دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

بسم الله الرحمن الرحیم

رشد برهان ریاضی

متوسطه اول

۷۳
فصل‌نامهٔ آموزشی، تحلیلی و اطلاع‌رسانی
دورهٔ بیستم / شمارهٔ ۷۳ / بهار ۱۳۹۴

- **به‌جای یادداشت سردبیر** ● ایگرگ یا وای؟ / بهزاد اسلامی مسلّم / ۲
- **از گذشته** ● معادلهٔ خط و رسم خط / حمیدرضا امیری / ۳
- **ریاضیات و مدرسه** ● قصه‌هایی دربارهٔ جدول ضرب / بهزاد اسلامی مسلّم / ۷ ● هند یا گریلند: کدام‌یک بزرگ‌تر است؟ / آمنه ابراهیم‌زاده طاری / ۱۰ ● اخلاق عجیب آقای دو / هوشمند حسن‌نیا / ۱۰ ● رابطه‌های ساده، شکل‌های بامزه / بهزاد اسلامی مسلّم / ۱۴ ● می‌خواهم نی را درست در مرکز سر لیوان دوغ فرو کنم! / زهرا عبدی، سپیده چمن‌آرا / ۴۵
- **معرفی کتاب** ● خوراک مغز / آمنه ابراهیم‌زاده طاری / ۱۸
- **ریاضیات و محاسبه** ● محاسبهٔ سریع / لیلا خسروشاهی / ۱۹
- **ریاضیات و بازی** ● بازی نقشهٔ گنج / آمنه ابراهیم‌زاده طاری / ۲۱ ● بازی مختصات / زهره پندی / ۴۴
- **ریاضیات و تاریخ** ● مختصات در بستر تاریخ / سپیده چمن‌آرا / ۲۲
- **ریاضیات و کاربرد** ● داستان مختصات / نازنین حسن‌نیا / ۲۳ ● اختراع دوبارهٔ چرخ / حسین غفاری / ۲۸ ● رمز نویسی به کمک مختصات / زهره پندی / ۳۰
- **ریاضیات و استدلال** ● زبان ما، زبان ریاضی / لیلا خسروشاهی / ۳۲
- **ریاضیات و فن‌آوری** ● جی پی اس: آیا سه ماهواره کافی است؟ / سارا ارشادمنش / ۳۴ ● ارتباطات بی‌سیم به کمک روش‌های دودی! (بخش پنجم) / ابوالفضل طاهری / ۳۶
- **ریاضیات و سرگرمی** ● شعبده‌های ریاضی آقای شبّده‌چی / بهزاد اسلامی مسلّم / ۳۹
- **ریاضیات و مسئله** ● کی می‌تونه حل کنه؟ / آمنه ابراهیم‌زاده طاری / ۴۶ ● پاسخ کی می‌تونه حل کنه از شمارهٔ ۷۲ / آمنه ابراهیم‌زاده طاری / ۴۷
- **نامه‌های رسیده** / ۴۸
- **معرفی وبگاه** ● زهرا صباغی / صفحهٔ سوم جلد

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

مدیر مسئول: محمد ناصری
سردبیر: سپیده چمن‌آرا
مدیر داخلی: حسین نامی ساعی
هیئت تحریریه:
آمنه ابراهیم‌زاده طاری، سارا ارشادمنش، بهزاد اسلامی مسلّم، حمیدرضا امیری، زهره پندی، نازنین حسن‌نیا، لیلا خسروشاهی، خسرو داودی، حسین نامی ساعی.
ویراستار: بهروز راستانی
طراح گرافیک: علی دانشور
تصویرسازان: سام سلماسی، سیّد میثم موسوی
نشانی دفتر مجله:
تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶
صندوق پستی ۶۵۸۵ / ۱۵۸۷۵
تلفن ۹ - ۸۸۸۳۱۱۶۱ - ۰۲۱ (داخلی ۳۷۴)
نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸
وب‌گاه: www.roshdmag.ir
وبلاگ اختصاصی مجله:
http://weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee
رایانامه: borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir
پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۱۲
تلفن پیام‌گیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲
کد مدیر مسئول: ۱۰۲
کد دفتر مجله: ۱۱۳
کد مشترکین: ۱۰۲
تلفن امور مشترکین:
۷۷۳۳۶۶۵۵ و ۷۷۳۳۶۶۵۶ - ۰۲۱
شمارگان: ۱۶۲۰۰ نسخه
چاپ: شرکت افست (سهامی عام)

قابل توجه نویسندگان و مترجمان:

◄ مقاله هایی که برای درج در مجله می فرستید، باید با اهداف این مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد.
اهداف مجله عبارتند از: ● گسترش فرهنگ ریاضی؛ ● افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت‌های دانش‌آموزان در راستای برنامه درسی؛ ● توسعهٔ تفکر و خلاقیت؛ ● توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن؛ ● توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آنها؛ ● توجه به محاسبه‌های ریاضی برای توسعهٔ تفکر جبری و توانایی‌های ذهنی دانش‌آموزان؛ ● توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی؛ ● توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن‌آوری ؛ ● تقویت باورها و ارزش‌های دینی، اخلاقی و علمی.
◄ مقاله های ترجمه شده باید با متن اصلی همخوانی داشته باشد و متن اصلی نیز همراه آن باشد. چنان چه مقاله را خلاصه می کنید، این موضوع را قید بفرمایید. ◄ مقاله یك خط در میان، در یك روی کاغذ و با خط خوانا نوشته یا تایپ شود. مقاله ها می توانند با نرم افزار word و بر روی CD یا فلاپی و یا از طریق رایانامه مجله ارسال شوند. ◄ نثر مقاله باید روان و از نظر دستور زبان فارسی درست باشد و در انتخاب واژه های علمی و فنی دقت لازم مبذول شود. ◄ محل قرار دادن جدول‌ها، شکل‌ها و عکس ها در متن مشخص شود. ◄ مقاله باید دارای چکیده باشد و در آن هدف ها و پیام نوشتار در چند سطر تنظیم شود. ◄ کلمات حاوی مفاهیم نمایه (کلیدواژه ها) از متن استخراج و روی صفحه ای جداگانه نوشته شوند. ◄ مقاله باید دارای تیتر اصلی، تیترهای فرعی در متن و سوتیتر باشد. ◄ مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مقاله های رسیده آزاد است. ◄ مقالات دریافتی بازگردانده نمی شوند. ◄ آرای مندرج در مقاله ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان مجله نیست.

توضیح جلد:
رنه دکارت، ریاضی‌دان و فیلسوف فرانسوی، ابداع‌کنندهٔ مختصات در صفحه است. در صفحهٔ ۲۲، داستانِ او را بخوانید.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

به جای یادداشت سردبیر

ایگرگ یا وای؟

بهزاد اسلامی مسلم

احتمالاً در کلاس زبان انگلیسی با الفبای انگلیسی آشنا شده‌اید و می‌دانید که نام حروف این الفبا چیست. مثلاً

- A: اِی
- B: بی
- H: اِیچ
- K: کِی
- Y: وای

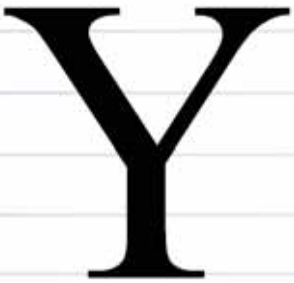
A	اَ
B	بِ
C	سِ
D	دِ
E	صدایی بین اِ و اُ
F	اِف
G	ژِ
H	اَش
I	ئی
J	ژی
K	کا
L	اِل
M	اِم
N	اِن
O	اُ
P	پِ
Q	کو
R	اِغ
S	اس
T	تِ
U	او
V	وِ
W	دوبلِ وِ
X	ایکس
Y	ایگغک
Z	زِد

پس چرا بعضی از معلم‌های ریاضی، از نام‌های دیگری استفاده می‌کنند؟

- طول پاره‌خط AB چه‌قدر است؟ طول پاره‌خط «آ بِ» چه‌قدر است؟
- ارتفاع مثلث را با h مشخص می‌کنیم. ارتفاع مثلث را با «هاش» مشخص می‌کنیم.
- تعداد کتاب‌ها را با K نشان می‌دهیم. تعداد کتاب‌ها را با «کا» نشان می‌دهیم.
- می‌خواهیم y را پیدا کنیم. می‌خواهیم «ایگرگ» را پیدا کنیم.

این‌ها تقریباً نام‌های فرانسوی حروف هستند. چه‌طور شد که نام‌های فرانسوی حروف رایج شدند؟ در ایران تا حدود شصت سال پیش، زبان فرانسوی در آموزش حضور جدی داشت. خیلی از افراد تحصیل کرده، با زبان فرانسه آشنا بودند یا حتی در فرانسه درس خوانده بودند. بعضی از اشخاصی هم که در ایران تدریس می‌کردند، خودشان فرانسوی بودند. پس می‌توان گفت که رواج این نام‌ها، یادگار آن دوره‌اند.

حالا که حرف به اینجا کشید، نام‌های فرانسوی همهٔ حروف را برایتان می‌نویسیم:



تشکر

از آقای دکتر **میرامید حاجی میرصادقی** بابت راهنمایی‌شان متشکرم.

منابع

۱. مهدوی غروی، ندا (۱۳۸۸). «وای؛ نه ایگرگ!». رشد آموزش ریاضی. شمارهٔ ۹۸.
2. http://en.wikipedia.org/wiki/French-orthography

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

معادله‌ی خط و رسم خط

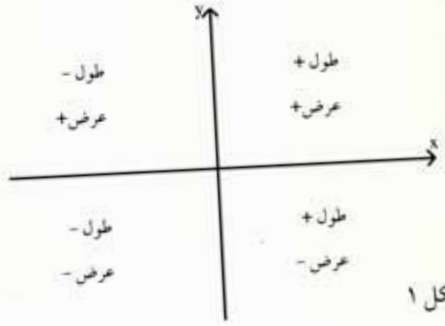
قسمت اول

حمیدرضا امیری

برای دانش آموزان سال سوم راهنمایی

می‌دانیم که اگر دو محور عمود بر هم، با مبدأ مشترک در صفحه رسم کنیم، هر نقطه‌ی واقع در صفحه را می‌توان توسط دو مقدار که یکی نشان‌دهنده‌ی طول آن نقطه و دیگری عرض آن نقطه است، مشخص کرد.

این دو محور در واقع صفحه‌ی مختصات دکارتی[1] را به چهار ناحیه تقسیم می‌کنند که علامت طول و عرض هر نقطه در هر یک از این چهار ناحیه یا چهار ربع در شکل ۱ مشخص شده است.



شکل ۱

برای مثال در ناحیه‌ی اول، هر نقطه دارای طول و عرض مثبت است، و یا در ناحیه‌ی چهارم، طول هر نقطه مثبت و عرض آن منفی است.

گاهی در صفحه‌ی دکارتی به نقاطی برمی‌خوریم که بین طول و عرض آن‌ها رابطه‌ی خاصی برقرار است. به‌عبارت دیگر، بین x و y رابطه‌ای برقرار است که با داشتن مختص x می‌توان y را حدس زد یا برعکس. اگر عرض نقطه‌ی y را داشته باشیم، می‌توانیم توسط آن رابطه، طول نقطه یعنی x را به راحتی به‌دست آوریم. مثلاً اگر به ما بگویند بین مختصات مجموعه‌ی نقاطی از صفحه رابطه‌ی $y=-x$ برقرار است، آیا می‌توانیم این مجموعه‌ی نقاط را بیابیم؟ جواب مثبت است. رابطه‌ی بالا به ما می‌گوید، نقاطی موردنظر است که طول هر کدام قرینه‌ی عرض آن‌هاست و یا عرض آن‌ها قرینه طولشان است.

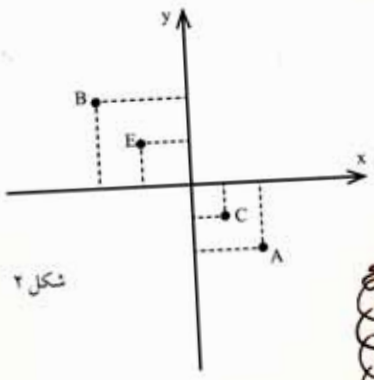
آیا نقاط زیر جزو این مجموعه نقاط از صفحه هستند؟

$$A=\begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix}, \quad B=\begin{bmatrix}-2\\2\end{bmatrix}$$

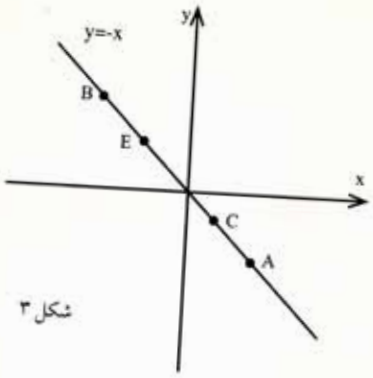
$$C=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\end{bmatrix}, \quad D=\begin{bmatrix}3\\-3\end{bmatrix}$$

$$E=\begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix}$$

چند نقطه‌ی دیگر می‌توانید بنویسید که بین طول و عرض آن‌ها رابطه‌ی $y=-x$ برقرار باشد؟ حال اگر نقاط A، B، C، D و E را روی محورهای مختصات رسم کنیم (مطابق شکل ۲)، مشاهده می‌شود که همگی آن‌ها روی یک امتداد هستند و می‌توان خطی رسم کرد که از همه‌ی آن‌ها عبور کند. اگر این خط را رسم کنیم، در حقیقت نمودار خط $y=-x$ را رسم کرده‌ایم (شکل ۳).



شکل ۲



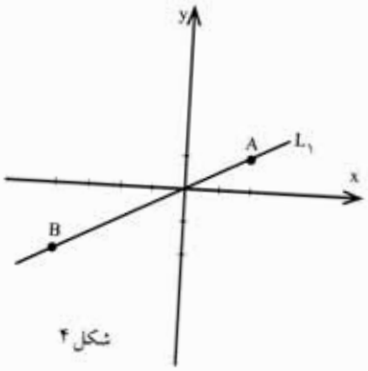
شکل ۳

به رابطه‌ی $y=-x$ معادله‌ی خط L گفته می‌شود.

مثال۱. با توجه به شکل ۴، اگر دو نقطه‌ی $A=\begin{bmatrix}۲\\۱\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}-۴\\-۲\end{bmatrix}$ را به هم وصل کنیم و امتداد دهیم، خط $L_۱$ حاصل می‌شود (توجه دارید که از دو نقطه فقط یک خط راست می‌گذرد).

برای نوشتن معادله‌ی خط $L_۱$ کافی است رابطه‌ی بین x و y را با توجه به مختصات دو نقطه‌ی A و B به‌دست آوریم.

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، در هر دو نقطه همواره $x=۲y$ یا $y=\frac{۱}{۲}x$. در واقع، معادله‌ی خط $L_۱$ را به‌دست آورده‌ایم که عبارت است از: $y=\frac{۱}{۲}x$



شکل ۴

تمرین: در هر یک از حالت‌های زیر مختصات نقاط A و B داده شده‌اند. اولاً مختصات نقطه‌ی C را به نحوی تکمیل کنید که خط L از آن سه نقطه عبور کند. ثانیاً معادله‌ی خطی را که از سه نقطه‌ی A، B و C عبور می‌کند، به‌دست آورید.

الف) $A=\begin{bmatrix}۱\\۳\end{bmatrix}$ ، $B=\begin{bmatrix}-۲\\-۶\end{bmatrix}$

$C=\begin{bmatrix}\\-۱\end{bmatrix}$

ب) $A=\begin{bmatrix}۲\\-۱\end{bmatrix}$ ، $B=\begin{bmatrix}-۴\\۲\end{bmatrix}$

$C=\begin{bmatrix}۱\end{bmatrix}$

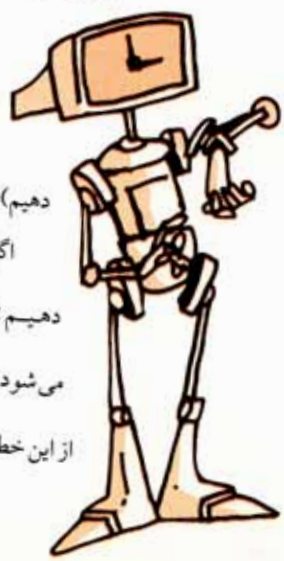
تا این‌جا مشاهده شد که:

الف) اگر دو نقطه از یک خط معلوم باشد، با اتصال آن‌ها به یکدیگر توسط یک پاره‌خط و امتداد آن پاره‌خط و امتداد آن پاره‌خط از طرفین، به خطی که از آن دو نقطه می‌گذرد و یا نمودار خط دست پیدا کرده‌ایم.

ب) اگر رابطه‌ی بین طول و عرض نقاط واقع روی یک خط را معلوم کنند، به راحتی می‌توان با مشخص کردن مختصات دو نقطه از مجموعه نقاط روی خط، طبق آن‌چه در قسمت (الف) گفته شد، خط را رسم کرد. البته گاهی رابطه‌ی بین x و y با توجه به مختصات نقاط داده شده به‌دست می‌آید (مانند تمرین قبل) و گاهی نیز رابطه‌ی بین x و y یا به‌عبارت دیگر معادله‌ی خط به ما داده می‌شود؛ مانند مثال زیر.

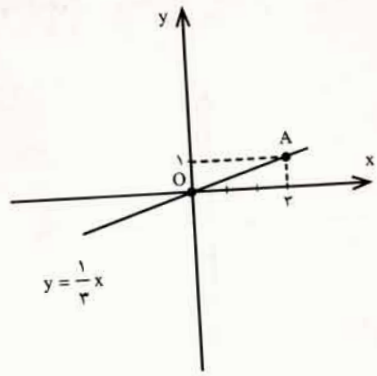
مثال ۲. معادله‌ی خط L به‌صورت $y=\frac{۱}{۳}x$ مفروض است. این خط را روی محورهای مختصات رسم کنید.

بنابر آن‌چه در قسمت (الف) گفته شد، برای رسم خط به دو نقطه از این خط نیاز داریم و برای یافتن مختصات دو نقطه از خط، با توجه به معادله‌ی خط که رابطه‌ی بین x و y در همه‌ی نقاط واقع روی خط را برای ما مشخص می‌کند، کافی است به x مقدار بدهیم (عددی به‌جای x قرار دهیم) تا مقداری برای y حاصل شود.



اگر در معادله‌ی $y=\frac{۱}{۳}x$، قرار دهیم: $x=۳$، مقدار: $y=۱$ حاصل می‌شود. لذا نقطه‌ی $A=\begin{bmatrix}۳\\۱\end{bmatrix}$ یک نقطه از این خط است. و اگر قرار دهیم $x=-۳$،

مقدار ۱- =y حاصل می‌شود. البته می‌توانستیم مقدار ۰=x را در معادله قرار دهیم تا ۰=y حاصل می‌شود؛ یعنی نقطه‌ی $O = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ که مبدأ مختصات را نشان می‌دهد. حال پس از تعیین نقاط حاصل روی صفحه‌ی مختصات، آن‌ها را به هم وصل می‌کنیم و امتداد می‌دهیم.



نکته‌ی مهم ۱. همان‌طور که مشاهده کردید، اگر معادله‌ی یک خط به صورت y=ax باشد، همواره با قرار دادن ۰=x مقدار ۰=y حاصل می‌شود. به‌عبارت دیگر، تمام این خطوط حتماً از نقطه $O = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$، یعنی مبدأ مختصات عبور می‌کنند. لذا از این پس اگر با معادله‌ی خطی به صورت فوق مواجه شدیم که رسم آن از ما خواسته شده بود، با خیال راحت می‌گوییم آن خط از مبدأ مختصات عبور می‌کند. پس کافی است فقط مختصات یک نقطه‌ی دیگر از خط را مطابق آن‌چه در مثال قبل دیدید، بیابیم و مبدأ مختصات را به آن نقطه وصل کنیم و امتداد دهیم.

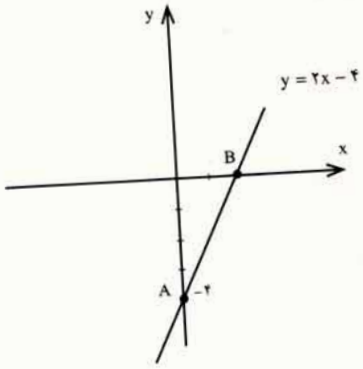
حتماً سؤال خواهید کرد: اگر خطی از مبدأ مختصات عبور نکند، آیا برای رسم آن نیز می‌توان از روش قبل، یعنی استفاده از مختصات دو نقطه استفاده کرد یا خیر؟

جواب مثبت است. یعنی در هر حالت برای رسم یک خط می‌توان با یافتن دو نقطه از آن، خط موردنظر را رسم کرد. بدین‌ترتیب که دو نقطه را به هم وصل می‌کنیم و از دو طرف امتداد می‌دهیم. به مثال دیگری توجه کنید:

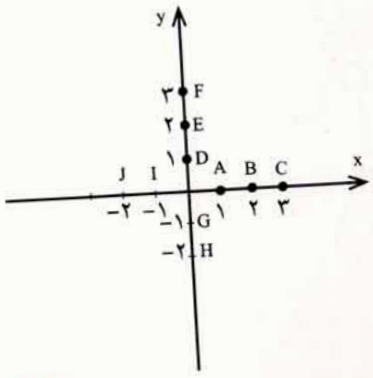
مثال ۳. معادله‌ی خط L به صورت $y = 2x - 4$ مفروض است. ابتدا جدول زیر را تکمیل کنید. سپس نمودار این خط را روی صفحه‌ی مختصات دکارتی بکشید.

x	۰	....	۳	$\frac{1}{2}$	....
y	....	۰	....	....	۴

ملاحظه می‌کنید که اگر در معادله‌ی خط به جای x صفر قرار دهیم، برای y مقدار ۴- به‌دست می‌آید. حال اگر این نقطه را A بنامیم، داریم $A = \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix}$. از طرف دیگر، اگر به‌جای y صفر بگذاریم، مقدار ۲=x حاصل می‌شود و اگر این نقطه را B بنامیم خواهیم داشت: $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$. همین دو نقطه برای رسم خط کافی هستند. اکنون مشاهده خواهید کرد که این خط و در حالت کلی، هر خطی که معادله‌ی آن به شکل $y = ax + b$ باشد، از مبدأ عبور نمی‌کند و همواره دو محور xها و yها را قطع می‌کند.



نکته‌ی مهم ۲. همان‌طور که می‌دانید، هر نقطه روی محور xها واقع باشد، فاصله‌اش تا مبدأ مختصات، طول نقطه‌ی موردنظر است و همواره عرضش صفر است. هم‌چنین، اگر نقطه‌ای روی محور yها واقع باشد، فاصله‌اش تا مبدأ، همان عرض نقطه و طولش صفر خواهد بود. به شکل زیر توجه کنید.



حال با توجه به شکل و نکته‌ی فوق، مختصات نقاط زیر را تکمیل کنید:

$A=\begin{bmatrix}1\\ \ \end{bmatrix}$ ، $B=\begin{bmatrix}2\\ \ \end{bmatrix}$

$C=\begin{bmatrix}\ \\ 0\end{bmatrix}$ ، $D=\begin{bmatrix}\ \\ 1\end{bmatrix}$

$E=\begin{bmatrix}\ \\ 2\end{bmatrix}$ ، $F=\begin{bmatrix}0\\ \ \end{bmatrix}$

$I=\begin{bmatrix}-1\\ \ \end{bmatrix}$ ، $J=\begin{bmatrix}\ \\ 0\end{bmatrix}$

$G=\begin{bmatrix}0\\ \ \end{bmatrix}$ ، $H=\begin{bmatrix}\ \\ -2\end{bmatrix}$

نتیجه‌ی مهم ۳. هرگاه بخواهیم نمودار خط L به معادله‌ی $y=ax+b$ را رسم کنیم، با توجه به نکته‌ی قبل و با دانستن آن‌که این خط هر دو محور را قطع می‌کند، کافی است محل برخورد خط با دو محور x و y را به‌دست آوریم و آن را رسم کنیم. از طرف دیگر می‌دانیم، محل برخورد خط L با محور xها نقطه‌ای است که روی محور xها قرار دارد و همواره عرض آن صفر است. لذا برای یافتن مختصات این نقطه کافی است در معادله‌ی خط قرار دهیم: $y=0$ که مقدار $x=\frac{-b}{a}$ حاصل می‌شود.

هم‌چنین، محل برخورد این خط با محور yها نقطه‌ای است که طول آن صفر است. لذا برای یافتن مختصات این نقطه کافی است در معادله‌ی خط قرار دهیم: $x=0$ که مقدار y=b حاصل می‌شود. پس $A=\begin{bmatrix}0\\ b\end{bmatrix}$ مختصات محل برخورد خط با محور yها و نقطه‌ی $B=\begin{bmatrix}\frac{-b}{a}\\ 0\end{bmatrix}$ محل برخورد خط با محور xها خواهد بود.

مثال ۴. معادله‌ی خط L به صورت $y=3x+2$ داده شده است. این خط را رسم کنید.

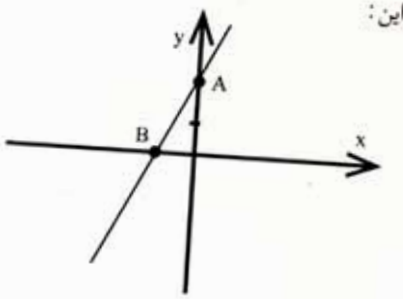
محل برخورد با محور عرض‌ها

اگر $\rightarrow x=0 \Rightarrow y=2 \Rightarrow A=\begin{bmatrix}0\\ 2\end{bmatrix}$

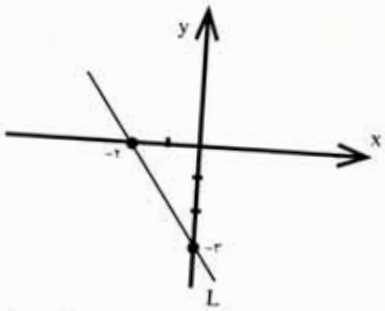
محل برخورد با محور طول‌ها

اگر $\rightarrow y=0 \Rightarrow x=-\frac{2}{3} \Rightarrow B=\begin{bmatrix}-\frac{2}{3}\\ 0\end{bmatrix}$

بنابراین:



مثال ۵. خط L محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول ۲- و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۳- قطع می‌کند. این خط را پس از مشخص کردن دو نقطه رسم کنید.

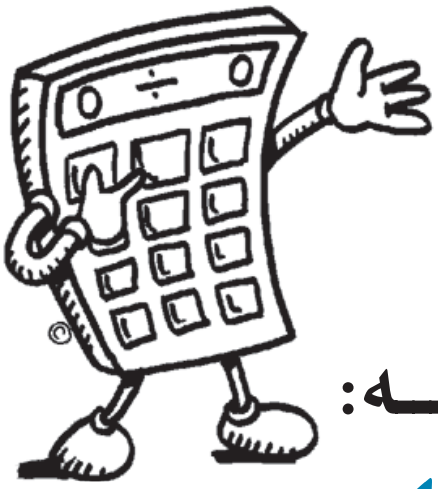


درباره‌ی وضعیت دو خط نسبت به هم (موازی یا متقاطع) و نیز این‌که آیا با داشتن دو نقطه از خط می‌توان معادله‌ی خط را نوشت و یا حالت‌های دیگر برای نوشتن معادله‌ی خط و انواع دیگر خط، در مقاله‌ای جداگانه در شماره‌ی آینده بحث خواهیم کرد. ■

پی‌نوشت

۱. چون اولین بار **دکارت**، ریاضی‌دان فرانسوی، آن را برای نقاط مختلف در نظر گرفت و از روش محورهای مختصات استفاده کرد، صفحه‌ی مختصات دکارتی به یاد وی نام‌گذاری شده است.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir



قصه‌هایی درباره جدول ضرب

سومین قصه: جمع در صلیب

بهزاد اسلامی مسلم

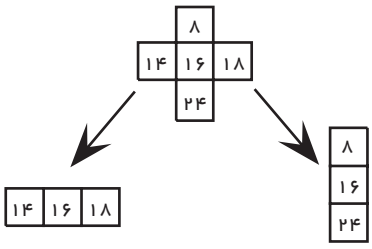
کلیدواژه‌ها: جدول ضرب، حاصل جمع ردیف‌ها، حاصل جمع ستون‌ها

مدت‌هاست که با جدول ضرب آشنایید. اما ممکن است به مسئله‌های جالبی که دربارهٔ همین جدول ظاهراً ساده وجود دارد، برنخورده باشید. در هر شماره از برهان امسال، با چنین مسئله‌هایی روبه‌رو می‌شوید. این‌دفعه، دربارهٔ حاصل‌جمع بعضی از عددهای جدول ضرب صحبت می‌کنیم.

جدول زیر، همان جدول ضرب ۱۰×۱۰ است. به خانه‌هایی از این جدول که رنگی شده‌اند، توجه کنید. این خانه‌ها، شکلی شبیه صلیب تشکیل می‌دهند:

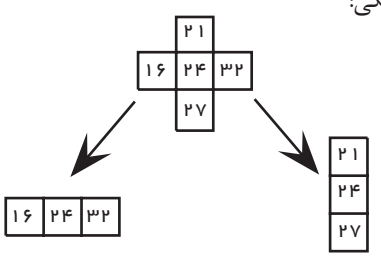
×	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۲	۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
۳	۳	۶	۹	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴	۲۷	۳۰
۴	۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰	۲۴	۲۸	۳۲	۳۶	۴۰
۵	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰
۶	۶	۱۲	۱۸	۲۴	۳۰	۳۶	۴۲	۴۸	۵۴	۶۰
۷	۷	۱۴	۲۱	۲۸	۳۵	۴۲	۴۹	۵۶	۶۳	۷۰
۸	۸	۱۶	۲۴	۳۲	۴۰	۴۸	۵۶	۶۴	۷۲	۸۰
۹	۹	۱۸	۲۷	۳۶	۴۵	۵۴	۶۳	۷۲	۸۱	۹۰
۱۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰

در قسمت رنگ‌شدهٔ جدول بالا، الگوی جالبی دیده می‌شود:



هم حاصل‌جمع عددهای ردیف برابر ۴۸ می‌شود، و هم حاصل‌جمع عددهای ستون!

یا این یکی:



هردو حاصل‌جمع برابر ۷۲ می‌شوند.

این الگو در هر قسمت دیگری از جدول هم که به شکل باشد،

برقرار اســت. حتی اگــر جدول‌ضرب به جــای ۱۰×۱۰، جدول ضرب ۱۰۰۰×۱۰۰۰ بود، باز هم همین الگو برقرار می‌بود.

شــک دارید؟ حق دارید شــک کنید. خب ما فقــط چند تا از قسمت‌های به شــکل را بررسی کرده‌ایم. پس شاید این الگو در مورد بقیهٔ قسمت‌های به شکل برقرار نباشد. باید دلیل بیاوریم. نگران نباشید! دلیل ما را در ادامهٔ مقاله بخوانید.

دلیل برقرار بودن الگو

ابتدا باید مقدمه‌ای را بیان کنیم.

مقدمهٔ دلیل برقرار بودن الگو

سه عدد در نظر دارم با فاصله‌های یکسان؛ مثلاً ۲، ۴ و ۶ یا مثلاً ۱۱، ۱۶ و ۲۱ یا مثلاً ۲۵، ۳۰ و ۳۵. حاصل‌جمع این عددها، چه ربطی به عدد دوم دارد؟ منظورم این است که مثلاً آیا می‌توانیم حاصل‌جمــع ۲۵، ۳۰ و ۳۵ را از روی عدد دوم (یعنی ۳۰) پیدا کنیم؟ چند مثال را بررسی می‌کنیم تا حدسی بزنیم:

حاصل‌جمع	سومین عدد	دومین عدد	اولین عدد
۱۲	٦	٤	۲

حاصل‌جمع	سومین عدد	دومین عدد	اولین عدد
٤۸	۲۱	۱٦	۱۱

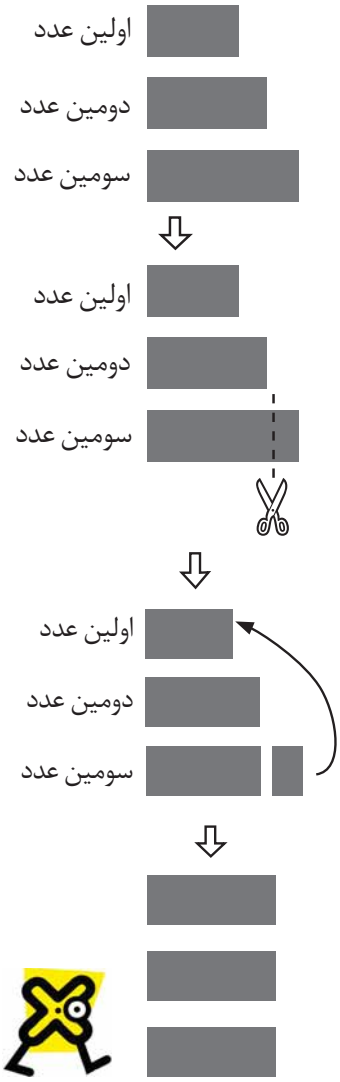
حاصل‌جمع	سومین عدد	دومین عدد	اولین عدد
۹۰	۳۵	۳۰	۲۵

حاصل‌جمع	سومین عدد	دومین عدد	اولین عدد
۲٤۰	۸٦	۸۰	۷٤

در هریک از مثال‌های بالا، حاصل‌جمع ســه عدد برابر است با سه برابر عدد دوم.

چرا این‌طور است؟

دلیل: اولین عدد از دومین عدد مقداری کمتر اســت. سومین عدد از دومین عدد دقیقاً به همین مقدار بیشــتر اســت. وقتی عددها را با هم جمع می‌کنیم، این کمتر بودن و آن بیشتر بودن، یکدیگر را خنثا می‌کنند. انگار دومین عدد را سه بار نوشته‌ایم و جمع کرده‌ایم. همین توضیحات را در شکل‌های زیر می‌بینید:



پس اگر به شما بگویم عددهای عجیب و غریب

۳۶/۸۰۱۱۷۶۸۹

۴۱

۴۵/۱۹۸۸۲۳۱۱

فاصله‌های یکسان دارند، به راحتی می‌توانید بگویید حاصل‌جمع آن‌ها چند است. کافی است ۴۱ را در ۳ ضرب کنید.

نتیجه

خب این مقدمه چه فایده‌ای دارد؟ به زودی می‌فهمید!
دوباره به جدول ضرب نگاه کنید:

×	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۲	۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
۳	۳	۶	۹	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴	۲۷	۳۰
۴	۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰	۲۴	۲۸	۳۲	۳۶	۴۰
۵	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰
۶	۶	۱۲	۱۸	۲۴	۳۰	۳۶	۴۲	۴۸	۵۴	۶۰
۷	۷	۱۴	۲۱	۲۸	۳۵	۴۲	۴۹	۵۶	۶۳	۷۰
۸	۸	۱۶	۲۴	۳۲	۴۰	۴۸	۵۶	۶۴	۷۲	۸۰
۹	۹	۱۸	۲۷	۳۶	۴۵	۵۴	۶۳	۷۲	۸۱	۹۰
۱۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰

در هر ردیف، عددها فاصله‌های یکسان دارند. مثلاً در ردیف عدد ۹، عددها ۹تا ۹تا اضافه می‌شوند، یا مثلاً در ردیف عدد ۵، عددها ۵تا ۵تا اضافه می‌شوند. پس فاصله‌های یکسان دارند.
در مورد ستون‌ها هم دقیقاً همین‌طور است. مثلاً در ستون عدد ۸، عددها ۸تا ۸تا اضافه می‌شوند. در نتیجه فاصله‌های یکسان دارند.

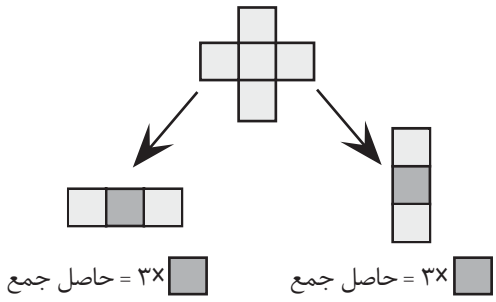
وقتی در عددهای ردیف را جمع می‌کنیم، در حقیقت سه‌تا عدد با فاصله‌های یکسان را جمع می‌کنیم. پس همان‌طور که در قسمت «مقدمه» گفتیم، حاصل برابر است با:

دومین عدد ردیف × ۳

همین‌طور، وقتی در عددهای ستون را با هم جمع‌می‌کنیم، در حقیقت سه عدد با فاصله‌های یکسان را جمع می‌کنیم. پس حاصل برابر است با:

دومین عدد ردیف ×۳

در شکل زیر، همین توضیح را می‌بینید:



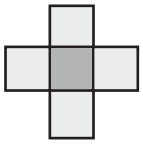
خب! چرا حاصل‌جمع‌ها برابر می‌شوند؟ یعنی چه دلیلی برای برابری

دومین عدد ردیف ×۳

و

دومین عدد ستون × ۳

داریم؟ دلیلمان این است: دومین عدد ردیف، همان دومین عدد ستون است! نگاه کنید:



در نتیجه:

حاصل‌جمع ردیف = حاصل‌جمع ستون

و دیگر مطمئن هستیم که الگو، حتی در جدول ضرب ۱۰۰۰×۱۰۰۰ هم برقرار است.

شوخی با دکارت

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

هند یا گرینلند؛ کدام یک بزرگ‌ترند؟

آمنه ابراهیم‌زاده طاری

کلیدواژه‌ها: مختصات، نقشهٔ جغرافیایی،تصویر کره روی صفحه، هند، گرینلند

نزدیک قطب شـــمال، جزیره‌ای بسیار بزرگ به نام «گرینلند» وجود دارد. گرینلند بزرگ‌ترین جزیرهٔ زمین است.

حدس می‌زنم نقشه‌هایی که از کرهٔ زمین دیده‌اید، کاملاً شبیه نقشهٔ زیر باشـــد. همان‌طور که در این نقشه می‌بینید، مساحت گرینلند چندین برابر مساحت هند است.

نقشهٔ شمارهٔ (۱)

صبر کنید! با یک جســـت‌وجوی ســـاده می‌توانیم بفهمیم که مســـاحت گرینلند ۲٬۱۶۶٬۰۸۶ کیلومتر مربع و مســـاحت هند ۳٬۲۸۷٬۵۹۰ کیلومتر مربع است؛ یعنی مساحت هند تقریباً یک و نیم برابر مساحت گرینلند است! پس چرا روی نقشه مساحت هند کمتر به‌نظر می‌رســـد؟ نقشه ما را به اشتباه انداخت. بیایید ببینیم این مشکل نقشهٔ جهان از کجا می‌آید.

همان‌طور که می‌دانید، زمین به شکل یک کُره است. پس برای کشـــیدن نقشهٔ‌جغرافیایی کشـــورها روی کاغذ، باید تصویرهای روی سطح یک کره را روی یک سطح مسطح منتقل کنیم. برای این کار روش‌های متفاوتی وجود دارند.

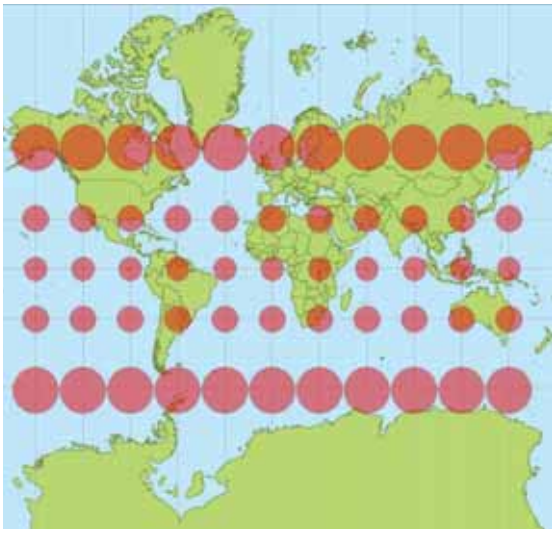
نقشهٔ ۱ به «نقشهٔ **مرکاتور**» معروف است. مرکاتور، فیلسوف، نقشه‌نگار و ریاضی‌دانی بلژیکی بود. او این نقشه را در سال ۱۵۶۹ میلادی رسم کرد. در نقشهٔ مرکاتور، شکل‌های کلی کشورهای کوچک درست‌اند، ولی مشکلی بزرگ وجود دارد:

وقتی روی نقشـــه، از استوا به سمت قطب‌ها حرکت می‌کنیم، مســـاحت کشورها از مساحت واقعی‌شان بزرگ و بزرگ‌تر به‌نظر می‌رســـد. یعنی کشـــورهای نزدیک اســـتوا در مقابل کشورهای نزدیک قطب‌ها کوچک‌تر دیده می‌شوند.

در کرهٔ زیر، دایره‌هایی که رسم شده‌اند، مساحت برابر دارند:

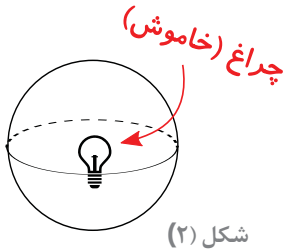
شکل (۱)

حالا ببینید که وقتی نقشـــهٔ مرکاتور رسم می‌شود، اندازهٔ این دایره‌ها چه‌طور تغییر می‌کند. (نقشهٔ۲)



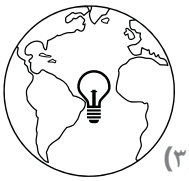
نقشهٔ شمارهٔ (۲)

چرا در نقشهٔ مرکاتور این اتفاق می‌افتد؟ بیایید ببینیم نقشهٔ مرکاتور چگونه رسم می‌شود. تصور کنید کار را با یک کرهٔ شفاف و بدون رنگ شروع می‌کنیم. در مرکز این کره، چراغی کوچک می‌گذاریم. (شکل ۲).

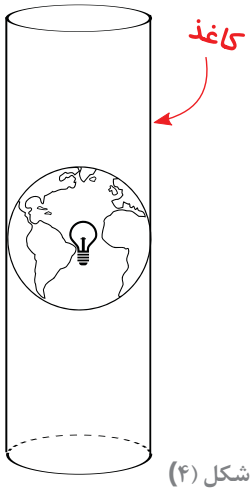


شکل (۲)

سپس مرز کشورهای گوناگون را روی این کره می‌کشیم، اما داخلشان را رنگ نمی‌کنیم. (شکل ۳)

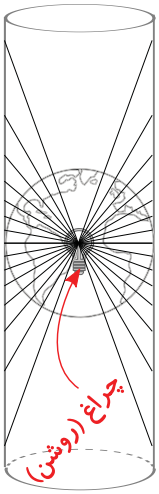

شکل (۳)

حالا کاغذی دور این کره می‌پیچیم. پس استوانه‌ای به دور کره درست کرده‌ایم. (شکل ۴)



شکل (۴)

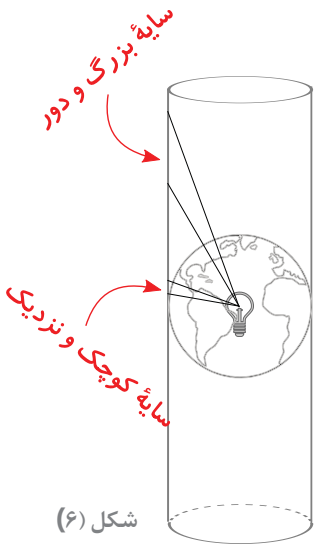
اکنون چراغ را روشن می‌کنیم. سایهٔ مرز کشورها، از روی کره به روی کاغذ می‌افتد. (شکل ۵)



شکل (۵)

حالا این سایه‌ها را علامت می‌زنیم تا نقشهٔ مرکاتور به‌دست بیاید.

سایهٔ کشورهای نزدیک استوا روی کاغذ استوانه‌ای، خیلی نزدیک به تصویر خودشان تشکیل می‌شود. در حالی‌که سایهٔ کشورهای نزدیک قطب‌ها، خیلی از خودشان دور می‌شود. به همین دلیل، سایهٔ کشورهای نزدیک قطب، بزرگ‌تر از سایهٔ کشورهای نزدیک استوا دیده می شود. (شکل ۶)



شکل (۶)

پس در نقشهٔ مرکاتور، هرچه به قطب نزدیک‌تر می‌شویم، کشورها بزرگ و بزرگ‌تر از اندازهٔ واقعی‌شان دیده می‌شوند.

حالا می‌توانیم بگوییم چرا روی نقشه، گرینلند بزرگ‌تر از هند به‌نظر می‌رسد. دلیلش این است که گرینلند نزدیک قطب شمال است و هند نزدیک استوا.

منبع

http://en.wikipedia. org/wiki/Mercator-projection

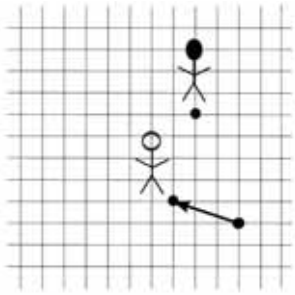
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

اخلاق عجیبِ آقای دو

هوشمند حسن‌نیا

کلیدواژه‌ها: بردار، مختصات بردار، ویژگی‌های بردار

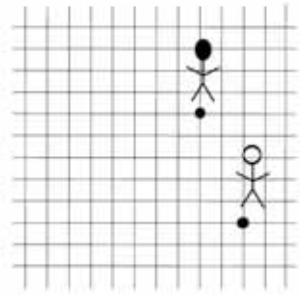
آقای **یک** و آقای **دو** با هم دوست هستند. آقای **دو** اخلاق عجیبی دارد. مثلاً او همیشه صبر می‌کند تا آقای **یک** حرکت کند. وقتی حرکت آقای **یک** تمام می‌شود، آقای **دو** حرکت می‌کند؛ اما نه هر طوری که دلش بخواهد! او راه رفتن آقای **یک** را نگاه می‌کند و با توجه به آن حرکت می‌کند. دو مثال زیر را ببینید تا با اخلاق عجیب آقای **دو** بیشتر آشنا شوید.



آقای یک :

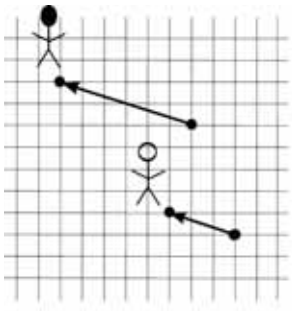
آقای دو :

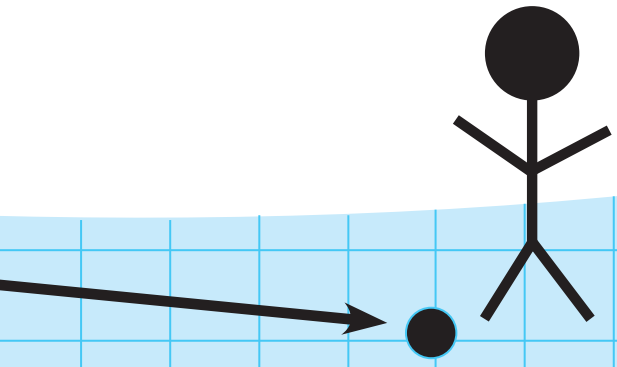
مثال ۱. آقایان **یک** و **دو** مانند شکل زیر ایستاده‌اند:



حالا آقای **یک** با بردار $\begin{bmatrix} -۳ \\ ۱ \end{bmatrix}$ حرکت می‌کند:

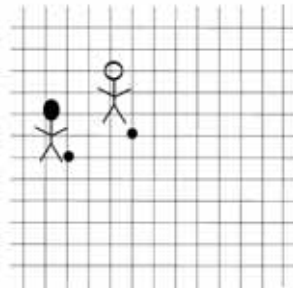
وقتی متوقف می‌شود، آقای **دو** با بردار $\begin{bmatrix} -۶ \\ ۲ \end{bmatrix}$ حرکت می‌کند.



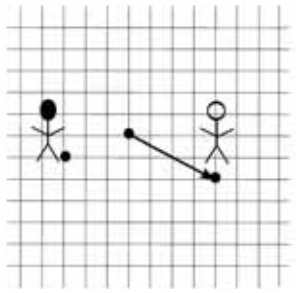


مثالی دیگر:

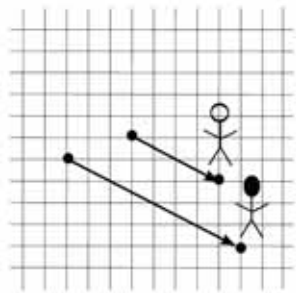
مثال ۲: آقایان **یک** و **دو** مانند شکل روبه‌رو ایستاده‌اند:



حالا آقای **یک** با بردار $\begin{bmatrix} ۴ \\ -۲ \end{bmatrix}$ حرکت می‌کند:



و وقتی حرکتش تمام می‌شود، آقای **دو** با بردار $\begin{bmatrix} ۸ \\ -۴ \end{bmatrix}$ حرکت می‌کند.



آیا حدس زدید که آقای **دو** دقیقاً چگونه حرکت می‌کند؟

قانون حرکت او چنین است:

فرض کنید حرکت آقای **یک** با بردار $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ انجام شود. آقای **دو** صبر می‌کند که حرکت آقای **یک** تمام شود. سپس آقای **دو** از نقطه‌ای که خودش ایستاده است، با بردار $\begin{bmatrix} ۲x \\ ۲y \end{bmatrix}$ حرکت می‌کند تا به نقطه‌ای جدید برسد.

حالا که با آقای یک و دو آشنا شده‌اید، این دو مسئله را حل کنید:

مسئلهٔ الف. آقای **یک** در نقطهٔ $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۲ \end{bmatrix}$ و آقای **دو** در نقطهٔ $\begin{bmatrix} ۵ \\ ۱ \end{bmatrix}$ ایستاده‌اند.

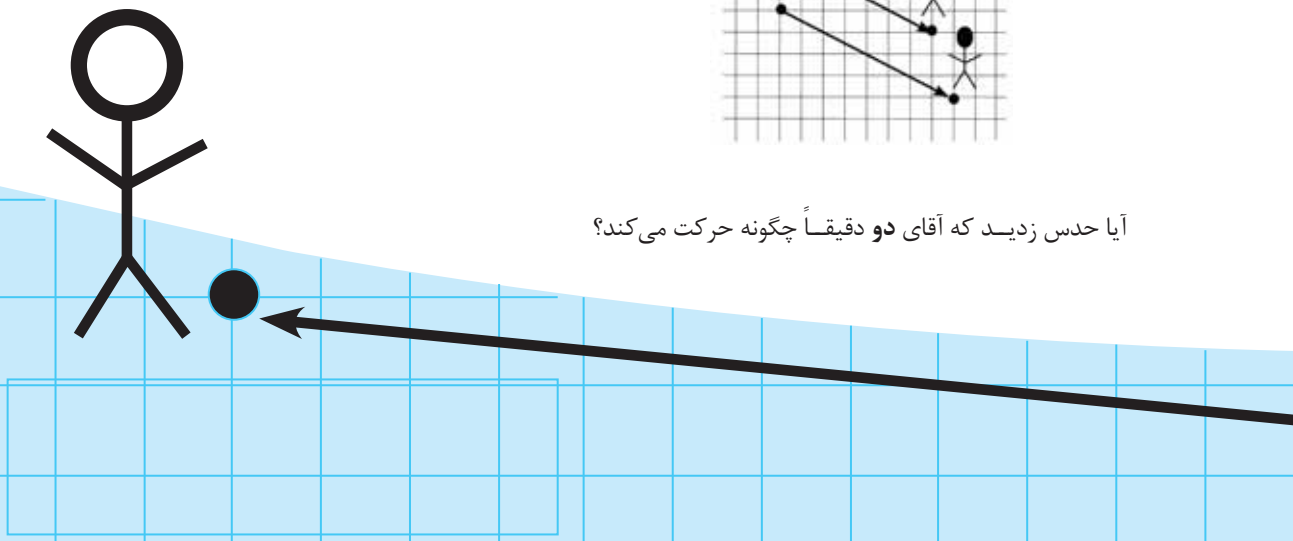
آقای **یک** از جایی که ایستاده بود به نقطهٔ $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۵ \end{bmatrix}$ رفته است.

آقای **دو** به چه نقطه‌ای می‌رود؟

راهنمایی: اگر جواب شما $\begin{bmatrix} ۶ \\ ۱۰ \end{bmatrix}$ است، بدانید که سؤال را به‌دقت نخوانده‌اید. آن را دوباره بخوانید و به آن پاسخ دهید.

مسئلهٔ ب. آقای **یک** روی نقطهٔ $\begin{bmatrix} ۰ \\ ۰ \end{bmatrix}$ ایستاده است و آقای **دو** روی نقطهٔ $\begin{bmatrix} ۱۰۰ \\ ۰ \end{bmatrix}$ قرار دارد.

آقای **یک** با آقای **دو** کار دارد. پس می‌خواهد حرکت کند و در نقطه‌ای بایستد. او باید نقطهٔ انتهای حرکت خود را طوری انتخاب کند که وقتی آقای **دو** (با اخلاق عجیبش) حرکت کرد، در همان نقطه بایستد. یعنی آقای **یک** و آقای **دو** به هم برسند. آقای **یک** باید با چه برداری حرکت کند و به چه نقطه‌ای برود؟



دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

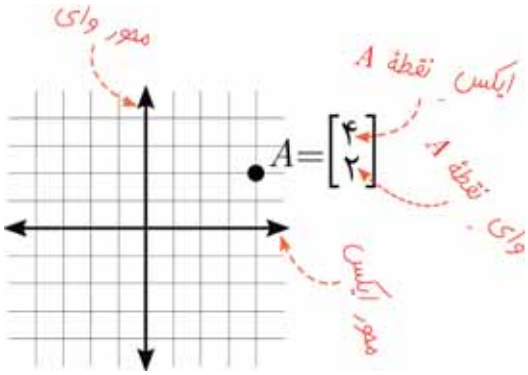
رابطه‌های ساده، شکل‌های بامزه

بهزاد اسلامی مسلّم

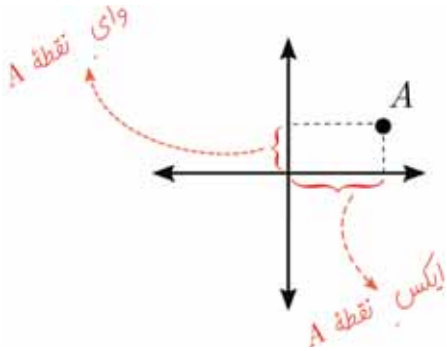
کلیدواژه‌ها: دستگاه مختصات، معادلهٔ خم‌ها، معادلهٔ خط راست

ایکس؟ وای؟

حتماً با دستگاه مختصات و روش نوشتن مختصات نقاط آشنایید. اما شاید ندانید که کلمات «محور ایکس» و «محور وای» و «ایکسِ نقطه» و «وایِ نقطه» به چه معناست. این‌ها را در شکل زیر به راحتی می‌توانید یاد بگیرید. نگاه کنید:



پس محور ایکس همان محور افقی است و محور وای همان محور عمودی است. در این‌یکی شکل هم می‌توانید معنای ایکس و وای نقطه را ببینید:



حالا می‌رویم سراغ بحث اصلی. این مسئله را ببینید:

ده نقطه در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم که هر یک شرط زیر را داشته باشند:

شرط: وایِ نقطه دو برابر ایکسِ نقطه است.

این نقطه‌ها در کنار هم، شبیه چه شکلی می‌شوند؟

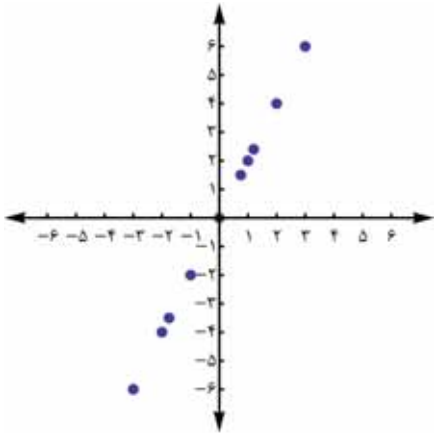
بیایید چند نقطه که شرط را داشته باشند پیدا کنیم و بعد آن‌ها را در دستگاه مختصات رسم کنیم.

مثلاً در نقطهٔ $\begin{bmatrix}۳\\۶\end{bmatrix}$، ایکس برابر است با ۳ و وای برابر است با ۶. پس وای دوبرابر ایکس است. دیگر چه نقطه‌هایی؟ مثلاً این نقطه‌ها:

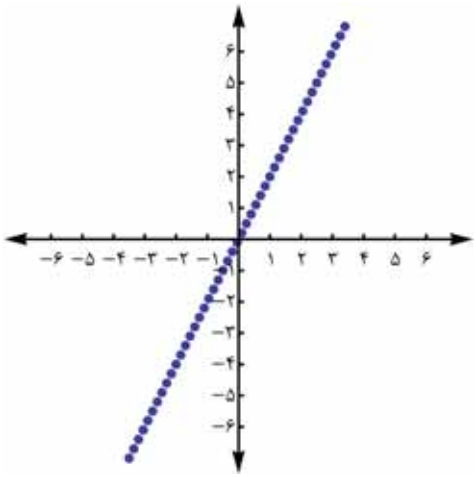
$$\begin{bmatrix}۲\\۴\end{bmatrix}، \begin{bmatrix}۱\\۲\end{bmatrix}، \begin{bmatrix}۰٫۷۵\\۱٫۵\end{bmatrix}، \begin{bmatrix}-۱\\-۲\end{bmatrix}، \begin{bmatrix}-۲\\-۴\end{bmatrix}، \begin{bmatrix}-۳\\-۶\end{bmatrix}، \begin{bmatrix}۰\\۰\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}-۱٫۷۵\\-۳٫۵\end{bmatrix}، \begin{bmatrix}۱٫۲\\۲٫۴\end{bmatrix}$$

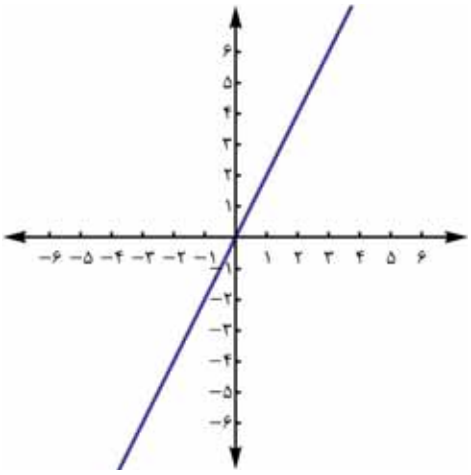
حالا بیایید همهٔ این ده نقطه را در یک دستگاه مختصات رسم کنیم:



انگار ایــن نقطه‌ها روی یک خــط قرار دارنــد. بگذارید تعداد نقطه‌ها را بیشتر کنیم. با استفاده از رایانه، نزدیک به ۵۰ تا نقطه پیدا می‌کنیم با همین شرط که «وایِ نقطه، دوبرابر ایکسِ نقطه باشــد.» دیگر مختصات نقاط را نمی‌نویســیم. فقط آن‌ها را در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:



هرچه تعداد نقطه‌ها را بیشــتر کنیم، شکل بیشتر شبیه خط می‌شــود. در حقیقت، اگر می‌توانستیم همهٔ نقاطی را که «وایِ هریک از آن‌ها، دوبرابر ایکس‌اش اســت» رســم کنیم، دقیقاً به خط می‌رسیدیم!



توجه کنید که این خط از دو طرف ادامه دارد. فقط قسمتی از آن را رسم کرده‌ایم، زیرا نمی‌توانیم آن را کامل رسم کنیم.

راستی، می‌توانیم شرط «وایِ نقطه، دو برابر ایکسِ نقطه است» را به این صورت بنویسیم: $y=2x$.

مسئله‌ها

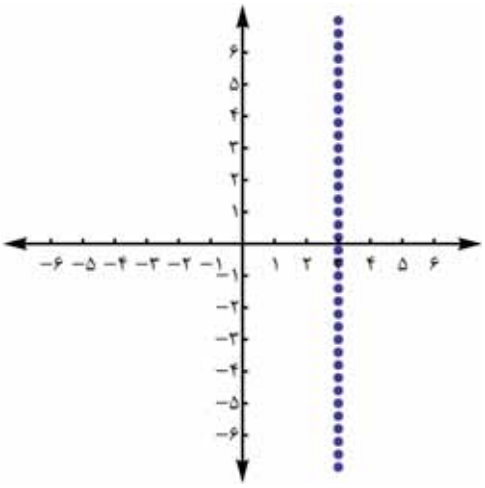
۱. ســی‌وپنج نقطه که هریک شــرط زیــر را دارند، در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

شرط: ایکسِ نقطه برابر ۳ است.

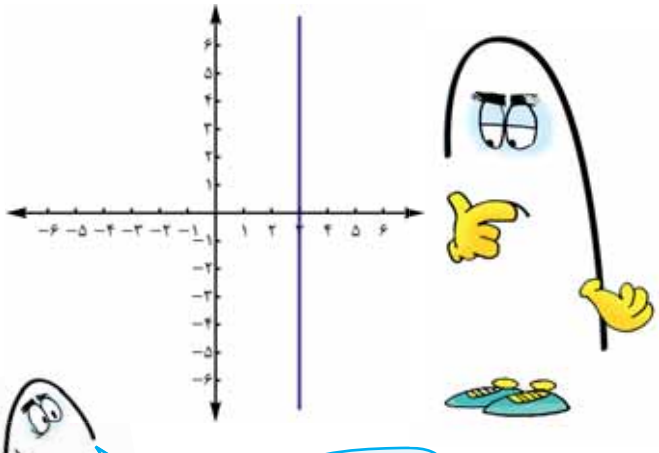
این نقطه‌ها در کنار هم، شبیه چه‌شکلی می‌شوند؟

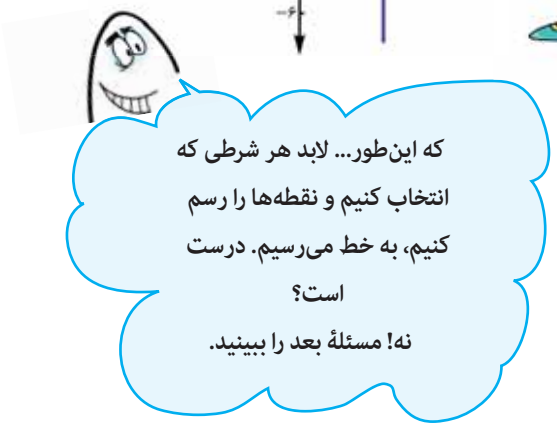
شرط را این‌طور هم می‌توانیم بنویسیم: $x=3$.

ببینیم چه شکلی تشکیل می‌شود.



اگر می‌توانستیم همهٔ نقاطی با شرط را رسم کنیم، باز هم به خط می‌رسیدیم.البته این بار، خطی عمودی:





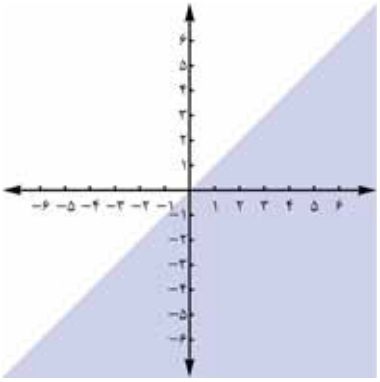
۲. همهٔ نقطه‌هایی را که این شرط را دارند، در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

شرط: ایکسِ نقطه از وایِ آن بیشتر است.

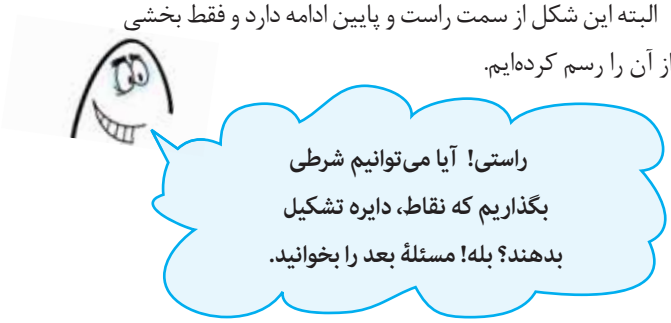
این نقطه‌ها در کنار هم، چه شکلی را تشکیل می‌دهند؟

شرط را این‌طور هم می‌توانیم بنویسیم: $x > y$.

عجیب اســت! این بار دیگر به خط نمی‌رســیم، بلکه سطحی تشکیل می‌شود:



البته این شکل از سمت راست و پایین ادامه دارد و فقط بخشی از آن را رسم کرده‌ایم.



۳. همهٔ نقطه‌هایی که این شــرط را دارند، در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

شرط: (ایکس×ایکس) + (وای×وای) = ۲۵

این نقطه‌ها در کنار هم، چه شکلی را تشکیل می‌دهند؟

شرط را این‌طور هم می‌توانیم بنویسیم:

$$x^2 + y^2 = 25$$

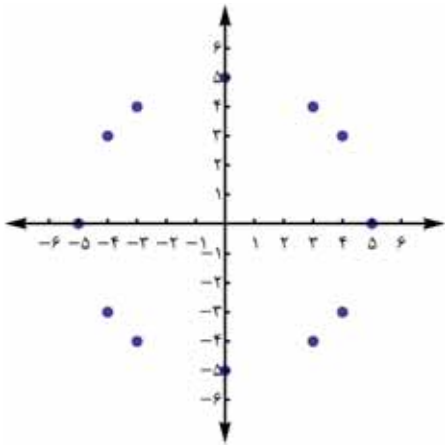
بازهم ابتدا چندتا از نقاط را پیدا می‌کنیم. (چه‌طور این کار را می‌کنیم؟ برای این کار روشی جود دارد که سخت هم نیست. اما

شوخی با دکارت

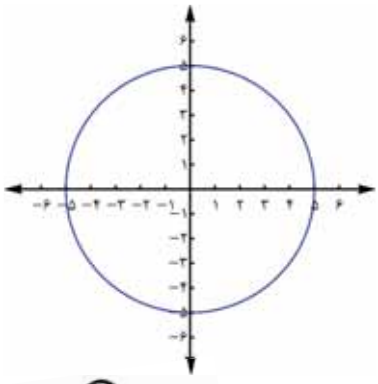
در اینجا کاری به آن روش نداریم.)

$$\begin{bmatrix}0\\5\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0\\-5\end{bmatrix},\begin{bmatrix}5\\0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}-5\\0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}4\\3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}-4\\3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}4\\-3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}-4\\-3\end{bmatrix},$$
$$\begin{bmatrix}3\\4\end{bmatrix},\begin{bmatrix}-3\\4\end{bmatrix},\begin{bmatrix}3\\-4\end{bmatrix},\begin{bmatrix}3\\-4\end{bmatrix}$$

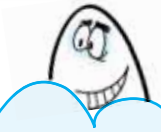
نگاه کنید:



و اگر همهٔ نقاط را می‌توانستیم رسم کنیم، به این شکل می‌رسیدیم:



چه جالب! دایره‌ای به شعاع ۵!



می‌ترسم بعضی شرط‌ها،
شکل‌های عجیب‌تر هم ایجاد کنند!
مثلاً شکلی که از دو تکهٔ جدا از هم
درست شده باشد!

۴. همهٔ نقطه‌هایی را که این شرط را دارند، در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

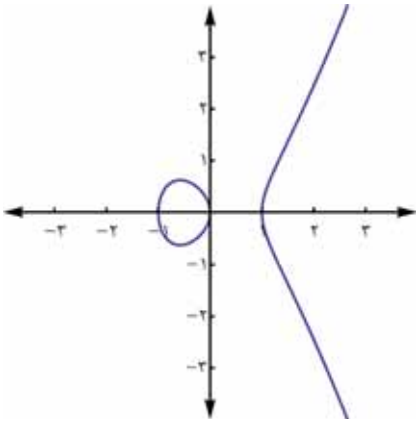
شرط: (وای× وای) + ایکس = ایکس×ایکس× !یکس

این نقطه‌ها در کنار هم چه شکلی را تشکیل می‌دهند؟

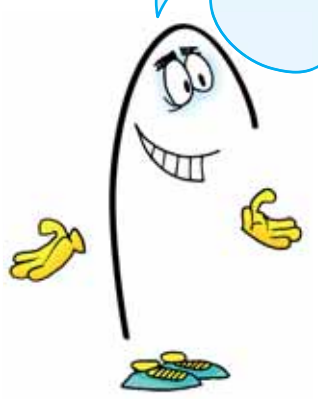
شرط را این‌طور هم می‌توانیم بنویسیم:

$$y^2 + x = x^3$$

این بار شکل خیلی عجیب‌تر است! برخلاف قبل، حتی یک‌تکه هم نیست!



روزی،
ریاضی‌دان‌ها رابطهٔ بین شکل‌ها و
شرط‌ها را کشف کردند؛ مانند همین
چیزی که در این مقاله خواندید.
این کشف، از مهم‌ترین اتفاقات
تاریخ ریاضی است و باعث
پیشرفت‌های مهمی در ریاضی شد.



راستی؛ مثل این‌که خود تو هم یکی از همان شکل‌ها هستی! شرطِ نقاط تو چیست؟

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

خوراک مغز
برای مصرف یک سال

آمنه ابراهیم‌زاده

خوراک مغز برای مصرف یک‌سال
نویسنده: گئورگ گراتزر
مترجم: محسن نقشینه ارجمند
ناشر: نشرعلوم ریاضی ره‌آورد وابسته به انتشارات فاطمی
چاپ: اول، ۱۳۹۳
بهاء ۱۵۰۰۰ تومان

همهٔ ما برای داشتن جسمی ورزیده و سالم، نیازمند غذای سالم هستیم. ذهن ما هم برای ورزیده شدن و سالم ماندن، به غذای مناسب احتیاج دارد. بعضی افراد، معما ها را غذاهای مناسبی برای ذهن می دانند. نویسندهٔ کتاب «خوراک مغز برای مصرف یک سال» از این دسته افراد است.

این کتاب، به جای فصل‌های مختلف، به ۵۲ هفته تقسیم شده است. هریک از این هفته‌ها هم ۲ یا ۳ معما برای یک هفته از سال دارد. برای حل معماهای این کتاب نیاز به دانش ریاضی خاصی ندارید. فقط لازم است کمی صبور باشید و زود از رسیدن به نتیجه ناامید نشوید.

بیشتر معماهای این کتاب، داستان‌های جذابی دارند. همچنین داستان برخی از معماها، در معماهایی دیگر ادامه پیدا می‌کند؛ پس شاید بهتر باشد معماهای کتاب را به ترتیب بخوانید. ممکن است به بعضی از معماهای کتاب چندین روز فکر کنید، ولی به نتیجه‌ای نرسید. نگران چنین اتفاقی نباشید، بیشتر معماهای کتاب، به جز راه حل کامل، راهنمایی‌های کوتاهی هم دارند.

پس اگر معمایی را نتوانستید حل کنید، یا اگر هیچ ایده‌ای برای حل آن نداشتید، می‌توانید نگاه کوتاهی به قسمت راهنمایی‌ها بیندازید. شاید با این کار، بتوانید راهی برای حل معماهای سخت پیدا کنید.

شانزده هفتهٔ آخر کتاب، با عنوان «کمربند سیاه» از بقیهٔ هفته‌ها متمایز شده است. هر هفته از این قسمت، فقط ۲ معما دارد. ولی اگر توانستید هر دو معمای این هفته‌ها را حل کنید، می‌توانید به خودتان صد آفرین بگویید!

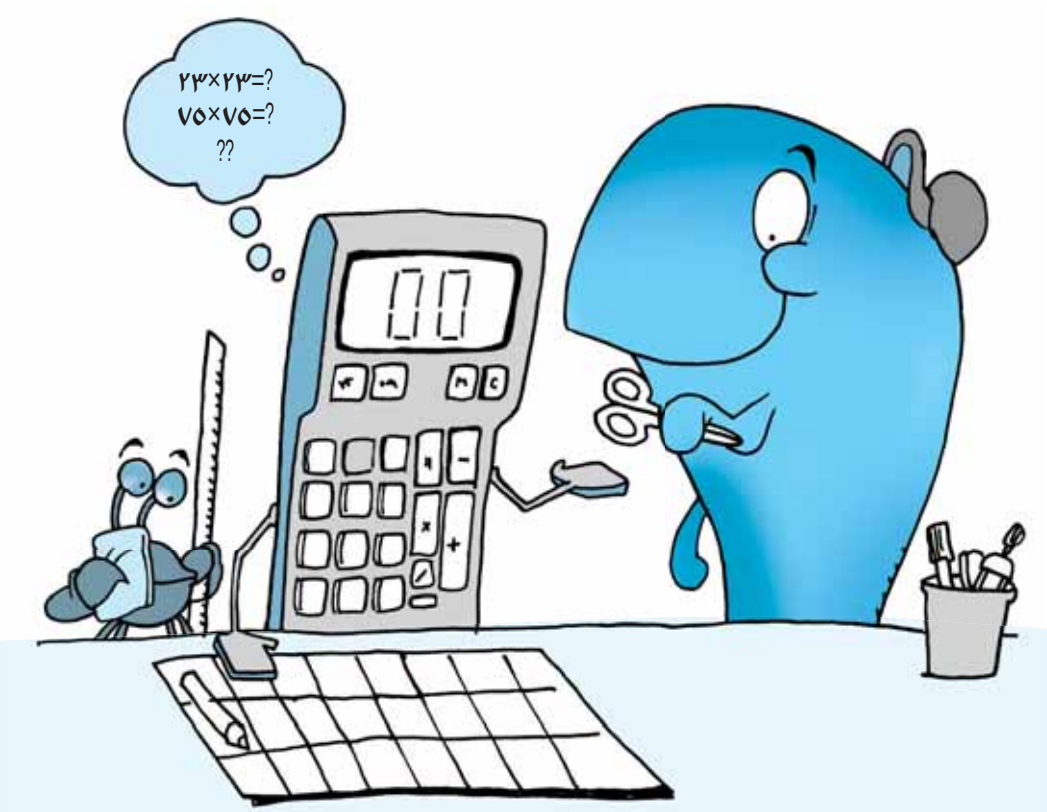
راستی! ۳ مسئلهٔ «کی می تونه حل کنه؟!» شمارهٔ بعد را از کتاب «خوراک مغز برای مصرف یک سال» انتخاب کرده‌ایم. فقط داستان هرکدام از این معماها را کمی خلاصه کرده‌ایم.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

محاسبهٔ مربع

لیلا خسروشاهی[1]

کلیدواژه‌ها: محاسبه، مربع عدد، توان دو، ساده‌سازی ضرب



مربع یک عدد، یعنی آن عدد به توان دو. پس برای اینکه مربع عددی را به‌دست بیاوریم، باید آن را در خودش ضرب کنیم:

۲۳×۲۳=۵۲۹

انجام عمل ضرب به روش ستونی معمولاً کاری وقت‌گیر است. با استفاده از بعضی روش‌ها می‌توان حاصل‌ضرب یک عدد در خودش را سریع‌تر به‌دست آورد.

● مثلاً فرض کنید می‌خواهیم $۲۳^۲$ یا همان ۲۳×۲۳ را محاسبه کنیم. برای این کار نزدیک‌ترین مضرب عدد ۱۰ به عدد ۲۳ را در نظر می‌گیریم: ۲۰؛ حالا آن را به جای یکی از ۲۳ها قرار می‌دهیم.

۲۳ × ۲۳
-۳
۲۰

از عدد ۲۳، برای تبدیل شدن به عدد ۲۰، سه واحد کم شده است. حالا این سه واحد را به عدد ۲۳ بعدی اضافه می‌کنیم و به عدد ۲۶ می‌رسیم.

۲۶
+۳
۲۳ × ۲۳
-۳
۲۰

اکنون به جای ۲۳×۲۳، حاصل‌ضرب ۲۰×۲۶ را محاسبه می‌کنیم. به‌دست آوردن این حاصل‌ضرب، نسبتاً ساده است؛ چون یکی از عوامل مضرب ده است.

۲۰×۲۶=۵۲۰

در مرحلهٔ آخر، کافی است عددی را که یک بار اضافه و یک بار کم شد، به توان دو برسانیم و به حاصل‌ضرب قبلی اضافه کنیم:

$۵۲۰+۳^۲=۵۲۰+۹=۵۲۹$

با این کار به حاصل‌ضرب ۲۳×۲۳ دست یافته‌ایم:

$۲۳ \times ۲۳ = ۲۰ \times ۲۶ + ۳^۲$

۲۳ −۳ ۲۳ +۳

● در ادامه دو مثال دیگر از به توان دو رساندن اعداد دو رقمی را می‌بینید:

$۳۸ \times ۳۸ = ۴۰ \times ۳۶ + ۲^۲ = ۱۴۴۰ + ۴ = ۱۴۴۴$

۳۸ +۲ ۳۸ −۲

$۷۵ \times ۷۵ = ۷۰ \times ۸۰ + ۵^۲ = ۵۶۰۰ + ۲۵ = ۵۶۲۵$

۷۵ −۵ ۷۵ +۵

● برای محاسبهٔ مربع اعداد سه رقمی بهتر است به جای نزدیک‌ترین مضرب ۱۰، عدد را با نزدیک‌ترین مضرب ۱۰۰ جایگزین کنیم:

$۲۳۸ \times ۲۳۸ = ۲۰۰ \times ۲۷۶ + ۳۸^۲ = ۵۵۲۰۰ + ۱۴۴۴ = ۵۶۶۴۴$

۲۳۸ −۳۸ ۲۳۸ +۳۸ قبلاً محاسبه شده است.

● چرا از این روش استفاده کنیم؟

این روش کار را ساده‌تر می‌کند؛ چون یکی از اعداد را به مضارب ۱۰ یا ۱۰۰ تبدیل می‌کند و با این کار عمل ضرب آسان‌تر می‌شود.

● چرا این روش ما را به جواب درست می‌رساند؟

$$۲۰ \times ۲۶ = (۲۳ - ۳) \times (۲۳ + ۳) =$$

$$۲۳ \times ۲۳ \underbrace{+۲۳ \times ۳ - ۲۳ \times ۳}_{۰} - ۳ \times ۳ = ۲۳^۲ - ۳^۲$$

همان‌طور که در تساوی بالا می‌بینید، $۲۰ \times ۲۶ = ۲۳^۲ - ۳^۲$

بنابراین: $۲۰ \times ۲۶ + ۳^۲ = ۲۳^۲$

همین کار را می‌توان با اعداد دیگر هم انجام داد.

● حالا نوبت شماست تا با روشی که در این نوشته معرفی شد، حاصل عبارات زیر را به‌دست آورید. می‌توانید درستی پاسخ‌های خود را با استفاده از ماشین‌حساب امتحان کنید.

$۸۵^۲$	$۱۲۳^۲$	$۶۴^۲$
$۱۲^۲$	۱۰۹×۱۰۹	۱۵×۱۵
$۲۱۵^۲$	$۴۱۰^۲$	۷۰۰۲×۷۰۰۲

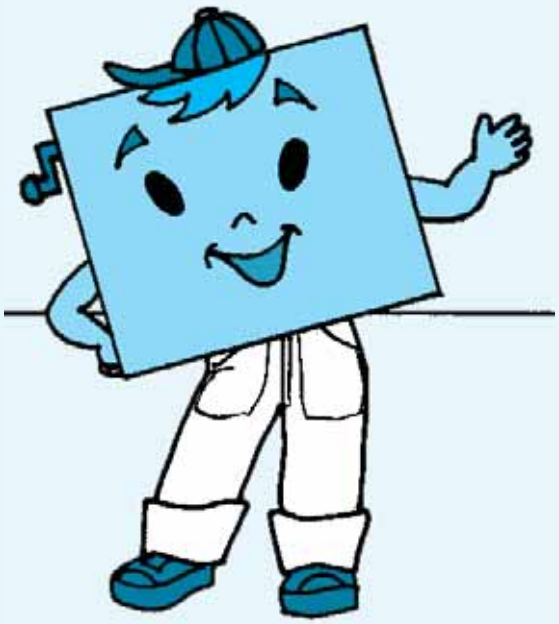
پی‌نوشت:

۱. بازنویسی و توسعهٔ بخشی از مطالب ارسال شده توسط فاطمه رضانژاد.

منابع:

secrets of mental math: the mathemagicians' guide to lighthing calculation and amazing math tricks

نویسندگان: Arthur Benjamin- Hichael shermer

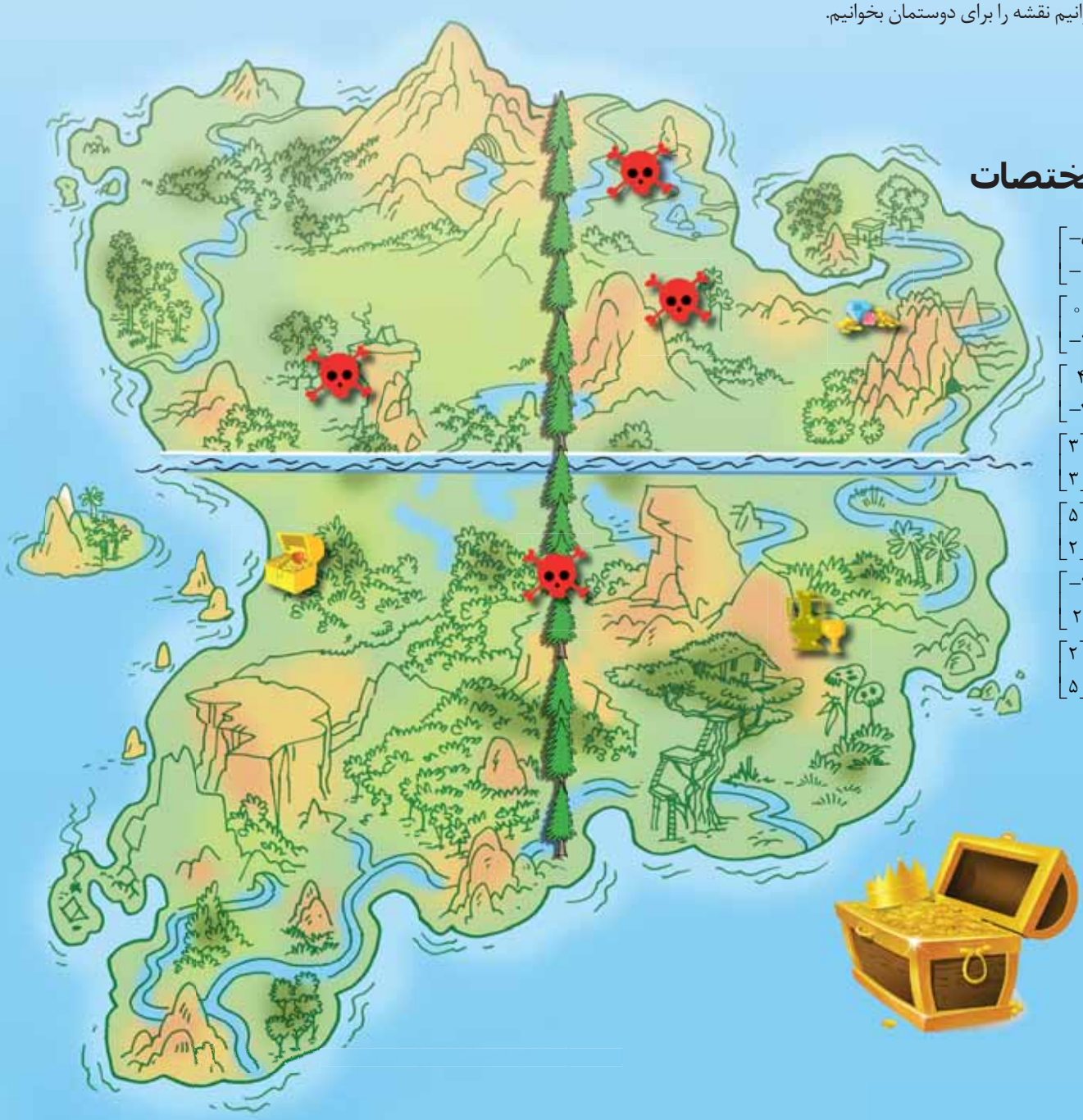


دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

نقشه گنج

کلیدواژه‌ها: مختصات، نقشه‌خوانی، محورهای مختصات

در شکل زیر، نقشهٔ یک گنج را می‌بینید. نقشه مربوط به جایی خیلی دور است و ما امکان سفر به آنجا را نداریم. خوش‌بختانه یکی از دوستانمان در نزدیکی محل گنج زندگی می‌کند و می‌توانیم از او بخواهیم تا گنج را پیدا کند و بعداً گنج را با هم تقسیم کنیم. حالا باید تلفنی نقشه را برایش بخوانیم. برای این کار می‌خواهیم مختصات هر نقطه را به او بگوییم. قرار گذاشته‌ایم که رودخانه و ردیف درخت‌ها را به‌ترتیب محورهای مختصات x و y در نظر بگیریم. مختصات ۷ نقطهٔ مهم نقشه را هم داریم. فقط یک مشکل کوچک داریم: معلوم نیست کدام مختصات مربوط به کدام نقطه است! حالا شما مختصات هر نقطه را به نقطهٔ متناظرش وصل کنید تا بتوانیم نقشه را برای دوستمان بخوانیم.



سپیده چمن‌آرا تصویرگر: سام سلماسی

مختصات در بستر تاریخ

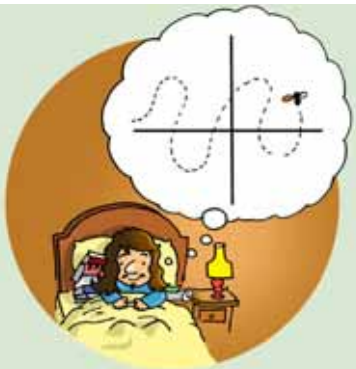
مختصات تاریخچه‌ای طولانی دارد. این تاریخ به دوران یونان باستان بازمی‌گردد و نقشه‌هایی که دانشمندان آن دوره برای نشان دادن مکان‌ها روی کرهٔ زمین می‌کشیدند. نخستین بار، دیسیارکیس (Dicaearchus) یکی از شاگردان ارسطو، برای توصیف مکان شهرها روی نقشه از خطوط عمودی و افقی استفاده کرد. امروزه این روش به استفاده از مدارها و نصف‌النهارها برای نشان دادن مکان‌ها روی زمین تبدیل شده است.

اما بیشتر افراد؛ دانشمند فرانسوی، رنه دکارت را ابداع کنندهٔ مختصات صفحه می‌شناسند. دکارت در سال ۱۶۳۷ میلادی آن را ابداع کرد. دربارهٔ دکارت و مختصات دکارتی، داستانی هست که نمی دانم چه قدر درست باشد؛ ولی شنیدن آن خالی از لطف نیست:

دکارت در قرن هقدهم میلادی در فرانسه زندگی می‌کرد. او از بچگی اغلب مریض بود و معلمانش به او اجازه می‌دادند در منزل استراحت کند. برای همین بیشتر عمرش را در رختخواب به سر می‌برد! او در این زمان دربارهٔ فلسفه و ریاضیات فکر می‌کرد.

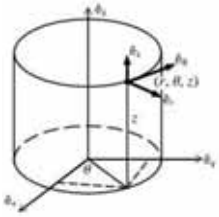
یک روز که در رختخواب دراز کشیده بود، متوجه پرواز یک مگس شد که بالای سقف اتاق، این طرف و آن طرف می‌رفت.

او مدت طولانی مگس را تماشا کرد. دکارت دوست داشت بداند که اگر بخواهد به شخص دیگری بگوید که مگس کجا دارد پرواز می‌کند، باید چه کند؟



وقتی از رختخواب بیرون آمد، شروع کرد به نوشتن این ابداع جدیدش!

او بالاخره به این نتیجه رسید که می تواند موقعیت مگس را با فاصلهٔ آن از دیوارهای اتاق مشخص کند.



پس از آن بود که او تلاش کرد راهی برای توصیف موقعیت نقاط در صفحه پیدا کند درست مانند توصیف موقعیت مگس او صفحهٔ مختصات را ابداع کرد و به همین دلیل آن را مختصات دکارتی می نامیم. ابداع او کمک فراوانی به پیشرفت حساب دیفرانسیل و انتگرال توسط نیوتن و لایب نیتس کرده است.

البته در همان زمان و مستقل از دکارت، ریاضی‌دان فرانسوی دیگری به نام پیر دوفرما، روی مشخص کردن مکان نقاط در فضای سه بعدی کار کرد ولی آثارش را منتشر نکرد.

بعد از دکارت، دستگاه‌های مختصات بسیاری ابداع شدند؛ مانند مختصات قطبی در صفحه و مختصات کروی و مختصات استوانه‌ای در فضا.

داستان مختصات

نازنین حسن‌نیا

کلیدواژه‌ها: مختصات، آدرس، زاویه، GPS

روزی روزگاری، سنگی از فضا به جو زمین وارد شد. به بالا، به محض ورود به جو تکه‌تکه شد. بیشتر قطعه‌ها چیزی از آن‌ها نماند؛ به‌جز که به سطح زمین رسیدند. سنگ‌ها را "شهاب‌سنگ" ارزش بسیاری برای منجمان همین دلیل، یافتن این قطعات بالایی برخوردار است. ایستگاه مسیر سقوط سنگ‌ها را کرد و محل تقریبی آن‌ها زمین مخابره کرد.

قطعهٔ اول شهر افتاده است. کجا؟ خبرنگار تجربه‌ای به‌دنبال قطعه می‌گردد. (شکل اصلی)

نفر A در «خیابان سرو» می‌گوید که گلوله‌ای آتشین را دیده که به زمین برخورد کرده‌است، اما آن‌قدر همه‌چیز سریع اتفاق افتاده که نمی‌تواند بگوید چقدر دور یا نزدیک بوده است. حتی یادش نمی‌آید که آن لحظه رو به بالای خیابان ایستاده بوده یا رو به پایین خیابان!

طبق گفتهٔ او، قطعه جایی از خیابان سرو، افتاده است.

فرد B در آن لحظه،از پنجرهٔ اتاقش، رو به شمال خیابان نگاه می‌کرده که اتفاق را دیده است.

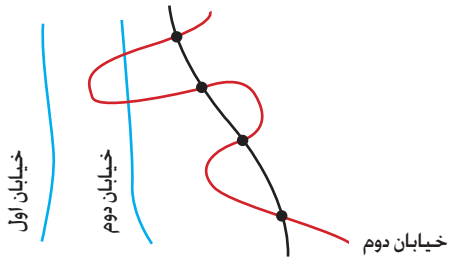
آیا گفتهٔ او کمک زیادی به ما می‌کند؟ طبق گفتهٔ او، قطعه جایی از پاره‌خط قرمزرنگ افتاده است. اما از این دقیق‌تر چیزی نمی‌فهمیم.

خبرنگار می‌گوید: "تا اینجای کار خوب پیش‌رفته است، اما دیگر در این خیابان نمی‌توانم اطلاعات زیادی به‌دست آورم.

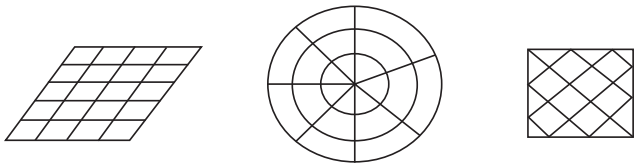
او به سمت خیابان‌های دیگر حرکت می‌کند. فردی می‌گوید در همان لحظه اتفاق را از چهارراه خیابان زاغ و کاج دیده‌است، اما او هم محل دقیق را نفهمیده است. خبرنگار نقشه را نگاه می‌کند و می‌گوید که محل دقیق برخورد قطعه با زمین را پیدا کرده‌است. او ادامه می‌دهد: "همهٔ افرادی که در زمان برخورد، در خیابان زاغ بوده‌اند، می‌توانستند گلولهٔ آتشین را ببینند." یعنی قطعه در جایی از خیابان زاغ افتاده است. وقتی می‌دانیم این مکان هم در خیابان زاغ بوده و هم در خیابان سرو، پس حتماً در تقاطع این‌دو بوده است.

خبرنگار می‌گوید: "در بعضی شهرها کار همین قدر راحت است. با دانستن یک خیابان افقی و یک خیابان عمودی، آدرس همهٔ نقاط تقاطع شهر مشخص می‌شود. اما در بعضی شهرها، کار خیلی پیچیده می‌شود".

نقشهٔ شهری را باز می‌کند: در این شهر آدرس خانه‌ای در تقاطع خیابان سوم و خیابان آبان را به ما داده بودند. برای یافتن این آدرس مجبور شدیم زنگ چهار خانه را بزنیم تا به آدرس مورد نظر برسیم.



به‌نظر شما تفاوت این شهر با شهر قبلی چیست؟
در کدام یک از شهرهای زیر می‌توان هر تقاطع را با اسم دو خیابان مشخص کرد؟
به‌نظر شما در کدام‌یک از این شهرها دقیق‌تر می‌توان آدرس خانه‌ها را مشخص کرد؟



می‌توان نتیجه گرفت: آدرس دقیق، آدرسی است در آن هر نقطه (هر خانه یا هر محل) برای خود آدرس داشته باشد و نیز هر آدرس تنها یک نقطه (یک خانه، یا یک محل) را مشخص کند.
هر صفحه را می‌توان با شبکه‌بندی مناسب، به شکلی درآورد که هر نقطه آدرس دقیق داشته‌باشد.

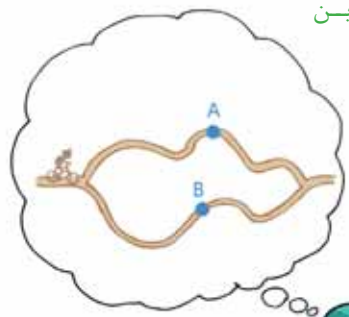
قطعهٔ دوم جایی در جنگل افتاده است. درختان این جنگل بسیار فشرده است و تنها یک جاده پر پیچ‌وخم در میان درختان وجود دارد. صبح همان روز جهانگردی با دوچرخه‌اش راهی مسیر جنگلی شده بود تا به دریا برسد. در مسیر پیامی از دوستانش دریافت می‌کند که: "قطعه‌ای در جنگل سقوط کرده، اگر در مسیرت آن را دیدی ما را خبر کن."

پس از طی مسیری طولانی و حوالی ظهر، گودالی را در جاده می‌بیند و با دقت بیشتر متوجه می‌شود که چیزی در ته گودال برق می‌زند. نگاهی به کیلومترشمار دوچرخه‌اش می‌اندازد (او عادت دارد در شروع هر مسیر کیلومترشمار دوچرخه را روشن کند و مسافت‌ها را اندازه بگیرد)، و پیغامی برای دوستانش می‌فرستد: "۵۶ کیلومتر"؛ و مسیرش را به سمت دریا ادامه می‌دهد. او خاطرجمع است که همین عدد آدرس دقیق قطعه در این جاده است.

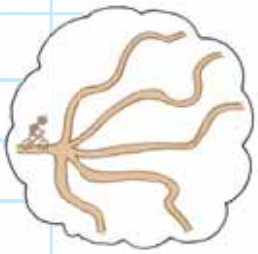
اما کم‌کم فکرهای مختلف بـه ذهنش هجوم می‌آورند. اول فکر کرد حالا که گودال اینقدر به انتهای مسـیر نزدیک بود، کاش انتهای مسیر به شهر بازمی‌گشت.

در این‌صـورت، آدرس راحت‌تری به دوسـتانش مـی‌داد: "ورودی ۲: ۵۶-۷۸ کیلومتـر". بـا ایـن آدرس آن‌ها زودتر به قطعه می‌رسیدند.

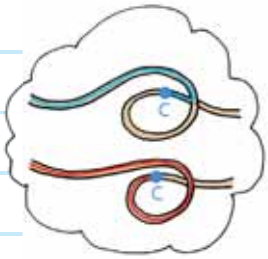
بعد فکر کـرد اگر جاده شکل دیگری داشت و در نقطه‌ای دو یا چند شاخه می‌شـد، چطـور بایـد به دوسـتانش آدرس می‌داد؟



در این حالت فاصلهٔ دو نقطه‌ی A و B از ابتدای مسیر یکسان بود. یعنی آدرس این دو نقطه یک عدد بود، پس حتماً دوستانش



گیج می‌شـدند. اگر جـاده تنها دو یا سه شاخه می‌شد، با عبارت‌های چپ، راست یا وسـط می‌توانست آدرس را دقیق کند. اما اگر ۴ شـاخه یا بیشتر می‌شد باید چه می‌کرد؟



فکرهایـش بازهـم ناجورتـر شـد، اگر جاده این شکلی روی خـودش پیـچ می‌خـورد، باز هم مسـافت کافی بود؟ دراین صورت آدرس نقطه‌ی C، طول خم قرمزرنگ بـود، یا خم آبی رنگ؟ آیـا اگر جـاده هر چند شاخه می‌شـد، یا هرچقدر روی خودش پیچ می‌خورد، باز هم با کمک مسافت و چپ و راست، می‌شد برای هر نقطه آدرس دقیقی یافت؟

قطعهٔ سـوم در میان درختان بلند توسـکا، بسیار دورتر از جاده جنگلی افتاده اسـت و گروهی از آتش نشـانان در جنگل پخش شده‌اند تا قطعه را پیدا کنند و از آتش‌سوزی احتمالی در جنگل جلوگیری کنند. یکی از افراد گروه، قطعه را در میان شـاخ و برگ درختی بلند می‌بیند. رو به درخت می‌ایستد و دو دستش را مثل شکل باز می‌کند.

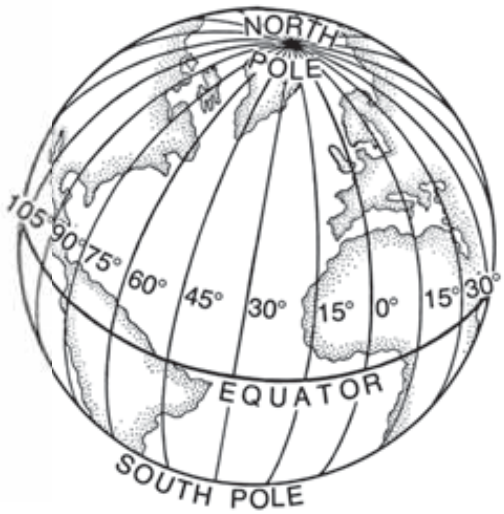
با دقت به دستهایش نگاه می‌کند تا یادش بمانـد کـه آن‌ها را چقـدر باز کرده اسـت. روی درخت ضربـدری می‌زند و به دنبال دوسـتانش می‌رود. وقتی با دوسـتانش به محـل بازمی‌گـردد، رو به درخت می‌ایسـتد و دسـتانش را ماننـد دفعـه‌ی قبل باز می‌کنـد، اما... به‌نظر شـما چه چیزی باعث شـده تا او به‌راحتی قطعه را نیابد؟

گروه بالاخره توانستند قطعه را پیدا کنند و به آزمایشگاه برگردانند.

دســتگاه مختصات، ابزاری اســت که به مــا امکان می‌دهد برای هر نقطــه، آدرس دقیقی بگوییم. به‌این ترتیب هر فردی که دستگاه مختصات را بشناسد و وسایل اندازه‌گیری مناسب داشته باشد، می‌تواند آدرس‌های ما را پیدا کند و دقیقا به نقطه‌های مورد نظر ما برسد.

گاهی وقت‌ها لازم اســت برای نقاط یک صفحه‌ی تخت مختصات داشته باشیم گاهی بــرای نقاط روی یک کــره، و گاهی برای نقاط یک جاده‌ی پرپیچ و خم. بســته به اینکه در چه محیطی قرار اســت آدرس بدهیم، و چــه ابزاری داریم، می‌توانیم از دســتگاه‌های مختصات مختلفی اســتفاده کنیم. در داستان ما، هر فرد و گروهی متناسب با محیطش، مختصات محلی خود را ساخت و به‌خوبی از آن اســتفاده کرد. اما هر روش، مخصوص محیط خودش بود. مثلا کیلومترشمار جهانگرد، به‌درد خبرنگار نمی‌خورد.

جی.پــی.اس (Global Positioning System)یــا همان سیستم مکان‌یابی جهانی، دستگاه مختصاتی است که با کمک آن همه روی زمین می‌توانند آدرس هر نقطه‌ای را بیابند. در این دســتگاه، هر نقطه با سه عدد مشخص می‌شود : طول جغرافیایــی، عرض جغرافیایی و ارتفــاع یا عمق. برای هر کدام از این ســه عدد روش اندازه‌گیری و مبدأ مشخصی وجــود دارد. طول جغرافیایی هر نقطه از زمین با کمک نوارهای طول جغرافیایی مشــخص می‌شود. مبدا طول جغرافیایــی، نوار گذرنــده از یک رصدخانه قدیمی در انگلیس اســت که با نام آن آشــنا هستید: "گرینویچ". یعنی طــول جغرافیایی هــر نقطــه‌ای روی این نوار، صفر اســت و هرچه از این نوار دورتر می‌شــویم، طول جغرافیایی بیشــتر می‌شــود. اگر از این نوار به سمت شــرق حرکت کنیم، طول، از ۰ تا ۱۸۰ شــرقی زیاد می‌شود تا درست به نقطه‌ی مقابل گرینویچ در آن‌سوی کره زمین برســیم و اگر از نوار گرینویچ به‌سمت غرب حرکت کنیم، طول از ۰ تا ۱۸۰ غربی زیاد می‌شود. نوار مقابل گرینویچ تنها نواری اســت که ۲ طول جغرافیایی دارد: هم ۱۸۰ غربی است، و هم ۱۸۰ شرقی!

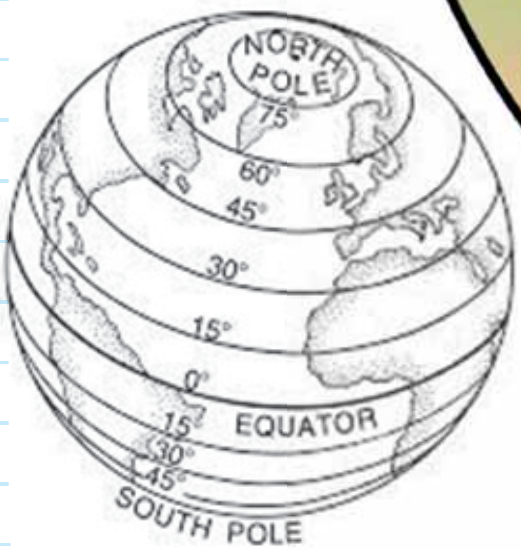


عرض جغرافیایی هر نقطه با کمک نوارهای عرض جغرافیایی تعیین می‌شود. مبدأ عرض جغرافیایی نوار استوا است. یعنی عرض جغرافیایی هر نقطه روی خط (یا دایره‌ی) استوا، صفر است و هر چه از استوا دور می‌شویم، عرض جغرافیایی زیاد می‌شود. اگر به سمت شمال حرکت کنیم، عرض‌ها ۱۰ شمالی، ۲۰ شمالی و ... است تا وقتی به قطب شمال می‌رسیم، عرض جغرافیایی ۹۰ شمالی است.

اگر به‌سمت جنوب حرکت کنیم، عرض‌ها از ۰ تا ۹۰ جنوبی زیاد می‌شود. **شکل۲**

ارتفاع یا عمق هر نقطه در اطراف سطح زمین، بر حسب متر، از سطح تخم‌مرغی شکل زمین، یعنی از سطح زمین اگر کوه و دره‌ای وجود نداشت، حساب می‌شود.

اگر هر کدام از افراد داستان ما،یک دستگاه جی.پی.اس یا یک گوشی همراه هوشمند داشت، در هر لحظه آدرس دقیق (مختصات) خودش را می‌دانست و می‌توانست این آدرس را به سایر افراد بگوید. به این ترتیب هر کسی می‌دانست که برای رسیدن به دیگری باید چگونه و در چه جهتی حرکت کند.



اما آیا واقعا مختصات جهانی همیشه بهترین راه آدرس دادن است؟ مثلاً در این جاده ...؟

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

اختراع دوبارهٔ چرخ

حسن غفاری

کلیدواژه‌ها: چرخ، اسباب‌بازی، کاربرد ریاضی

آیا تا به حال به این موضوع فکر افتاده‌اید که وسیله‌ای را که قبلاً اختراع شده است، دوباره اختراع کنید؟ مثلی معروف وجود دارد که می‌گوید: «هیچ آدم عاقلی چرخ را دوباره اختراع نمی‌کند، بلکه سعی می‌کند از آن در راستای اهداف خود استفاده کند.» مثلاً در زمان‌های قدیم، چرخ در ساختن گاری، درشکه و ... به‌کار می‌رفت.

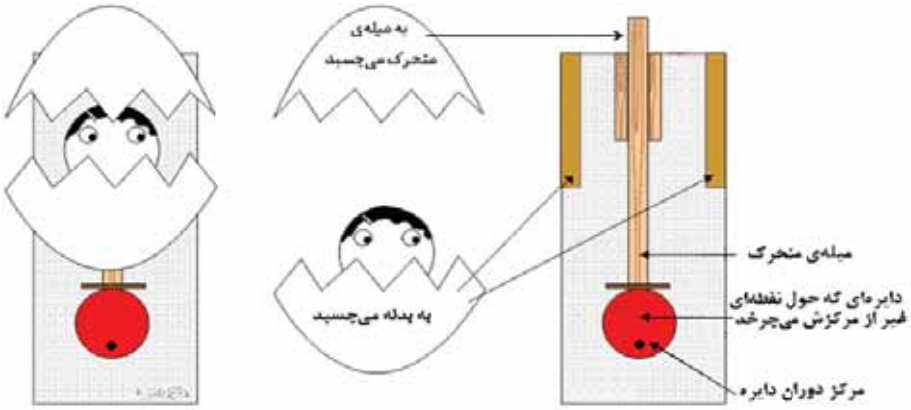
و بعدها در ساختمان دوچرخه، موتور و خودرو مورد استفاده قرار گرفت.

البته در این وسایل جدید، چرخ دوباره اختراع نشده است و تقریباً همان کاربرد قبل را دارد، اما طبق فناوری روز و با کیفیت بهتر تولید می‌شود.

در تمام مثال‌های قبل، چرخ حول محوری می‌چرخد که از مرکز چرخ‌ها می‌گذرد و به این ترتیب وسیلهٔ مورد نظر را به جلو و عقب می‌راند. از آنجا که فاصلهٔ محور (مرکز چرخ) تا زمین مقداری ثابت است (اندازهٔ شعاع دایره)، وسیلهٔ نقلیه بالا و پایین نمی‌رود و می‌توان روی آن مکان مناسبی را برای حمل بار یا مسافر تدارک دید. این موضوع یکی از خوبی‌های چرخ‌های دایره‌ای و از دلایل اصلی استفاده از چرخ‌هاست. به همین دلیل هم چرخ‌ها غالباً دایره‌ای شکل هستند.

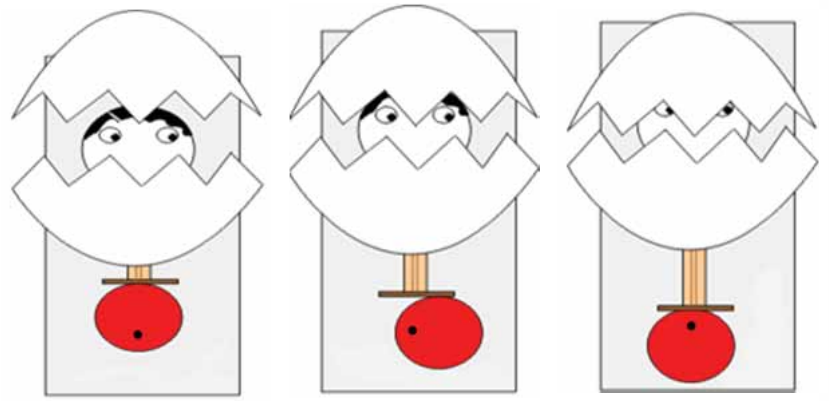
اما اگر چرخ‌ها حول مرکزشان نچرخند، چه اتفاقی می‌افتد؟ آیا می‌توانید تصور کنید که سوار بر دوچرخه‌ای شده‌اید که چرخ‌هایش حول محوری غیر از مرکز دایره بچرخد؟ چه حسی دارید؟

به‌نظر می‌رسد که ایدهٔ خوبی مطرح نکردیم ...! اما صبر کنید، شاید بین اسباب‌بازی‌ها، چیزی شبیه به شکل زیر را دیده باشید. آیا می‌توانید حدس بزنید که این وسیله چگونه کار می‌کند؟



شکل (۱)

در سمت راستِ شکل ۱، ساختار داخلی اسباب‌بازی نمایش داده شده است. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، در این وسیله پوستهٔ پایینی تخم‌مرغ، و صورتک داخل آن، به بدنه چسبیده و ثابت هستند و پوستهٔ بالایی، به میله‌ای متحرک وصل است که آزادانه می‌تواند بالا و پایین برود. این میله روی دایره‌ای قرار دارد که پس از کوک کردن اسباب‌بازی، حول نقطه‌ای که مرکز دایره نیست (نقطه‌ای که داخل دایره به‌عنوان مرکز دوران نشان داده شده است)، می‌چرخد. تصور کنید که هنگام چرخیدن دایره، چه اتفاقی می‌افتد. در شکل ۲ سه وضعیت متفاوت این وسیله نمایش داده شده است.



شکل (۲)

همان‌طور که دیده می‌شود، در قسمت سمت راست شکل ۲ میله در پایین‌ترین وضعیت خود قرار دارد و تخم‌مرغ تقریباً به حالت بسته است. رفته رفته و با چرخش دایره‌میله بالاتر می‌رود و در قسمت وسط، میله تا نیمهٔ راه بالا رفته است و قسمت بیشتری از صورتک دیده می‌شود. در نهایت، در قسمت سمت چپ، میلهٔ متحرک به بالاترین وضعیت خود می‌رسد و صورتک به‌طور کامل دیده می‌شود. پس از آن و با ادامهٔ چرخش دایره، میله دوباره پایین می‌آید و صورتک داخل پوسته‌های بالایی و پایینی دوباره پنهان می‌شود. این روند، تا وقتی که دایره بچرخد (اسباب‌بازی کوک داشته باشد)، تکرار می‌شود.

فکر می‌کنید اگر به جای دایره شکل دیگری را دوران دهیم، چه اتفاقی ممکن است رخ دهد و این وسیله چه کاربردی ممکن است داشته باشد؟ از این ایده در ساختن انواع زیادی از اسباب‌بازی‌ها و همچنین دستگاه‌های صنعتی استفاده می‌شود. برای دیدن موارد دیگر می‌توانید وب‌گاه زیر را ببینید:

http://www.lizarum.com/assignments/physical_computing/2008/mechanisms/cams.html

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

رمزنویسی به کمک مختصات

ë زهره پندی

کلیدواژه‌ها: رمزنویسی، مختصات، مکان‌یابی

نیما روشی برای رمزنویسی اعداد چند رقمی اختراع کرده بود و می‌خواست آن را برای دوستانش توضیح دهد تا از این به بعد بتوانند به صورت رمزی با هم مکاتبه کنند.

او ابتدا صفحهٔ کلید یک ماشین حساب معمولی را به دوستانش نشان داد:

سپس گفت: «من فقط از سه ردیف اول این صفحه کلید استفاده می‌کنم و به کمک ارزش مکانی هر رقم در عدد موردنظر، آن را به صورت رمزی می‌نویسم!»

بعد توضیح داد: «مثلاً عدد ۷۶۸۵ را در نظر بگیرید. رقم ۵ کمترین ارزش مکانی را دارد و در جایگاه یکان یا $۱۰^{۰}$ قرار گرفته است. عدد ۸ در مکان دهگان با ارزش $۱۰^{۱}$ است و ۶ و ۷ به ترتیب در مکان‌هایی با ارزش $۱۰^{۲}$ و $۱۰^{۳}$ قرار گرفته‌اند. من در یک جدول ۳ در ۳، شبیه جدول بالا، توان ارزش مکانی هر رقم را مشخص می‌کنم و عدد را به صورت رمزی در جدول بالا قرار می‌دهم!»

آنگاه نیما عدد ۷۶۸۵ را به این صورت در جدول قرار داد:

۳	۱	
	۰	۲

او چند عدد دیگر را هم به همین ترتیب به صورت رمزی در جدول قرار داد:

۲۰۱۵:

	۰	
۱	۳	

۹۰۰۴:

		۴
۰		

۳۳۴۵۶:

۲	۱	۰
		۴،۳

حالا دوستان نیما هم می‌توانند عددها را به این روش در جدول به صورت رمزی قرار دهند. شما هم اعداد زیر را به رمز بنویسید:

در هــر جدول چه عددی به صورت رمزی نمایش داده شــده است؟

۲	۱	۰
۵	۴	۳

۵،۳		

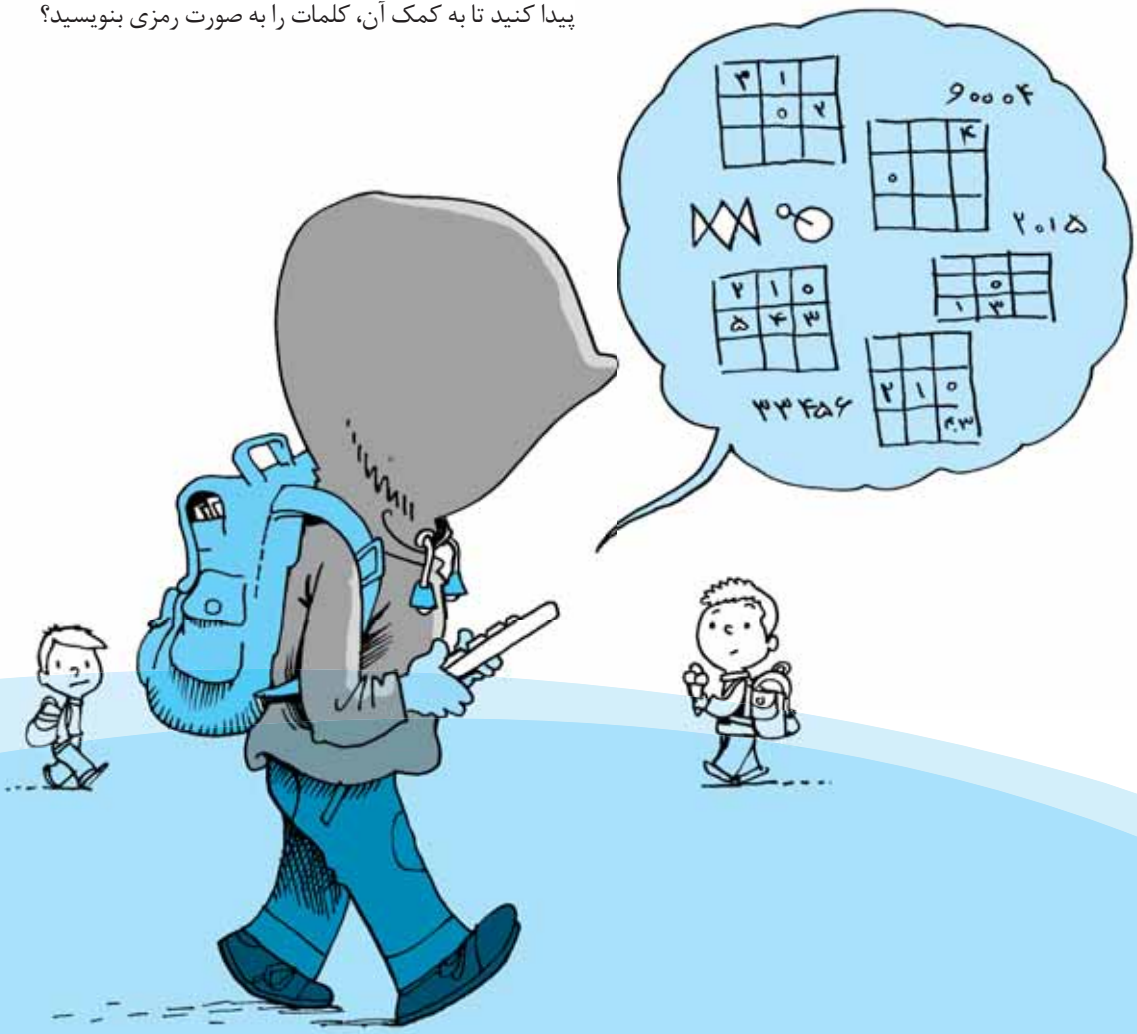
		۶

۱۳۹۴:

۸۰۰۰۰:

۱۲۳۴۵۶:

● آیا می‌توانید به همین ترتیب روشــی برای رمزنویسی حروف پیدا کنید تا به کمک آن، کلمات را به صورت رمزی بنویسید؟



دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

زبان ما زبان ریاضی

لیلا خسروشاهی

کلیدواژه‌ها: زبان ریاضی، زبان روزمرهٔ ما، پیوند دو جمله با یا

میترا و **زهرا** دوست و هم‌کلاسی هستند. آن‌ها گاهی برای اینکه با هم درس بخوانند، به خانهٔ یکدیگر می‌روند. امروز عصر هم قرار است تمرین‌های درس ریاضی را با هم حل کنند.

زهرا امروز عصر تو بیا خونهٔ ما ... یا اینکه من می‌یام خونهٔ شما.

بنابراین امروز عصر،

«زهرا به خانهٔ میترا می‌رود»
یا
«میترا به خانهٔ زهرا می‌رود.»

کلمهٔ **یا** در عبارت بالا نشان می‌دهد که یکی از این دو اتفاق خواهد افتاد:

۱. میترا به خانهٔ زهرا برود.

۲. زهرا به خانهٔ میترا برود.

در زبان روزمره وقتی از واژهٔ «**یا**» استفاده می‌کنیم، منظورمان این است که فقط یکی از دو اتفاق ممکن است بیفتد. در مثال زهرا و میترا، **فقط یکی** از آن‌ها به خانهٔ دیگری می‌رود و اگر هر دو این کار را انجام دهند، موفق به دیدن یکدیگر نخواهند شد.

کلمهٔ **یا** در مثال قبل نشان‌دهندهٔ این است که زهرا و میترا می‌توانند یکی از دو حالت را انتخاب کنند. گاهی اوقات کلمهٔ **یا** بیانگر شک و تردید بین دو چیز است. به جملهٔ بعد توجه کنید:

آقا رسول متولد «تبریز»
یا
«ارومیه» است.

یا در عبارت بالا شک و تردیدِ گویندهٔ جمله را نشان می‌دهد. جملهٔ بالا نشان می‌دهد که آقا رسول حتماً متولد یکی از این دو شهرِ ارومیه و تبریز است، اما مطمئناً نمی‌تواند متولد هر دو شهر باشد!

همان‌طور که در دو مثال قبل دیدیم، کلمهٔ **یا** در **زبان روزمرهٔ ما** بیانگرِ داشتن **اختیار** بین دو موقعیت یا **تردید** بین دو وضعیت است. اما در هر صورت، وقتی در زبان فارسی از **یا** استفاده می‌کنیم، از دو وضعیتی که با **یا** از هم جدا شده‌اند، معمولاً **فقط یکی** اتفاق می‌افتد یا درست است. البته گاهی ممکن است از بین دو موقعیتی که با **یا** از هم جدا می‌شوند، **هر دو اتفاق** بیفتد. جملهٔ بعد را ببینید.

دانش‌آموزانی که «در آزمون درس ریاضی نمرهٔ عالی بگیرند»
یا
«در مسابقات ورزشی مقام اول را کسب کنند»،
برندهٔ جایزه خواهند بود.

بنابر جملهٔ بالا، دانش‌آموزی که یکی یا دو تا از موفقیت‌ها را کسب کند، جایزه خواهد گرفت. جدول نحوهٔ تعیین برندگان مشخص می‌کند که چه دانش‌آموزانی مشمول دریافت جایزه هستند و چه کسانی جایزه نمی‌گیرند.

دانش‌آموزی که ...	در آزمون ریاضی نمرهٔ عالی گرفته یا نه؟	در مسابقات ورزشی مقام اول کسب کرده یا نه؟	برندهٔ جایزه خواهد بود یا نه؟
۱	بلی	بلی	بلی
۲	بلی	خیر	بلی
۳	خیر	بلی	بلی
٤	خیر	خیر	خیر

در این جدول می‌بینیم که فقط دانش‌آموزانی جایزه نمی‌گیرند که هیچ‌یک از دو موفقیت را کسب نکرده‌اند: نه نمرهٔ عالی در ریاضی و نه مقام اول در مسابقات ورزشی. بقیهٔ دانش‌آموزان

که دســت‌کم یکی از دو موفقیت را کســب کرده‌اند (یعنی یک موفقیت یا هر دو موفقیت)، جایزه خواهند گرفت.

در دو مثــال اول (مثال زهرا و میترا و مثال آقا رســول)ممکن نبود که هر دو اتفاق هم‌زمان بیفتد و تأکید کردیم که فقط یکی اتفاق می‌افتاد. اما در مثال سوم ممکن است یکی یا هر دو با هم اتفاق بیفتد.

در مجمــوع می‌توان گفت که در زبان روزمــره وقتی از کلمهٔ **یا** بین دو وضعیت اســتفاده می‌کنیم، منظورمان این اســت که دست‌کم یکی از آن‌ها اتفاق می‌افتد.

در **ریاضی** نیز وقتی از واژهٔ **یا** بین دو جمله استفاده می‌کنیم، منظورمان این است که **دست‌کم یکی از جملات** درست است. و اگر هیچ‌یک از آن‌ها درســت نباشــد، کل جامعه هم درســت نخواهد بود. بنابراین، **یا** در جملات ریاضی بیشــتر شــبیه مثال جایزه اســت که در آن ممکن است یکی از دو وضعیت یا هر دو وضعیت با هم پیش بیاید. به این جمله توجه کنید. به نظر شما این جمله درست یا غلط؟

اگر حاصل‌ضرب دو عدد مثل a و b صفر باشد، در این صورت a صفر است یا b صفر است.

در جملهٔ ریاضی بالا ممکن اســت فکر کنید «a صفر اســت» **یا** «b صفر اســت» به این معناست که فقط یکی از اعداد a و b صفر اســت.. در این صورت آن جملهٔ ریاضی اشتباه خواهد بود، زیرا وقتی حاصل‌ضرب دو عد صفر می‌شود، ممکن است هر دو عد صفر بوده باشند و این جمله چنین حالتی را در نظر نگرفته است. اگر این‌طور فکر می‌کنید، قضاوت شما درست نیست. چون این جمله درست است!

کلمهٔ **یا** در جملهٔ بالا ـ «a صفر اســت» **یا** «b صفر اســت» ـ نشــان می‌دهد که دســت‌کم یکی از اعداد a و b صفر هستند. یعنی ممکن اســت فقط یکی از آن‌ها صفر باشــد، یا اینکه هر دو آن‌ها صفر باشــند. در واقع $a*0=0$ و $b*0=0$ و $0*0=0$ هرسه درست هستند.

حواســمان باشد که در نوشــته‌ها ریاضی هر وقت به کلمهٔ **یا** رسیدیم، کمی بیشــتر دقت کنیم. وقتی بین دو جمله کلمهٔ یا می‌آید ـ «جملهٔ اول» یا «جملهٔ دوم» ـ منظورش این اســت که سه حالت ممکن است پیش بیاید:

۱. فقط جملهٔ اول درست باشد.
۲. فقط جملهٔ دوم درست باشد.
۳. هر دو جمله درست باشند.

به عبــارت دیگــر، «جملهٔ اول یــا جملــهٔ دوم»، یعنی دست‌کم یکی از جملات اول و دوم درست است.

شوخی با دکارت

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

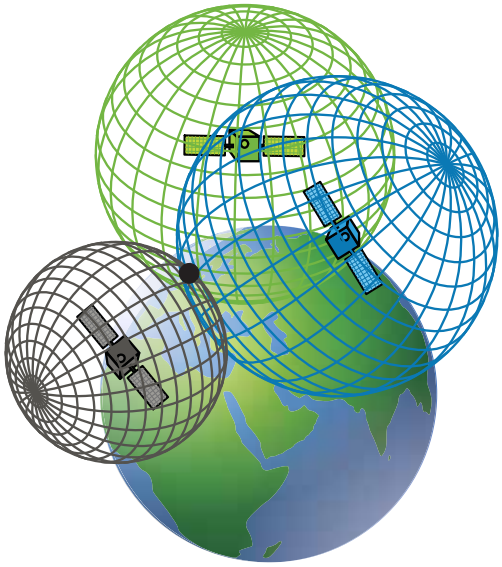
جی‌پی‌اس: آیا سه ماهواره کافی است؟

بخش دوم

سارا ارشادمنش

کلیدواژه‌ها: GPS ، آدرس دادن، ماهواره، مکان نقطه

در قسمت قبل گفتیم که حداقل سه ماهواره لازم است تا موقعیت مکانی نقطه‌ای خاص از زمین مشخص شود. به این صورت که با فرستادن موجی از دستگاه «جی‌پی‌اس» از آن نقطه به هر سه ماهواره، مشخص می‌شود که فاصلهٔ نقطهٔ دلخواه «الف» روی زمین از هر یک از ماهواره‌ها چه‌قدر است. برای مثال، اگر فاصلهٔ نقطهٔ «الف» از ماهوارهٔ A، ۳، از ماهوارهٔ B، ۵ و از ماهوارهٔ C، ۲ باشد، نقطهٔ «الف» روی کره‌ای به شعاع ۳ از A، ۵ از B و ۲ از C قرار دارد که گفتیم با قرار دادن سه ماهواره در موقعیت مناسب نسبت به هم، اشتراک این سه کره تنها یک نقطه می‌شود و نقطهٔ «الف» اشتراک سه کره است.



ولی چگونه فاصلهٔ نقطهٔ «الف» از ماهوارهٔ A مشخص می‌شود؟ همان‌طور که گفتیم، موجی از دستگاه جی‌پی‌اس در نقطهٔ «الف» به‌سمت ماهواره فرستاده می‌شود. فرض کنید سرعت حرکت موج، c کیلومتر بر ثانیه است. حال چگونه فاصله را به‌دست آوریم؟

کافی است زمانی را که در آن موج، از نقطهٔ الف به ماهوارهٔ A رسیده است، اندازه بگیریم. می‌توان با گذاشتن ساعت مخصوصی در ماهواره این زمان «t_A» را اندازه گرفت و سپس با به‌دست آوردن «$c\times t_A$» فاصلهٔ مکانی را به‌دست آورد.

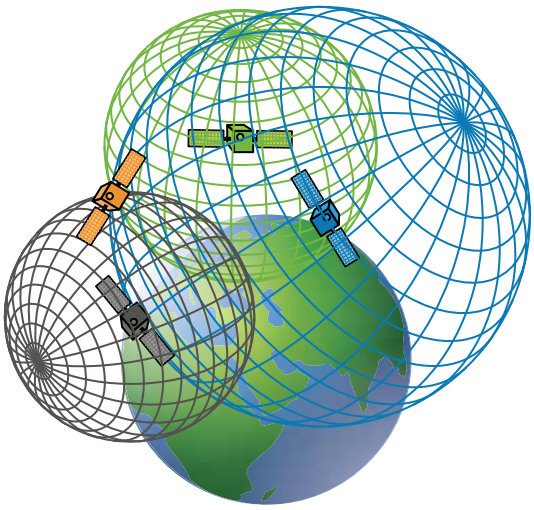
ولی آیا سرعت حرکت موج در تمام نقاط زمین یکسان است؟ مثلاً اگر ناحیه‌ای از زمین ابری باشد یا هوای بسیار آلوده‌ای داشته باشد، سرعت موج در آن با سرعتش در جاهای دیگر متفاوت نمی‌شود؟

در این صورت به‌نظر شما چگونه فاصلهٔ نقطهٔ «الف» تا ماهواره‌ها را بفهمیم؟

بیایید ماهوارهٔ D را اضافه کنیم. همان‌طور که قبلاً گفتیم، فاصلهٔ الف از D با سرعت معمولی که از موج انتظار داریم، $c\times t_D$ می‌شود. ولی به‌خاطر جوّ خاص زمین در آن ناحیه، فاصلهٔ حقیقی کمی بیشتر یا کمی کمتر است. این تفاوت را چگونه به‌دست آوریم؟

از آنجا که همهٔ ماهواره‌ها بیرون از جو هستند، می‌توان به

دقیق دانستن سرعت حرکت نور بین آن‌ها اعتماد کرد. پس می‌توانیم فاصلهٔ D از A، B و C را اندازه بگیریم. برای مثال، D روی کره‌هایی به شعاع‌های r_A، r_B و r_C قرار دارد که به‌ترتیب مراکز A، B، و C را دارند. اگر موقعیت سه ماهواره نسبت به‌هم مناسب باشد، تنها یک اشتراک دارند که این اشتراک همان نقطهٔ D است. به این ترتیب مکان دقیق D در فضا مشخص می‌شود. از طرف دیگر، فاصلهٔ تقریبی از D با $c\times t_D$ به‌دست می‌آید. حال با اندازه‌گیری تفاوت این دو مقدار می‌توانیم تأثیر جو زمین را روی سرعت موج به‌دست آوریم.



پس اگر سرعت موج در جو پوشانندهٔ نقاط متفاوت زمین با هم فرق داشته باشد، به کمک چهار ماهواره می‌توان مکان دقیق‌تر را محاسبه کرد.

ولی مشکلی که در واقع برای اندازه‌گیری دقیق فاصلهٔ هر نقطهٔ روی زمین با سه ماهواره مطرح شده، دقیق نبودن ساعتی است که زمان رسیدن موج را از جی‌پی‌اس در نقطهٔ «الف» زمین به ماهواره اعلام می‌کند بنابراین، زمانی که موج از نقطهٔ «الف» تا ماهوارهٔ A طی کرده، کمی بیشتر یا کمتر از زمانی است که توسط ساعت گزارش شده است. به‌نظر شما مقدار دقیق‌تر را چگونه به‌دست آوریم؟

در دو بخش مقالهٔ جی‌پی‌اس، قدم‌هایی برداشتیم تا نشان دهیم فهمیدن نحوهٔ کار وسیله‌های پیچیده اطراف ما ممکن است آنقدر هم دور از ذهن نباشد و بتوانیم پله به پله نحوهٔ کارشان را با ریاضی و فیزیکی که در مدرسه می‌خوانیم بفهمیم. امیدوارم در سال‌های آینده که ریاضیات لازم برای پاسخ دادن به سؤال‌های مطرح شده در این دو شمارهٔ مقالهٔ جی‌پی‌اس را آموختید، بتوانید پرده از معماهای باقی‌مانده در مورد این سامانه بردارید.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

بخش پنجم

ارتباطات بی‌سیم به کمک روش‌های دودی!

ابوالفضل طاهری

کلیدواژه‌ها: پیغام‌رسانی، کارگاه کدگذاری با چوب‌های رنگی، ارتباطات بی‌سیم

کارگاه بی‌نظیری بود. تاکنون مانندش را ندیده بود. در هر گوشه‌ای چوبی در حال سوختن بود و رنگ‌های آبی و قرمز فضا را پر کرده بودند.

ـ بیایید اینجا **همینگ**! بیا! بیا کمی با هم فکر کنیم!

جدول **گری** را به او داد و یک بستهٔ ۵تایی چوب را از گوشهٔ کارگاه برداشت و به همینگ داد.

ـ قبلاً از این بسته‌ها استفاده کرده‌ای و دیدی که چه‌طور برایت مشکل درست شد. در اینجا بسته‌های چوب به هر تعداد که بخواهی هست. حالا سعی کن به‌گونه‌ای از آن‌ها استفاده کنی که اگر در ارسال پیغامت خطایی رخ داد، من متوجه شوم! تو جوان باهوشی هستی، قبلاً این کار را انجام داده‌ای!

همینگ به فکر فرو رفت. او کی چنین کاری کرده بود؟! همین‌طور که فکر می‌کرد و در کارگاه قدم می‌زد، به بسته‌های چوب نگاه می‌کرد. یکباره یاد کارخانه و روز محاکمه افتاد. به سرعت جملهٔ سر در مغازه از جلوی چشمانش گذشت:

«برای حفظ اسرار خود به چوب‌های بیشتری نیاز دارید.»

فریاد زد: «یافتم! یافتم!» و به سمت گری رفت.

ـ من روز محاکمه یک نفر را فدای دیگران کردم! اینجا هم می‌توانیم همین کار را انجام دهیم. اگر از یک چوب اضافه استفاده کنیم، مشکل ما حل می‌شود! در واقع اگر به ابتدای تمامی کدها یک چوب رنگی به گونه‌ای اضافه کنیم که تعداد چوب‌های آبی عدد زوجی باشد، در این صورت اگر یکی از چوب‌ها رنگش اشتباه باشد، یا یک چوب آبی است که رنگ قرمز از خود نشان داده یا یک چوب قرمز است که رنگ آبی از خود نشان داده است. بنابراین تعداد رنگ‌های آبی یا یک واحد کم می‌شود و یا یک واحد اضافه می‌شود که تعداد آن‌ها را به عددی فرد تغییر می‌دهد. بنابراین گیرنده می‌فهمد که پیغام دچار خطا شده است یا خیر. ببین مثلاً برای جدولی که تنها دو حرف داشتیم:

آ	آبی
ب	قرمز

اگر قاعدهٔ بالا را اعمال کنیم، داریم:

آ	آبی، آبی
ب	قرمز، قرمز

برای «آ» چون تعداد «آبی» برابر یک و فرد است، با اضافه کردن یک چوب آبی به آن، تعداد آن‌ها برابر ۲ می‌شود که عددی زوج است. به همین ترتیب برای «ب» چون تعداد چوب‌های آبی ۰ است، پس لازم نیست چوب آبی به آن اضافه کنیم. بنابراین از یک چوب قرمز استفاده می‌کنیم. حالا ببین، مثلاً اگر بخواهیم حرف «آ» را ارسال کنیم، یک بستهٔ دوتایی چوب «آبی، آبی» برمی‌داریم. اگر یکی از این چوب‌ها مشکل داشته باشد، پیغام به یکی از دو شکل زیر ارسال می‌شود:

آبی، قرمز

قرمز، آبی

که در هر دو حال یک رنگ آبی داریم که عددی فرد است و گیرنده متوجه می‌شود که پیغام را درست دریافت نکرده است.

ـ آفرین همینگ، آفرین! این دقیقاً همان کاری است که ما در

ابتدا انجام دادیم تا پیغام‌های دچار خطا شده را به دست آوریم. این جدول را ببین:

ا	آبی، آبی، آبی، آبی، آبی	ب	قرمز، آبی، آبی، آبی، قرمز
پ	قرمز، آبی، آبی، قرمز، آبی	ت	آبی، آبی، آبی، قرمز، قرمز
ث	قرمز، آبی، آبی، قرمز، آبی، آبی	ج	آبی، آبی، آبی، قرمز، آبی، قرمز
چ	آبی، آبی، آبی، قرمز، قرمز، آبی	ح	قرمز، آبی، آبی، قرمز، قرمز، قرمز
خ	قرمز، آبی، قرمز، آبی، آبی، آبی	د	آبی، آبی، قرمز، آبی، آبی، قرمز
ذ	آبی، آبی، قرمز، آبی، قرمز، آبی	ش	قرمز، آبی، قرمز، آبی، قرمز، قرمز
ز	آبی، آبی، قرمز، قرمز، آبی، آبی	ژ	قرمز، آبی، قرمز، قرمز، آبی، قرمز
س	قرمز، آبی، قرمز، قرمز، قرمز، آبی	ر	آبی، آبی، قرمز، قرمز، قرمز، قرمز
ص	قرمز، قرمز، آبی، آبی، آبی، آبی	ض	آبی، قرمز، آبی، آبی، آبی، قرمز
ط	آبی، قرمز، آبی، آبی، قرمز، آبی	ظ	قرمز، قرمز، آبی، آبی، قرمز، قرمز
ع	آبی، قرمز، آبی، قرمز، آبی، آبی	غ	قرمز، قرمز، آبی، قرمز، آبی، قرمز
ف	قرمز، قرمز، آبی، قرمز، قرمز، آبی	ق	آبی، قرمز، آبی، قرمز، قرمز، قرمز
ک	آبی، قرمز، قرمز، آبی، آبی، آبی	گ	قرمز، قرمز، قرمز، آبی، آبی، قرمز
ل	قرمز، قرمز، قرمز، آبی، قرمز، آبی	م	آبی، قرمز، قرمز، آبی، قرمز، قرمز
ن	قرمز، قرمز، قرمز، قرمز، آبی، آبی	و	آبی، قرمز، قرمز، قرمز، آبی، قرمز
ه	آبی، قرمز، قرمز، قرمز، قرمز، آبی	ی	قرمز، قرمز، قرمز، قرمز، قرمز، قرمز

این جدول درســت براساس راه‌حلی که تو گفتی درست شده اســت، اما برای ما کافی نبود، چون ما برای ارســال درست یک پیغام باید بارها و بارها تلاش می‌کردیم. ما دنبال روشــی بودیم که بتوانیم پیغام درســتی را از پیغامی که دچار خطا شده است، تشخیص دهیم. کار سختی بود. اما بالاخره توانستیم کمی فکر کن همینگ. تو این مشکل را هم به‌راحتی حل خواهی کرد!

همینگ دوباره به فکر فرو رفت. به راهکار قبلی اندیشــید و به جملهٔ ســر در مغازه. با خود گفت: «حتماً باید از تعداد بیشتری چوب اســتفاده کنیم. با یک چوب توانستیم پیغامی را که دچار خطا شده اســت، متوجه شــویم. با تعداد بیشتری چوب حتماً می‌توانیم پیغام درست را تشخیص دهیم!»

و همین‌طور فکر می‌کرد. جدول جدیدی را که گری نشــانش داد، در مقابل چشمانش گرفت و به دقت به آن نگاه کرد. چراغی در ذهنش روشــن شــد! جدول اصلی را از جیب خود درآورد و در کنــار جدول جدید قرار داد و با دقت تمام نگاه کرد! و دوباره فریاد زد:

ـ یافتم، یافتم! ببین گری، ببین! در جدول اولی کدهایی وجود دارنــد که تنها در یــک رنگ متفاوت‌اند! امــا در جدول دوم هر دو کــدی را که ببینــی حداقل در دو رنــگ متفاوت‌اند! این راز تسخیص خطاست. اگر بخواهیم پیغام صحیح را تشخیص دهیم، باید این تفاوت را زیاد کنیم!

ـ آفرین همینگ! ادامه بده، کمی بیشتر توضیح بده.

ـ خب بیا همان جدول دو حرفی را مثال بزنیم! ببین اگر در این جدول ما حرف «آ» را ارسال کنیم و خطایی رخ دهد، یکی از دو حالت زیر اتفاق می‌افتد:

آبی، قرمز
قرمز، آبی

به همین ترتیب، اگر حرف «ب» را ارسال کنیم و خطا رخ دهد، دوبــاره همین دو حالت پیش می‌آید و بنابراین نمی‌توان تفاوتی بین آن‌ها قائل شد. بیا با دو چوب اضافه امتحان کنیم:

آ	آبی، آبی، آبی
ب	قرمز، قرمز، قرمز

حال حالت‌هایی را که خطا رخ می‌دهد، ببینیم. برای «آ» داریم:

آبی، قرمز، آبی
آبی، قرمز، آبی
قرمز، آبی، آبی

و برای «ب» داریم:

قرمز، قرمز، آبی
قرمز، آبی، قرمز
آبی، قرمز، قرمز

وای گــری، ببین! این دو دســته کاملاً جدا از هم‌اند! پس برای این جدول اگر از ســه چوب اســتفاده کنیم، حتی اگر خطا رخ دهد، می‌توانیم پیغام صحیح را به دست آوریم. در واقع اگر یکی از کدهای:

آبی، آبی، آبی
آبی، آبی، قرمز
آبی، قرمز، آبی
قرمز، آبی، آبی

را دریافــت کردیم، نشــانگر حرف «آ» اســت و اگــر هریک از کدهای:

قرمز، قرمز، قرمز
قرمز، قرمز، آبی
قرمز، آبی، قرمز
آبی، قرمز، قرمز

را دریافت کردیم، نشانگر حرف «ب» است.

ـ آفرین همینگ، تو واقعاً یک نابغه‌ای. تو اکنون راز ما را کسف کرده‌ای و می‌توانی جدول جدیدی بسازی که به کمک آن بتوان پیغام‌های صحیح را تشخیص داد. با اینکه ما توانستیم به چنین جدولی دســت پیــدا کردیم، با این حال کارخانهٔ شــما به هدف خود که فروش چوب‌های بیشــتر بود، رسید! من دیگر باید بروم همینگ. کارگاه را خوب ببیــن، همچنان موارد جالبی می‌یابی. در این مدتی که از تبعیدت مانده، می‌توانی این‌جا کار کنی و ما بسیار خوش‌حال خواهیم شد.

همینگ پیشــنهاد گری را پذیرفت و مــدت زمان باقی‌مانده را مشغول فعالیت و کسب تجربیات جدید در کارگاه گری بود.

آخرین بخش این داستان را در شمارهٔ بعد بخوانید.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

شعبده‌های ریاضی
آقای شُبَّده‌چی

بهزاد اسلامی مسلّم

کلیدواژه‌ها: شعبدهٔ ریاضی، شعبده‌های تاس، آموزش ریاضی

اشاره

در ۱۰ شـمارهٔ قبل «رشـد برهان» با آقای **شبّده‌چی** آشنا شدید. ایشان شعبده‌باز ریاضی است. یعنی در شعبده‌هایش، از ریاضی استفاده می‌کند. پسری هم به اسم **شُبی** دارد که قرار است در آینده راه پدر را ادامه دهد. به همین دلیل، آقای شبده‌چی کم‌کم به شُبی فوت‌وفن‌های شعبده‌بازی‌هایش را یاد می‌دهد. این بار شُبی قرار است شعبده‌ای را با سه تاس یاد بگیرد. ببینیم پدر و پسر چه می‌کنند!

آقای شبّده‌چی سـه تا تاس از جعبهٔ تاس‌هایش برداشت و به شُبی داد. سپس گفت: «آقا شُبی من چشمم را می‌بندم. بعد تو باید تاس‌ها را روی میز بریزی و نگاه کنی که چه عددهایی آمده است. سـپس این عملیات را که می‌گویم انجام بده. اگر دوست داری، از ماشین‌حساب استفاده کن.

- عدد تاس اول را در ۵ ضرب کن؛
- حاصل را با ۶ جمع کن؛
- عددی را که به دست می‌آید، در ۲ ضرب کن؛
- حاصل را با عدد تاس دوم جمع کن؛
- نتیجه را در ۵ ضرب کن؛
- عددی را که به دست می‌آید، با ۳ جمع کن؛
- نتیجه را در ۲ ضرب کن؛
- حاصل را با عدد تاس سوم جمع کن؛

حالا اگر این محاسـبه را به من بگویی، من به تو می‌گویم که تاس‌ها چه عددهایی داشته‌اند!»

شبی کمی گیج شده بود. به پدرش گفت: «می‌شود یک بار با هم تمرین کنیم؟»

شبّده‌چی پاسخ داد: «البته! بیا تاس‌ها را بریزیم.»

شـبی پرسـید:«خب کدام‌یک از این تاس‌ها، تاس اول است؟ کدام دوم و کدام سوم؟»

شبّده‌چی پاسخ داد: «فرقی نمی‌کند!»

شـبی گفت: «پس من این‌طور در نظر می‌گیرم: تاس اول: ⚀، تاس دوم: ⚃ و تاس سوم: ⚂ .

شبّده‌چی گفت: «خب، پس برویم سراغ محاسبات.»

و روی کاغذ این‌ها را نوشت:

عدد تاس اول را در ۵ ضرب کن	۱۰= ۵* ⚀
حاصل را با ۶ جمع کن	۱۰+۶=۱۶
عددی را که به دست می‌آید، در ۲ ضرب کن	۲*۱۶=۳۲
حاصل را با عدد تاس دوم جمع کن	۳۲ + ⚃ =۳۷
نتیجه را در ۵ ضرب کن	۵ ×۳۷=۱۸۵
عددی را که به دست می‌آید، با ۳ جمع کن	۱۸۵ +۳=۱۸۸
نتیجه را در ۲ ضرب کن	۲ ×۱۸۸=۳۶۷
حاصل را با عدد تاس سوم جمع کن	۳۷۶ + ⚂ =۳۸۰

شـبّده‌چی رو کرد به شـبی و گفت: «تو فقط همین عدد آخر را باید به من بگویی. مثلاً اگر به من می‌گفتی که حاصل نهایی برابر ۳۸۰ اسـت، من به سـرعت می‌گفتم که اولین تاس ⚀، دومین تاس ⚃، و سـومین تاس ⚂ بوده اسـت! می‌خواهی امتحان کنیم؟»

شُبی با اشتیاق جواب داد: «بله! بله! چشم‌هایتان را ببندید.»

شُبّی تاس‌ها را روی میز ریخت:

پیــش خودش گفت:«خب ... تاس اول: ⚅ ، تاس دوم: ⚅ و تاس سوم ⚀ .»

سپس محاسبات را انجام داد:

عدد تاس اول را در ۵ ضرب کن	۱۵= ۵ * ⚅
حاصل را با ۶ جمع کن	۲۱= ۶ + ۱۵
عددی را که به دست می‌آید، در ۲ ضرب کن	۴۲=۲۱*۲
حاصل را با عدد تاس دوم جمع کن	۴۸= ⚅ +۴۲
نتیجه را در ۵ ضرب کن	۲۴۰= ۴۸× ۵
عددی را که به دست می‌آید، با ۳ جمع کن	۲۴۳= ۳+ ۲۴۰
نتیجه را در ۲ ضرب کن	۴۸۶= ۲۴۳*۲
حاصل را با عدد تاس سوم جمع کن	۴۸۷= ⚀ + ۴۸۶

شُبی به پدرش گفت: «حاصل نهایی برابر ۴۸۷ شده است.»

آقای شــبّده‌چی لحظه‌ای فکر کرد و بعد پاسخ داد: «تاس اول ⚅ ، تاس دوم ⚅ و تاس سوم ⚀ بوده است!»

شُــبی مطمئن بود که پدرش زیرچشمی به تاس‌ها نگاه نکرده اســت. اما هنوز نمی‌دانست چگونه توانســت بگوید تاس‌ها چه عددهایی هستند. شما چه‌طور؟ آیا شما می‌دانید؟

راز شعبده

شُبی تاس‌ها را ریخته و حاصل نهایی محاسبات را به شبده‌چی گفته است. شبّده‌چی چه‌طور می‌تواند بفهمد تاس‌ها چه اعدادی بوده‌اند؟

راز شـعبده این اسـت: شـبّده‌چی ابتدا حاصل نهایی محاسبات را منهای ۱۲۶ می‌کند. نتیجهٔ این تفریق، عددی سه رقمی است.

- صدگان این عدد برابر است با عدد تاس اول.
- دهگان این عدد برابر است با عدد تاس دوم.
- یکان این عدد برابر است با عدد تاس سوم.

مثلاً اگر شُـبّی به پدرش بگوید «حاصل نهایی برابر ۵۴۷ شده است»، شبّده‌چی ابتدا ۵۴۷ را منهای ۱۲۶ می‌کند.

۵۴۷-۱۲۶=۴۲۱

حالا از نتیجهٔ این تفریق (یعنی ۴۲۱) استفاده می‌کند:

- صدگان ۴۲۱ برابر تاس اول است.
- دهگان ۴۲۱ برابر تاس دوم است.
- یکان ۴۲۱ برابر تاس سوم است.

پس تاس‌ها این‌ها هستند: ⚀ ، ⚁ ، ⚂ .

به همین سادگی!

چرا این‌طور اسـت؟ آیا تاس‌ها هر عـدد دیگری هم که آمده باشند، باز هم به نتیجهٔ درست می‌رسیم؟

بیایید بار دیگر به محاسبات دقت کنیم. مرحله به مرحله جلو می‌رویم.

پیدا کردن نتیجهٔ نهایی محاسبات

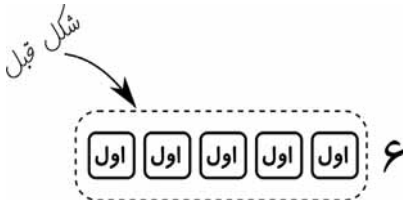
روش اول:

- **عدد تاس اول را در ۵ ضرب کن.**

پس تاس اول را پنج بار می‌نویسیم:

- **حاصل را با ۶ جمع کن.**

پس در جلوی شکل قبل، عدد ۶ را می‌نویسیم.

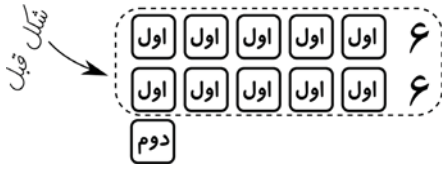


- **عددی را که به‌دست می‌آید، در ۲ ضرب کن.**

پس شکل قبل را دو بار رسم می‌کنیم:

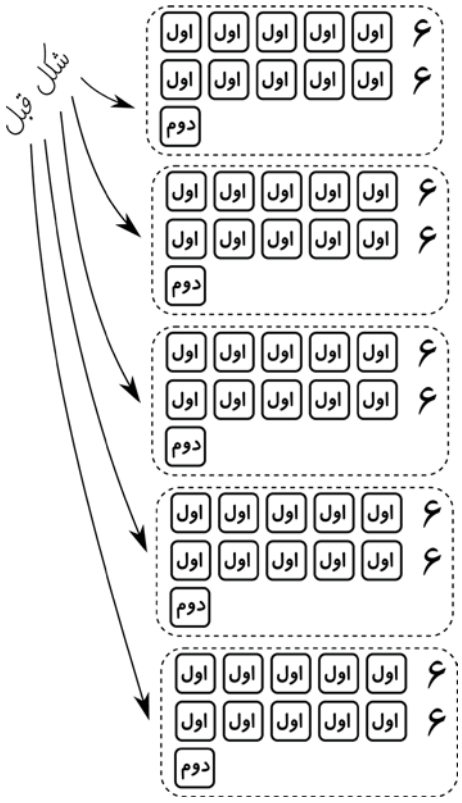
- **حاصل را با عدد تاس دوم جمع کن.**

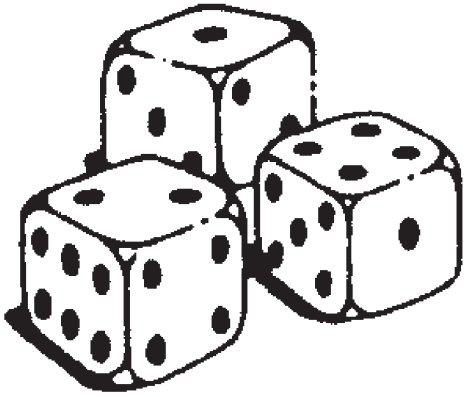
پس در پایین شکل قبل، تاس دوم را قرار می‌دهیم:



- **نتیجه را در ۵ ضرب کن.**

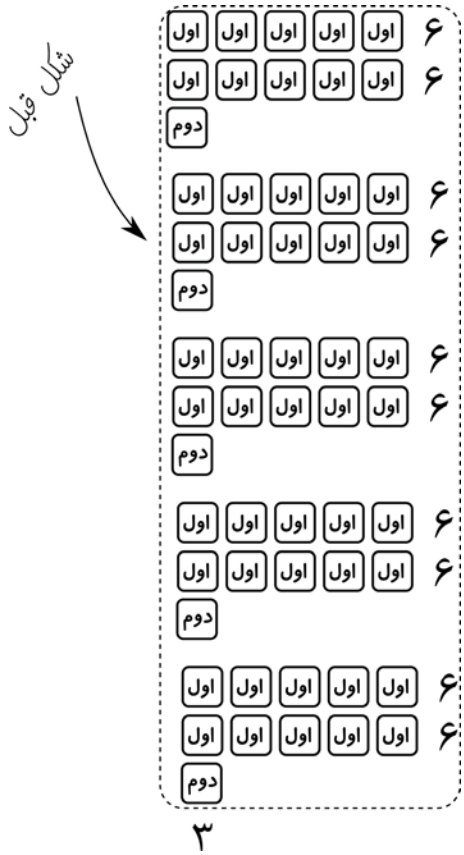
پس شکل قبل را پنج بار رسم می‌کنیم:





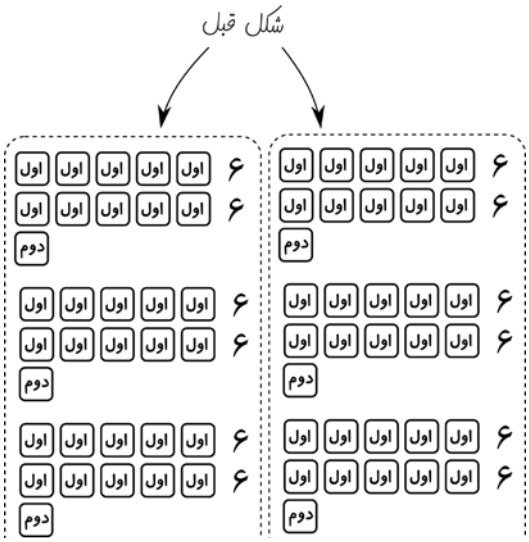
● **عددی را که به دست می‌آید، با ۳ جمع کن.**

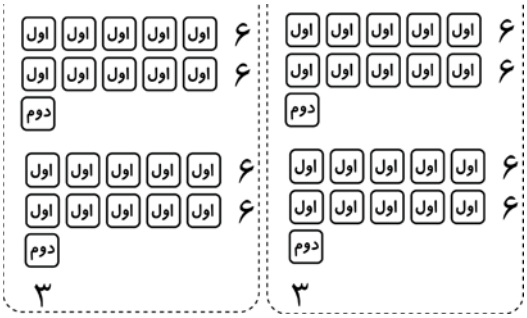
پس در زیر شکل قبل، عدد ۳ را می‌نویسیم:



● **نتیجه را در ۲ ضرب کن.**

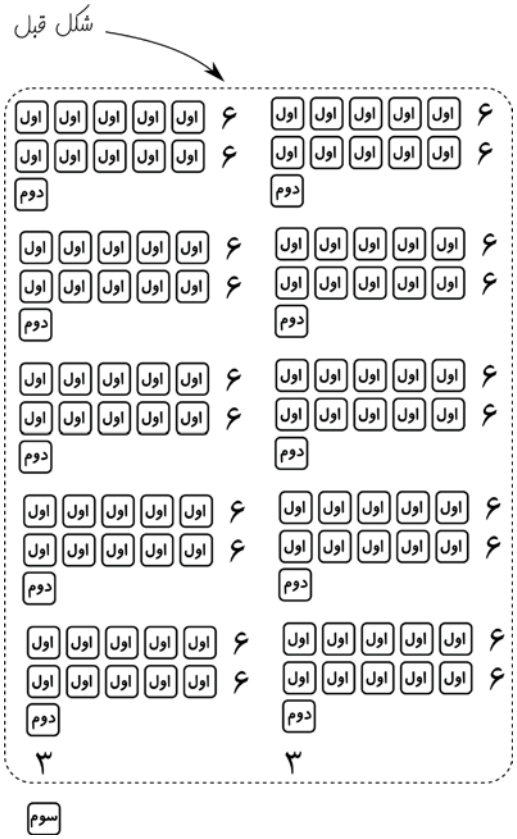
پس شکل قبل را دو بار رسم می‌کنیم:





● **حاصل را با عدد تاس سوم جمع کن.**

پس در پایین شکل قبل، تاس سوم را می‌نویسیم:



شکل آخر، نتیجهٔ نهایی محاسبات است. در این شکل، ۱۰۰ بار تاس اول آمده است، ۱۰ بار تاس دوم، یک بار تاس سوم، و همهٔ این‌ها با ۱۲۶ جمع شده‌اند.

پس نتیجهٔ نهایی محاسبات برابر است با:

۱۰۰ برابر عدد تاس اول
+
۱۰ برابر عدد تاس دوم
+
عدد تاس سوم
+
۱۲۶

روش دوم

همین کار را می‌توانستیم با استفاده از عبارت‌های جبری هم انجام دهیم. چه‌طور؟ در ادامه توضیح می‌دهیم. عددهای تاس‌ها را با حروف انگلیسی مشخص می‌کنیم:

- عدد تاس اول: a
- عدد تاس دوم: b
- عدد تاس سوم: c

و اما محاسبات:

- **عدد تاس اول را در ۵ ضرب کن:**

۵a

- **حاصل را با ۶ جمع کن:**

۵a+۶

- **عددی را که به‌دست می‌آید، در ۲ ضرب کن:**

۱۰a+۱۲

- **حاصل را با عدد تاس دوم جمع کن:**

۱۰a+۱۲+b

- **نتیجه را در ۵ ضرب کن:**

۵۰a+۶۰+۵b

- **عددی را که به‌دست می‌آید، با ۳ جمع کن:**

۵۰a+۶۰+۵b+۳

که اگر ساده‌اش کنیم، می‌بینیم که برابر است با:

۵۰a+۵b+۶۳

- **نتیجه را در ۲ ضرب کن:**

۱۰۰a+۱۰b+۱۲۶

- **حاصل را با عدد تاس سوم جمع کن:**

۱۰۰a+۱۰b+۱۲۶+c

پس از عبارت‌های جبری استفاده کردیم و مثل قبل، معلوم شد که نتیجهٔ نهایی محاسبات برابر است با:

۱۰۰ برابر عدد تاس اول
+
۱۰ برابر عدد تاس دوم
+
عدد تاس سوم
+
۱۲۶

نتیجهٔ این محاسبات به چه دردی می‌خورد؟

شبّده‌چی ابتدا نتیجهٔ نهایی محاسبه را منهای ۱۲۶ می‌کند؛ یعنی به:

۱۰۰ برابر عدد تاس اول
+
۱۰ برابر عدد تاس دوم
+
عدد تاس سوم

می‌رسد. خب ... از روی این عدد چگونه می‌تواند عددهای تاس‌ها را بفهمد؟ بیایید چند بار تاس بریزیم و این حاصل را حساب کنیم.

۱۰۰ برابر عدد تاس اول + ۱۰ برابر عدد تاس دوم + عدد تاس سوم	عدد تاس سوم	عدد تاس دوم	عدد تاس اول
۱۴۲	⚅	⚅	⚀

۱۰۰ برابر عدد تاس اول + ۱۰ برابر عدد تاس دوم + عدد تاس سوم	عدد تاس سوم	عدد تاس دوم	عدد تاس اول
۵۲۶	⚅	⚁	⚄

۱۰۰ برابر عدد تاس اول + ۱۰ برابر عدد تاس دوم + عدد تاس سوم	عدد تاس سوم	عدد تاس دوم	عدد تاس اول
۳۱۴	⚅	⚀	⚃

چه جالب! در هر ردیف از جدول بالا،

- رقم صدگان برابر است با تاس اول.
- رقم دهگان برابر است با تاس دوم.
- رقم یکان برابر است با تاس سوم.

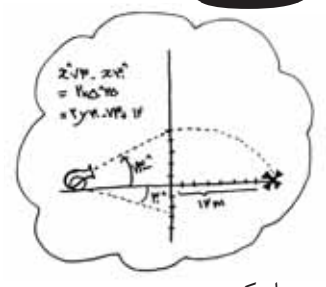
اگر تاس‌ها عددهای دیگری هم باشند، باز هم همین‌طور است. پس شبّده‌چی به راحتی می‌تواند بفهمد که تاس‌ها چه عددهایی بوده‌اند!

منبع

http://www.goodtricks.net/tricks-with-dice.html

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

بازی مختصات



ë زهره پندی

کلیدواژه‌ها: بازی و سرگرمی، مختصات، بردار، شانس

وسایل لازم:

● صفحهٔ بازی شطرنجی ۱۵ در ۱۵ ● دو تاس در دو رنگ (مثلاً قرمز و سیاه) ● چهار مهره برای هر بازیکن

روش بازی

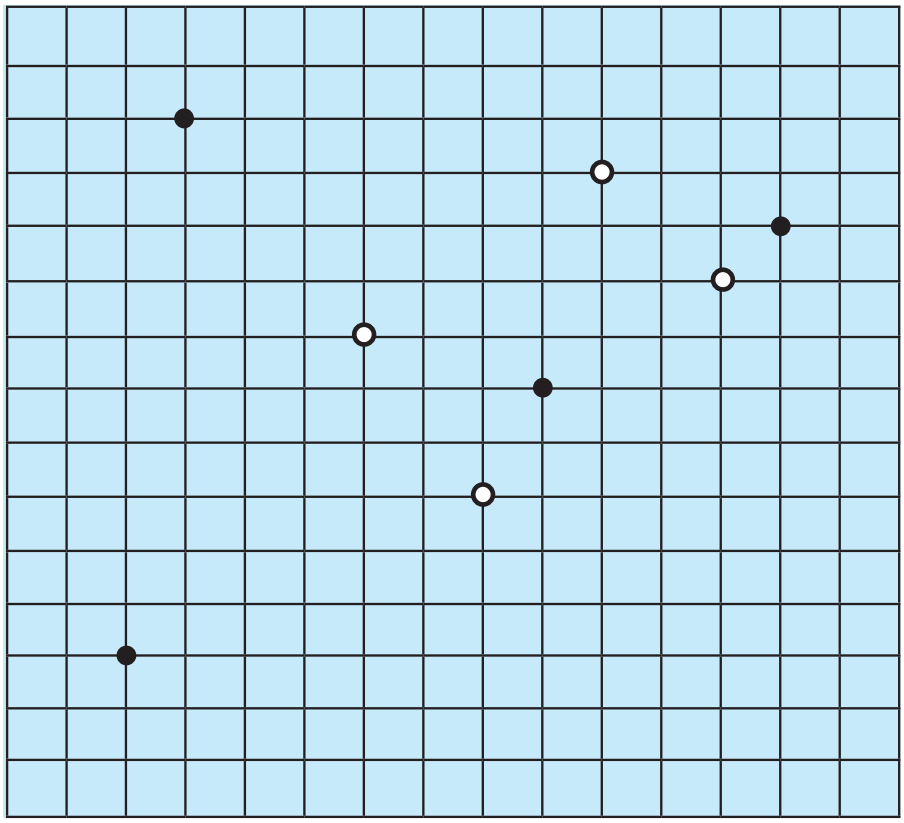
این بازی دو نفره است.

ابتدا هریک از شما چهار مهرهٔ خود را به دلخواه روی نقاط برخورد خطوط در صفحهٔ بازی قرار دهید. دقت کنید که در هر نقطه تنها یک مهره می‌تواند قرار بگیرد. یک چینش اولیهٔ بازی در شکل زیر آمده است.

به نوبت بازی کنید. هرکس باید در نوبت خود هر دو تاس را بیندازید. با توجه به عدد روی تاس‌ها باید یکی از مهره‌هایتان را حرکت دهید. عدد روی تاس قرمز، مؤلفهٔ افقی و عدد روی تاس سیاه مؤلفه عمودی بردار حرکتتان را تعیین می‌کنند.

مثلاً اگر تاس قرمز عدد ⚀ و تاس سیاه عدد ⚅ را نشان داد، شما می‌توانید یکی از مهره‌هایتان را با یکی از بردارهای زیر حرکت دهید:

$$\begin{bmatrix}۲\\۶\end{bmatrix}،\begin{bmatrix}-۲\\-۶\end{bmatrix}،\begin{bmatrix}۲\\-۶\end{bmatrix}،\begin{bmatrix}-۲\\۶\end{bmatrix}$$



● اگر مهره پس از حرکت در خانه‌ای قرار بگیرد که مهرهٔ دیگری در آن بوده است، آن مهره را از بازی خارج می‌کند! خیلی مراقب باشید! چون ممکن است مهرهٔ خودتان را بزنید!

● اگر مهره‌ای پس از حرکت از صفحهٔ بازی خارج شود، دیگر نمی‌تواند به بازی برگردد.

بازی به همین ترتیب ادامه می‌یابد تا مهره‌های یکی از بازیکنان از صفحه خارج شود. برندهٔ بازی کسی است که دست‌کم یکی از مهره‌هایش در صفحه مانده باشد.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir
ریاضیات و مدرسه

می خواهم نی را درست در مرکز سر لیوان دوغ فرو کنم!

ارسال ایده: زهرا عبدی، دبیر ریاضی ساری
بازنویسی: سپیده چمن‌آرا

کلمات کلیدی: مرکز دایره، عمود منصف

دیروز با دوستم رفته بودیم جگرکی محل چند سیخ جگر بخوریم. من دوست دارم جگر را با دوغ بخورم. مدتی است علاوه بر بطری‌های پلاستیکی دوغ، دوغ لیوانی هم هست. من هر بار می خواهم دوغ لیوانی بخورم و نی را داخل در لیوان دوغ فرو کنم، این به ذهنم خطور می‌کند که نی را درست در مرکز این دایره بزنم. ولی هربار حتی با چشم هم تشخیص می دهم که چه قدر خطا دارم! بالاخره بعد از این که با عمود منصف پاره خط ها آشنا شدم و فهمیدم که وقتی عمودمنصف یک پاره خط را می کشیم، هر نقطه روی آن از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است؛ توانستم مشکلم را حل کنم. اگر گفتید چه طوری؟ اگر دوست دارید بدانید، عکس لیوان دوغ من را ببینید

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های دانش‌آموزی
(به صورت ماه‌نامه و نه شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

- رشد کودک (برای دانش‌آموزان آمادگی و پایهٔ اول دورهٔ آموزش ابتدایی)
- رشد نوآموز (برای دانش‌آموزان پایه‌های دوم و سوم دورهٔ آموزش ابتدایی)
- رشد دانش‌آموز (برای دانش‌آموزان پایه‌های چهارم، پنجم و ششم دورهٔ آموزش ابتدایی)

مجله‌های دانش‌آموزی
(به صورت ماه‌نامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

- رشد نوجوان (برای دانش‌آموزان دورهٔ آموزش متوسطه اول)
- رشد جوان (برای دانش‌آموزان دورهٔ آموزش متوسطه دوم)

مجله‌های بزرگسال عمومی
(به صورت ماه‌نامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

◆ رشد آموزش ابتدایی ◆ رشد تکنولوژی آموزشی
◆ رشد مدرسه فردا ◆ رشد مدیریت مدرسه ◆ رشد معلم

مجله‌های بزرگسال و دانش‌آموزی تخصصی
(به صورت فصل‌نامه و چهارشماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

◆ رشد برهان آموزش متوسطه اول (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه اول) ◆ رشد برهان آموزش متوسطه دوم (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه دوم) ◆ رشد آموزش قرآن ◆ رشد آموزش معارف اسلامی ◆ رشد آموزش زبان و ادب فارسی ◆ رشد آموزش هنر ◆ رشد آموزش مشاور مدرسه ◆ رشد آموزش تربیت‌بدنی ◆ رشد آموزش علوم اجتماعی ◆ رشد آموزش تاریخ ◆ رشد آموزش جغرافیا ◆ رشد آموزش زبان ◆ رشد آموزش ریاضی ◆ رشد آموزش فیزیک ◆ رشد آموزش شیمی ◆ رشد آموزش زیست‌شناسی ◆ رشد آموزش زمین‌شناسی ◆ رشد آموزش فنی‌وحرفه‌ای و کار دانش ◆ رشد آموزش پیش دبستانی

مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران، مربیان، مشاوران و کارکنان اجرایی مدارس، دانش‌جویان مراکز تربیت‌معلم و رشته‌های دبیری دانشگاه‌ها و کارشناسان تعلیم و تربیت تهیه و منتشر می‌شود.

◆ **نشانی:** تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شمارهٔ ۴ آموزش‌وپرورش، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی.
◆ **تلفن و نمابر:** ۸۸۳۰۱۴۷۸ ـ ۰۲۱

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

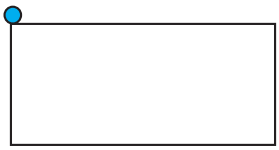
کی می‌تونه حل کنه؟!

آمنه ابراهیم‌زاده طاری

کلیدواژه‌ها: حل مسئله، ریاضی و سرگرمی، کسر

۱. شش عدد مثبت پیدا کنید که حاصل جمعشان برابر حاصل ضربشان باشد.

۲. سکه‌ای را مانند شکل زیر، از بیرون روی محیط مستطیل می‌چرخانیم. طول مستطیل دوبرابر عرض آن و عرض مستطیل دوبرابر محیط سکه است. سکه بعد از چند دور چرخیدن دوباره سر جای خودش برمی‌گردد؟



۳. مدیر بانکی یک راننده دارد. راننده هر روز صبح زود رأس ساعت ۶، سوار بر ماشین، از بانک حرکت می‌کند، به خانهٔ مدیر بانک می‌رود و او را هنگام شروع کار بانک، به بانک می‌رساند. شب قبل، راننده با رئیس تماس گرفت و اطلاع داد که ماشین خراب شده و نمی‌تواند به‌موقع به خانهٔ او برسد. برای همین، امروز صبح، رئیس یک ساعت زودتر از خانهٔ خود پیاده به سمت بانک حرکت کرد. اما در همین مدت، راننده که توانسته بود مشکل ماشین را حل کند مثل همیشه ساعت ۶ از بانک به طرف خانهٔ رئیس رفت تا او را سوار کند. ولی در جایی بین راه، رئیس را دید و او را سوار کرد و به بانک رساند. به همین دلیل رئیس بانک امروز ۲۰۰ دقیقه زودتر از روزهای دیگر به بانک رسید. او چند دقیقه پیاده‌روی کرده است.

۴. فردی در یک جنگل افسانه‌ای گم شده است. او نمی‌داند چه روزی از هفته است. ولی می‌داند شیرهای این جنگل، روزهای دوشنبه، سه‌شنبه و چهارشنبه دروغ و بقیهٔ روزهای هفته راست می‌گویند. همچنین، می‌داند خرس‌های این جنگل، روزهای پنج‌شنبه، جمعه و شنبه دروغ و بقیهٔ روزهای هفته راست می‌گویند. او از یک شیر و یک خرس می‌خواهد تا راهنمایی‌اش کنند و چنین می‌شنود:

- شیر: «دیروز، یکی از روزهای دروغ گفتن من بود.»
- خرس: (دیروز، یکی از روزهای دروغ گفتن من بود.»

تعیین کنید این روز چه روزی از هفته است؟

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

برگ اشتراک مجله‌های رشد

نحوهٔ اشتراک:

شما می‌توانید پس از واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت، شعبهٔ سه‌راه آزمایش کد ۳۹۵، در وجه شرکت افست از دو روش زیر، مشترک مجله شوید:

۱. مراجعه به وبگاه مجلات رشد به نشانی: www.roshdmag.ir و تکمیل برگهٔ اشتراک به همراه ثبت مشخصات فیش واریزی.

۲. ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شدهٔ اشتراک با پست سفارشی (کپی فیش را نزد خود نگه‌دارید).

◆ نام مجلات درخواستی:

.....

.....

.....

◆ نام و نام خانوادگی: .....

◆ تاریخ تولد: ..... ◆ میزان تحصیلات: .....

◆ تلفن: .....

◆ نشانی کامل پستی: .....

استان: ..... شهرستان: ..... خیابان: .....

شمارهٔ فیش بانکی: ..... مبلغ پرداختی: .....

پلاک: ..... شمارهٔ پستی: .....

.....

◆ اگر قبلاً مشترک مجله بوده‌اید، شمارهٔ اشتراک خود را بنویسید:

.....

امضا:

- نشانی: تهران، صندوق پستی امور مشترکین: ۱۶۵۹۵/۱۱۱
- وبگاه مجلات رشد: www.roshdmag.ir
- اشتراک مجله: ۰۲۱-۷۷۳۳۶۶۵۶/۷۷۳۳۵۱۱۰/۷۷۳۳۹۷۱۳-۱۴

◆ هزینهٔ اشتراک یکساله مجلات عمومی (هشت شماره): ۳۰۰/۰۰۰ ریال
◆ هزینهٔ اشتراک یکساله مجلات تخصصی (چهار شماره): ۲۰۰/۰۰۰ ریال

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

پاسخ کی می‌تونه حل کنه؟

(از شمارهٔ ۷۲)

آمنه ابراهیم‌زاده طاری

۱. جزیره‌ای ۱۰۰ نفر جمعیت دارد. ساکنان این جزیره اخلاق عجیبی دارند:گروهی از آن‌ها همیشه راست می‌گویند و گروهی همیشه دروغ می‌گویند!

این جزیره سه تیم فوتبال دارد، تیم بنفش، تیم زرد و تیم سبز. هریک از ساکنان جزیره طرفدار یکی از این سه تیم است، اما هیچ‌کس طرفدار دو تیم یا هرسهٔ تیم‌ها نیست. در یک برنامهٔ ورزشی از تک‌تک اهالی جزیره این سه سؤال پرسیده شد و آن‌ها می‌توانستند به هر سه سؤال جواب دهند.

- آیا طرفدار تیم بنفش هستی؟
- آیا طرفدار تیم زرد هستی؟
- آیا طرفدار تیم سبز هستی؟

به سؤال اول ۶۰ نفر، به سؤال دوم ۴۰ نفر و به سؤال سوم ۳۰ نفر جواب «بله» دادند. در این جزیره چند نفر «همیشه دروغ‌گو» هستند؟

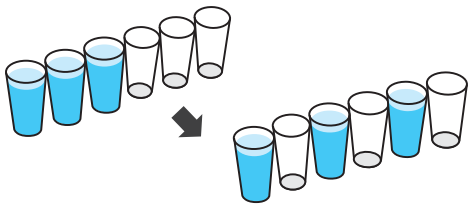
جواب: ۳۰ نفر.

راه‌حل: هرکدام از ساکنان جزیره طرفدار یکی از تیم‌های فوتبال است. پس هرکدام از اهالی راست‌گوی جزیره تنها به یکی از سه سؤال بالا جواب «بله» می‌دهد. مثلاً اگر فرد راست‌گویی، طرفدار تیم زرد باشد، به سؤال دوم جواب مثبت و به دو سؤال دیگر جواب منفی می‌دهد. در حالی‌که هرکدام از ساکنان دروغ‌گوی جزیره به دو تا از سؤال‌های بالا جواب مثبت می‌دهند؛ مثلاً اگر فرد دروغ‌گویی، طرفدار تیم زرد باشد، به سؤال دوم جواب منفی و به دو سؤال دیگر جواب مثبت می‌دهد.

اگر در جزیره هیچ دروغ‌گویی نباشد، هرکس فقط به یکی از سه سؤال بالا جواب مثبت می‌دهد. پس ۱۰۰ جواب مثبت به سؤال‌های بالا داده می‌شود. اگر یک نفر در جزیرهٔ دروغ‌گو باشد، ۹۹ نفر به یک سؤال پاسخ مثبت می‌دهند و یک نفر هم به دو سؤال پاسخ مثبت می‌دهد. پس در کل ۱۰۱ جواب مثبت شنیده می‌شود. و به همین ترتیب برای هر فرد دروغ‌گو یک جواب مثبت به کل جواب‌های مثبت اضافه می‌شود.

با توجه به صورت مسئله، کلاً ۱۳۰(=۳۰+۶۰+۴۰) جواب مثبت به سؤال‌ها داده شده است؛ یعنی ۳۰ جواب مثبت بیشتر از حالتی که همه راست‌گو بوده باشند. یعنی ۳۰ نفر از اهالی جزیره دروغ‌گو هستند.

۲. شش لیوان به شکل زیر در یک ردیف چیده شده‌اند. ۳تای اول پر از آب‌اند و ۳تای دوم خالی‌اند. با حرکت دادن فقط یک لیوان، کاری کنید تا لیوان‌ها یکی‌درمیان پر و خالی باشند.



راه‌حل: می‌توانیم از بین لیوان‌های پر آب، لیوان دوم را برداریم و آن را در لیوان یکی مانده به آخر خالی کنیم.

۳. علی می‌خواهد ببیند $\frac{۲}{۹}$ تقریباً برابر چه کسر ساده‌تری است. او دو کار می‌تواند بکند:

- به صورت کسر $\frac{۲}{۹}$ یکی اضافه کند. در آن صورت به کسر $\frac{۳}{۹}$ یا همان $\frac{۱}{۳}$ می‌رسد.
- از مخرج کسر $\frac{۲}{۹}$ یکی کم کند و به کسر $\frac{۲}{۸}$ یا همان $\frac{۱}{۴}$ برسد.

کدام‌یک از این اعداد به $\frac{۲}{۹}$ نزدیک‌تر است؟ $\frac{۱}{۳}$ یا $\frac{۱}{۴}$؟ چرا؟

جواب: $\frac{۱}{۴}$

راه‌حل: ابتدا بررسی می‌کنیم فاصلهٔ هریک از اعداد $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۱}{۴}$ از $\frac{۲}{۹}$ چه‌قدر است:

$\frac{۱}{۹}=\frac{۳-۲}{۹}=\frac{۲}{۹}-\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۱}{۳۶}=\frac{۹-۸}{۳۶}=\frac{۲}{۹}-\frac{۱}{۴}$. می‌دانیم:

$\frac{۱}{۹}>\frac{۱}{۳۶}$، یعنی فاصلهٔ $\frac{۱}{۴}$ از $\frac{۲}{۹}$ کمتر است. پس $\frac{۱}{۴}$ به $\frac{۲}{۹}$ نزدیک‌تر است.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

نامه‌های رسیده

یکی از دوستانمان به نام الهه نوری از «مدرسهٔ راهنمایی جهاد» روشی جدید و سریع برای ضرب اعداد پیدا کرده است. بیایید با هم بخوانیم:

این روش برای ضرب اعداد بین ۱۰ تا ۱۹ مناسب است. برای به دست آوردن حاصل‌ضرب، ابتدا دو عدد را در نظر می‌گیریم. مثلاً می‌خواهیم عدد ۱۳ را در عدد ۱۴ ضرب کنیم. به این منظور مرحله‌های زیر را طی می‌کنیم:

۱، عدد ۱ (دهگان) یکی از دو عدد را حذف می‌کنیم.

۱۳
* ۴
۲

یکِ ۲ ① را نگه می‌داریم ۱

۲، عدد ۴ را در عدد ۳ ضرب می‌کنیم که می‌شود: ۱۲.

۳، دهگان عدد به دست آمده از حاصل‌ضرب (۱۲) را کنار می‌گذاریم؛ یعنی ۱۲ به ۲ تبدیل می‌شود. (آن را به‌عنوان عدد یکان در نظر می‌گیریم).

۴، در این مرحله عدد ۱ به دست آمده از ضرب (یعنی عدد ۱ همان ۱۲) را با ۴ و ۳ جمع می‌بندیم که در نهایت می‌شود ۸ (آن را به‌عنوان عدد دهگان در نظر می‌گیریم).

۵، بعد عدد ۱ دهگان (یعنی دهگان همان عدد ۱۳) را پایین می‌آوریم و در سمت چپ قرار می‌دهیم. (به‌عنوان عدد صدگان در نظر می‌گیریم).

بنابراین، عدد ۲ به‌عنوان یکان، عدد ۸ به‌عنوان دهگان و عدد ۱ به‌عنوان صدگان خواهد بود. در این صورت، حاصل‌ضرب عدد ۱۳ در عدد ۱۴ می‌شود: ۱۸۲

۱۳
* ۴
۱۸۲

جالب است که این روش همان نتیجه‌ای را حاصل می‌کند که از ضرب معمولی به‌دست می‌آید، ولی چه‌طور؟

در روش ضربی که از قبل آموخته بودیم، چه اتفاقی می‌افتاد؟

① ۱۳ * ۴ = ۲ سپس

۱۳ * ۱۴

۲ ۴*۱+۱

۰ ۳*۱ ۱*۱

۲ ۱×(۳ + ۴) + ۱ ۱*۱

مجموع دو یکان + دهگان ۴ × ۳ — ضرب دو عدد دهگان

۱ ۸ ۲

یکان: همان‌طور که پیداست، رقم یکان ۱۲=۴ × ۳ به دلیل استفاده از ۰ در یکان سطر دوم، به یکان حاصل‌ضرب منتقل می‌شود.

دهگان: از عملیات بالا پیداست که چه‌طور یکسان بودن و یک بودن دهگان دو عدد ۱۳ و ۱۴ باعث شده است که رقم دهگان حاصل‌ضرب از مجموع دو یکان به‌علاوهٔ دهگان ۳×۴ (حاصل‌ضرب دو یکان) به دست آید.

صدگان: از ضرب دو دهگان به دست می‌آید ۱×۱ که چون هر دو ۱ هستند، دوستمان توانست بگوید صدگان، ۱ است.

به نظر شما راهی مشابه روش الهه را در ضرب چه اعداد دیگری می‌توان به کار برد؟ همان‌طور که دیدیم، یک بودن و یکسان بودن دهگان مهم بود. حال اگر در دهگان ۲ باشد چه‌طور؟

① ۲ ۳
* ۲ ۴

۲ ۲*۴+۱

۰ ۲*۳ ۲ ۲

۲ ۱×(۳ + ۴) + ۱ ۲ ۲

همان‌طور که دیدیم، این بار می‌توان گفت: دهگان حاصل‌ضرب=۲ برابر (دهگان دو عدد) حاصل‌جمع دو یکان + دهگان ۳×۴ ، و به جای صدگان نیز حاصل ضرب ۲ در خودش را بگذار.

پس آیا برای هر دو عددی با دهگان ۲، روش الهه را ادامه داده‌ایم؟ به این مثال نگاه کنید.

① ③ ۵ ۲ * ۷ ۲

۵ ۲× ۷ + ۳

۰ ۲× ۵ − ۱۰ ۲*۲+۱

۵ ۲×(۵ + ۷) + ۳ − ۱۰ ?

در روش ضرب معمول، به جای دهگان در سطر دوم، ۰ می‌گذاریم، زیرا یکان ۲×۵ ، صفر است و ۱ آن را به مرحله بعد می‌فرستادیم. می‌توانیم برای نمایش صفر در دهگان سطر دوم، ۱۰ـ۲×۵ را بنویسیم تا شاید بتوانیم راه الهه را ادامه دهیم ولی آن‌وقت در مورد صدگان چه بگوییم. همان‌طور که می‌بینید علاوه‌بر ۲۸۲+۱ از جمع دهگان دو سطر اول و دوم دوباره در صدگان سرریز می‌شود و این روش در این مثال بیان راحتی ندارد. اگر مثال‌هایی از قبیل ۶۴×۶۳ یا ۶۸×۶۷ را امتحان کنیم می‌بینیم که در مورد آن‌ها نیز به‌دلیل بزرگ شدن ارقام و سرریز کردن آن‌ها به مراتب بالاتر دهگان، صدگان و ... ادامه دادن روش دوستمان بیان راحتی پیدا نمی‌کند.

از الهه بسیار متشکریم که با فکر خودش روشی سریع برای ضرب بعضی اعداد به دست آورده و همت زیادی داشته تا آن را به ما برساند. شما چه‌طور؟ می‌توانید روش‌های راحت و سریعی برای ضرب اعدادی دیگر به دست آورید مثلاً ضرب اعداد سه رقم در سه رقم؟ به امید دیدن موفقیت‌های شما

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...

www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات