست و با روش خود، تا آن زمان بهترین محدوده را برای عدد پی تعیین کرد:



بعدها ریاضی‌دانان شرقی و غربی، روش ارشمیدس را برای یافتن تقریب‌های بهتری برای عدد پی مورد استفاده قرار دادند.

حدود ۲۶۵ سال بعد از میلاد مسیح، ریاضی‌دان چینی لیوهوی، یک الگوریتم ابداع کرد و با استفاده از آن و یک ۳۰۷۲ـ ضلعی، مقدار ۳/۱۴۱۵۹ را برای عدد پی به‌دست آورد.

پس از او، زو چونگ‌زی، ریاضی‌دان دیگر چینی، حدود ۴۸۰ سال پس از میلاد، با استفاده از الگوریتم لیو هوی و یک چندضلعی با ۱۲۲۸۸ ضلع، عدد پی را تقریباً $\frac{۳۵۵}{۱۱۳}$ در آورد که ۷ رقم اول آن درست است و تا حدود ۸۰۰ سال بهترین تقریب برای عدد پی بود.



در هنـد نیز منجم هندی، آریابها تا حدود ۵۰۰ سـال پس از میلاد مسیح، کسرِ $\frac{62832}{20000}$ را که برابر با ۳/۱۴۱۶ بود و از مقدار $\frac{22}{7}$ که توسـط ارشمیدس استفاده می‌شد، دقیق‌تر بود، برای مقدار عدد پی یافت.

پـس از او، ریاضی‌دان معروف هنـدی در قرن هفتـم میـلادی، براهما گوپتـا نیـز تلاش‌هایی برای یافتن عدد پی کرد. او از تقریـب $\sqrt{10}$ برای عدد پی استفاده کرد که تقریب بهتری نسبت به دیگر تقریب‌ها نبود.

فیبوناتچی، ریاضی‌دان ایتالیایی نیز در سال ۱۲۲۰ میلادی، با اسـتفاده از چندضلعی‌ها و با روش مستقل از روش ارشمیدس، مقدار ۳/۱۴۱۸ را برای عدد پی یافت.

ایرانی‌هـا نیز برای یافتن عـدد پی تلاش‌هایی کردند. منجم و ریاضی‌دان بزرگ ایرانی، غیاث‌الدین جمشـید کاشانی در سال ۱۴۲۴ میلادی (۸۰۳ هجری شمسی) با استفاده از چندضلعی‌ای کـه 3×2^{28} ضلع داشـت، مقدار عدد پی را تا ۱۶ رقم درسـت محاسبه کرد که هم در نوع خود بی‌نظیر بود و هم این که با وجود تلاش ریاضی‌دانان اروپایی، این رکورد تا ۱۸۰ سـال بعد باقی ماند.

در قرن ۱۶ و ۱۷ میلادی، با توسعهٔ سری‌های نامتناهی، جهشی در تقریب‌هـای عدد پی رخ داد. البته پیـش از آن، ریاضی‌دانان هندی نیز با استفاده از همین محاسبه‌های نامتناهی، عدد پی را تا ۱۱ رقم اعشار یافته بودند.

عصر جدید و الگوریتم‌های عددی

با ظهور رایانه‌ها، و استفاده از الگوریتم‌هایی که در آنها دنباله‌ای از عددهایی که به پی نزدیک می‌شوند، تولید می‌شود، انقلابی در یافتن ارقام بیش‌تری از عدد پی رخ داد.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

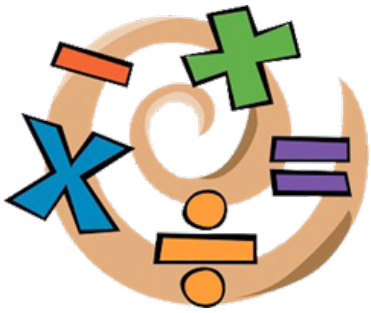
چه علامتی را کجا بگذاریم؟

مگر فرقی هم می‌کند؟!

نغمه حاج‌صادقی
سپیده چمن‌آرا

کلیدواژه‌ها: محاسبات چهار عمل اصلی، اولویت انجام عملیات ریاضی، ترتیب انجام عملیات ریاضی

همهٔ شما چهار علامتِ «+»، «-»، «×» و «÷» را می‌شناسید. معمولاً معلم‌های ریاضی این علامت‌ها را بین عددها می‌گذارند و عبارت‌هایی می‌سازند که شما دانش‌آموزان باید حاصل آن‌ها را پیدا کنید؛ مثلِ ۲+۲×۲-۲ =.



برای محاسبهٔ حاصل چنین عبارتی، ابتدا باید بدانیم که اولویت انجام عملیات ریاضی چیست. «اولویت» انجام عملیات ریاضی، یعنی اول باید کدام عمل انجام شود، بعد کدام، بعد کدام و.... ؛ یعنی ترتیب انجام دادنِ عملیات. مثلاً سه تا از دانش‌آموزان؛ سه روش متفاوت عبارت بالا را محاسبه کردند و سه جواب خیلی متفاوت به دست آوردند:

دانش‌آموز اول، ابتدا جمع را انجام داد و بعد ضرب و بعد تفریق را:

۲+۲×۲-۲ = ۴×۲-۲ = ۸-۲=۶

دانش‌آموز بعدی، ابتدا تفریق را انجام داد و بعد ضرب و سپس جمع را:

۲+۲×۲-۲ = ۲+۲×۰ = ۲+۰=۲

و بالاخره سومین دانش‌آموز، اول ضرب را انجام داد و بعد جمع و سپس تفریق را:

۲+۲×۲-۲ = ۲+۴-۲=۴

پس می‌بینید، برای اینکه همه به یک پاسخ برسند، یا باید با پرانتز گذاشتن، ترتیب موردنظر را مشخص کنند، یا در مواردی که مانند مثال بالا، چندین ترتیب برای انجام عملیات در یک عبارت وجود دارد، باید با هم قرار بگذارند که کدام ترتیب، ترتیب موردنظر است و سپس همه مثل هم آن عبارت را محاسبه کنند. در ریاضیات، ترتیب انجام عملیات به شکل زیر قرارداد شده است:

- اول، محاسبهٔ داخل پرانتز؛
- دوم، ضرب و تقسیم از چپ به راست؛
- سوم، جمع و تفریق از چپ به راست.

خب، حالا کدام دانش‌آموز عبارت بالا را درست محاسبه کرده است؟ بله، دانش‌آموز سوم. حالا شما با قرار دادن علامت‌های +، -، ×، ÷ یا ( ) و با در نظر گرفتن ترتیب انجام محاسبات، عبارت‌های عجیب زیر را تکمیل کنید:

۹ ۹ ۹ ۹ = ۷	۵ ۵ ۵ ۵ = ۳	۲ ۲ ۲ ۲ = ۰
۹ ۹ ۹ ۹ = ۹	۵ ۵ ۵ ۵ = ۵	۲ ۲ ۲ ۲ = ۱
۹ ۹ ۹ ۹ = ۱۰	۵ ۵ ۵ ۵ = ۶	۲ ۲ ۲ ۲ = ۲
۹ ۹ ۹ ۹ = ۱۹	۵ ۵ ۵ ۵ = ۲۶	۲ ۲ ۲ ۲ = ۳
۹ ۹ ۹ ۹ = ۸۰	۵ ۵ ۵ ۵ = ۳۰	۲ ۲ ۲ ۲ = ۴
۹ ۹ ۹ ۹ = ۸۱	۵ ۵ ۵ ۵ = ۵۰	۲ ۲ ۲ ۲ = ۵
۹ ۹ ۹ ۹ = ۹۰	۵ ۵ ۵ ۵ = ۵۵	۲ ۲ ۲ ۲ = ۶
۹ ۹ ۹ ۹ = ۷۲۰	۵ ۵ ۵ ۵ = ۱۲۰	۲ ۲ ۲ ۲ = ۱۰
		۲ ۲ ۲ ۲ = ۱۲

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

شعبده‌های ریاضی
آقای شُبَّده‌چی

بهزاد اسلامی مسلّم

کلیدواژه‌ها: شعبدهٔ ریاضی، شعبده‌های تاس، آموزش ریاضی

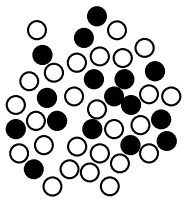
در ۹ شمارهٔ قبل «برهان» با آقای **شبّده‌چی** آشنا شدید. او شعبده‌باز ریاضی است. یعنی شعبده‌بازی می‌کند و در شعبده‌بازی‌هایش، از ریاضی استفاده می‌کند. او پسری به اسم **شُبّی** دارد. شُبّی قرار است در آینده راه پدر را ادامه دهد. به همین دلیل، آقای شبّده‌چی کم‌کم به شُبّی فوت‌وفن‌های شعبده‌بازی ریاضی اش را یاد می‌دهد. او این بار به سراغ شعبده‌بازی با چند مهره رفته است.

باز هم قرار بود آقا شبّده‌چی، شعبده‌ای به شُبّی یاد دهد. او جعبه‌ای در دست داشت و جلوی میزی ایستاده بود.

شبّده‌چی گفت: «ببین شُبّی جان! من در این جعبه ۴۲ مهره دارم. دو طرف هر مهره‌ای، رنگ‌هایی متفاوت دارند: هر مهره‌ای یک طرفش سیاه است و طرف دیگرش سفید.»

شبّده‌چی ادامه داد: «حالا همهٔ این ۴۲ مهره را روی میز بچین. هرطور که دوست داری. هر مهره‌ای را می‌توانی از طرف سیاه یا سفید روی میز بگذاری.»

شبی مهره‌ها را به این شکل **روی میز** چید:

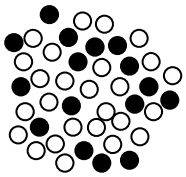


شبّده‌چی چند لحظه به مهره‌ها نگاه کرد و گفت: «حالا این پارچه را طوری دور سرم بپیچ که نتوانم هیچ چیزی را ببینم.»

شُبّی پارچه را دور سر پدرش بست.

شبده چی ادامهٔ کار را توضیح داد: «مهره‌ها را هرقدر که می‌خواهی روی میز جابه‌جا کن. البته نباید هیچ مهره‌ای را پشت‌ورو کنی. اگر روی سفید مهره‌ای بالاست، همان رویش بالا بماند و اگر روی سیاهش بالاست، باز هم روی سیاهش بالا بماند.»

شُبّی مهره‌ها را جابه‌جا کرد تا مهره‌های روی میز به این شکل درآمدند:



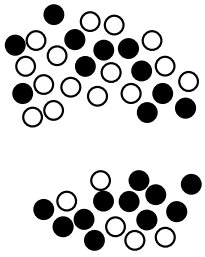
شبّده‌چی گفت: «حالا شعبده‌ام را اجرا می‌کنم: **این مهره‌ها را دو دسته می‌کنم،طوری که تعداد مهره‌های سیاه در دستهٔ اول با تعداد مهره‌های سیاه در دستهٔ دوم برابر باشد!»**

شُبّی پرسید: «یعنی بدون اینکه چشم‌بندتان را باز کنید؟»

شبّده‌چی پاسخ داد: «بله. فقط بعضی مهره‌ها را جابه‌جا یا پشت‌ورو می‌کنم، و لازم نیست هیچ‌چیزی را ببینم!»

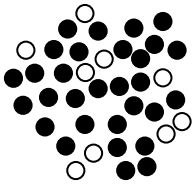
سپس مشغول شد. مهره‌ها را دو دسته کرد و بعضی از آن‌ها را برگرداند. سپس رو کرد به شُبّی و گفت: «من مطمئنم که تعداد مهره‌های سیاه در این دو دسته یکسان است.»

شُبّی به دو دسته نگاه کرد:



در هر دسته، دقیقاً ۱۱ مهرهٔ سیاه وجود داشت!

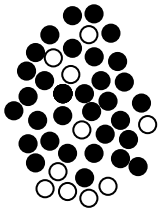
شُبّی با هیجان برای پدرش دست زد. سپس گفت: «یک بار دیگر!» و دوباره مهره‌ها را چید.



شبّده‌چی گفت: «شُبّی! یک لحظه این چشم‌بند را باز کن تا من نگاهی کوتاه به مهره‌ها بیندازم.»

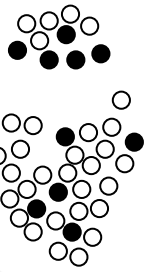
شُبّی چشم‌بند را باز کرد. شبّده‌چی مهره‌ها را نگاه کرد و گفت: «چشم‌بند را دوباره ببند!»

شُبّی این کار را کرد و بعد مهره‌ها را جابه‌جا کرد. البته باز هم، همان‌طور که شبّده‌چی گفته بود، هیچ مهره‌ای را پشت‌ورو نکرد.



شُبّی به پدرش گفت: «کار من تمام شد، نوبت شماست.»

شبّده‌چی بعضی مهره‌ها را جابه‌جا کرد و بعضی از آن‌ها را پشت‌رو کرد و آن‌ها را به دو دسته با تعداد یکسان مهرهٔ سیاه تقسیم کرد:



شُبّی از پدرش پرسید: «چه‌طور این کار را می‌کنید؟»

شبّده‌چی گفت: «حیف نیست که راز شعبده را من بگویم؟»

قرار شد شُبّی به این شعبده فکر کند. صبح فردا، شُبّی راز شعبده را فهمیده بود؛ خودش به تنهایی.

راز شعبده

خواندید که شبّده‌چی قبل از اینکه چشم‌بند به سرش بسته شود، به مهره‌ها نگاه می‌کند. چرا؟ زیرا برای این شعبده باید تعداد مهره‌های سیاه را بداند. پس آن‌ها را به سرعت می‌شمارد. شُبّی اجازه ندارد مهره‌ای را پشت‌ورو کند. پس تعداد مهره‌های سیاه با تغییراتی که شبی در جای مهره‌ها می‌دهد، تفاوت نمی‌کند. شبّده‌چی در ادامهٔ کار، با چشمان بسته مهره‌ها را دو دسته می‌کند:

- «دستهٔ پایین» که در آن دقیقاً به تعداد مهره‌های سیاه در ابتدای کار، مهره هست.
- «دستهٔ بالا» که بقیهٔ مهره‌ها در آن هستند.

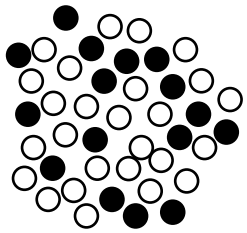
شبّده‌چی اصلاً نمی‌داند که چند تا از مهره‌های دستهٔ پایین سیاه هستند و چندتایشان سفیدند، اما اشکالی ندارد! لازم نیست بداند.

او بدون دیدن، مطمئن است که:

تعداد مهره‌های سفید دستهٔ پایین = تعداد مهره‌های سیاه دستهٔ بالا

چرا؟ از کجا مطمئن است؟ توضیح می‌دهیم.

بیایید به اولین باری که این شعبده اجرا شد، برگردیم:



حالا شبّده‌چی مهره‌ها را دو دسته می‌کند:

- دستهٔ پایین، با ۱۶ مهره (زیرا ۱۶ تا از مهره‌ها سیاه هستند).
- دستهٔ بالا، بقیهٔ مهره‌ها.

شبّده‌چی نمی‌داند دستهٔ پایین چند تا مهرهٔ سفید دارد. ممکن است ۰ یا ۱ یا ۲ یا ... یا ۱۶ مهرهٔ سفید داشته باشد! بیایید حالات متفاوت را بررسی کنیم تا ببینیم آیا تساویِ

تعداد مهره‌های سفید دستهٔ پایین = تعداد مهره‌های سیاه دستهٔ بالا

برقرار است یا نه:

✓ تعداد مهره‌های سفید در دستهٔ پایین: ۰

یعنی دستهٔ پایین از ۱۶ مهرهٔ سیاه تشکیل شده است. پس همهٔ ۱۶ مهرهٔ سیاه موجود، در دستهٔ پایین قرار دارند. در نتیجه، دستهٔ بالا هیچ مهرهٔ سیاهی ندارد.

✓ تعداد مهره‌های سفید در دستهٔ پایین: ۱

یعنی دستهٔ پایین ۱۵ تا مهرهٔ سیاه دارد. پس از بین ۱۶ مهرهٔ سیاه موجود، فقط ۱ مهرهٔ سیاه در دستهٔ بالاست.

✓ تعداد مهره‌های سفید در دستهٔ پایین: ۲

یعنی دستهٔ پایین ۱۴ تا مهرهٔ سیاه دارد. پس از بین ۱۶ مهرهٔ سیاه موجود، ۲ مهرهٔ سیاه در دستهٔ بالاست.

✓ تعداد مهره‌های سفید در دستهٔ پایین: ۳

یعنی دستهٔ پایین ۱۳ تا مهرهٔ سیاه دارد. پس از بین ۱۶ مهرهٔ سیاه موجود، ۳ مهرهٔ سیاه در دستهٔ بالاست.

دقیقاً همین‌طور می توانیم تا عدد ۱۶ ادامه دهیم. پس معلوم می‌شود که:

تعداد مهره‌های سفید دستهٔ پایین = تعداد مهره‌های سیاه دستهٔ بالا.

اما ما می‌خواستیم تعداد مهره‌های سیاه دو دسته برابر شود، نه اینکه تعداد مهره‌های سفید یکی با تعداد مهره‌های سیاه دیگری برابر شود. اگر گفتید چه کار باید بکنیم؟

بله! همهٔ مهره‌های دستهٔ پایین را پشت‌ورو می‌کنیم. پس هر مهره‌ای که سیاه بود، حالا سفید می‌شود و هر مهره که سفید بود، سیاه می‌شود. حالا دیگر مطمئن هستیم که:

تعداد مهره‌های سیاه دستهٔ پایین = تعداد مهره‌های سیاه دستهٔ بالا

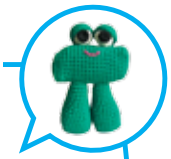
اگر تعداد مهره‌های سیاه در ابتدای کار یا حتی تعداد کل مهره‌ها هم تغییر بکند، باز هم همین روش درست است:

مرحلهٔ اول: دسته‌های بالا و پایین به‌طوری‌که تعداد مهره‌های دستهٔ پایین، برابر تعداد مهره‌های سیاه باشد.

مرحلهٔ دوم: پشت‌ورو کردن همهٔ مهره‌های دستهٔ پایین.

منبع

http://www.numericana.com/answer/magic.htm



همه‌چیز دربارهٔ عدد پی!

● به خاطرسپاری ارقام π

در سراسر جهان، افراد زیادی علاقه دارند ارقام پی را حفظ کنند. آن‌ها در این کار با هم رقابت می‌کنند و می‌کوشند رکوردهایی را به نام خود ثبت کنند. در سال ۲۰۰۵ میلادی یک چینی توانست ۶۷۸۹۰ رقم پی را از حفظ بگوید و «رکورد گینس» را به نام خود ثبت کند. او برای گفتن این تعداد رقم، ۲۴ ساعت و ۴ دقیقه زمان صرف کرد! در سال ۲۰۰۶ هم یک مهندس بازنشستهٔ ژاپنی ادعا کرد که ۱۰۰۰۰۰ رقم پی را از بر است. هرچند که این ادعا توسط مؤسسهٔ رکورد گینس به ثبت نرسید.

برای به خاطرسپاری ارقام پی، روش‌های متفاوتی وجود دارد. مثلاً برخی با پیدا کردن الگوهایی در این اعداد، به حفظ کردن آن‌ها می‌پردازند. یک روش دیگر، به خاطرسپاری متنی است که تعداد حروف هریک از کلمه‌های آن نشان‌دهندهٔ یکی از ارقام پی است. شعر فارسی زیر چنین خاصیتی را دارد:

«خرد و بینش و آگاهی دانشمندان
ره سر منزل مقصود بما آموزد»

کلمهٔ اول یعنی خرد ۳ حرف، بعدی ۱ حرف، بعدی ۴ حرف، بعدی ۱ حرف و بعدی ۵ حرف دارد. به همین ترتیب اگر ادامه دهیم و این ارقام را از چپ به راست کنار هم بگذاریم، به ارقام عدد پی خواهیم رسید:

۳/۱۴۱۵۹۲۶۵۳۵

به همین روش و با استفاده از ارقام عدد پی، کتاب‌هایی هم نوشته شده است. مثلاً کتابی که ۱۰۰۰۰ کلمه دارد؛ کلماتی که تعداد حروفشان، ارقام عدد پی را نشان می‌دهند.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

رمزنویسی به کمک عدد پی

زهره پندی

کلیدواژه‌ها: رمز نویسی، عدد پی، شیفت حرف

از قدیم استفاده از رمزنویسی در مکاتبات جنگی مرسوم بوده است. شیفت دادن حروف و قرار دادن یک حرف به جای حرفی دیگر، یکی از قدیمی‌ترین روش‌های رمزنویسی است.

در ساده‌ترین شکل، می‌توانیم هر حرف را مثلاً ۳ تا به جلو شیفت بدهیم و کلمه‌ای را به‌صورت رمزی بنویسیم:

الف	ب	پ	ت	ث	ج	چ	ح
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
خ	د	ذ	ر	ز	ژ	س	ش
۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
ص	ض	ط	ظ	ع	غ	ف	ق
۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴
ک	گ	ل	م	ن	و	ه	ی
۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱	۳۲

در این روش به جای حرف الف، حرف ت و به جای حرف ب، حرف ث و به همین ترتیب به جای هر حرف، حرفی را قرار می‌دهیم که سه خانه از آن جلوتر است. بدین‌ترتیب به جای حرف ن، حرف ی قرار می‌گیرد.

حدس می‌زنید چه حرف‌هایی به ترتیب به جای حروف و، هـ و ی قرار می‌گیرند؟ اگر حدستان حروف الف، ب و پ است، کاملاً درست حدس زده‌اید.

سلام!	خوبی؟
ضوته!	راثپ؟

اما رمزگشایی پیام‌هایی که با این روش رمزنویسی شده‌اند، بسیار ساده است و دشمن به سادگی و با آمار گرفتن از حروف پرتکرار می‌تواند آن‌ها را رمزگشایی کند و معنی پیام‌ها را دریابد.

اکنون می‌خواهیم روش رمزنویسی را کمی پیچیده‌تر کنیم!

در این روش باز هم هر حرف را به جلو شیفت می‌دهیم، اما همهٔ حروف را به یک اندازه جلو نمی‌بریم.

رقم‌های عدد پی را به ترتیب زیر می‌نویسیم.

۳/۱۴۱۵

حرف اول را ۳ خانه جلو می‌بریم، حرف دوم را ۱ خانه، حرف سوم را ۴ خانه و به همین ترتیب هر حرف را به تعداد رقم متناظر با آن در عدد پی، جلو می‌بریم.

...	رقم دهم	رقم نهم	رقم هشتم	رقم هفتم	رقم ششم	رقم پنجم	رقم چهارم	رقم سوم	رقم دوم	رقم یکم
...	۳	۵	۶	۲	۹	۵	۱	۴	۱	۳

سلام!	خوبی؟
ضمثن!	رهجا؟

اکنون کلمهٔ موردنظر به یک رمز پیچیده تبدیل شده است.

برای رمزگشایی یک متن که با این روش رمزنویسی شده است، باید مرحله به مرحله برگردیم:

مثلاً کلمهٔ «ظهر» به دست ما می‌رسد. باید حرف اول را ۳خانه، حرف دوم را ۱ خانه و حرف سوم را ۴ خانه به عقب شیفت بدهیم. آیا می‌توانید کلمهٔ موردنظر را پیدا کنید؟

در شمارهٔ گذشتهٔ مجله، روشی برای رمزنویسی به کمک تجزیهٔ اعداد معرفی شده بود. آن روش را با روشی که در اینجا آشنا شدید مقایسه کنید.

به نظر شما استفاده از کدام روش ساده‌تر است؟

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

زبان ما زبان ریاضی

لیلا خسروشاهی

کلیدواژه‌ها: زبان ریاضی، زبان روزمره، معنی اگر، جملهٔ شرطی

اخبار

اگر برف سنگین ببارد، مدرسه‌ها تعطیل می‌شوند.

بنابر جملهٔ بالا چه اتفاقاتی ممکن است بیفتد؟

اگر برف سنگین ببارد

- حتماً مدرسه‌ها تعطیل می‌شوند.

اگر برف سنگین نبارد

- ممکن است اتفاق دیگری مدرسه‌ها را تعطیل کند؛ مثل طوفان شدید یا آلودگی هوا.
- ممکن است اتفاق ناگواری نیفتد و مدرسه‌ها باز باشند.

حالا تصور کنید که از ماه‌ها پیش قرار است امشب با خانواده‌تان به گردش بروید، اما شما تکالیف انجام نشدهٔ زیادی دارید.

یکی از آن جمله‌هایی که ممکن است با لحنی تهدیدآمیز از مادر خود بشنوید

اگه «تکالیفت را انجام بدی»، امشب می‌ریم گردش.

امشب چه اتفاقاتی ممکن است برای شما بیفتد؟

اگر تکالیفتان را انجام داده باشید

- حتماً به گردش خواهید رفت.

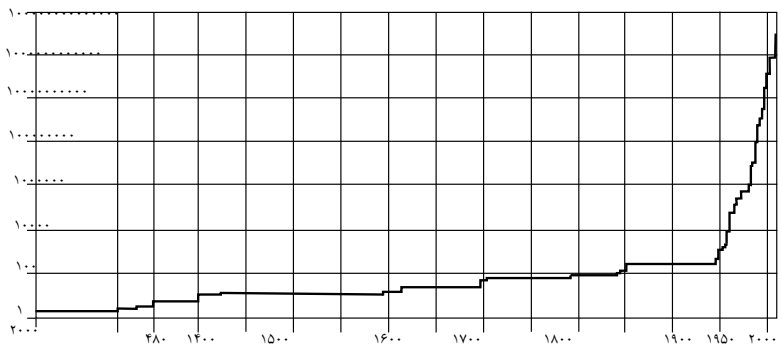
اگر تکالیفتان را انجام نداده باشید

- با تهدیدی که در لحن مادر هنگام گفتن آن جمله بود، مطمئن باشید که خبری از گردش نیست.

همه‌چیز دربارهٔ عدد پی!

- **روند کشف ارقام عدد پی**

فکر می‌کنید در محدودهٔ سال‌های ۱۹۵۰ - ۲۰۰۰ میلادی چه اتفاقی سبب شد تا تعداد ارقام کشف شدهٔ عدد پی به سرعت افزایش یابد؟



همان‌طـور که می‌بینید، طبق جمله‌ای که در اخبار آمده بود، فقط وقتی که «برف سـنگین ببـارد»، مطمئناً مدارس تعطیل می‌شوند. در غیر این صورت، یعنی وقتی «برف سنگین نبارد»، هر اتفاقی ممکن اسـت بیفتد. اما برخلاف جمله‌ای که در اخبار دیدیم، جمله‌ای که از مادر شنیدید، وضعیت شما را خیلی خوب روشـن کرد. بـا اینکه او فقط در مورد زمانـی که «تکالیفتان را نوشـته باشید» صحبت کرد، اما لحن تهدیدی در ادای جملهٔ او بود که نشان می‌داد، شـما وقتی «تکلیفتان را ننوشته باشید»! امکان ندارد به گردش بروید.

گاهـی اوقات نحـوهٔ گفتن یک جمله، معنی آن را مشـخص می‌کند. در مورد بالا، شـاید اگر لحن مادر همراه با تهدید نبود، در صورت ننوشتن تکالیف هنوز هم امکان رفتن به گردش وجود داشت.

زبان ریاضـی از این نظر با زبان روزمره تفاوت دارد. در ریاضی جمله‌هایی ماننـد جمله‌های مادر، که معمولاً با «اگر» شـروع می‌شوند، معنایی مانند جمله‌ای که در اخبار دیدیم، دارند.

یکـی از آن جمله‌هایـی کـه در ریاضـی خیلـی می‌بینیم یا می‌شنویم و با «اگر» شروع می‌شوند:

اگر عددی بر ۴ بخش‌پذیر باشـد، آن عدد بر ۲ هم بخش‌پذیر است.

اگر عدد موردنظر بر ۴ بخش‌پذیر باشد

- حتماً بر ۲ هم بخش‌پذیر است.

اگر عدد موردنظر بر ۴ بخش‌پذیر نباشد

- ممکن اسـت بـر ۲ بخش‌پذیر نباشـد؛ مثـل ۱۵ که بر ۴ بخش‌پذیر نیست، و بر ۲ هم بخش‌پذیر نیست.
- ممکـن اسـت بـر ۲ بخش‌پذیر باشـد؛ مثل ۱۸ کـه بر ۴ بخش‌پذیر نیست، اما بر ۲ بخش‌پذیر است.

حواسـمان باشد که **زبان ریاضی از دقت بیشتری نسبت به زبـان روزمرهٔ ما برخوردار اسـت.** در زبان روزمره، وقتی دربارهٔ یک موقعیت حرف می‌زنیم، مثل جملهٔ «وقتی تکالیفت را انجام داده باشی»، ممکن است به‌طور پنهانی در مورد موقعیت برعکس آن (وقتی تکالیفت را انجام نداده‌ای) هم حرف بزنند.

اما **زبان ریاضی وقتی در مورد یک موقعیت خاص حرف می‌زنـد** (مثل اعدادی که بـر ۴ بخش‌پذیرنـد)، **به موقعیت عکس آن** (یعنی اعدادی که بر ۴ بخش‌پذیر نیسـتند) **کاری نـدارد.** پس جملهٔ «اگر عددی بر ۴ بخش‌پذیر باشـد، آن عدد بر ۲ هم بخش‌پذیر اسـت» و جملهٔ «اگر عددی بر ۴ بخش‌پذیر نباشد، آن عدد بر ۲ هم بخش‌پذیر نیست»، به یک معنا نیستند.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

«π» چه‌قدر است؟

گزارش

زهره‌پندی
سپیده‌چمن‌آرا
عکاس: رضا بهرامی

روزی در اردی‌بهشت ماه سال ۹۳، به «مدرسهٔ راهنمایی پسرانهٔ رهیار» در منطقهٔ ۵ تهران رفتیم. ما مهمانِ تعدادی از دانش‌آموزان سوم راهنمایی آن مدرسه بودیم. قرار بود با هم تلاش کنیم مقدار عدد π را با دقتی بیشتر از دو رقم اعشار ـ یعنی دقیق‌تر از ۳/۱۴- به دست بیاوریم. بچه‌ها گروه‌بندی شدند؛ آرین، سپهر، و احسان و عرفان یک گروه تشکیل دادند، پارسا، علی، ارشیا، رضا و پیمان هم‌گروه شدند، آرین، علی، متین، رضا و هادی هم یک گروه دیگر شدند و بالاخره، علیرضا، علی و سپهر هم با هم یک گروه تشکیل دادند. این وسیله‌ها روی میز بود: خط‌کش، نقاله، گونیا، کاغذ، نخ، قیچی و پرگار کوچک و بزرگ.

قبل از شروع کار، از میان همهمهٔ بچه‌ها حرف‌های جالبی شنیدیم:

ـ کسر مولّدش را بنویسیم!

ـ π محیط یا π مساحت؟

ـ مگه هردوشون یکی نیستند!

ـ نه! برای یکی باید شعاع را حساب کنیم و برای اون یکی باید قطر را حساب کنیم.

ـ ....

بچه‌ها وسایل موردنیازشان را برداشتند و در جایگاه‌هایشان مستقر شدند. در گروه علیرضا، علی و سپهر:

ـ توی یکی از کلاس‌هایی که می‌رفتم، یک بار بچه‌ها گفتند که مثلاً یک طناب ۲ متری برداریم و با آن یک دایره بسازیم و شعاعش را اندازه بگیریم تا π در بیاید.

ـ دوست داری اون تجربه را اینجا با دوستان این گروه تکرار کنی؟

بچه‌ها یک تکه نخ بریدند. حدود ۳۰ سانت بود. سر و ته نخ را به هم چسباندند و آن را روی کاغذشان گذاشتند تا دایره بشود، ولی نمی‌شد! خواستند از دو نقاله کمک بگیرند که بتوانند نخ را به شکل دایره دربیاورند. اما نخ برای دور نقاله کوتاه بود! برای همین نقاله را گذاشتند روی کاغذ و به کمک آن دو نیم‌دایرهٔ به هم چسبیده کشیدند.

بعد یک تکه دیگر نخ برداشتند و دور آن دایره کشیدند و نخ را بریدند و اندازه گرفتند و بر قطر این دایره که ۱۰ سانت بود، تقسیم کردند، شد: ۳/۲۳! عجب دقتی! تصمیم گرفتند دایره را کوچک‌تر کنند (بلکه دقت کار بیشتر شود). این بار π شد ۳/۵! اوضاع بدتر شد. دو گروه دیگر هم یواش‌یواش رفتند سراغ همین

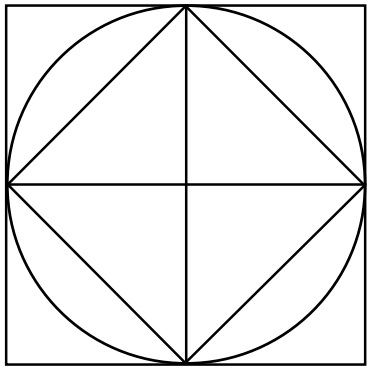
روش. منتها آن‌ها با پرگار دایره‌هایی با شعاع معلوم کشیدند و این بار یکی از گروه‌ها π را ۳/۲ درآورد. می‌گفتند اشکال از جنس نخ است که کلفت و محکم است. یکی از بچه‌های یک گروه از کلاس بیرون رفت تا نخ نرم‌تری پیدا کند. نخ شیرینی گیر آورد. این بار هم نتیجه خیلی بهتر نبود.

یواش‌یواش بچه‌ها رفتند سراغ اینکه به جای کوچک کردن دایره‌ها، آن‌ها را بزرگ کنند، شاید محاسباتشان دقیق‌تر شود. روی زمین دایره‌هایی را می‌کشیدند که خیلی بزرگ بود این کار را با پرگارهای بزرگی انجام دادند که برای ترسیم روی تختهٔ کلاس مناسب‌اند. یکی از گروه‌ها، این بار π را ۳/۱۵ درآورد. لااقل تا یک رقم اعشاری دقیق بود! بچه‌های این گروه می‌گفتند با نخ و خط‌کش نمی‌شود اندازه گرفت. یک گروه دیگر می‌گفتند «مشکل از نخ است. جنس نخ نباید نایلونی باشد. اندازه‌گیری دقیق نمی‌شود.» بچه‌های این گروه نخ گونی گیر آوردند و روی تختهٔ کلاس دایرهٔ بزرگی کشیدند و نصف محیط را با دقت اندازه گرفتند: ۶۲/۸۲ سانت. آن را ضرب در ۲ کردند. حاصل را بر قطر آن دایره که ۴۰ سانت بود، تقسیم کردند. عدد π درآمد ۳/۱۴۱! به نظر می‌آمد این گروه موفق‌ترین گروه است!

بین این چهار گروه، تنها گروه پارسا، علی، ارشیا، رضا و پیمان رفتند سراغ استفاده از چندضلعی‌های محاطی و محیطی دایره:

آن‌ها کارشان را با رسم دایره‌ای به شعاع ۳ سانتی‌متر شروع کردند. سپس بزرگ‌ترین چهارضلعی ممکن در داخل آن ـ یعنی مربع محاط در آن ـ و کوچک‌ترین چهارضلعی ممکن در خارج آن ـ یعنی مربع محیط بر آن ـ را رسم کردند.

یکی از بچه‌ها گفت: «اندازهٔ محیط دایره بین محیط چهارضلعی کوچک و چهارضلعی بزرگ است. می‌توانیم محیط این دو چهارضلعی را پیدا کنیم، میانگین آن‌ها را حساب کنیم و محیط دایره را تخمین بزنیم. بعد، از فرمول محیط استفاده می‌کنیم و عدد پی را محاسبه می‌کنیم.»



یکی دیگر از بچه‌ها گفت: «از مساحت‌ها هم می‌توانیم استفاده کنیم.»

گروه دو قسمت شدند و هر دو پیشنهاد را مورد بررسی قرار دادند. البته ما هم کنارشان بودیم و هرجا که لازم بود، در محاسبات کمکشان می‌کردیم:

تخمین عدد پی به کمک محیط دو چهارضلعی

شعاع دایره: ۳

ضلع چهارضلعی بزرگ: ۶ ← محیط چهارضلعی بزرگ: ۲۴

ضلع چهارضلعی کوچک: $۳\sqrt{۲}$ ← محیط چهارضلعی کوچک: $۱۲\sqrt{۲}$

میانگین محیط دو چهارضلعی: ۲۰/۴۸۵

محیط تقریبی دایره: ۲۰/۴۸۵

محیط دایره = شعاع × ۲ × عدد پی

۳×۲× عدد پی = ۲۰/۴۸۵ ← **عدد پی: ۳/۴۱**

تخمین عدد پی به کمک مساحت دو چهارضلعی

شعاع دایره: ۳

ضلع چهارضلعی بزرگ: ۶ ← مساحت چهارضلعی بزرگ: ۳۶

ضلع چهارضلعی کوچک: $۳\sqrt{۲}$ ← مساحت چهارضلعی کوچک: ۱۸

میانگین مساحت دو چهارضلعی: ۲۷

مساحت تقریبی دایره: ۲۷

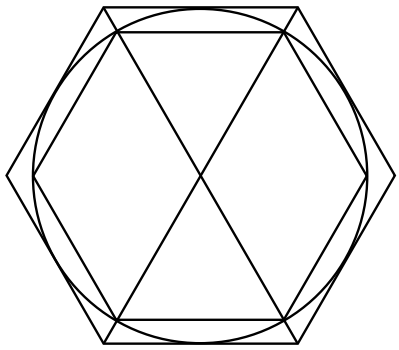
مساحت دایره = شعاع × شعاع × عدد پی

۳ × ۳ × عدد پی = ۲۷ ← **عدد پی: ۳**

تخمین بدی نبود، اما بچه‌ها ایده‌های دیگری هم داشتند. آن‌ها کار را با رسم یک دایرهٔ دیگر به شعاع ۳ سانتی‌متر ادامه دادند و این بار شش‌ضلعی‌های منتظم محاط در آن و محیط بر آن را رسم کردند.

باز هم ایدهٔ محیط و مساحت به صورت موازی پیش رفت.

اولین سؤالی که برای بچه‌ها مطرح شد، این بود که چگونه با استفاده از شعاع دایره، طول ضلع شش‌ضلعی‌ها و فاصلهٔ آن‌ها از مرکز را پیدا کنند.



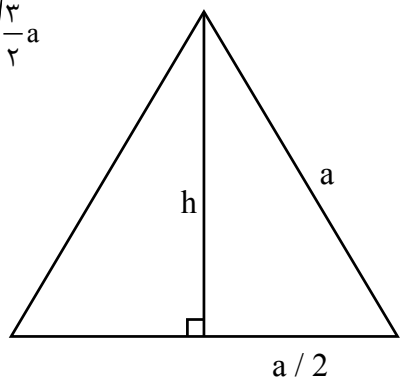
بنابراین مسئلهٔ ارتباط طول و ارتفاع در مثلث متساوی‌الاضلاع به عنوان یک مسئله مستقل مورد بررسی قرار گرفت:

$$a^{۲} = (\frac{a}{۲})^{۲} + h^{۲}$$

$$h^{۲} = a^{۲} - (\frac{a}{۲})^{۲} = a^{۲} - \frac{a^{۲}}{۴}$$

$$h^{۲} = \frac{۳}{۴}a^{۲}$$

$$h = \sqrt{\frac{۳}{۲}}a$$



سپس بچه‌های گروه دو قسمت شدند و دو ایدهٔ محیط و مساحت شش‌ضلعی را، هریک جداگانه، مورد بررسی قرار دادند. باز هم ما کنار بچه‌ها بودیم. البته این بار ماشین حساب هم خیلی کمک کرد!

تخمین عدد پی به کمک محیط دو شش‌ضلعی

شعاع دایره: ۳

ضلع شش‌ضلعی بزرگ $۲\sqrt{۳}$ ← محیط شش‌ضلعی بزرگ: $۱۲\sqrt{۳}$

ضلع شش‌ضلعی کوچک: ۳ ← محیط شش‌ضلعی کوچک: ۱۸

میانگین محیط دو شش‌ضلعی: ۱۹/۳۹۲

محیط تقریبی دایره: ۱۹/۳۹۲

محیط دایره = شعاع × ۲ × عدد پی

۳ × ۲ × عدد پی = ۱۹/۳۹۲ ← **عدد پی: ۳/۲۳**

تخمین عدد پی به کمک مساحت دو شش‌ضلعی

شعاع دایره: ۳

ضلع شش‌ضلعی بزرگ: $۲\sqrt{۳}$ و فاصلهٔ مرکز از هر ضلع: ۳ ← مساحت شش‌ضلعی بزرگ: $۱۸\sqrt{۳}$

ضلع شش‌ضلعی کوچک: ۳ و فاصله از هر ضلع: $۳\sqrt{\frac{۲}{۳}}$ ← مساحت شش‌ضلعی کوچک: $۲۷\sqrt{\frac{۳}{۲}}$

میانگین مساحت دو شش‌ضلعی: ۲۷/۲۷

مساحت تقریبی دایره: ۲۷/۲۷

مساحت دایره = شعاع × شعاع × عدد پی

۳ × ۳ × عدد پی = ۲۷/۲۷ ← **عدد پی: ۳/۰۳**

بچه‌ها خوش‌حال بودند که تخمین‌هایشان دقیق‌تر شد و امیدوار شدند که می‌توانند تعداد ضلع‌های چندضلعی‌ها را بیشتر کنند تا تخمین‌های دقیق‌تری از عدد پی به دست آورند.

خلاصه بعد از دو ساعت که همه واقعاً خسته شده بودیم، با یک عکس دسته جمعی، کار محاسبهٔ π را خاتمه دادیم!

همه‌چیز دربارهٔ عدد پی!

● روش‌های یافتن ارقام پی

برای کشف ارقام «اعشار عدد پی»، ریاضی‌دانان روش‌های مختلفی را ابداع کرده‌اند. در بسیاری از این روش‌ها، برای رسیدن به عدد پی باید عبارت‌هایی را با هم جمع و تفریق کرد. تعداد این عبارت‌ها خیلی خیلی زیاد است به‌طوری که هیچ‌وقت تمام نمی‌شود. یک نمونه از این عبارت‌ها را که جیمز گریگوری ابداع کرده است، در زیر می‌بینید:

$$\pi = ۴ - \frac{۴}{۳} + \frac{۴}{۵} - \frac{۴}{۷} + \frac{۴}{۹} - \frac{۴}{۱۱} + \frac{۴}{۱۳} - \frac{۴}{۱۵} + \frac{۴}{۱۷} - \frac{۴}{۱۹} + \frac{۴}{۲۱} \ldots$$

چه‌طور ممکن است محاسبه‌ای را که هیچ‌وقت تمام نمی‌شود انجام داد و عدد پی را پیدا کرد؟

در واقع عدد پی هم هیچ‌وقت به‌طور کامل پیدا نمی‌شود، اما هرچه تعداد محاسبات بیشتری انجام شود، عدد دقیق‌تری از پی به دست می‌آید. انجام این محاسبات وقت زیادی می‌خواهد. مثلاً برای به دست آوردن شش رقم اعشار پی باید پنج میلیون از کسرهای بالا را جمع و تفریق کرد! این کار حالا دیگر با دست امکان‌پذیر نیست و نیازمند رایانه‌هایی با قدرت بالاست.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

محاسبهٔ آسان

معصومه بغدادی

کلیدواژه‌ها: محاسبه، ضرب در ۰/۲۵، ضرب آسان

انجام برخی محاسبات ممکن است در نگاه اول سخت و پیچیده به‌نظر برسد، در حالی‌که با استفاده از بعضی روش‌ها، به‌راحتی قابل انجام هستند.

وقتی می‌خواهیم یک عدد را در ۰/۲۵ ضرب کنیم، با توجه به اینکه رابطهٔ ۱=۰/۲۵×۴ برقرار است، کافی است آن عدد را به‌صورت مضربی از ۴ بنویسیم:

۲×۴

۸×۰/۲۵=۲×(۴×۰/۲۵)=۲×۱=۲

۲۴×۰/۲۵=۶×(۴×۰/۲۵)=۶×۱=۶

۶×۴

اگر ضریب ۰/۲۵ مضرب ۴ نباشد، کافی است مضارب ۴ آن را جدا کنیم:

۸ − ۱

۷×۰/۲۵ =(۸×۰/۲۵)−(۱×۰/۲۵)
=۲×(۴×۰/۲۵)−(۰/۲۵)
= ۲−۰/۲۵=۱/۷۵

۱۶ + ۱

۱۷×۰/۲۵ =(۱۶×۰/۲۵)+(۱×۰/۲۵)
=۴×(۴×۰/۲۵)+(۰/۲۵)
=۴+۰/۲۵=۴/۲۵

گاهی اوقات هم ضریب ۰/۲۵ به ۱۰ یا مضرب آن نزدیک‌تر است. در این صورت بهتر است مضارب ۱۰ آن را جدا کنیم:

۱۰ + ۱

۱۱×۰/۲۵ =(۱۰×۰/۲۵)+(۱×۰/۲۵)
=۲/۵+۰/۲۵
=۲/۷۵

۳۰ − ۱

۲۹×۰/۲۵ =(۳۰×۰/۲۵)−(۱×۰/۲۵)
=۳×(۱۰×۰/۲۵)−(۰/۲۵)
=۳×۲/۵−۰/۲۵
=۷/۵−۰/۲۵=۷/۲۵

به این ترتیب اگر ضریب ۰/۲۵ عدد اعشـاری هم باشـد، با کمی خلاقیت و تبدیل آن به یکی از حالت‌های قبل می‌توان حاصل را محاسبه کرد:

۱/۲×۰/۲۵ =۰/۳×(۴×۰/۲۵)

=۰/۳×۱=۰/۳

حالا نوبت شماست تا با به‌کارگیری ساده‌ترین روش، حاصل عبارت‌های زیر را بیابید. پاسخ‌ها را می‌توانید در صفحهٔ ۴۸ ببینید.

۱۰۲×۰/۲۵

۲۳×۰/۲۵

۰/۲۵×۰/۲۵

همه‌چیز دربارهٔ عدد پی!

● ارقام غیر قابل پیش‌بینی در عدد پی

بعضی از اعداد اعشاری تمام‌نشدنی‌اند، اما معلوم است که هرکدام از رقم‌های اعشار آن‌ها چیست. مثلاً اگر کسر $\frac{۲۲}{۷}$ را با تقسیم صورت بر مخرجش به‌صورت یک عدد اعشاری بنویسیم، می‌شود:

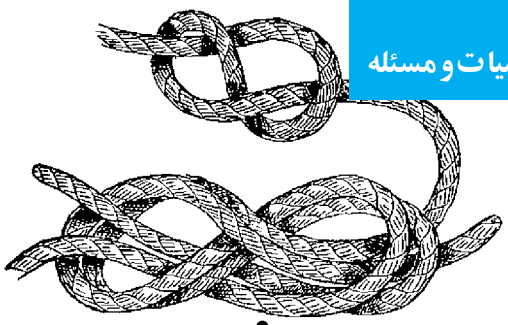
۳/۱۴۲۸۵۷۱۴۲۸۵۷۱۴۲۸۵۷۱۴۲۸۵۷ ....

اعشار این عدد هیچ‌وقت تمام نمی‌شود، اما از یک الگوی تکراری پیروی می‌کند. یعنی دنبالهٔ ارقام ۱۴۲۸۵۷ تا ابد در اعشار آن تکرار می‌شود و بنابراین معلوم است که مثلاً هزارمین رقم اعشار آن چیست.

ریاضی‌دان‌ها دربارهٔ یک چیز مطمئن هستند: اینکه هیچ‌وقت نخواهند توانست تمام ارقام اعشاری پی را بشناسند. چون علاوه‌بر اینکه ارقام پی تمام‌نشدنی‌اند، ریاضی‌دان‌ها با دلایل قانع‌کننده ثابت کرده‌اند که ارقام اعشاری عدد پی تکرار نمی‌شوند.

بنابراین ارقام پی غیر قابل پیش‌بینی هستند و برای دانستن هر کدامشان باید محاسبات زیادی انجام شود.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

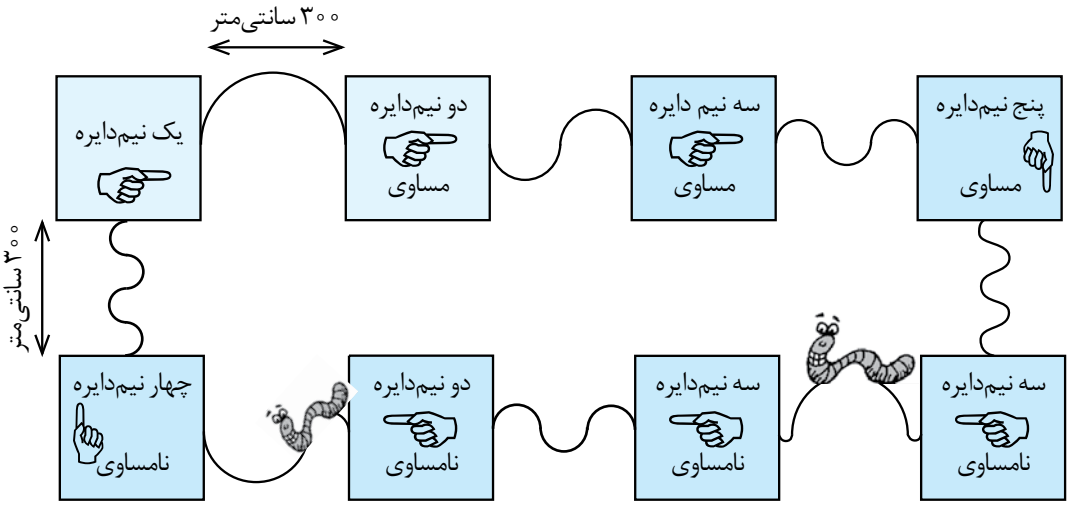


یک مسئلهٔ پُرپیچ و خم

زهره پندی

کلیدواژه‌ها: محیط دایره، جبر، خاصیت‌بخشی ضرب روی جمع، آموزش ریاضی

در یک پارک علمی، مسیر عبور از یک سالن به سالن دیگر به صورتی که در شکل ۱ می‌بینید، طراحی شده است. فاصلهٔ هر سالن تا سالن بعدی ۳۰۰ سانتی متر است. طول هر مسیر را به دست آورید.

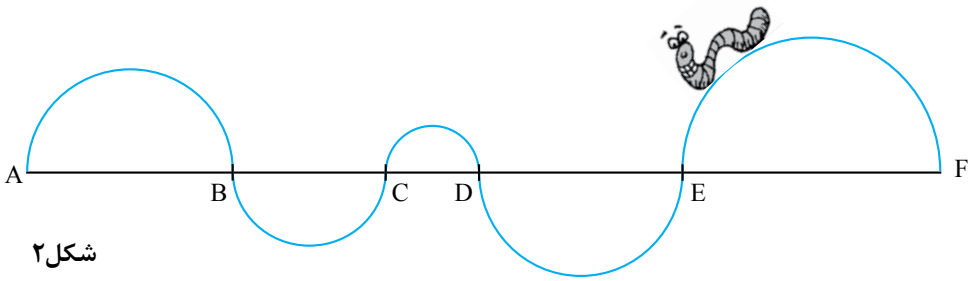


شکل ۱

طول کدام مسیرها را پیدا کردید؟ این طول‌ها را با هم مقایسه کنید. چه شباهتی میان آن‌ها مشاهده می‌کنید؟ آیا می‌توانید برای این شباهت توضیح مناسبی بیابید؟

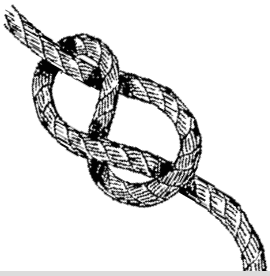
بیایید با هم مسئله‌ای شبیه به مسئلهٔ بالا را یک بار دیگر نگاه کنیم.

در شکل ۲ طول پاره‌خط AF برابر ۳۰۰ سانتی‌متر است. مسیر پر پیچ و خمی با استفاده از نیم‌دایره‌های نامساوی از A تا F کشیده شده است.



شکل۲

بچه‌ها برای یافتن طول این مسیر پر پیچ و خم، از روش‌های مختلفی استفاده کرده‌اند، راه‌حل چند تا از آن‌ها را در ادامه می‌بینید:



راه‌حل تینا:

محیط هر دایره ۳/۱۴ برابر قطر آن است.

پس محیط هر نیم‌دایره ۱/۵۷ برابر قطر آن است.

پس مجموع محیط نیم‌دایره‌ها، یعنی طول مسیر، ۱/۵۷ برابر مجموع طول قطرهای آن‌هاست:

طول مسیر = ۱/۵۷×۳۰۰=۴۷۱ cm

راه‌حل آزاده:

مجموع طول پاره‌خط‌های AB، BC، CD، DE و EF برابر ۳۰۰ سانتی‌متر است. فرض می‌کنیم:

AB =۷۰ cm

BC =۵۰ cm

CD =۳۰ cm

DE =۷۰ cm

EF =۸۰ cm

محیط هر دایره ۳/۱۴ برابر قطر آن است. پس محیط هر نیم‌دایره ۱/۵۷ برابر قطر آن است و طول کل مسیر برابر مجموع محیط نیم‌دایره‌هاست:

طول مسیر = ۱/۵۷×۷۰+۱/۵۷×۵۰+۱/۵۷×۳۰
+۱/۵۷×۷۰+۱/۵۷×۸۰ =
۱۰۹/۹+۷۸/۵+۴۷/۱+۱۰۹/۹+۱۲۵/۶=۴۷۱ cm

راه‌حل سارا:

محیط نیم‌دایره‌ای به قطر AB: $\frac{\pi\overline{AB}}{۲}=\frac{\pi}{۲}\overline{AB}$

محیط نیم‌دایره‌ای به قطر BC: $\frac{\pi\overline{BC}}{۲}=\frac{\pi}{۲}\overline{BC}$

محیط نیم‌دایره‌ای به قطر CD: $\frac{\pi\overline{CD}}{۲}=\frac{\pi}{۲}\overline{CD}$

محیط نیم‌دایره‌ای به قطر DE: $\frac{\pi\overline{DE}}{۲}=\frac{\pi}{۲}\overline{DE}$

محیط نیم‌دایره‌ای به قطر EF: $\frac{\pi\overline{EF}}{۲}=\frac{\pi}{۲}\overline{EF}$

پس طول کل مسیر:

$$\frac{\pi}{۲}\overline{AB}+\frac{\pi}{۲}\overline{BC}+\frac{\pi}{۲}\overline{CD}+\frac{\pi}{۲}\overline{DE}+\frac{\pi}{۲}\overline{EF}$$
$$=\frac{\pi}{۲}(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DE}+\overline{EF})=\frac{\pi}{۲}\overline{AF}$$

طول کل مسیر $=\frac{\pi}{۲}\overline{AF}$ =۱/۵۷×۳۰۰=۴۷۱ cm

کدام راه‌حل‌ها درست‌اند؟ به نظر شما کدام‌یک از راه‌حل‌های درست، راه‌حل بهتری است؟ چرا؟

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

کی می‌تونه حل کنه؟

آمنه ابراهیم‌زاده طاری

کلیدواژه‌ها: آموزش و سرگرمی، کسر، حل مسئله

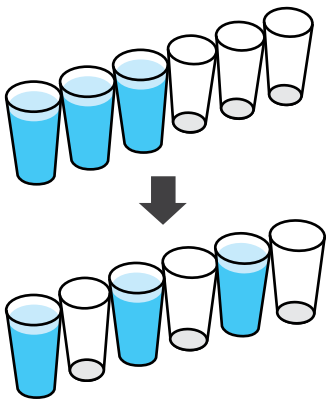
۱. جزیره‌ای صد نفر جمعیت دارد. ساکنان این جزیره اخلاق عجیبی دارند: بعضی از آن‌ها همیشه راست می‌گویند، اما بقیهٔ ساکنان همیشه دروغ می‌گویند!

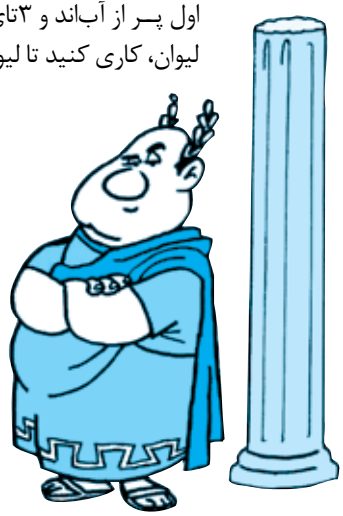
این جزیره سه تیم فوتبال دارد: تیم بنفش، تیم زرد و تیم سبز. هریک از ساکنان جزیره طرفدار یکی از این سه تیم است، اما هیچ‌کس طرفدار دو تیم یا هرسه‌تا تیم نیست. در یک برنامهٔ ورزشی از تک‌تک اهالی جزیره این سه سؤال پرسیده شد:

- آیا طرفدار تیم بنفش هستی؟
- آیا طرفدار تیم زرد هستی؟
- ایا طرفدار تیم سبز هستی؟

به سؤال اول ۶۰ نفر، به سؤال دوم ۴۰ نفر و به سؤال سوم ۳۰ نفر جواب «بله» دادند. در این جزیره چند نفر «همیشه دروغ‌گو» هستند؟

۲. شش لیوان به شکل زیر در یک ردیف چیده شده‌اند: ۳تای اول پر از آب‌اند و ۳تای دوم خالی‌اند. با حرکت دادن فقط یک لیوان، کاری کنید تا لیوان‌ها یکی‌درمیان پر و خالی باشند.





۳. علی می‌خواهد ببینید $\frac{۲}{۹}$ تقریباً برابر چه کسر ساده‌تری است. او دو کار می‌تواند بکند:

- به‌صورت کسر $\frac{۲}{۹}$ یکی اضافه کند. در آن صورت به کسر $\frac{۳}{۹}$ یا همان $\frac{۱}{۳}$ می‌رسد.
- از مخرج کسر $\frac{۲}{۹}$ یکی کم کند و به کسر $\frac{۲}{۸}$ یا همان $\frac{۱}{۴}$ برسد.

کدام‌یک از این اعداد به $\frac{۲}{۹}$ نزدیک‌تر است؟ $\frac{۱}{۳}$ یا $\frac{۱}{۴}$؟ چرا؟

همه‌چیز دربارهٔ عدد پی!

● ریاضی‌دان ایرانی پیشتاز

حدود ۶۰۰ سال پیش یک ریاضی‌دان ایرانی به نام *غیاث‌الدین جمشید کاشانی* توانست اعشار عدد پی را تا ۱۶ رقم محاسبه کند. کاری که این ریاضی‌دان انجام داد، آن‌قدر نسبت به زمان خودش پیشرفته بود که حتی تا ۱۸۰ سال بعد از او، هیچ‌کس در جهان نتوانست یک قدم جلوتر از او بگذارد و رقم‌های بیشتری از پی را پیدا کند.

در صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸ همین شمارهٔ مجله، «عدد پی در بستر تاریخ» را نیز بخوانید.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

پاسخ «کی می‌تونه حل کنه؟»

(از شمارهٔ ۷۱)

۱. روی محور اعداد، کسرهای $\frac{۱}{۵}$ و $\frac{۱}{۳}$ را مشخص کرده‌ایم. قسمتی از این محور را در شکل زیر می‌بینید. حالا شما روی همین شکل، جای کسر $\frac{۱}{۴}$ را مشخص کنید.

جواب:

راه‌حل: ابتدا طول پاره‌خط رسم شده را به‌دست می‌آوریم. این طول برابر است با

$$\frac{۱}{۳}-\frac{۱}{۵}=\frac{۲}{۱۵}$$

سپس طول هرکدام از پاره‌خط‌های کوچک‌تر را به‌دست می‌آوریم. پاره‌خط به ۱۶ قسمت برابر تقسیم شده است، پس طول هرکدام از پاره‌خط‌های کوچک‌تر برابر است با

$$\frac{\frac{۲}{۱۵}}{۱۶}=\frac{۱}{۱۲۰}$$

حالا باید فاصلهٔ $\frac{۱}{۴}$ را با یکی از دو سر پاره‌خط، مثلاً $\frac{۱}{۵}$ به‌دست بیاوریم. این فاصله برابر است با

$$\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۵}=\frac{۱}{۲۰}$$

می‌دانیم: $\frac{۶}{۱۲۰}=\frac{۱}{۲۰}$، پس برای رسیدن به $\frac{۱}{۴}$، باید از $\frac{۱}{۵}$ به اندازهٔ ۶ تا از پاره‌خط‌های کوچک جلو برویم. یعنی نقطهٔ $\frac{۱}{۴}$، نقطهٔ ششم روی پاره‌خط است.

۲. ۱۰ تا مکعب داریم، با شماره‌های ۱ تا ۱۰. این مکعب‌ها به ترتیب شماره‌شان، در یک ردیف چیده شده‌اند:

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰

می‌خواهیم ترتیب این مکعب‌ها را عوض کنیم، اما برای این کار باید قانون زیر را رعایت کنیم:

قانون: هر بار فقط دو تا از مکعب‌ها را با هم عوض کنیم.

مثلاً اجازه داریم یک بار جای ۴ و ۵ را با هم عوض کنیم. بار دیگر مثلاً جای ۷ و ۸ را با هم عوض کنیم، و دفعهٔ بعد جای ۴ و ۸ را با هم عوض کنیم و به همین ترتیب ادامه دهیم.

حالا شما با قانونی که گفته شد، ردیف بالا را به ردیفِ

۸	۲	۳	۵	۱۰	۱	۶	۷	۹	۴

تبدیل کنید.

راه‌حل: طوری عمل می‌کنیم که در مرحلهٔ اول، مکعب اول (یعنی مکعب شمارهٔ ۴) سر جای خودش قرار گیرد. در مرحلهٔ دوم، مکعب دوم سر جای خودش قرار بگیرد و به همین ترتیب ادامه می‌دهیم. پس به این ترتیب عمل می‌کنیم:

- مکعب شمارهٔ ۱ را با مکعب شمارهٔ ۴ جابه‌جا می‌کنیم.

۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۱	۳	۲	۴

- مکعب شمارهٔ ۹ را با مکعب شمارهٔ ۲ جابه‌جا می‌کنیم.

۱۰	۲	۸	۷	۶	۵	۱	۳	۹	۴

- مکعب شمارهٔ ۷ را با مکعب شمارهٔ ۳ جابه‌جا می‌کنیم.

۱۰	۲	۸	۳	۶	۵	۱	۷	۹	۴

- مکعب شمارهٔ ۱ را با مکعب شمارهٔ ۶ جابه‌جا می‌کنیم.

۱۰	۲	۸	۳	۱	۵	۶	۷	۹	۴

- مکعب شمارهٔ ۵ را با مکعب شمارهٔ ۱ جابه‌جا می‌کنیم.

۱۰	۲	۸	۳	۵	۱	۶	۷	۹	۴

- مکعب شمارهٔ ۱۰ را با مکعب شمارهٔ ۵ جابه‌جا می‌کنیم.

۵	۲	۸	۳	۱۰	۱	۶	۷	۹	۴

- مکعب شمارهٔ ۳ را با مکعب شمارهٔ ۵ جابه‌جا می‌کنیم.

۳	۲	۸	۵	۱۰	۱	۶	۷	۹	۴

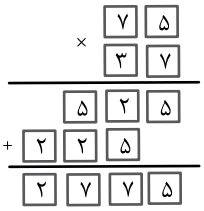
- مکعب شمارهٔ ۳ را با مکعب شمارهٔ ۸ جابه‌جا می‌کنیم.

۸	۲	۳	۵	۱۰	۱	۶	۷	۹	۴

۳. در این شکل چند مثلث می‌بینید؟

جواب: ۱۰ تا.

٤. این شکل، عملیات ضرب دو عدد دو رقمی را نشان می‌دهد. در هر کدام از مربع‌ها، یکی از عددهای اول یک رقمی را قرار دهید، طوری که عملیات ضرب دو عدد درست باشد.



جواب: ۳۷×۷۵. (عدد بالایی برابر ۷۵ و عدد پایینی برابر ۳۷ است.)

راهنمایی: اعداد اول یک رقمی این‌ها هستند: ۲، ۳، ۵، ۷. از بین این ارقام، ۲ نمی‌تواند یکان هیچ‌یک از دو عددی باشد که در هم ضرب می‌شوند. چون اگر یکی از یکان‌ها ۲ باشد، برای یکان حاصل‌ضرب یکی از حالت‌های زیر اتفاق می‌افتد:

- اگر یکان عدد دوم هم ۲ باشد، ۲×۲ می‌شود ۴. پس یکان حاصل ۴ می‌شود که اول نیست.
- اگر یکان عدد دوم ۳ باشد، ۳×۲ می‌شود ۶. پس یکان حاصل ۶ می‌شود که اول نیست.
- اگر یکان عدد دوم ۵ باشد، ۵×۲ می‌شود ۱۰. پس یکان حاصل ۰ می‌شود که اول نیست.
- اگر یکان عدد دوم ۷ باشد، ۷×۲ می‌شود ۱۴. پس یکان حاصل ۴ می‌شود که اول نیست.

با استدلالی مشابه می‌شود دید که یکان دو عدد، یکی از این سه حالت است:۵ و ۵، ۳ و ۵ و یا ۵ و ۷. با آزمودن هریک از این سه حالت، تنها حالت قابل قبول ۵ و ۷ است و با ادامهٔ استدلال به دو عدد ۳۷ و ۷۵ می‌رسیم.

همه‌چیز دربارهٔ عدد پی!

● آیا این همه اعشار لازم است؟

دانشمندان تلاش فراوانی برای پیدا کردنِ ارقام پی انجام می‌دهند؛ اما تا جایی که علم کنونی پیشرفت کرده است، اصلاً نیازی به این همه اعشار در محاسبات وجود ندارد.

مثلاً حتی اگر بخواهیم محیط کل جهان را به‌دست آوریم و خطای خیلی کمی هم در محاسبات داشته باشیم، ۴۰ رقم از ارقام اعشاری پی کافی است. با این‌حال ریاضی‌دانان برای دانستن ارقام غیرضروری عدد پی خیلی کنجکاوند.

پاسخ به نامه‌ها

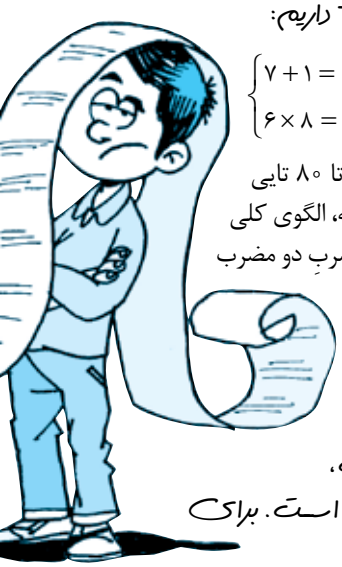
از آقای **ارسلان خاریان**، دانش‌آموز «دبیرستان پویای تهران» که عضو «انجمن ریاضی‌دانان جوان ایران» نیز هست، مطلبی دریافت کرده‌ایم که بخش‌هایی از آن را با شما خوانندگان مجله در میان می‌گذاریم. آقای خاریان در مطلب خود، به بررسی روش‌های سریع ضربِ مضارب ۵ در یکدیگر پرداخته است. به این ترتیب که مضارب ۵ را با فاصله‌ای مشخص در هم ضرب کرده است و با آزمایش گام به گام و تغییر این فواصل، به یک روند مشخص در آن‌ها دست یافته و این روند را نوشته است. برای مثال، دو مضرب ۵ را که ۱۰ واحد با هم اختلاف دارند بررسی کرده و متوجه شده است که:

در ضرب این دسته از اعداد، بدون در نظر گرفتن خود اعداد برای جواب، همواره و به‌طور ثابت دو رقم آخر ۷۵ است. برای ادامهٔ کار، ۵ را از هر دو عدد حذف می‌کنیم، به عدد بزرگ‌تر یک واحد می‌افزاییم و آن را در عدد کوچک‌تر ضرب می‌کنیم. سپس حاصل را قبل از ۷۵ قرار می‌دهیم. برای مثال، برای اعداد ۷۵ و ۶۵ داریم:

$$\begin{cases} ۷+۱=۸ \\ ۶\times ۸=۴۸ \end{cases} \Rightarrow ۴۸۷۵$$

او تمام فواصلِ ۲۰ تایی، ۳۰ تایی، .... تا ۸۰ تایی را هم یکی یکی بررسی و برای هر دسته، الگوی کلی حاصل‌ضرب را پیدا کرده است. در مورد ضربِ دو مضرب ۵ که با هم ۸۰ واحد اختلاف دارند، می‌نویسد:

در ضرب این دسته از اعداد، بدون در نظر گرفتن خود اعداد برای جواب، همواره و به‌طور ثابت دو رقم آخر ۲۵ است. برای



ادامهٔ کار ۵ را از هر دو عدد حذف می‌کنیم و اکنون دو حالت برای مابقی ارقام جواب وجود دارد:

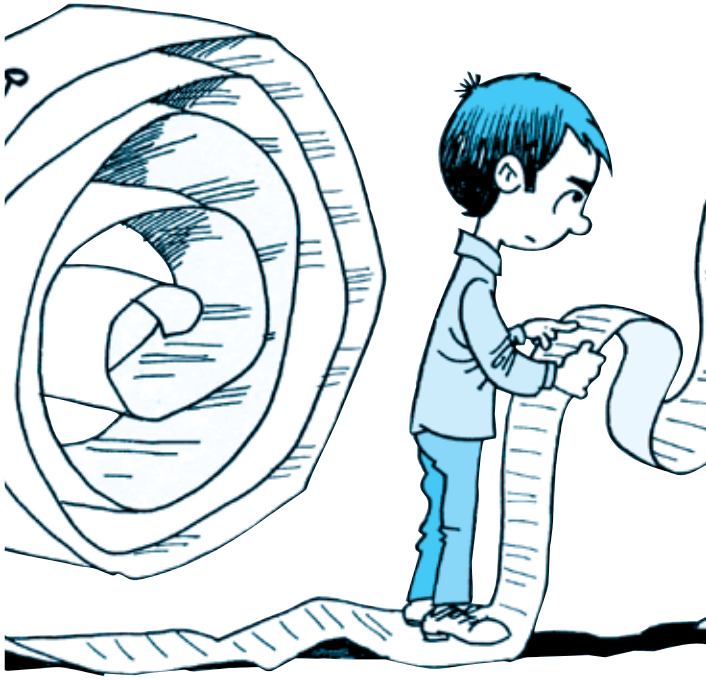
حالت اول: به عدد بزرگ‌تر ۱ واحد می‌افزاییم و آن را در عدد کوچک‌تر ضرب می‌کنیم. سپس به حاصل چهار واحد می‌افزاییم و نتیجه را قبل از ۲۵ می‌نویسیم. برای اعداد ۱۵ و ۹۵ و همچنین ۱۸۵ و ۲۶۵ داریم:

$$\begin{cases} ۲۶+۱=۲۷ \\ ۱۸\times۲۷=۴۸۶ \\ ۴۸۶+۴=۴۹۰ \end{cases} \Rightarrow ۴۹۰۲۵ \qquad \begin{cases} ۹+۱=۱۰ \\ ۱\times۱۰=۲۸ \\ ۱+۲=۱۴ \end{cases} \Rightarrow ۱۴۲۵$$

حالت دوم: به عدد کوچک‌تر یک واحد می‌افزاییم و آن را در عدد بزرگ‌تر ضرب می‌کنیم. آن‌گاه از حاصل چهار واحد کم می‌کنیم و آن را قبل از ۲۵ می‌نویسیم. مثلاً، برای اعداد ۱۵ و ۹۵ و همچنین ۱۸۵ و ۲۶۵ داریم:

$$\begin{cases} ۱۸+۱=۱۹ \\ ۲۶\times۱۹=۴۹۴ \\ ۴۹۴-۴=۴۹۰ \end{cases} \Rightarrow ۴۹۰۲۵ \qquad \begin{cases} ۱+۲=۳ \\ ۹\times۳=۲۷ \\ ۲۷-۴=۲۳ \end{cases} \Rightarrow ۱۴۲۵$$

برای آقای خاریان آرزوی موفقیت داریم.



وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های دانش‌آموزی
(به صورت ماه‌نامه و نه شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

- رشد کودک (برای دانش‌آموزان آمادگی و پایهٔ اول دورهٔ آموزش ابتدایی)
- رشد نوآموز (برای دانش‌آموزان پایه‌های دوم و سوم دورهٔ آموزش ابتدایی)
- رشد دانش‌آموز (برای دانش‌آموزان پایه‌های چهارم، پنجم و ششم دورهٔ آموزش ابتدایی)

مجله‌های دانش‌آموزی
(به صورت ماه‌نامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

- رشد نوجوان (برای دانش‌آموزان دورهٔ آموزش متوسطه اول)
- رشد جوان (برای دانش‌آموزان دورهٔ آموزش متوسطه دوم)

مجله‌های بزرگسال عمومی
(به صورت ماه‌نامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

◆ رشد آموزش ابتدایی ◆ رشد تکنولوژی آموزشی
◆ رشد مدرسه فردا ◆ رشد مدیریت مدرسه ◆ رشد معلم

مجله‌های بزرگسال و دانش‌آموزی تخصصی
(به صورت فصل‌نامه و چهارشماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

◆ رشد برهان آموزش متوسطه اول (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه اول)
◆ رشد برهان آموزش متوسطه دوم (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه دوم)
◆ رشد آموزش قرآن ◆ رشد آموزش معارف اسلامی ◆ رشد آموزش زبان و ادب فارسی ◆ رشد آموزش هنر ◆ رشد آموزش مشاور مدرسه ◆ رشد آموزش تربیت‌بدنی ◆ رشد آموزش علوم اجتماعی ◆ رشد آموزش تاریخ ◆ رشد آموزش جغرافیا ◆ رشد آموزش زبان ◆ رشد آموزش ریاضی ◆ رشد آموزش فیزیک ◆ رشد آموزش شیمی ◆ رشد آموزش زیست‌شناسی ◆ رشد آموزش زمین‌شناسی ◆ رشد آموزش فنی‌وحرفه‌ای و کار دانش ◆ رشد آموزش پیش دبستانی

مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران، مربیان، مشاوران و کارکنان اجرایی مدارس، دانش‌جویان مراکز تربیت‌معلم و رشته‌های دبیری دانشگاه‌ها و کارشناسان تعلیم و تربیت تهیه و منتشر می‌شود.

◆ **نشانی:** تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شمارهٔ ۴ آموزش‌وپرورش، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی.

◆ **تلفن و نمابر:** ۸۸۳۰۱۴۷۸ ـ ۰۲۱

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

اقتصاد و فرهنگ با عزم ملی و مدیریت جهادی

برگ اشتراک مجله‌های رشد

نحوهٔ اشتراک:

شما می‌توانید پس از واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت، شعبهٔ سه‌راه آزمایش کد ۳۹۵، در وجه شرکت افست از دو روش زیر، مشترک مجله شوید:

۱. مراجعه به وبگاه مجلات رشد به نشانی: **www.roshdmag.ir** و تکمیل برگهٔ اشتراک به همراه ثبت مشخصات فیش واریزی.

۲. ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شدهٔ اشتراک با پست سفارشی (کپی فیش را نزد خود نگه‌دارید).

◆ نام مجلات درخواستی:

.....

.....

.....

◆ نام و نام‌خانوادگی: .....

◆ تاریخ تولد: ..... ◆ میزان تحصیلات: .....

◆ تلفن: .....

◆ نشانی کامل پستی: .....

استان: ..... شهرستان: ..... خیابان: .....

شمارهٔ فیش بانکی: ..... مبلغ پرداختی: .....

پلاک: ..... شمارهٔ پستی: .....

.....

◆ اگر قبلاً مشترک مجله بوده‌اید، شمارهٔ اشتراک خود را بنویسید:

.....

امضا:

- نشانی: تهران، صندوق پستی امور مشترکین: ۱۶۵۹۵/۱۱۱
- وبگاه مجلات رشد: www.roshdmag.ir
- اشتراک مجله: ۰۲۱-۷۷۳۳۶۶۵۶/۷۷۳۳۵۱۱۰/۷۷۳۳۹۷۱۳-۱۴

◆ هزینهٔ اشتراک یکساله مجلات عمومی (هشت شماره): ۳۰۰/۰۰۰ ریال

◆ هزینهٔ اشتراک یکساله مجلات تخصصی (چهار شماره): ۲۰۰/۰۰۰ ریال

راه‌حل‌های پیشنهادی (برای مقالهٔ «محاسبهٔ آسان» از صفحهٔ ۴۱)

(روش اول)

$$۱۰۲\times ۰/۲۵=(۱۰۰\times ۰/۲۵)+(۲\times ۰/۲۵)=۲۵+۰/۵=۲۵/۵$$

$$۲۳\times ۰/۲۵=(۲۴\times ۰/۲۵)-(۱\times ۰/۲۵)=۶\times(۴\times ۰/۲۵)-۰/۲۵=۶-۰/۲۵=۵/۷۵$$

(روش دوم)

$$۲۳\times ۰/۲۵=(۲۰\times ۰/۲۵)+(۳\times ۰/۲۵)=۲\times(۱۰\times ۰/۲۵)+۰/۷۵$$
$$=۲\times ۲/۵+۰/۷۵=۵/۷۵$$

(روش اول)

$$۰/۲۵\times ۰/۲۵=۰/۰۱\times(۲۵\times ۰/۲۵)=۰/۰۱\times(۲۴\times ۰/۲۵+۱\times ۰/۲۵)$$
$$=۰/۰۱\times(۶+۰/۲۵)=۰/۰۱\times ۶/۲۵=۰/۰۶۲۵$$

(روش دوم)

$$۰/۲۵\times ۰/۲۵=(۰/۲۴\times ۰/۲۵)+(۰/۰۱\times ۰/۲۵)=۰/۰۶\times(۴\times ۰/۲۵)+۰/۰۰۲۵$$
$$=۰/۰۶+۰/۰۰۲۵=۰/۰۶۲۵$$

همه‌چیز دربارهٔ عدد پی!

● **پرسش‌هایی بی‌پاسخ دربارهٔ پی**

دانشمندان سؤال‌های بسیاری دربارهٔ عدد پی دارند که هنوز پاسخ آن‌ها را نیافته‌اند. مثلاً آن‌ها دوست دارند بدانند:

✓ **آیا ممکن است جایی از ارقام اعشاری پی، هزار تا صفر پشت سر هم بیایند؟**

✓ **آیا تعداد هریک از ارقام ۰ تا ۹ در عدد پی بی‌شمار است یا ممکن است بعضی از آن‌ها یک جایی تمام شوند و در ارقام بعد از آن هرگز دیده نشوند؟**

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های دانش‌آموزی

(به صورت ماه‌نامه و نه شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

- **رشد کودک** (برای دانش‌آموزان آمادگی و پایهٔ اول دورهٔ آموزش ابتدایی)
- **رشد نوآموز** (برای دانش‌آموزان پایه‌های دوم و سوم دورهٔ آموزش ابتدایی)
- **رشد دانش‌آموز** (برای دانش‌آموزان پایه‌های چهارم، پنجم و ششم دورهٔ آموزش ابتدایی)

مجله‌های دانش‌آموزی

(به صورت ماه‌نامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

- **رشد نوجوان** (برای دانش‌آموزان دورهٔ آموزش متوسطه اول)
- **رشد جوان** (برای دانش‌آموزان دورهٔ آموزش متوسطه دوم)

مجله‌های بزرگسال عمومی

(به صورت ماه‌نامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

◆ رشد آموزش ابتدایی ◆ رشد تکنولوژی آموزشی
◆ رشد مدرسه فردا ◆ رشد مدیریت مدرسه ◆ رشد معلم

مجله‌های بزرگسال و دانش‌آموزی تخصصی

(به صورت فصل‌نامه و چهارشماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

◆ رشد برهان آموزش متوسطه اول (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه اول)
◆ رشد برهان آموزش متوسطه دوم (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه دوم)
◆ رشد آموزش قرآن ◆ رشد آموزش معارف اسلامی ◆ رشد آموزش زبان و ادب فارسی ◆ رشد آموزش هنر ◆ رشد آموزش مشاور مدرسه ◆ رشد آموزش تربیت‌بدنی ◆ رشد آموزش علوم اجتماعی ◆ رشد آموزش تاریخ ◆ رشد آموزش جغرافیا ◆ رشد آموزش زبان ◆ رشد آموزش ریاضی ◆ رشد آموزش فیزیک ◆ رشد آموزش شیمی ◆ رشد آموزش زیست‌شناسی ◆ رشد آموزش زمین‌شناسی ◆ رشد آموزش فنی‌وحرفه‌ای و کار دانش ◆ رشد آموزش پیش دبستانی

مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران، مربیان، مشاوران و کارکنان اجرایی مدارس، دانش‌جویان مراکز تربیت‌معلم و رشته‌های دبیری دانشگاه‌ها و کارشناسان تعلیم و تربیت تهیه و منتشر می‌شود.

◆ **نشانی:** تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شمارهٔ ۴ آموزش‌وپرورش، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی.

◆ **تلفن و نمابر:** ۸۸۳۰۱۴۷۸ ـ ۰۲۱

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

اقتصاد و فرهنگ با عزم ملی و مدیریت جهادی

برگ اشتراک مجله‌های رشد

نحوهٔ اشتراک:

شما می‌توانید پس از واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت، شعبهٔ سه‌راه آزمایش کد ۳۹۵، در وجه شرکت افست از دو روش زیر، مشترک مجله شوید:

۱. مراجعه به وبگاه مجلات رشد به نشانی: **www.roshdmag.ir** و تکمیل برگهٔ اشتراک به همراه ثبت مشخصات فیش واریزی.

۲. ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شدهٔ اشتراک با پست سفارشی (کپی فیش را نزد خود نگه‌دارید).

◆ **نام مجلات درخواستی:**

.....

.....

.....

◆ **نام و نام‌خانوادگی:** .....

◆ **تاریخ تولد:** ..... ◆ **میزان تحصیلات:** .....

◆ **تلفن:** .....

◆ **نشانی کامل پستی:** .....

استان: ..... **شهرستان:** ..... **خیابان:** .....

شمارهٔ فیش بانکی: ..... **مبلغ پرداختی:** .....

پلاک: ..... **شمارهٔ پستی:** .....

.....

◆ اگر قبلاً مشترک مجله بوده‌اید، شمارهٔ اشتراک خود را بنویسید:

.....

امضا:

- **نشانی: تهران، صندوق پستی امور مشترکین: ۱۶۵۹۵/۱۱۱**
- **وبگاه مجلات رشد: www.roshdmag.ir**
- **اشتراک مجله: ۰۲۱-۷۷۳۳۶۶۵۶/۷۷۳۳۵۱۱۰/۷۷۳۳۹۷۱۳-۱۴**

◆ هزینهٔ اشتراک یکساله مجلات عمومی (هشت شماره): ۳۰۰/۰۰۰ ریال

◆ هزینهٔ اشتراک یکساله مجلات تخصصی (چهار شماره): ۲۰۰/۰۰۰ ریال

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...

www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات