



دانلود از سایت ریاضی سرا  
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

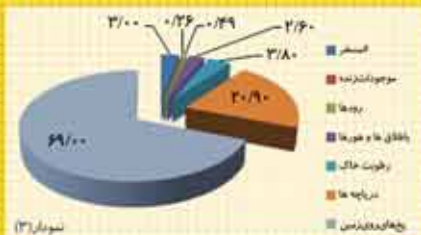
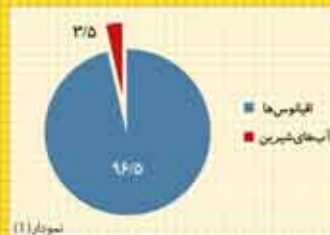
## قدر آب را بدانیم

سپیده چمن آرا



ریاضیات و محیط زیست ما

آب، آب، آب، ... بیش از ۷۵ درصد از سطح کره زمین از آب پوشیده شده است. ولی چه قدر از این آب برای انسان‌ها و دیگر موجودات قابل استفاده است؟ نمودارهای دایره‌ای مقابل، چگونگی توزیع آب‌های کره زمین را نشان می‌دهند: نمودار (۱) نشان می‌دهد که از کل آب‌های کره زمین تنها ۳/۵ درصد، آب‌های شیرین هستند. نمودار (۲) نشان می‌دهد که ۹۸/۸ درصد از آب‌های شیرین، آب‌های زیرزمینی، یخ‌های قطبی و یخچال‌ها هستند که عملاً قابل استفاده نمی‌باشند. بنابراین تنها ۲/۱ درصد از آب‌های غیرشور، آب‌های سطحی و غیر از آن است که می‌توان از آن‌ها استفاده کرد. در واقع از آن‌جا که  $\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$  تنها  $\frac{1}{5}$  درصد از کل آب‌های زمین برای ما قابل استفاده است که سهم بسیار ناچیزی است. نمودار (۳) توزیع آب‌های سطحی قابل استفاده را نشان می‌دهد. خودتان آن را تفسیر کنید.





مدیر مسئول: محمد ناصری / سردبیر: سپیده چمن آرا / مدیر داخلی: حسین نامی ساعی  
هیئت تحریریه: آمنه ابراهیم زاده طاری، بهزاد اسلامی مسلّم، حمیدرضا امیری،  
سید امیر حسین بنی جمالی، زهره پندی، نازنین حسن نیا، خسرو داوودی،  
حسین غفاری، حسین نامی ساعی  
همکاران این شماره: محدثه رجایی، حسام سبحانی طهرانی، محدثه کشاورز  
ویراستار: بهروز راستانی  
طراح نشانه + طراح گرافیک: حسین یوزباشی  
تصویر گران: سعید رزاقی، محمدصابر شیخ رضایی، مهدیه قاسمی، فاطمه محمدی، حسین یوزباشی  
نشانی دفتر مجله: تهران، ایران شهر شمالی، پلاک ۲۶۶ / صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۶  
تلفن: ۹-۱۶۱ ۸۸۸۳۱ داخلی ۳۷۵ / نمابر: ۱۴۷۸ ۸۸۳۰  
تلفن پیامگیر نشریات رشد: ۸۸۳۰ ۱۴۸۲، کد مدیر مسئول: ۱۰۲ / کد دفتر مجله: ۱۱۳ کد  
مشترکین: ۱۱۴ / تلفن امور مشترکین: ۶ و ۷۷۳۳۶۶۵۵  
وب گاه: www.roshdmag.ir / رایانامه: borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir  
وبلاگ اختصاصی مجله: weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee  
شمارگان: ۲۰۰۰ نسخه / چاپ: شرکت افست (سهامی عام)

## یادداشت سردبیر / روزمن، روز تو / سپیده چمن آرا / ۲

ریاضیات و مدرسه / راه من راه تو، هر دو یا هیچ کدام، بخش دوم / محدثه رجایی / ۳

ریاضیات و محاسبه / ماجراهای پویا و عمو تراختنبرگ، ماجرای دوم / امیر حسین بنی جمالی / ۷

ریاضیات و بازی / هُپ اعداد اول / آمنه ابراهیم زاده طاری، بهزاد اسلامی مسلّم / ۱۲ دوز اعداد صحیح / محدثه کشاورز / ۲۶

پازل اعداد صحیح / محدثه کشاورز / ۲۸

ریاضیات و کاربرد / بازی حذف می شی / جعفر اسدی گرمارودی، حسین غفاری / ۱۴

حرکت بازگشت سریع / حسین غفاری / ۲۳

ریاضیات و تاریخ / ماجراهای راد... و... اعداد منفی / حسام سبحانی طهرانی / ۱۸

ریاضیات و هنر / چندضلعی ها و ستاره ها، بخش دوم / زهره پندی / ۳۰

ریاضیات و سرگرمی / شعبده های ریاضی آقای شَبده چی / بهزاد اسلامی مسلّم، حسام سبحانی طهرانی / ۳۳

ریاضیات و مسئله / یک مسئله و چند راه حل / نازنین حسن نیا / ۱۰

کی می تونه حل کنه / آمنه ابراهیم زاده طاری / ۳۸ پاسخ کی می تونه حل کنه / ۳۹

معرفی / معرفی کتاب / جعفر ربّانی / ۲۲ معرفی سایت / زهرا صباغی / ۳۲

گزارش / چاپگر سه بُعدی؛ سطح یا حجم / سپیده چمن آرا، بهزاد اسلامی مسلّم / ۳۶

قابل توجه نویسندگان و مترجمان:

مطالبی که برای درج در مجله می فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. لطفاً مطالب ترجمه شده یا تلخیص شده را به همراه مطلب اصلی یا با ذکر دقیق منبع، ارسال کنید. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مطالب آزاد است. مطالب و مقالات دریافتی بازگردانده نمی شوند. آرای مندرج در مطلب و مقاله ها ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان نیست.

اهداف مجله عبارتند از: گسترش فرهنگ ریاضی / افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت های دانش آموزان در راستای برنامه درسی / توسعه تفکر و خلاقیت / توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن / توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آن ها / توجه به محاسبه های ریاضی برای توسعه تفکر جبری و توانایی های ذهنی دانش آموزان / توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی / توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن آوری / تقویت باورها و ارزش های دینی، اخلاقی و علمی.

خوانندگان رشد برهان متوسطه اول؛ شما می توانید مطالب خود را به مرکز بررسی آثار مجلات رشد به نشانی زیر بفرستید:  
تهران؛ صندوق پستی ۶۵۶۷-۱۵۸۷۵ / تلفن: ۰۲۱-۸۸۳۰۵۷۷۲



روی جلد: چاپگر یا پرینتر سه بُعدی، فناوری جدیدی برای تولید شکل های سه بُعدی بر اساس سطح مقطع آن ها. پشت جلد را نیز ببینید.





## روز من، روز تو

این شماره از مجله در ماه

آبان به دست شما می‌رسد. سیزدهم آبان، روز «دانش آموز» است؛ روز همه دانش آموزان، از پایه اول دبستان تا پایه دوازدهم متوسطه (۲). درست ۶ ماه دیگر، یعنی دوازدهم اردیبهشت، روز «معلم» است؛ روز همه معلمان، معلمان دبستان، معلمان دوره متوسطه، استادان دانشگاه و خلاصه همه کسانی که معلم هستند و به دیگران چیزی یاد می‌دهند.

روز ۱۲م اردیبهشت که می‌شود، من حس غریبی دارم. از اینکه معلم هستم، به خود می‌بالم و از اینکه این همه «دختر» دارم، کیف می‌کنم. خیلی از آن‌ها الان دیگر خودشان معلم شده‌اند. بعضی از آن‌ها دیگر «دوست» من هستند و کلی با هم حرف‌های مشترک داریم که در هر دیدار، ردوبدل کنیم. ولی روز «معلم» که می‌شود، از همه‌شان انتظار دارم. من به همان نقش معلمی می‌روم و دوست دارم آن‌ها هم در نقش «دانش آموزی» قرار گیرند، نه در نقش «دوست» یا «آشنا». آخر این روز، روز من است. اکنون که دارم این سطرها را می‌نویسم و به این حس خودم اعتراف می‌کنم، به این فکر می‌کردم که اگر من در روز ۱۲م اردیبهشت انتظار «تبریک» و «گل» و «کارت» دارم، پس چرا روز سیزدهم آبان به دانش آموزانم گل و کارت نمی‌دهم و چرا به همه آن‌ها تبریک نمی‌گوییم؟ به همه آن‌هایی که خوب بودنشان موجب شده است، من سال‌ها معلم بمانم و معلمی کنم و به معلم بودنم افتخار کنم.

روزتان مبارک دانش آموزهای عزیز من  
سر دبیر





## بخش دوم

## راه من، راه تو

## هر دو یا هیچ کدام؟

● محدثه رجایی

کلیدواژه‌ها: بازی‌های شانس، احتمال،  
بازی گلوله‌ها

در قسمت قبل دیدیم که آقای احمدی از دانش‌آموزانش خواسته بود به سؤال زیر پاسخ دهند و قرار شده بود که بحث کلاسی دربارهٔ راه‌حل‌های متفاوت در جلسهٔ بعدی درس انجام شود:

شما اسیر یک قبیلهٔ آدم‌خوار شده‌اید و آن‌ها مجبور تان کرده‌اند در امتحانی چهارگزینه‌ای با چهل سؤال شرکت کنید. این امتحان به زبان بومیان قبیله طراحی شده است و شما معنای هیچ‌یک از کلمات را نمی‌دانید! هر چه تعداد پرسش‌هایی که جواب آن‌ها را درست انتخاب می‌کنید بیشتر باشد، مجازات کمتری در انتظار شماست. چه می‌کنید؟

**امید و ایمان** در راه خانه دربارهٔ راه‌حل خودشان با هم صحبت کرده بودند. آن‌ها فهمیده بودند که هر راهی برای پر کردن پاسخ‌نامه انتخاب کنند، باز هم ممکن است تعداد جواب‌های درستشان صفر باشد. سؤال امید و ایمان در انتهای بحثشان این بود که: «ویژگی یک راه خوب برای پر کردن پاسخ‌نامه چیست؟» آن‌ها می‌خواستند بدانند چطور باید فهمید که یک راه خاص راه خوبی هست یا نه. در نهایت، قرار شده بود که امید از خواهر بزرگ‌ترش که با بازی‌های شانس آشنایی داشت، کمک بگیرد، بلکه آن‌ها بتوانند دربارهٔ وضعیت‌های وابسته به شانس بهتر فکر کنند. روز بعد، ایمان و امید از هر فرصت مناسبی استفاده کردند تا به مسئله آقای احمدی فکر کنند. حالا ادامهٔ ماجرا را بخوانید:

## پیش از برنامهٔ صبحگاه

امید که کمی زودتر به مدرسه آمده بود، ایمان را در حیاط پیدا کرد. کیسه‌ای را که در دست داشت به ایمان نشان داد و گفت: «ایمان، وقتی فکرهایمان دربارهٔ مسئلهٔ آقای احمدی را برای خواهرم گفتم، این کیسه را به من داد و پیشنهاد کرد که به یک بازی شانس فکر کنیم. در این کیسه دو گلولهٔ سیاه و سه گلولهٔ سفید وجود دارد. بازی هم به این شکل است: هر بار یکی از ما یک جفت گلوله از کیسه درمی‌آورد. اگر گلوله‌هایی که خارج می‌شوند هم‌رنگ باشند، یکی از ما یک امتیاز می‌گیرد و اگر یکی سیاه و دیگری سفید باشد، نفر دیگر یک امتیاز می‌گیرد. خواهرم گفت سعی کنیم کشف کنیم که دوست داریم در این بازی کی امتیاز بگیریم؛ اگر گلوله‌ها هم‌رنگ بودند یا اگر رنگشان متفاوت بود.» ایمان پرسید: «یعنی شانس در آوردن گلوله‌های هم‌رنگ با در آوردن گلوله‌های ناهم‌رنگ برابر نیست؟ چه طور بفهمیم کدام یک شانس بیشتری دارد؟» امید جواب داد: «تمی‌دانم! شاید هم خواهرم خواسته است بفهمیم که شانس برنده شدن هردومان برابر است و فرقی نمی‌کند کی امتیاز بگیریم! اما یک راه ساده برای فهمیدن هست! بیا امتحان کنیم. چند بار تو گلوله در بیاور و چند بار هم من تا ببینم چه اتفاقی می‌افتد.» ایمان دستش را در کیسه کرد و بدون اینکه به داخل آن نگاه کند، دو تا از گلوله‌ها را درآورد. هر دو سیاه بودند. بعد نوبت امید بود که دو گلولهٔ سفید از کیسه بیرون آورد. هر دو دفعه گلوله‌ها هم‌رنگ بودند! امید و ایمان نگاهی به هم کردند و بحثشان به این صورت ادامه پیدا کرد: **ایمان:** درست است که هر دو بار گلوله‌ها هم‌رنگ از آب درآمدند، ولی فکر می‌کنم هنوز اطلاعاتمان خیلی کم است! بالاخره شانس است دیگر!





هر عدد چند بار آمده بود. در آخر دیدیم که تعداد اعداد متفاوت فرق چندانی با هم ندارد. برای همین هم فکر می‌کنم شانس آمدن اعداد متفاوت با هم برابر است.

**ایمان:** قبول داری که حتی با تاس سالم هم ممکن است که پانصد بار یا حتی هزار بار تاس بریزی و حتی یک بار هم شش نیاوری؟

**امید:** خب بالاخره ممکن است این اتفاق بیفتد، ولی فکر می‌کنم چنین چیزی خیلی کم پیش می‌آید.

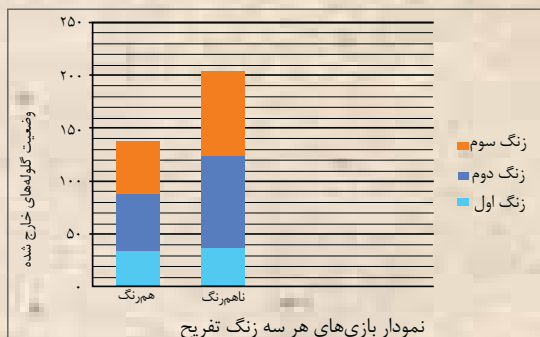
**ایمان:** موافقی برای جواب دادن به سؤالی که خواهرت پرسیده است، درآوردن گلوله از کیسه را چند بار تکرار کنیم تا ببینیم چه می‌شود؟ به نظرم اگر این کار را بارها و بارها انجام دهیم، می‌توانیم انتظار داشته باشیم حالتی که شانس بیشتری دارد، بیشتر اتفاق بیفتد.

**امید:** یعنی اگر شانس درآمدن گلوله‌های هم‌رنگ بیشتر باشد، ما هم بیشتر گلوله‌های هم‌رنگ خارج می‌کنیم و اگر شانس درآمدن گلوله‌های ناهم‌رنگ بیشتر باشد، ما هم در آزمایشمان بیشتر وقت‌ها یک گلوله سفید و یک گلوله سیاه از کیسه درمی‌آوریم.



### زنگ‌های تفریح

ایمان و امید می‌خواستند در زنگ‌های تفریح تا جایی که می‌توانند بازی کنند. آن‌ها نتیجه هر بار درآوردن گلوله از کیسه را یادداشت می‌کردند. زنگ تفریح اول، در مجموع هفتاد بار گلوله از کیسه خارج کردند که ۳۴ جفت آن‌ها هم‌رنگ بود و ۳۶ جفت آن ناهم‌رنگ. قرار شد که در زنگ تفریح‌های بعدی فقط یک نفر گلوله خارج کند و نفر دیگر نتایج را بنویسد تا سرعتشان بالا برود. نتیجه زنگ تفریح دوم ۵۷ جفت هم‌رنگ و ۸۸ جفت ناهم‌رنگ بود و نتیجه زنگ تفریح سوم ۴۸ جفت هم‌رنگ و ۸۲ جفت ناهم‌رنگ.



سعی کنید از روی نمودار بالا و بدون استفاده از اعداد بالا بگویید:

**امید:** مثل بازی با تاس. بعضی وقت‌ها پیش می‌آید که وقتی بازی با تاس را شروع می‌کنیم، چند بار پشت سر هم مثلاً شش بیاید. ولی این دلیل نمی‌شود که فکر کنیم شانس آمدن شش بیشتر از بقیه است. برعکس، اعداد متفاوت روی تاس هم‌شانس هستند.

**ایمان:** چرا این‌طور فکر می‌کنی؟

**امید:** البته منظورم این است که اگر تاس سالم باشد، شانس همه عددها با هم برابر است. به نظرم اگر تاس سالم باشد، همان‌قدر که ممکن است شش رو قرار بگیرد، یک هم می‌تواند رو قرار بگیرد، دو، سه، چهار و پنج هم همین‌طور! تازه من یک‌بار هم این مسئله را برای خودم آزمایش کرده‌ام!

**ایمان:** چه‌طور؟

**امید:** می‌دانی ایمان؟! یک‌بار با خواهرم یک بازی شانس کردیم که آوردن شش در آن امتیاز مثبت داشت. خواهرم خیلی بیشتر از من شش می‌آورد. من فکر می‌کردم که تاس سالم است و برای همین به خودم شک کرده بودم! فکر می‌کردم شاید من کلاً آدم بدشانسی هستم یا اینکه تاس را بد پرتاب می‌کنم! بعد از بازی تاس را چندین بار برای خودم پرتاب کردم.

**ایمان:** خب؟!

**امید:** حدود پانصد بار این کار را کردم و روی کاغذ نوشتم که از



مسیر پیدا کردن جواب سؤال معلمشان را چگونه ادامه دهند:  
**ایمان:** حالا چه کار کنیم؟

**امید:** من هم راهنما و هم نتیجه‌ای را که به دست آوردیم، برای خواهرم توضیح می‌دهم تا ببینم که چه قدر درست عمل کرده‌ایم.

**ایمان:** ممنون! الان دو سؤال وجود دارد که می‌توانیم به آن‌ها فکر کنیم: یکی اینکه راه دیگری برای جواب دادن به سؤال خواهرت وجود دارد یا نه. دومی هم اینکه ارتباط بازی گلوله‌ها با پیدا کردن راه خوب برای پر کردن پاسخ‌نامه چیست. هر چه باشد خواهرت بازی گلوله‌ها را برای جواب دادن به مسئله پاسخ‌نامه پیشنهاد کرده بود دیگر!

**امید:** پس هنوز راه درازی در پیش داریم! فکر کنم کاری که می‌کنیم شبیه کار دانشمندا باشد! منظورم این است که ما یک پرسش اصلی داریم که پیدا کردن راه خوب برای پر کردن پاسخ‌نامه‌ای است که سؤال‌هایش را نمی‌فهمیم. برای جواب دادن به این سؤال چند پرسش ساده‌تر مطرح می‌کنیم و ابتدا به آن‌ها جواب می‌دهیم. بعد، از این جواب‌ها استفاده می‌کنیم تا به جواب سؤال اصلی نزدیک شویم!

**ایمان:** من که این کار را خیلی دوست دارم! اینکه تلاش کنیم تا گام به گام

جواب یک سؤال را پیدا کنیم!

**امید:** من دیروز در مورد

سؤال اول کمی فکر

کردم، ولی به جوابی

نرسیدم. حرف‌های

صبحان درباره تاس

سالم را یادداشت هست؟

بدون اینکه تاس را

بارها پرتاب کنیم هم

می‌دانیم که وقتی یک

بار تاس می‌ریزیم، شش

اتفاق متفاوت ممکن است

رخ دهد: یک بیاید، دو

۱. نتیجه پرتاب‌های زنگ تفریح اول و دوم روی هم تقریباً چه بوده است؟

۲. نسبت تعداد دفعاتی که در زنگ تفریح اول گلوله‌های هم‌رنگ خارج شده‌اند، به تعداد بازی‌هایی که در آن زنگ انجام شده‌اند، چه قدر است؟

۳. آیا این نسبت برای زنگ‌های تفریح متفاوت یکسان بوده است؟

## زنگ ناها

وقت آن بود که بچه‌ها کارهایشان را جمع‌بندی کنند. آن‌ها در مجموع ۳۴۵ بار بازی کرده بودند. ۱۳۹ بار آن، گلوله‌ها هم‌رنگ و ۲۰۶ بار آن، گلوله‌ها ناهم‌رنگ بودند. پس تعداد دفعاتی که گلوله‌های ناهم‌رنگ بیرون آمده بودند، بیشتر بود. به نظر می‌رسید در این بازی شانس بیرون آوردن گلوله‌های ناهم‌رنگ بیشتر است. برای همین هم امید و ایمان هر دو می‌خواستند وقتی امتیاز بگیرند که گلوله‌ها ناهم‌رنگ هستند. امید گفت: «این نتیجه برعکس نتیجه دو دفعه‌ای است که صبح در حیاط بازی کردیم!»

ایمان جواب داد: «بله ولی هنوز هم باید

حواسمان باشد. حتی وقتی بازی را

بارها و بارها تکرار می‌کنیم،

باز هم ممکن است به

جواب درست نرسیم.

مثلاً ممکن بود

در تمام دفعاتی

که گلوله خارج

کردیم، گلوله‌ها

هم‌رنگ باشند.

البته تعداد

تکرارهایمان

به نسبت زیاد

بوده است. برای

همین فکر می‌کنم

می‌توانیم با اطمینان

زیادی بگوییم که شانس

بیرون آوردن گلوله‌های

ناهم‌رنگ در این بازی بیشتر

است!»

و امید ادامه داد: «اما نمی‌توانیم

صد در صد مطمئن باشیم.»

حالا ببینیم که آن‌ها می‌خواستند







**امید:** به نظرم کلید باید تغییر کند. چون ما نمی‌خواهیم روشی داشته باشیم که فقط با یک کلید خاص امتیاز بالایی می‌آورد. من می‌خواهم روشی پیدا کنم که اگر یک بار دیگر هم اسیر قبیله آدم‌خوار شدم، بتوانم نجات پیدا کنم!

**ایمان:** موافقم! ولی این طوری که کار خیلی سخت می‌شود! هر دفعه ابتدا باید چهل بار تاس ریخته شود تا کلید امتحان مشخص شود. بعد هم یک پاسخ‌نامه پر کنیم و تعداد جواب‌های درست را بشماریم!

**امید:** نمی‌دانم آقای احمدی چه‌طور می‌خواهد این همه کار را انجام دهد تا روش خوب را به ما معرفی کند!

باز هم بچه‌ها به خانه امید رسیده بودند و

باید خداحافظی می‌کردند. امید

با شیطنت به ایمان گفت:

«راستش را بگو ایمان!

تو دیروز هم چیزهایی

می‌گفتی که به

تکرار کردن ربط

داشت! همان

موقع هم شک

داشتم که شاید

جواب را می‌دانی!

از اول هم

می‌دانستی معنی

روش خوب چیست؟»

ایمان خندید و گفت:

«نه، نمی‌دانستم. اما در چند

شماره<sup>۱</sup> از مجله برهان ریاضی

چیزهایی درباره شانس و احتمال خوانده

بودم که به این مسائل مربوط بود. دیروز فقط به‌خاطر ارتباطی

که حس می‌کردم، از تکرار کردن حرف زدم. صحبت‌های

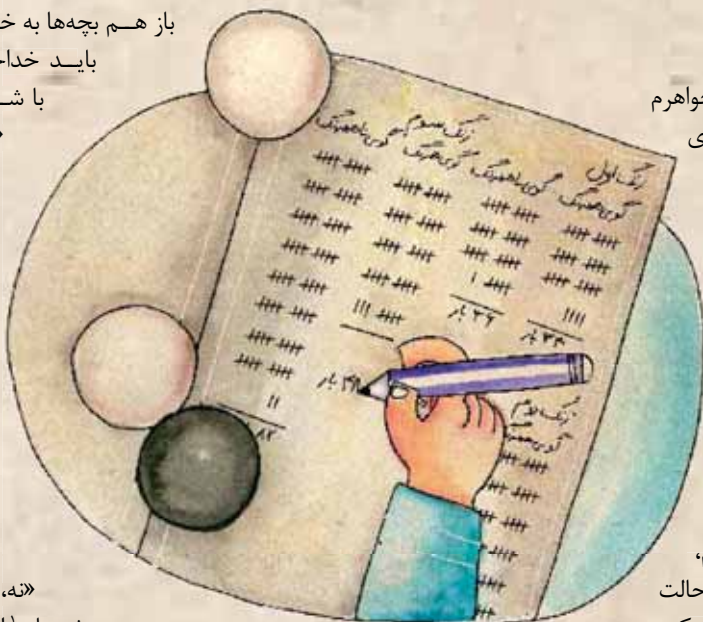
امروزمان باعث شد مطالبی که قبلاً خوانده بودم را هم بهتر

بفهمم.»

#### پی‌نوشت‌ها

۱. شما هم اگر دوست دارید درباره شانس و احتمال بیشتر بدانید، می‌توانید نگاهی به شماره‌های ۶۷، ۶۸، ۶۹ و ۷۰ برهان ریاضی دوره متوسطه اول بیندازید. از طریق وب‌گاه مجلات رشد می‌توانید به این شماره‌ها دسترسی داشته باشید.

۲. از خانم مونا آزادکیا برای همکاری در نوشتن این مطلب، سپاسگزاریم.



بیاید، سه بیاید و... اگر تاس سالم باشد، این حالت‌ها هم‌شانس هستند. یعنی چون تاس خیلی متقارن است، هیچ دلیلی وجود ندارد که بگوییم یکی از این شش حالت با بقیه فرق دارد. در بازی گلوله‌ها هم وقتی دو گلوله خارج می‌کنیم، اتفاق‌های متفاوتی می‌تواند پیش بیاید. فکر می‌کنم خوب است همه این اتفاق‌ها را مشخص کنیم. بعد ببینیم تعداد اتفاق‌های مربوط به درآمدن گلوله‌های هم‌رنگ بیشتر است یا اتفاق‌های مربوط به درآمدن گلوله‌های ناهم‌رنگ.

**ایمان:** چه ایده خوبی! من هم به این مسئله فکر می‌کنم. اما مسئله آقای احمدی را باید زودتر حل کنیم.

#### در راه خانه

**امید:** به نظر تو چرا خواهرم

فکر کردن به بازی

گلوله‌ها را به ما

پیشنهاد کرده

است؟

**ایمان:** کاری

که امروز کردیم

چه بود؟ یک

بازی شانس

داشتیم و

نمی‌دانستیم برای

اینکه در آن، نتیجه

بهتری به‌دست بیاوریم،

باید کدام‌یک از دو حالت

امتیاز گرفتن را انتخاب کنیم.

**امید:** و برای اینکه بفهمیم راه خوب

چیست، دفعات زیادی بازی را تکرار کردیم. بعد، آن وضعیتی

که بیشتر پیش آمده بود را به‌عنوان راه خوب انتخاب کردیم.

**ایمان:** پر کردن پاسخ‌نامه هم شبیه یک بازی شانس است. هم

جای جواب‌های درست با ریختن تاس معلوم شده است و هم

اینکه ما اصلاً از سؤال‌ها سر در نمی‌آوریم.

**امید:** پس روش خوب روشی است که باعث می‌شود، اگر

دفعات زیادی در آزمون قبیله آدم‌خوار شرکت کنیم، در کل

امتیاز زیادی بگیریم. یعنی راه دیگری نباشد که از روش ما

بیشتر امتیاز بگیرد.

**ایمان:** به نظرم جواب خوبی برای آقای احمدی پیدا کرده‌ایم!

فقط یک سؤال دارم. هر بار که ما می‌خواهیم پاسخ‌نامه را پر

کنیم، قبیله باید یک کلید جدید طراحی کند؟ یا ابتدای کار

یک کلید توسط ریاضی‌دان قبیله طراحی می‌شود و هر بار

که ما پاسخ‌نامه را پر می‌کنیم، با همان کلید تعداد جواب‌های

درست ما معلوم می‌شود؟

هر دو لحظاتی فکر کردند و بعد بحثشان را ادامه دادند:



## ماجرای دوم ماجرای پویا و عمو تراختنبرگ

● سید امیر حسین بنی جمالی

نوشتید. یعنی ۶، ۲ و ۸ قرمز رنگی که نوشته‌اید، در واقع دوبرابر ۳، ۱ و ۴ هستند. بعد هم که ۸۲۶ را با ۴۱۳۰ جمع کردید و دوباره همان ۶ و ۲ و ۸ را در حاصل جمع قرمز نوشتید. ولی نمی‌فهمم منظورتان از این قرمز نوشتن‌ها چیست... همین‌طور که پویا داشت فکر می‌کرد عمو تراختنبرگ گفت: «خب حالا می‌خواهم روش ضرب سریع یک عدد در ۱۲ را برایت توضیح بدهم. شاید آن وقت متوجه منظور من از این طرز نوشتن  $۱۲ \times ۴۱۳$  بشوی.»

و ادامه داد: «برای شروع بیا همین عدد ۴۱۳ را با این روش در ۱۲ ضرب کنیم. این روش را می‌توان در یک جمله توضیح داد: هر رقم را دو برابر کن و با رقم سمت راستش جمع کن. در آخر هم آخرین رقم سمت چپ را در جواب بنویس. از رقم ۳ شروع می‌کنیم آن را دوبرابر می‌کنیم که می‌شود ۶ و چون در سمت راستش رقمی ندارد، همان ۶ را در جواب می‌نویسیم.»

$$\begin{array}{r} ۴۱۳ \\ \times ۱۲ \\ \hline ۶ \end{array}$$

بعد نوبت به رقم ۱ می‌رسد. آن را دوبرابر می‌کنیم که می‌شود ۲ و با رقم سمت راستش جمع می‌کنیم که می‌شود:  $۲+۳=۵$ .



امروز پویا لحظه‌شماری می‌کرد تا زودتر مدرسه تمام شود. قرار بود بعد از مدرسه به خانه عمویش برود تا یک روش دیگر برای انجام محاسبات سریع از او یاد بگیرد. بالاخره زنگ خورد و پویا با عجله وسایلش را جمع کرد و به سمت خانه عمویش راه افتاد. وقتی به خانه عمو رسید و بعد از سلام و احوال‌پرسی، به پیشنهاد عمو تراختنبرگ قرار شد یک فنجان چای بخورند تا کمی خستگی پویا در برود و بعد از آن بروند سراغ روش جدیدی که قرار بود پویا یاد بگیرد.

**عمو تراختنبرگ:** خب، امروز قرار است روش سریعی برای ضرب اعداد در ۱۲ یادگیری. فقط قبل از آن بیا یک عدد را با همان روش ضرب معمولی در ۱۲ ضرب کنیم:

$$\begin{array}{r} ۴۱۳ \\ \times ۱۲ \\ \hline ۸۲۶ \\ + ۴۱۳۰ \\ \hline ۴۹۵۶ \end{array}$$

$\swarrow$  ۴    $\swarrow$  ۸+۱    $\swarrow$  ۲+۳    $\swarrow$  ۶

حتماً می‌دانی که سروکله این صفر در کنار ۴۱۳ در سطر چهارم در این روش از کجا پیدا شده است؟  
**پویا:** خب  $۱۲ \times ۴۱۳$  یعنی حاصل جمع ۱۲ تا عدد ۴۱۳ که در این روش ضرب کردن اول حاصل جمع ۲ تا ۴۱۳ را به‌دست می‌آوریم که می‌شود ۸۲۶ و سپس ۱۰ تایی دیگر را با هم جمع می‌کنیم که می‌شود:  $۱۰ \times ۴۱۳ = ۴۱۳۰$  و در آخر هم باید آن ۸۲۶ را با این ۴۱۳۰ جمع کنیم.

**عمو تراختنبرگ:** درست است. در واقع اول ۲ را در ۴۱۳ ضرب می‌کنیم و سپس ۱ را. ولی یکی را که داریم ضرب می‌کنیم، ارزشش دهگان است. پس باید حواسمان باشد که در اصل داریم ۱۰ را ضرب می‌کنیم و به‌خاطر همین آن صفر را می‌گذاریم. حالا با دقت کردن به طرز نوشتن من برای این ضرب متوجه چه مطلبی می‌شوی؟

**پویا:** خب، وقتی ۴۱۳ را در ۲ ضرب کردید، حاصل را با قرمز





بعد هم نوبت رقم ۳ است که دو برابر و با رقم سمت راستش جمع شود:  $3 \times 2 + 8 = 14$

و بعد به رقم بعدی، یعنی ۱ می‌رسیم. دو برابر آن را با رقم سمت راستش جمع می‌کنیم:  $1 \times 2 + 4 = 6$

$$\begin{array}{r} 41324 \\ \times \quad 12 \\ \hline 5888 \end{array}$$

و بعد رقم ۴ را دو برابر می‌کنم و با رقم سمت راستش جمع می‌کنم:  $2 \times 4 + 1 = 9$

$$\begin{array}{r} 41324 \\ \times \quad 12 \\ \hline 95888 \end{array}$$

و در پایان هم آخرین رقم سمت چپ عدد، یعنی ۴ را در جواب می‌نویسم:

$$\begin{array}{r} 41324 \\ \times \quad 12 \\ \hline 495888 \end{array}$$

پویا جوابش را با ماشین حساب امتحان کرد و مطمئن شد که حاصل را به درستی به دست آورده است.

همین‌طور که پویا خوش‌حال بود که روش دیگری برای محاسبه سریع یاد گرفته است، عمو تراختنبرگ با لیخندی که بر لب داشت گفت: «این بار حاصل ضرب  $63247 \times 12$  ضربدر ۱۲ را به دست بیاور.»

پویا همین که مشغول به کار شد دلیل لبخند عمو تراختنبرگ را فهمید. او توضیح داد: «خب، الان من باید از سمت راست شروع کنم.

اولین رقم را دو برابر می‌کنم و با رقم سمت راستش جمع می‌کنم که چون رقم سمت راست ندارد، باید همان حاصل به دست آمده را در جواب بنویسم. ولی وقتی اولین رقم یعنی ۷ را دو برابر می‌کنم، حاصل ۱۴ می‌شود و نمی‌دانم باید چه کار کنم! یعنی باید ۱۴ را در جواب بنویسم؟» عمو تراختنبرگ در جواب گفت: «خب بیا یک‌بار دیگر با همان روش قدیمی  $63247 \times 12$  را در ۱۲ ضرب کنیم تا ببینیم آن روش وقتی ۷ را در ۲ ضرب می‌کردیم، و حاصل ۱۴ می‌شد چه می‌کردیم!»

$$\begin{array}{r} 413 \\ \times 12 \\ \hline 56 \end{array}$$

بعد از آن رقم ۴ را دو برابر می‌کنیم که ۸ می‌شود و با رقم سمت راستش یعنی ۱ جمع می‌کنیم که حاصل  $8 + 1 = 9$  می‌شود.

$$\begin{array}{r} 413 \\ \times 12 \\ \hline 956 \end{array}$$

در پایان هم رقم آخر، یعنی ۴ را هم در جواب می‌نویسیم. پس حاصل  $413 \times 12$  برابر با ۴۹۵۶ خواهد شد.

**پویا:** الان فهمیدم چرا  $413 \times 12$  را آن‌طور نوشتید. حالا یک ضرب بگویید تا من انجام بدهم.

**عمو تراختنبرگ:** حالا که خوب روش و دلیل درستی آن را فهمیدی، عدد  $41324$  را در ۱۲ ضرب کن.

**پویا:** خب، باید هر رقم را دو برابر کنم و با رقم سمت راستش جمع کنم. در انتها هم آخرین رقم سمت چپ را در جواب بنویسم.

از رقم ۴ شروع می‌کنم. آن را در ۲ ضرب می‌کنم، ولی چون رقم سمت راست ندارد، همان را در جواب می‌نویسم:  $4 \times 2 = 8$

$$\begin{array}{r} 41324 \\ \times \quad 12 \\ \hline 8 \end{array}$$

بعد نوبت رقم ۲ است که دو برابر شود و با رقم سمت راستش یعنی ۴ جمع شود:  $2 \times 2 + 4 = 8$

$$\begin{array}{r} 41324 \\ \times \quad 12 \\ \hline 888 \end{array}$$





همین مراحل را برای رقم بعدی یعنی ۳ هم انجام می‌دهیم:  
 $2 \times 3 + 2 = 8$

$$\begin{array}{r} 63247 \\ \times \quad 12 \\ \hline 8964 \end{array}$$

و رقم بعدی، یعنی ۶:  $2 \times 6 + 3 = 15$   
پس ۵ را در جواب می‌نویسیم و دهگان آن را برای مرحله بعد نگه می‌داریم.

$$\begin{array}{r} 63247 \\ \times \quad 12 \\ \hline 58964 \end{array}$$

و در انتها باید رقم آخر را در جواب بنویسیم. ولی این بار رقم آخر با دهگانی که از مرحله قبل مانده است باید جمع شود که می‌شود ۷:

$$\begin{array}{r} 63247 \\ \times \quad 12 \\ \hline 758964 \end{array}$$

یعنی حاصل همان عددی است که از روش معمولی ضرب به‌دست آوردیم.

عمو تراختنبرگ که دیگر مطمئن شده بود پویا این روش و دلایل آن را کامل یاد گرفته است، گفت: «خب این هم از روش ضرب سریع اعداد در ۱۲ حالا می‌توانی به خانه‌تان بروی و به تکالیف مدرسه‌ات بررسی.»

پویا وسایلش را جمع کرد و بعد از خداحافظی همین‌طور که داشت فکر می‌کرد آیا این روش را برای ضرب اعداد دیگری می‌توان به کار برد، به سمت خانه به راه افتاد.



$$\begin{array}{r} 63247 \\ \times \quad 12 \\ \hline + 126494 \\ \hline 632470 \\ 758964 \end{array}$$

و ادامه داد: «خب حالا که ضرب را انجام داده‌ام، آیا می‌توانی بگویی چه اتفاقی برای ۱۴ افتاد؟»

پویا کمی به ضرب انجام شده نگاه کرد و بعد گفت: «خب ۴ را نوشتیم و دهگان آن را به دو برابر رقم بعدی یعنی  $4 \times 2$  منتقل کردیم که حاصل در نهایت ۹ شد. پس در روش ضرب کردن سریع هم باید دهگان ۱۴ را به دو برابر رقم بعدی آن انتقال بدهیم.»

و سپس دوباره مشغول به کار شد تا  $63247$  را با روش سریعی که یاد گرفته بود در ۱۲ ضرب کند. «خب ابتدا رقم اول یعنی ۷ را دو برابر می‌کنیم که می‌شود ۱۴ و چون رقم سمت راست ندارد، همان را در جواب می‌نویسیم. ولی فقط یکان را می‌نویسیم و دهگان را نگه می‌داریم تا به دو برابر رقم بعدی اضافه کنیم.

$$\begin{array}{r} 63247 \\ \times \quad 12 \\ \hline 64 \end{array}$$

حالا به سراغ رقم بعدی یعنی ۴ می‌رویم. دو برابرش می‌کنیم و با رقم سمت راستش جمع می‌کنیم و بعد دهگانی را که از مرحله قبل مانده بود، به آن اضافه می‌کنیم:  $2 \times 4 + 1 = 9$

$$\begin{array}{r} 63247 \\ \times \quad 12 \\ \hline 64 \end{array}$$

و این بار هم مثل روش معمولی ضرب، ۶ را در جواب می‌نویسیم و دهگانش را برای جمع دو برابر رقم بعدی با رقم سمت راستش نگه می‌داریم. حالا نوبت رقم بعدی یعنی ۲ است که دو برابرش می‌کنیم، با رقم سمت راستش جمع می‌کنیم و بعد دهگانی را که از مرحله قبل مانده است، به آن اضافه می‌کنیم:  $2 \times 2 + 6 = 10$

$$\begin{array}{r} 63247 \\ \times \quad 12 \\ \hline 964 \end{array}$$





## یک مسئله، چند راه حل! کدام راه حل درست است؟



● نازنین حسن نیا

دانش آموزان راه حل های مختلفی برای حل این مسئله پیشنهاد کرده اند. در ادامه ببینید:

### روش ۱

آن ها که گلرخ را نمی شناسند:  $21 - 10 = 11$

آن که روزان را نمی شناسند:  $21 - 13 = 8$

آن ها که گلرخ یا روزان را نمی شناسند:  $11 + 8 = 19$

### روش ۲

آن ها که گلرخ یا روزان را می شناسند:

$$10 + 13 = 23$$

آن ها که هیچ کدام را نمی شناسند:

$$23 - 21 = 2$$

### روش ۳

آن ها که گلرخ یا روزان را می شناسند:

$$10 + 13 = 23$$

$$23 > 21$$

پس همه مهمانان حتماً لااقل یکی از روزان یا گلرخ را می شناسند پس جواب، صفر است.

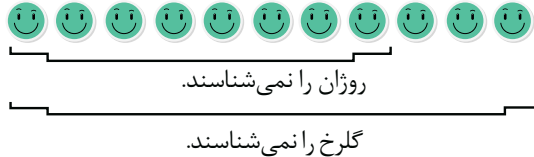
آن ها که هم روزان را می شناسند و هم گلرخ را:

$$23 - 21 = 2$$

سیمما دانش آموز پایه نهم است که می خواهد برای مراسم تولدش، همه دوستانش را که ۲۱ نفر هستند، دعوت کند. گلرخ و روزان از دوستان خیلی خوب سیمما هستند. یک روز قبل از تولد، این دو نفر فهرست نام مهمانان سیمما را دیدند. گلرخ گفت ۱۰ نفر از مهمان ها را می شناسد و روزان ۱۳ نفر را می شناخت. حالا سیمما به این فکر می کند که آیا در مهمانی اش، فردی هست که نه روزان او را بشناسد و نه گلرخ؟ اگر شما به جای سیمما بودید، چه جوابی داشتید؟ راه حلتان را اینجا بنویسید.



در هر کلاس ریاضی، روش‌های بسیاری برای حل این مسئله پیشنهاد می‌شود. اما همان‌طور که می‌بینید، جواب‌ها با هم فرق می‌کنند. کدام راه‌حل درست و کدام جواب، جواب درست مسئله است؟ برای اینکه از درستی یک راه‌حل مطمئن شویم، باید بفهمیم که هر جمع و تفریق دقیقاً به چه دلیل انجام شده است و جواب آن دقیقاً چه چیزی را نشان می‌دهد. مثلاً در روش ۱، آیا واقعاً  $11+8$  تعداد افرادی را نشان می‌دهد که گلرخ یا روزان را نمی‌شناسند؟ یا ممکن است همان ۸ نفری که روزان را نمی‌شناسند، گلرخ را هم نشناسند. در این صورت ۳ نفر هستند که گلرخ را نمی‌شناسند، اما روزان را می‌شناسند.



به این ترتیب بقیه افراد، یعنی ۱۱-۲۱ نفر، روزان و گلرخ را می‌شناسند. (چرا؟) و کلاً ۱۱ نفر هستند که گلرخ یا روزان را نمی‌شناسند. در این حالت جواب روش ۱ یعنی  $11+8$  غلط است. اگر تا اینجا کار را فهمیده‌اید، سعی کنید اشکال روش‌های ۲ و ۳ را هم بیابید. روش خودتان را هم واکاوی کنید، یعنی آن‌قدر بگردید تا اشتباهی در آن بیابید یا استدلالی پیدا کنید که نشان دهد، روش شما درست است. و اما روشی برای حل مسئله:



۱۳ نفر دوست روزان

سیمما دانش‌آموز پایه نهم است که می‌خواهد برای مراسم تولدش، همه دوستانش را که ۲۱ نفر هستند، دعوت کند.



۸ نفر که دوست روزان نیستند

چون ۸ نفر دیگری که دوست روزان نیستند، کمتر از ۱۰ نفری هستند که دوست گلرخ‌اند، می‌توان نتیجه گرفت که روزان و گلرخ حداقل دو دوست مشترک دارند. اما دقیقاً چند دوست مشترک؟ شکل‌های بعدی را ببینید.



۱۰ نفر دوست گلرخ

۱۳ نفر دوست روزان

۰ نفر با هیچ‌کدام دوست نیست



۱۰ نفر دوست گلرخ

۱۳ نفر دوست روزان

۱ نفر با هیچ‌کدام دوست نیست



۱۰ نفر دوست گلرخ

۱۳ نفر دوست روزان

۲ نفر با هیچ‌کدام دوست نیست



۱۰ نفر دوست گلرخ

۱۳ نفر دوست روزان

۸ نفر با هیچ‌کدام دوست نیست

به نظر می‌رسد این مسئله چند حالت ممکن دارد: در این مهمانی حداقل ۰ و حداکثر ۸ نفر هستند که روزان و گلرخ آن‌ها را نمی‌شناسند. این عدد وابسته به آن است که روزان و گلرخ دقیقاً چند دوست مشترک داشته باشند. (آن‌ها حداقل ۲ دوست مشترک و حداکثر ۱۰ دوست مشترک دارند).

**توضیح:** این مسئله جواب دقیق دارد. جواب دقیق آن همین توضیحی است که در آخر داده‌ایم.

**یادآوری:** در این روش، بعد از رسم یک یا دو شکل می‌توان از متغیرها کمک گرفت و برای رسیدن به جواب از معادله استفاده کرد (چه‌طوری؟) شما این راه‌حل جدید را بنویسید.





آمنه ابراهیم زاده  
طاری  
بهزاد اسلامی  
مسلم

بازی هایی برای کلاس درس



«هپ اعداد اول» یک بازی گروهی است که بهتر است سه نفر یا بیشتر بازیکن داشته باشد. برای اینکه راحت تر قوانین بازی را بگوییم، اول یک بازی بی مزه و بعد یک بازی نسبتاً بامزه را شرح می دهیم!

**بازی شمارش (بی مزه!)** در این بازی چند نفر در یک صف می ایستند. نفر اول می گوید: «۱»، نفر بعد می گوید: «۲»، نفر بعدی: «۳» و همین طور ادامه می دهند تا وقتی که به آخر صف برسند. حالا دوباره نوبت نفر اول صف می شود و عدد بعدی را می گوید. بازی به همین شکل ادامه می یابد. هر کس در نوبتش عدد اشتباهی بگوید یا کمی مکث کند، از بازی خارج می شود و نفر بعدی اش دوباره بازی را از ۱ شروع می کند. برنده بازی کسی است که تا آخر باقی بماند. حالا بازی نسبتاً بامزه تر: **بازی هپ ۵** در این بازی هم چند نفر در یک صف می ایستند. قوانین این بازی، همان قوانین بازی شمارش است، فقط با یک تفاوت: اگر نوبت یک نفر به یک عدد مضرب ۵ رسید، به جای آن عدد، باید بگوید «هپ»! شکل زیر نشان دهنده ابتدای بازی هپ ۵ است:



بازی این طور ادامه می یابد:

در این بازی هم اگر کسی در نوبتش عدد اشتباه بگوید یا به جای «هپ» یک عدد بگوید یا حتی مکث کند، از بازی خارج می شود. آخر سر هم کسی برنده می شود که هیچ اشتباهی نکرده باشد.

باز هم می توانیم بازی را کمی جالب تر کنیم. مثلاً می توانیم به جای هپ ۵، برویم سراغ هپ عددهای دیگر؛ مثلاً هپ ۷، هپ ۹ ... (یعنی در مضرب های ۷ «هپ» بگوییم یا در مضرب های ۹ یا عددی دیگر). اما جالب تر می شود اگر به جای این ها، برویم سراغ هپ اعداد اول!

**بازی هپ اعداد اول** قوانین این بازی کاملاً شبیه قوانین هپ ۵ است، به جز اینکه در این بازی به جای اعداد اول می گوییم: «هپ»، نه به جای مضرب های ۵. پس بازی هپ اعداد اول به این شکل شروع می شود:

۱، هپ، ۴، هپ، ۶، هپ، ۸، ۹، هپ، ۱۰، هپ، ۱۲، هپ، ۱۴، ۱۵، هپ، ۱۶، هپ، ...

البته برای این بازی، باید عددهای اول تا ۱۰۰ را حفظ باشید:

۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳، ۱۷، ۱۹، ۲۳، ۲۹، ۳۱، ۳۷، ۴۱، ۴۳، ۴۷، ۵۳، ۵۹، ۶۱، ۶۷، ۷۱، ۷۳، ۷۹، ۸۳، ۸۹، ۹۷.



### مسائل

در بازی هپ اعداد اول، تا وقتی هیچ کس اشتباهی نکرده، ممکن است یک یا چند نفر هیچ وقت لازم نباشد «هپ» بگویند. بعضی افراد هم ممکن است فقط یک بار «هپ» بگویند و بعد دیگر به آن‌ها هیچ عدد اولی نرسد. این موضوع به تعداد بازیکنان مربوط می‌شود. در هر یک از بازی‌های زیر، آیا کسانی هستند که هیچ وقت لازم نمی‌شود «هپ» بگویند؟ اگر بله، چه کسانی؟ ضمناً بگویید چه کسانی فقط یک بار هپ می‌گویند. (در هر بازی، نفر سمت راست عدد ۱ را می‌گوید و بازی به سمت چپ ادامه می‌یابد).

بازی ۱:



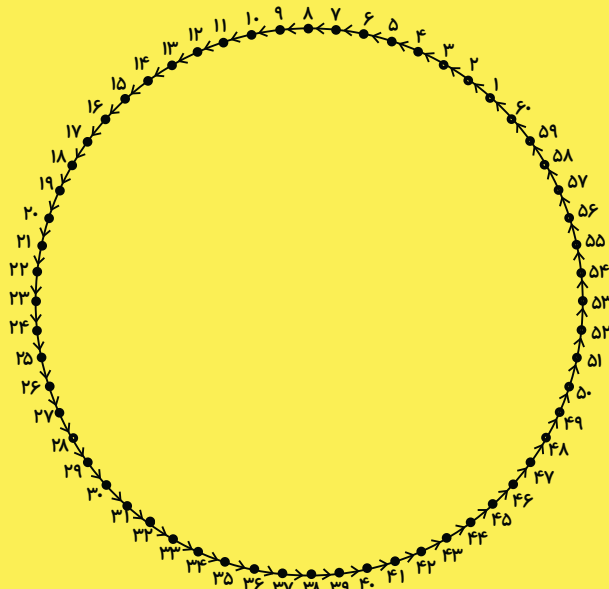
بازی ۲:



بازی ۳:



بازی ۴:



۶۰ نفر با شماره‌های ۱ تا ۶۰ می‌خواهند هپ اعداد اول بازی کنند. آن‌ها دور یک دایره ایستاده‌اند. جهت بازی روی شکل مقابل مشخص شده است. بازی را شماره ۱ آغاز می‌کند. در این بازی هم، بعضی افراد لازم نیست هیچ وقت «هپ» بگویند. بگویید چه کسانی. آن‌هایی را هم که فقط یک بار «هپ» می‌گویند، مشخص کنید.



# ببازی، حذف می‌شی!!!

جعفر اسدی گرمارودی  
حسین غفاری

**کلیدواژه‌ها:** مسابقات ورزشی، جام حذفی، الگوسازی،

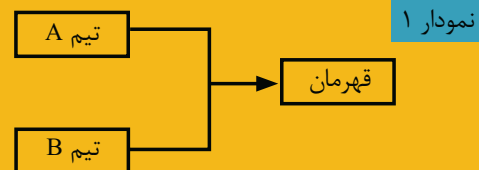
جدول نظام‌دار

در بعضی از رشته‌های ورزشی مثل تنیس و تنیس روی میز، مسابقات معمولاً به صورت حذفی برگزار می‌شوند. اما امروزه، به این دلیل که مسابقات ورزشی نه تنها به عنوان سرگرمی بلکه به عنوان یک صنعت و تجارت مطرح‌اند، در ورزش‌های پرتعداد و کنار بازی‌های لیگ، مسابقات دیگری نیز طراحی می‌شوند تا علاقه‌مندان بتوانند بازی‌های بیشتری را تماشا کنند. جام حذفی یکی از این جام‌هاست که گستردگی لیگ را ندارد، ولی می‌تواند برای مشتاقان ورزش جذاب باشد.

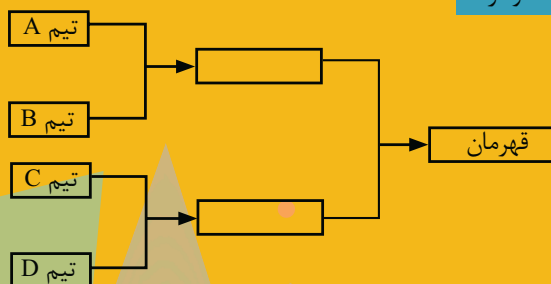
## جام حذفی چگونه برگزار می‌شود؟

جام حذفی یک دوره مسابقه است که در آن همه ورزشکاران و یا تیم‌ها با هم مسابقه نمی‌دهند، بلکه طبق یک جدول از قبل طراحی شده به رقابت می‌پردازند. در هر مرحله، تیم و یا ورزشکار برنده به مرحله بعدی صعود می‌کند و تیم و یا ورزشکار بازنده از مسابقات حذف می‌شود. در واقع، هر تیم یا ورزشکار فقط با یک باخت از گردونه مسابقات حذف می‌شود و این حذف شدن‌ها تا جایی پیش می‌رود که فقط یک تیم و یا یک ورزشکار بماند و او قهرمان جام است. به همین خاطر، این جام را جام حذفی یا جام تک‌حذفی می‌نامند.

قهرمان جام حذفی یک تیم بیشتر نیست، بنابراین الگویی برای انجام مسابقات باید برقرار باشد تا در نهایت به یک تیم قهرمان ختم شود. اگر قرار است قهرمان با حداقل یک مسابقه مشخص شود، در این جام، دو تیم بیشتر نباید حضور داشته باشند که با برگزاری یک مسابقه که به مسابقه نهایی (فینال) معروف است، برنده معلوم خواهد شد. به نمودار ۱ دقت کنید.



نمودار ۲



مرحله نیمه‌نهایی

مرحله نهایی

با توجه به نمودار ۱، اگر تعداد تیم‌ها بیشتر شود، این دو تیم در یک مرحله قبل‌تر، هر یک با شکست حریفان خود به مسابقه نهایی راه یافته‌اند. به مرحله قبل از نهایی (فینال)، مرحله نیمه نهایی می‌گویند. واضح است که در این مرحله، چهار تیم حضور خواهند داشت که تعداد تیم‌ها نسبت به مرحله نهایی دوبرابر خواهد بود (نمودار ۲).



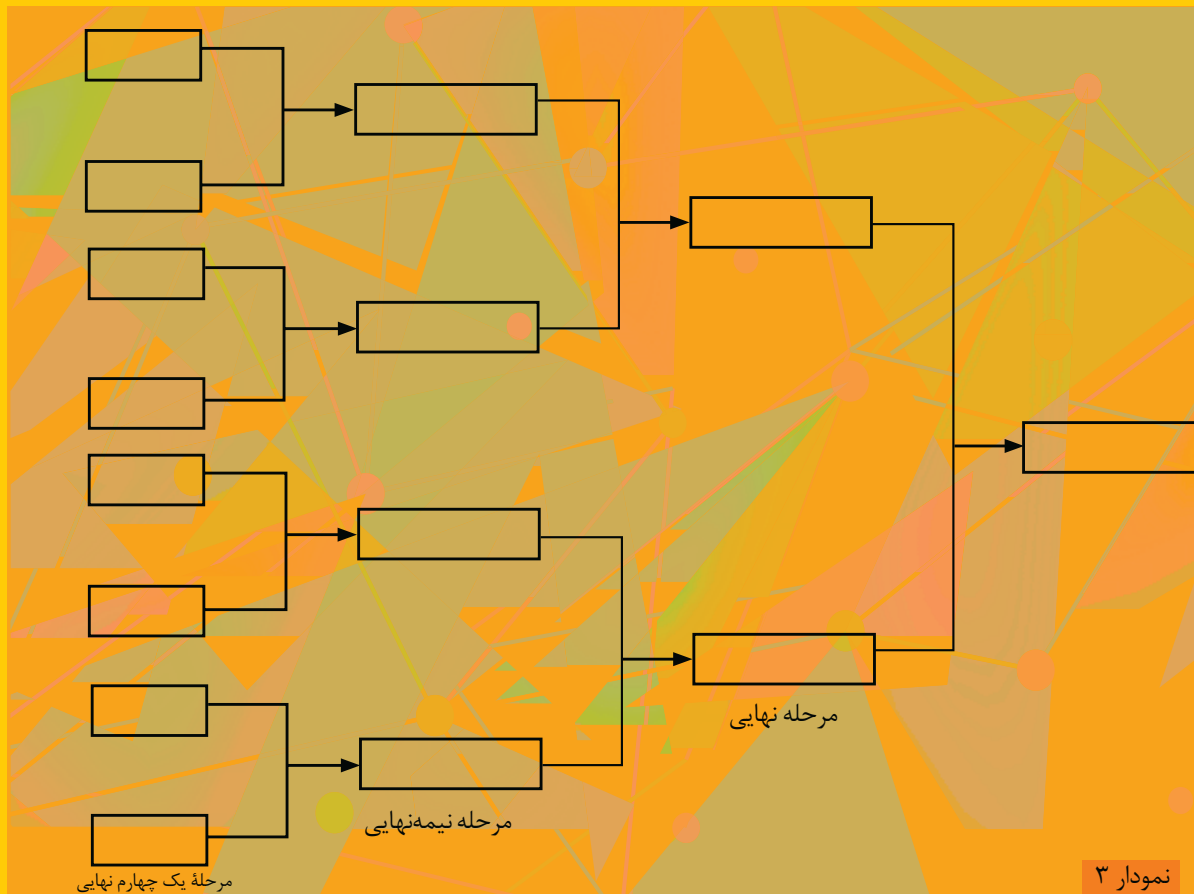
نوشاد عالمیان/المپیک لندن/۲۰۱۲

اگر قرار باشد جام با تعداد تیم‌های بیشتری نسبت به چهار تیم برگزار شود، نیاز است یک مرحله دیگر به دو مرحله قبلی اضافه شود. به این مرحله، مرحله یک‌چهارم نهایی می‌گویند که در آن هشت تیم حضور دارند که با انجام مسابقه به صورت دو به دو، چهار تیم حذف می‌شوند و چهار تیم به مرحله نیمه‌نهایی صعود خواهند کرد (نمودار ۳ را ببینید).

جدول ۱. تعداد مسابقات در جامی با حضور ۳۲ تیم

نام مرحله	یک شانزدهم	یک هشتم	یک چهارم	نیمه‌نهایی	فینال
تعداد تیم‌های حاضر در هر مرحله	۳۲	۱۶	۸	۴	۲
تعداد مسابقات در هر مرحله	۱۶	۸	۴	۲	۱





با توجه به نمودارها، با افزایش هر مرحله تعداد تیم‌ها دوبرابر خواهد شد. یعنی تعداد تیم‌های شرکت‌کننده در هر مرحله توانی از ۲ خواهند بود. حالا می‌توان جدول ۱ را آماده کرد تا با توجه به تعداد تیم‌های حاضر در جام حذفی، تعداد مسابقات و تعداد مراحل را برنامه‌ریزی کرد. همان‌طور که در جدول ۱ می‌بینید، اگر در جام حذفی ۳۲ تیم حضور داشته باشند، مسابقات از مرحله یک‌شانزدهم آغاز می‌شوند و تعداد بازی‌های  $(16+8+4+2+1=31)$  ۳۱ مسابقه خواهد بود. در واقع، اگر به تعداد تیم‌ها و تعداد مسابقات برگزار شده توجه کنیم، این الگوی جالب مشاهده می‌شود که تعداد مسابقات یکی کمتر از تعداد تیم‌ها خواهد بود. نمودار ۴ نحوه برگزاری جام حذفی ایران در فصل ۹۳-۱۳۹۲ را نشان می‌دهد که تیم تراکتورسازی تبریز قهرمان فصل شد. همان‌طور که از نمودار ۴ پیداست، در بازی‌های حذفی، قرعه و شانس اهمیت بالایی دارد. مثلاً تیم مس کرمان که به فینال رسیده، تا قبل از مرحله نیمه‌نهایی بازی‌های نسبتاً آسانی برگزار کرده و یا یک برد جدی برابر استقلال، به فینال رسیده است. این تیم در فینال برابر تراکتورسازی بازی را واگذار کرد و چه بسا اگر در مراحل قبلی به تراکتورسازی برخورد کرده بود، به فینال نمی‌رسید.

در مسابقاتی مثل تنیس و تنیس روی میز که غالباً به صورت یک حذفی برگزار می‌شوند، برای اینکه قرعه و شانس نقش کمتری داشته باشد، برنامه‌ریزی بازی‌ها را طبق رتبه‌های کشوری یا جهانی ورزشکاران انجام می‌دهند تا ورزشکاران برتر در همان مراحل ابتدایی با یکدیگر روبه‌رو نشوند. نکته شایان توجه دیگر این است که در هر مرحله از جام حذفی، تعداد تیم‌ها توانی از ۲ است. سؤالی که اینجا به ذهن می‌رسد آن است که: اگر تعداد تیم‌ها توانی از ۲ نباشد و مثلاً ۲۲ تیم حضور داشته باشند، برنامه‌ریزی چگونه باید انجام شود؟ تلاش کنید پاسخ این سؤال را خودتان بیابید.





نمودار ۴





# ماجرای راد... و... اعداد منفی

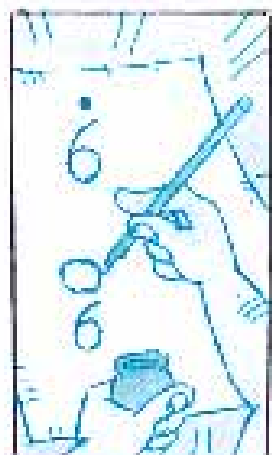
حسام سبحانی طهرانی

تصویرگر: سعید رزاقی





۱۳۳۱	۱	۳	۱۱
۶۰۹۹	۳	۱	۱۱۱
۷۰۴	۲		۱۱۱
۶۲۷	۱	=	۲







خوارزمی در ۸۰۰ سال پس از میلاد (۱۲۰۰ سال پیش) در کتاب «جبر و مقابله» در پاسخ به مسئله زیر فقط جواب مثبت را در نظر گرفت: کدام عدد است که چون ثلث آن را با یک و همچنین ربع آن را با یک جمع کنیم و دو حاصل جمع را در هم ضرب کنیم، برابر ۲۰ شود؟ خوارزمی جواب را ۱۲ دانست و اصلاً اشاره‌ای به جواب بیهوده ۱۹ نکرد.

شک ندارم از همین خاله‌هایی بوده که هندی‌ها توی فیلم‌ها روی صورتشان می‌گذارند. حالا این آقا روی اعداد گذاشته که خوشگل‌تر شوند!



هه! به سال و ماه نیست. به معروف بودن است که واضح است خوارزمی خیلی معروف‌تر است.



اما تقریباً ۱۵۰ سال پس از خوارزمی دیگر ریاضی‌دان مشهور ایرانی به اسم ابوالوفا محمد بوزجانی، در رساله «آنچه کاتبان و بازرگانان از علم حساب باید بدانند»، از کلمه وام (بدهی) برای اعداد منفی استفاده کرد.

هه! چه‌ها جالبه بدونید، تقریباً ۱۰۰ سال بعد از همین آقای دکارت، ریاضی‌دانی به اسم ماسرس در انگلستان گفت: چیزی به نام اعداد منفی وجود ندارد.



بالاخره نفهمیدیم سال مهم‌تره یا معروف بودن!



سال‌ها بعد در اروپا، ابتدا در قرن ۱۳ میلادی فیوناچی جواب‌های منفی در مسائل مالی را پذیرفته دانست و سپس در قرن ۱۶ کاردانو، ریاضی‌دان مشهور ایتالیایی، مطالعاتی روی جواب‌های منفی معادله انجام داد، قوانین آن را مشخص کرد و ریشه منفی معادلات را پذیرفت. ... و یک قرن بعد، دکارت، فیلسوف و ریاضی‌دان مشهور فرانسوی، از اعداد منفی در دستگاه مختصات استفاده کرد.





همین کتاب تهیه شده است. در همین صفحه شما یکی از این جدول‌ها را حل خواهید کرد.

به‌طور کلی ارزش کتاب «حسابداری برای بچه‌های حسابی» را می‌توان در چند نکته خلاصه کرد:

۱. ایجاد تفکر کسب‌وکار یا اندیشه اعتقادی در شما که برای آینده‌تان خیلی لازم است؛

۲. آشنایی مقدماتی با فن حسابداری؛

۳. یادگیری اینکه چگونه می‌توان یک موضوع علمی مشکل را به‌صورت داستان درآورد و فهمیدن آن موضوع را ساده کرد. حال جدول زیر را که از صفحه ۱۹ کتاب انتخاب کرده‌ایم، حل کنید. پس از حل کردن، می‌توانید پاسخ‌های صحیح را در پایین همین صفحه مجله ببینید.

### خودآزمایی: جدول کلمات متقاطع

افقی:

۱. آنچه شما با پول خودتان به‌دست آورده‌اید و بابت آن، قرض (بدهی) ندارید.

۲. حسابداری زبان ..... است.

۳. دارایی همیشه با بدهی + سرمایه، ..... است.

۴. کل اموالی است که هر شخص دارد.

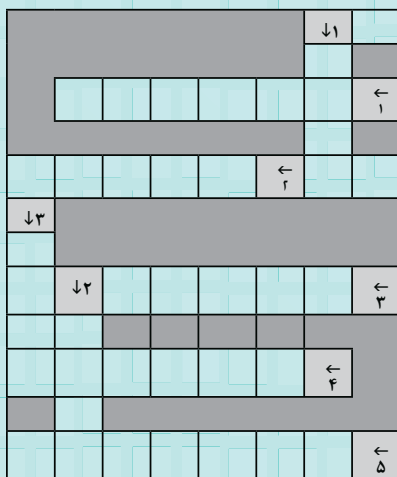
۵. حساب ابزاری است برای نگهداری و نشان دادن .... یک فرد یا یک سازمان بر حسب واحد پولی رایج یک کشور.

عمودی:

۱. حسابداری یعنی داشتن .....

۲. واحد محاسبه اعداد و ارقام در حسابداری کشورمان همگی بر حسب ..... است.

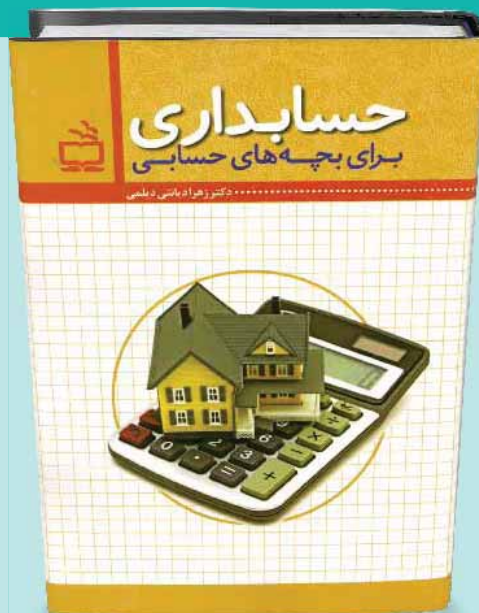
۳. مقدار پولی است که فرد برای خرید یک دارایی از دیگران قرض گرفته و باید به آن‌ها برگرداند.



پاسخ‌های افقی: ۱. سود، ۲. حساب، ۳. دارایی، ۴. کل اموال، ۵. حساب

پاسخ‌های عمودی: ۱. داشتن، ۲. ریال، ۳. بدهی، ۴. ریاضی، ۵. قرض

پاسخ‌های کلمات متقاطع: ۱. سود، ۲. حساب، ۳. دارایی، ۴. کل اموال، ۵. حساب



\*حسابداری برای بچه‌های حسابی

\*نویسنده: دکتر زهرا دیانتي

\*انتشارات مدرسه، ۱۳۹۳، ۹۶ صفحه،

\*قیمت: ۱۰۰۰۰ تومان

دانش‌آموزان عزیز! لابد شما می‌دانید که در جهان امروز ریاضیات زبان علوم پایه و فناوری است. علاوه بر این، ریاضیات در خدمت علوم مثل پزشکی، بهداشت، علوم اجتماعی، جغرافیا، معماری و بسیاری از علوم و فنون دیگر نیز قرار دارد. البته بسیار پیش‌تر از امروز، یعنی در قرون قدیم، ریاضی بیش از هر چیز زبان حساب و کتاب و امور مالی بود و هنوز هم هست، ولی در چند قرن اخیر ریاضی‌دانان، علم ریاضی را به جایی رساندند که با ریاضیات قدیم قابل مقایسه نیست.

و اما کتاب **حسابداری برای بچه‌های حسابی**، کتابی است که می‌خواهد شما را به مقدمات استفاده از علم ریاضی در امور مالی و در واقع با «علم اقتصاد» آشنا سازد. ببینیم چگونه!

۱. در پنج بخش این کتاب شما با چند مطلب مهم آشنا می‌شوید: زبان حسابداری، شیوه عمل حسابداری، مفهوم درآمد، هزینه و سود، حساب تی، و بالاخره آشنایی با سود و زیان.

۲. با واژگان و مفاهیمی آشنا می‌شوید که شاید تاکنون آشنا نبوده‌اید؛ مثل دارایی، بدهی، سرمایه، تسویه حساب، ترازنامه، هزینه، سود ویژه و سود ناویژه.

۳. مطالب هر بخش به‌صورت داستان بیان شده تا شما که خواننده کتاب هستید، سختی ریاضی را - اگر واقعاً سخت باشد - با شیرینی داستان بر خود آسان سازید.

۴. کتاب دو ضمیمه دارد: یکی سؤال‌های متنوع تشریحی، تمرینی و چهار جوابی، که در پایان هر بخش قرار دارد، و دیگری چند جدول کلمات متقاطع که شما برای حل کردن آن‌ها باید کتاب را خوانده باشید؛ زیرا جدول با کلمات مخصوصی در



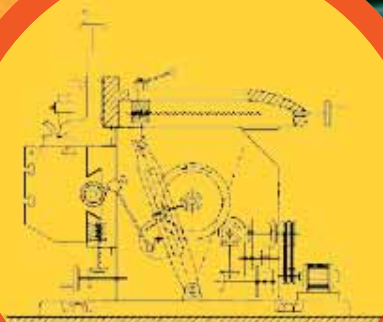
حسین غفاری

# حرکت بازگشت سریع

**کلیدواژه‌ها:** ماشین صفحه تراش، حرکت خطی، حرکت رفت و برگشتی، بازگشت سریع  
شکل‌های زیر یک دستگاه (ماشین) صفحه تراش و اجزای تشکیل دهنده آن را نشان می‌دهند. از این دستگاه برای تراشیدن، شکل دادن و صاف کردن سطح قطعه‌های فلزی استفاده می‌شود.



شکل ۱



شکل ۲

حرکت  
این دستگاه

به صورت رفت

و برگشت است. در

واقع، هنگام حرکت به جلو

قطعه فلزی تراشیده می‌شود و هنگام

برگشت، دستگاه با قطعه تماسی ندارد. در نتیجه لازم است که

حرکت رو به جلو آهسته‌تر و با فشار بیشتری به قطعه فلزی انجام

شود و حرکت رو به عقب - به این دلیل که دستگاه با قطعه فلزی

تماسی ندارد - باید سریع‌تر انجام شود تا زمان کمتری تلف شود. دیده می‌شود

که در این حرکت رفت و برگشتی، مرحله رفت کندتر از برگشت است و به همین

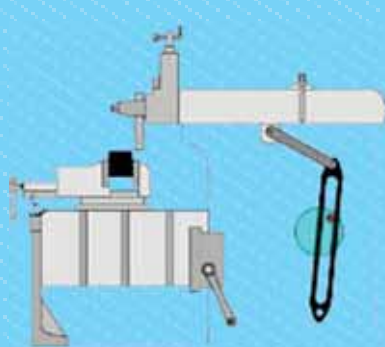
دلیل، به این نوع حرکت، «بازگشت سریع» می‌گویند.

می‌دانیم که نیروی محرکه دستگاه، یک موتور الکتریکی است که حرکتی چرخشی و با سرعت ثابت دارد. پس باید

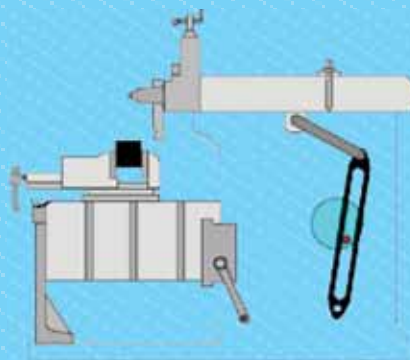
روش پی‌دا کنیم که حرکت چرخشی را به حرکت رفت و برگشتی تبدیل کنیم. در مقاله‌ای به نام «تبدیل حرکت

دایره‌ای به حرکت خطی» تعدادی از روش‌های تبدیل حرکت چرخشی به حرکت خطی بررسی شد.

همان‌طور که بیان شد، در دستگاه تراش علاوه بر اینکه حرکت رفت و برگشتی لازم است، باید حرکت مرحله برگشت سریع‌تر از حرکت مرحله رفت باشد. شکل‌های ۳ و ۴ نمای ساده‌ای از دستگاه و چرخ دایره‌ای و میله متصل به آن را نشان می‌دهد.



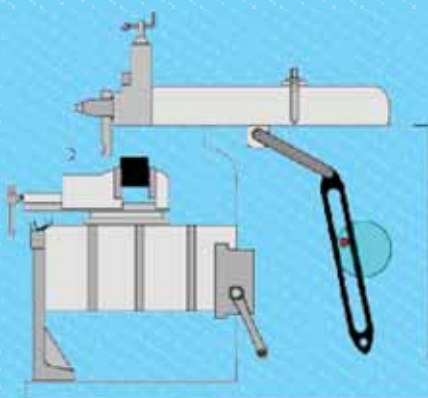
شکل ۴



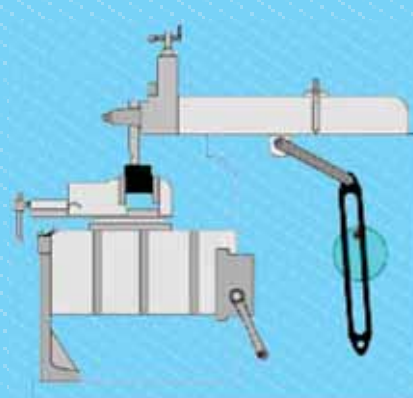
شکل ۳

اگر به اجزای تشکیل‌دهنده دستگاه دقت شود (شکل‌های ۲ و ۳)، یک چرخ دایره‌ای که توسط موتور الکتریکی با سرعت ثابت می‌چرخد؛ و یک میله با شیار در وسط آن دیده می‌شود که یک طرف آن به نقطه‌ای ثابت پیچ شده است. روی چرخ زائده‌ای وجود دارد که داخل شیار میله قرار می‌گیرد و باعث حرکت آن می‌شود. انتهای دیگر میله، حرکت رفت و برگشتی مورد نظر را ایجاد می‌کند.

اگر یک دور کامل حرکت چرخ بررسی شود و شکل ۳ را به عنوان اولین مرحله در نظر بگیریم، رفته‌رفته بخش بالایی دستگاه (قسمت تراش‌دهنده)، به سمت راست حرکت می‌کند و قطعه فلزی را می‌تراشد.

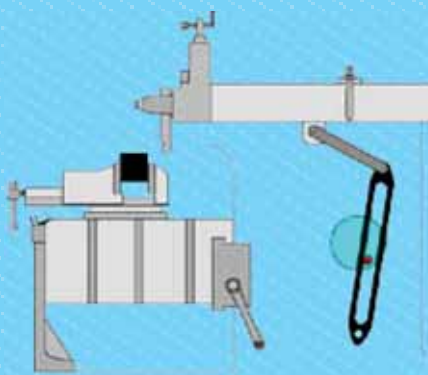


شکل ۶

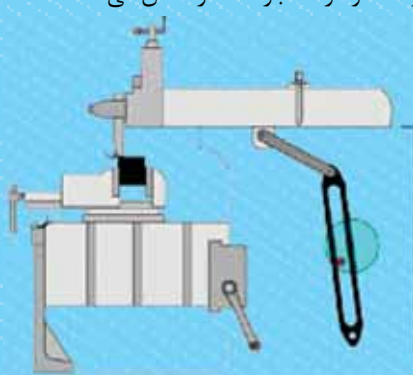


شکل ۵

در شکل ۶، قطعه فلزی تراشیده شده و بخش بالایی دستگاه به آخر مرحله «رفت» رسیده است. پس از این مرحله و با ادامه حرکت چرخ، قسمت تراش‌دهنده شروع به حرکت به سمت چپ می‌کند و مرحله «بازگشت» آغاز می‌شود. شکل‌های ۷ و ۸ و چگونگی حرکت در مرحله بازگشت را نشان می‌دهند.



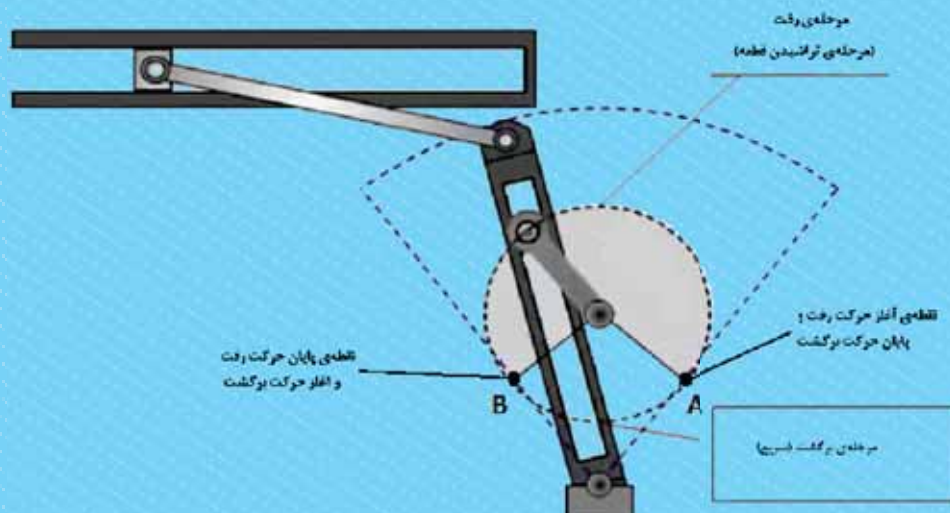
شکل ۸



شکل ۷

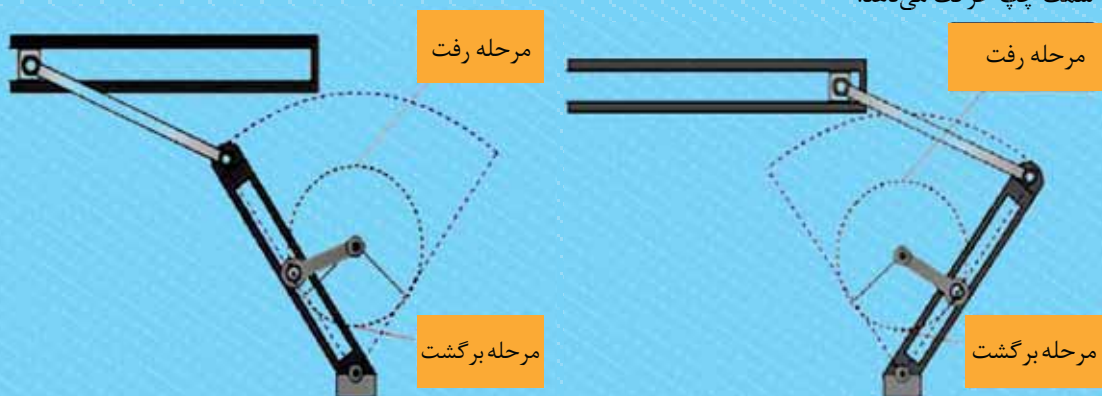


حال این سؤال مطرح می‌شود که چرا حرکت در مرحله برگشت سریع‌تر اتفاق می‌افتد. شکل ۹ را که فقط چرخ و میله متصل به آن را نشان می‌دهد، در نظر بگیرید. دقت کنید که آغاز و پایان حرکت رفت و برگشت چه موقعی اتفاق می‌افتد.



شکل ۹

وقتی چرخ حرکتش را آغاز می‌کند، زائده آن و در نتیجه میله در نقطه A قرار دارد (شکل ۱۰). با حرکت چرخ، زائده و میله به سمت چپ حرکت می‌کنند تا به نقطه B برسند (شکل ۱۱). ناحیه‌ای از دایره که رنگ شده است، جایی است که حرکت رفت اتفاق می‌افتد. با ادامه حرکت چرخ، زائده از نقطه B به سمت نقطه A حرکت می‌کند و میله و در نتیجه قسمت بالایی دستگاه را به سمت چپ حرکت می‌دهد.



شکل ۱۱

شکل ۱۰

در شکل ۹ دیده می‌شود که نقاط A و B دایره را به دو کمان نابرابر تقسیم می‌کنند که کمان بزرگ‌تر مسیر رفت و کمان کوچک‌تر مسیر برگشت را تشکیل می‌دهد. از آنجا که سرعت حرکت موتور الکتریکی و در نتیجه سرعت حرکت چرخ ثابت است، حرکت در مسیر رفت، به زمان بیشتری نسبت به حرکت در مسیر برگشت نیاز دارد. به نظر می‌رسد که اکنون دلیل بازگشت سریع قسمت بالایی دستگاه معلوم شده باشد، این‌طور نیست؟

پی‌نوشت

۱. مجله رشد برهان متوسطه اول، شماره ۷۵، مهر ۱۳۹۴.





# دوز

## اعداد صحیح

محدثه کشاورز

### وسایل بازی

برای انجام این بازی به یک صفحه بازی به شکل زیر، یک تاس معمولی و یک تاس عجیب نیاز داریم. روی تاس معمولی اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ نوشته شده است و روی دیگری اعداد ۱-، ۲-، ۳-، ۴-، ۵- و ۶-.

تعجب نکنید! ما هم برای انجام این بازی چنین تاسی نداشتیم، اما توانستیم بازی را انجام دهیم. کمی فکر کنید ببینید راه‌حلی به ذهنتان می‌رسد که با تاس‌های معمولی خودمان بازی را انجام دهیم؟ اگر راه‌حلی به ذهنتان نرسید، پایان مطلب را بخوانید، چون در آن سه پیشنهاد برای انجام بازی برایتان داریم.

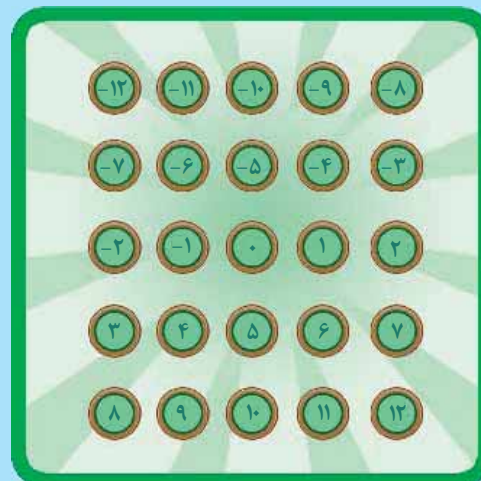
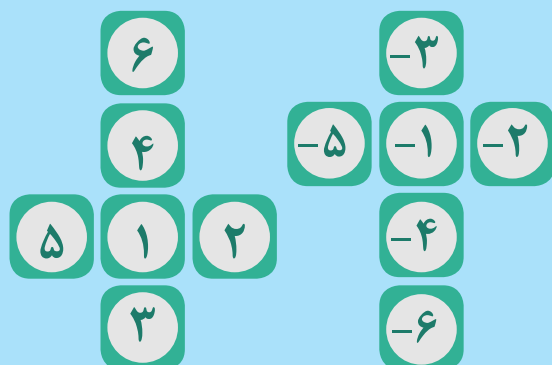
### روش بازی

بازی به این صورت انجام می‌شود که هر بازیکن دو تاس را هم‌زمان پرتاب می‌کند. بعد از معلوم شدن عدد تاس‌ها تصمیم می‌گیرد که می‌خواهد آن‌ها را با هم جمع کند یا آن‌ها را از هم کم کند. بعد از انجام عملیات جمع یا تفریق، یک عدد به‌دست می‌آید که بازیکن آن عدد را از روی جدول خط می‌زند.

مثلاً فرض کنید یک نفر در نوبتش دو تاس را انداخته است. یکی از تاس‌ها، ۳- و تاس دیگر ۵ آمده است. پس مهره‌اش را می‌تواند در یکی از خانه‌های ۲، ۸ و یا ۸- بگذارد. زیرا:

$$-3 + 5 = 2, \quad -3 - 5 = -8, \quad 5 - (-3) = 8$$

می‌توانید با گسترده‌های زیر تاس بسازید:





## ● برنده بازی

برنده بازی کسی است که زودتر از طرف مقابل بتواند سه خانه افقی، عمودی یا مورب را خط بزند.

- حواستان باشد، دو بازیکن برای خط زدن خانه‌ها از رنگ‌های متفاوتی استفاده کنند تا خانه‌هایی که خط زده‌اند، از هم قابل تشخیص باشند.
- خانه‌ای را که یکبار خط زده شده است، نمی‌توان دوباره خط زد.
- اگر بازیکنی در یک دور نتواند هیچ خانه جدیدی را خط بزند، نوبتش از بین می‌رود و نفر بعد باید تاس بیندازد.



برای درست کردن این تاس‌ها ما برای شما سه پیشنهاد داریم:

- اول اینکه می‌توانید با استفاده از برنامه «excel» تاسی طراحی کنید که عددهای موردنظر شما را داشته باشد. در واقع excel می‌تواند از بین شش عدد معلوم شده توسط شما، هر بار به تصادف یک عدد را انتخاب کند. (در شماره‌های ۶۰ تا ۶۲ رشد متوسطه (۱)، مقاله‌هایی در مورد کمک گرفتن از نرم‌افزار excel برای شبیه‌سازی ریاضی نوشته شده است. اگر به این روش علاقه داشتید، پیشنهاد می‌کنیم حتماً این مقاله‌ها را بخوانید. برای دسترسی به این مقاله‌ها، به وبسایت مجلات رشد مراجعه کنید.)
- دوم اینکه می‌توانید دو تاس معمولی با رنگ‌های متفاوت تهیه کنید. فرض کنید رنگ سفید و رنگ آبی. بعد با خودتان قرار بگذارید که در تاس سفید عددها منفی و در تاس آبی عددها مثبت باشند. در این صورت می‌توانید با هر بار پرتاب تاس، عددهای خواسته شده را داشته باشید.
- به جای استفاده از دو تاس می‌توانید از یک تاس استفاده کنید. هر بازیکن در نوبتش دوبار تاس می‌اندازد. عدد تاس اول را گزینه می‌کند و عدد تاس دوم را تغییری نمی‌دهد. به این ترتیب دو عدد به دست می‌آورد که یکی مثبت و دیگری منفی است.

می‌توانید این بازی را به شکل یک نفره و در مقابل رایانه هم انجام دهید.  
برای این کار کافی است به نشانی <http://nrich.maths.org/5864> مراجعه کنید.



# پازل

## اعداد صحیح

محدثه کشاورز

این بازی یک پازل تک‌نفره است. به صفحه بازی نگاه کنید و قوانین آن را بخوانید.

✓ در دو ستون کناری (ستون‌های خاکستری رنگ) باید از بین اعداد ۱۶- تا ۱۶ (به جز صفر) همه اعداد قرار بگیرند.

✓ اعداد قرار گرفته در ستون‌های خاکستری رنگ نباید تکراری باشند.

✓ اعداد قرار گرفته در ستون‌های سفید رنگ نباید تکراری باشند.

✓ مجموع اعداد هر دو خانه که روبه‌رویشان یک خانه است، در همان خانه روبه‌روی نوشته می‌شود. به نحوه پر شدن خانه‌های جدول در شکل نگاه کنید.

$$(-7) + (-3) = -10$$

-۷	-۱۰
-۳	

$$17 + (-2) = 15$$

۱۷	
۱۵	-۲

								۱۲
۱۵							۱۷	
		۲۲				۱۵		-۵
۷	۱۶							
۱								۲
					-۱۹		-۱۴	
-۴								-۱۲
	۴							
-۱۱							۲	-۲
-۷		-۲۷						
	-۱۰							۱۶
۱۱				-۴۵		۵۱		
							۲۰	۱۴
-۱۵						۲۳		۱۳
	-۲۸							





✓ مجموع چهار خانه مجاور خانه وسط باید مساوی صفر باشد، مانند شکل زیر.

۱۳		-۱۹
-۴۵	۰	۵۱

$$۱۳+(-۴۵)+(-۱۹)+۵۱=۰$$

حالا می‌توانید پازلی را که در ابتدای مطلب آمده بود، حل کنید. در ادامه چند پازل دیگر را برای نمونه آورده‌ایم.

-۱۰	-۲۶							-۱۴
		-۲۸						-۱۴
۶								
								۱۴
۱	۱۲			-۴				
					۲۸			۱۳
						۱۳		۱۶
-۵				۰				
	۲۷					-۳		۳
۱۵								-۱۵
۴								
			۴۶	-۸				۷
۱۰		۲۶			۵			
۸	۷					-۱۶		
								-۴

-۱۳								
								-۱۴
							۶	
	-۲۵							۱۴
-۱۵								
							-۲	۸
۱۳								
-۷								۹
	-۱۰							
۳	۱۴						۱۳	۱۵
		۳۲						
۲								-۴
۵								-۱۶
							-۲	
۱۰	-۱						۷	-۵

هنگام حل کردن پازل شاید چند نکته کمکتان کند:

- می‌توانید یک برگه در کنارتان داشته باشید و اعداد ۱۶- تا ۱۶ را روی آن بنویسید و وقتی این اعداد روی مربع‌های خاکستری نوشته می‌شوند، آن‌ها را خط بزنید تا بدانید برای قرار دادن در مربع‌های خاکستری از چه اعدادی می‌توانید استفاده کنید.
- گاهی در حل پازل به جایی می‌رسید که به‌صورت مستقیم و از روی یک جمع یا تفریق نمی‌تواند عدد یک مربع را تعیین کنید. در این گونه حالت‌ها می‌توانید عددهای متفاوتی را امتحان کنید و از روی حاصل جمع و تفریق اعداد و اینکه در دیگر خانه‌های سفید تکرار شده‌اند یا نه، متوجه درست یا غلط بودن عددی که حدس زده‌اید بشوید. اگر عددی که حدس زده‌اید، باعث بشود در مراحل بعد با جمع و تفریق، عددی را به‌دست آورید که قبلاً در یکی از خانه‌های سفید آمده است، معلوم می‌شود که عددتان را اشتباه حدس زده‌اید و باید حدس دیگری را امتحان کنید.
- تعداد زیادی از این پازل‌ها را می‌توانید روی سایت «[www.balancequest.puzzlebaron.com](http://www.balancequest.puzzlebaron.com)» ببینید و به‌صورت آنلاین و رایگان بازی کنید.

## بخش دوم

## چند ضلعی‌ها و ستاره‌ها

زهرة پندی

کدام ستاره‌ها شبیه به هم هستند؟  
اگر در همین دایره مضرب‌های ۹ را به هم وصل کنیم، شکل  
ایجاد شده شبیه کدام خواهد شد؟  
اگر مضرب‌های ۱۰ را به هم وصل کنیم، چه‌طور؟  
مضرب‌های ۲۰؟  
مضرب‌های ۱۰۰؟

به آدرس زیر مراجعه کنید:

[tube.geogebra.org/student/m57320](http://tube.geogebra.org/student/m57320)

و به کمک نرم‌افزار «جئوجبرا» ستاره بکشید.  
• با حرکت دادن لغزنده  $n$ ، دایره را به  $n$  قسمت مساوی تقسیم  
کنید.  
• جلوی کلمه «skip» هم عددی را وارد کنید که می‌خواهید  
مضرب‌های آن را به ترتیب به هم وصل کنید.

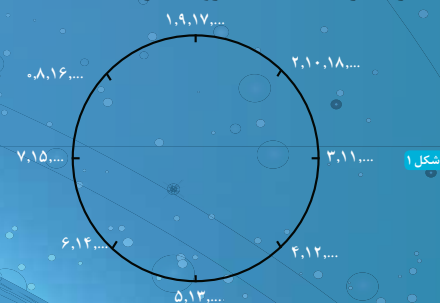
به شکلی که با مضرب‌های ۲ و ۶ ساخته شده است، نگاه کنید!  
یک چهارضلعی منتظم! فکر می‌کنید چرا هیچ‌کدام از رأس‌های  
این شکل روی ۱، ۳، ۵ یا ۷ قرار نگرفته است؟

به شکلی که با مضرب‌های ۴ ساخته شده است، نگاه کنید! چه  
نکته‌ای در این شکل می‌بینید؟  
به شکلی که با مضرب‌های ۸ ساخته شده است، نگاه کنید.  
جالب نیست؟ همه مضرب‌های ۸ در یک نقطه قرار گرفته‌اند!  
همان نقطه شروع!

کلیدواژه‌ها: هندسه، جبر، هنر، زاویه، دایره، مضرب

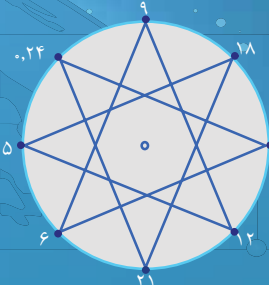
در شماره قبل با طی کردن مراحل زیر ستاره رسم کردیم:

- تقسیم یک دایره به  $n$  قسمت مساوی با کمک نقاله؛
- شماره‌گذاری علامت‌های روی دایره؛



شکل ۱

- انتخاب عددی دلخواه و وصل کردن مضارب آن به هم با  
شروع از صفر

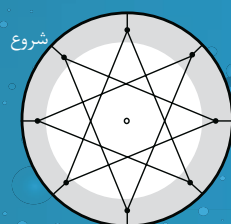


شکل ۲

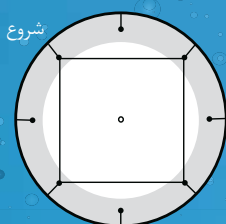
در هر کدام از شکل‌های ۳ تا ۱۰ در صفحه مقابل، دایره به  
هشت قسمت مساوی تقسیم شده است.

هر کدام از دایره‌های ۱۱ تا ۱۳ به شش قسمت مساوی تقسیم شده‌اند. چه شکل‌هایی می‌توان در این دایره‌ها رسم کرد؟  
شماره‌گذاری علامت‌های روی دایره‌ها شکل‌ها را کامل کنید!

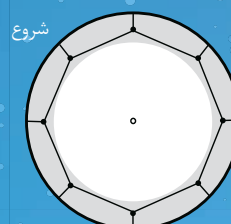
می‌توانید درستی پاسخ‌هایتان را با مراجعه به آدرس روبرو بررسی کنید. [tube.geogebra.org/student/m57320](https://tube.geogebra.org/student/m57320)



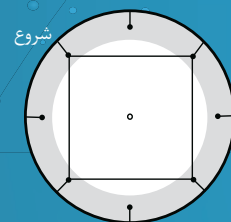
شکل ۵



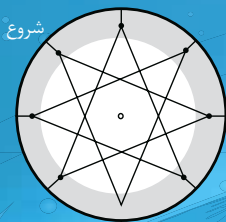
شکل ۴



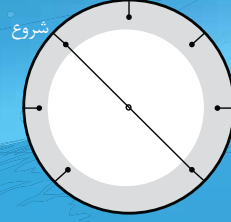
شکل ۳

$$\cdot \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 12 \rightarrow 15 \rightarrow 18 \rightarrow 21 \rightarrow 24 \rightarrow \dots$$
$$\cdot \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 8 \rightarrow 10 \rightarrow 12 \rightarrow 14 \rightarrow 16 \rightarrow \dots$$
$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow \dots$$


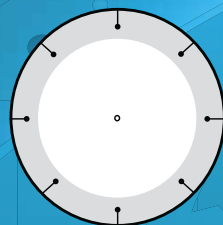
شکل ۸



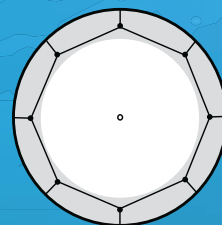
شکل ۷



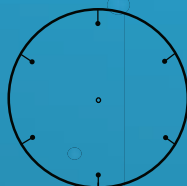
شکل ۶

$$\cdot \rightarrow 6 \rightarrow 12 \rightarrow 18 \rightarrow 24 \rightarrow 30 \rightarrow 36 \rightarrow 42 \rightarrow 48 \rightarrow \dots$$
$$\cdot \rightarrow 5 \rightarrow 1 \cdot \rightarrow 15 \rightarrow 2 \cdot \rightarrow 25 \rightarrow 3 \cdot \rightarrow 35 \rightarrow 4 \cdot \rightarrow \dots$$
$$\rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 12 \rightarrow 16 \rightarrow 20 \rightarrow 24 \rightarrow 28 \rightarrow 32 \rightarrow \dots$$


شکل ۱۰

$$\cdot \rightarrow 1 \rightarrow 16 \rightarrow \dots$$


شکل ۹

$$\cdot \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 21 \rightarrow 28 \rightarrow 35 \rightarrow 42 \rightarrow 49 \rightarrow 56 \rightarrow \dots$$


شکل ۱۳



شکل ۱۲



شکل ۱۱



در این شماره پیشنهاد می‌دهم به سایت زیر مراجعه کنید:

**www.mathnook.com**

در صفحه اصلی این سایت، با انتخاب موضوع درسی می‌توانید وارد بازی‌های مربوط به آن شوید. اگر وارد قسمت «Algebra Games» شوید، می‌توانید به حل معادله بپردازید.

برای مثال، در بازی «Traffic Control Algebra» شما در یک چهارراه قرار دارید. این چهارراه به وسیله دیوار بسته شده است و شما باید با حل معادلات راه‌ها را باز کنید.

یا در بازی «Bike Racing Math Algebra»، شما در یک مسابقه موتورسواری شرکت می‌کنید که با پاسخ صحیح به هر معادله، سرعتتان بیشتر می‌شود.

اگر وارد قسمت «Coordinate Grid Games» شوید، می‌توانید وارد صفحه مختصات شوید. در بازی «Quadrant Commander» شما باید با نوشتن مختصات سفینه‌های مهاجم به آن‌ها شلیک کنید و خودتان را نجات بدهید.

## با عبارت‌های جبری و مختصات بازی کنیم

● زهرا صباغی





تولد شبی

## شعبده‌های ریاضی آقای شبده‌چی

بهزاد اسلامی مسلم، حسام سبحانی طهرانی

### اشاره

در شماره قبل خواندید که آقای شبده‌چی به مدرسهٔ پسرش شبی رفت و به کمک او شعبده جالبی اجرا کرد. البته منافعی سعی داشت با دروغ‌گویی، شعبده آن‌ها را به هم بزند، اما نقشه‌اش لو رفت. با وجود این، آقای شبده‌چی نه تنها با او برخورد بدی نکرد که حتی سعی کرد آبروی او را جلوی دوستانش حفظ کند.

متأسفانه، هنوز هم منافعی به دنبال فرصتی است تا شعبده‌های آقای شبده‌چی را به هم بریزد. ماه آبان فرا رسید و شبی تصمیم گرفت هم کلاسی‌هایش را برای جشن تولدش دعوت کند. از آنجا که هنوز از دست منافعی دلخور بود، نمی‌خواست او را دعوت کند. اما به اصرار پدرش به او هم گفت که بیاید.

آقای شبده‌چی سیزدهمین شمع را هم روشن کرد و رو به شبی گفت: «حالا آرزو کن!»

شبی زیر لب چیزی گفت و بچه‌ها شروع کردند به شمردن: «یک، دو، سه، ...» و شبی شمع‌ها را فوت کرد.

شبی با خنده گفت: «بیخودی به این کیک چشم ندوزید. من تا هدیه نگیرم، به کسی کیک نمی‌دهم!»

**بیطرف** رفت و از داخل کیسه، جعبهٔ بزرگی را بیرون آورد و گفت: «این از طرف همهٔ بچه‌هاست. امیدوارم خوش بپاید.»

شبی با اشتیاق در جعبه را باز کرد. با دیدن داخل جعبه، چشم‌هایش از خوش حالی برق زد و رفت همهٔ هم کلاسی‌ها، حتی منافعی، را بغل کرد. داخل جعبه یک دست لباس کامل شعبده‌بازی بود: از کفش‌های نوک‌تیز گرفته تا شنل و کلاه مخصوص.

با پوشیدن لباس‌ها، بچه‌ها از شبی خواستند تا یک شعبده اجرا کند. شبی رو به **سالارزاده** کرد و گفت: «سالار، یک عدد طبیعی یک یا دو یا سه رقمی توی ذهنت در نظر بگیر. حالا با ۳ جمعش کن. جوابش را در ۲ ضرب کن و حاصلش را با ۵ جمع کن. به

چه عددی رسیدی؟ آن را بگو.»

سالارزاده کمی فکر کرد و گفت: «به ۲۵۱ رسیدم!»

شبی کمی مکث کرد و گفت: «خُب... عدد تو هست... ۱۲۰.»

سالارزاده با هیجان گفت: «بچه‌ها! جیغ و دست و هورا!»

در میان تشویق بچه‌ها، ناگهان منافعی گفت: «این هم شد شعبده؟!»

با این حرف منافعی، سکوت خانه را فرا گرفت. منافعی ادامه داد: «سالار، لطفاً با یک عدد دیگر همین کار را بکن.»

سالارزاده قلم و کاغذی برداشت و حساب کرد. سپس گفت: «۱۹۸۷.»



حاصل را بر ۲۵۲۰ تقسیم کن و جواب را با عددی که انتخاب کرده بودی جمع کن. به چه عددی رسیدی؟»

سالارزاده گفت: «۵۶۷ شد.»

آقای شبنده چی بلافاصله جواب داد:

«عدد تو ۲۸۳ است.»

چشم‌های بچه‌ها از تعجب گرد شده بود.

سالارزاده با تعجب

پرسید: «از کجا

فهمیدی؟!»

بچه‌ها از تعجب

شاخ درآورده

بودند.

آخر محاسبات

واقعاً پیچیده بود.

بعضی‌ها منتظر

بودند منافای

چیزی بگویند، اما

او سرش را انداخته

بود پایین و ساکت

بود. یکی گفت: «یعنی

بابای شبی ذهن سالار را

خوانده است؟»

دیگری گفت: «به‌نظرم از پشت

ماشین حساب عددش را خوانده

است!»

آن یکی جواب داد: «چه حرف‌ها! مگر چشم‌های

بابای شبی اشعه ایکس دارد؟»

بیطرف از منافای پرسید: «چرا از همان راهی که قبلاً گفتی

نمی‌روی؛ از انتها به ابتدا؟»

منافی با صدای آهسته و با خجالت پاسخ داد: «نمی‌شود... در

مرحله پایانی، همان عدد اول کار به جواب اضافه شده است. من

که نمی‌دانم آن عدد چه بوده است...»

شبنده چی پرسید: «کسی توانست راز شعبده را بفهمد؟»

شبی پاسخ داد: «من! به‌نظرم به درس جبر مربوط است. آن را

تازه یاد گرفته‌ایم. بگذارید بگویم...»

و توضیح داد که راز شعبده چیست. بچه‌ها با دقت حرف‌هایش

را شنیدند و از توضیحاتش ذوق‌زده شدند؛ آن قدر که سالارزاده

دوباره فریاد زد: «جیغ و دست و هورا!»

بچه‌ها کم‌کم داشتند برای رفتن به خانه آماده می‌شدند که

منافی گفت: «صبر کنید! من هدیه‌ای مخصوص برای شبی

دارم!»

در شماره بعدی، ماجرای هدیه عجیب منافی را خواهید خواند.

منافی خیلی زود جواب داد: «با اینکه سعی کردی عدد سخت‌تری بگی، اما من به راحتی فهمیدم... ۹۸۸.»

بچه‌ها پیچ‌کنان پرسیدند: «درست گفت؟» سالارزاده با ناراحتی سرش را به نشانه تأیید تکان داد.

منافی گفت: «این کلک خیلی قدیمی شده! کافی است از انتها به ابتدا برگردید.» و روی کاغذ این جدول را کشید:

عدد را در نظر بگیر	؟
آن را با ۳ جمع کن	؟
حاصل را در ۲ ضرب کن	؟
نتیجه را با ۵ جمع کن	۱۹۸۷

سپس کاغذ را به بچه‌ها نشان داد و گفت: «سالار از بالا به پایین حساب کرد و به ۱۹۸۷ رسید. حالا ما از پایین به بالا برمی‌گردیم و می‌فهمیم چه عددی را انتخاب کرده بود.»

عدد را در نظر بگیر	؟
آن را با ۳ جمع کن	؟
حاصل را در ۲ ضرب کن	؟
نتیجه را با ۵ جمع کن	۱۹۸۷

و این محاسبات را نوشت.

$$۱۹۸۷ - ۵ = ۱۹۸۲$$

$$۱۹۸۲ \div ۲ = ۹۹۱$$

$$۹۹۱ - ۳ = ۹۸۸$$

وقتی آقای شبنده چی دید اشک در چشم‌های شبی جمع شده است، سعی کرد موضوع را عوض کند:

«بچه‌ها، اگر گفتید چی را فراموش کردیم؟ هدیه من!

و جعبه‌ای به شکل مکعب مستطیل به شبی داد. «اگر درست حدس بزنید، یک شعبده اجرا می‌کنم.»

بچه‌ها مشغول حدس زدن بودند: خرگوش! عطر! چوب جادو! موبایل... مؤید فریاد زد: ماشین حساب!

آفرین، مؤید درست گفت ماشین حساب.

شبی پدرش را بوسید و به سرعت جعبه را باز کرد.

آقای شبنده چی گفت: «حالا با ماشین حساب، برایتان شعبده‌ای اجرا می‌کنم. شعبده من شبیه شعبده شبی است. می‌خواهم

این بار هم رازش را کشف کنید.» ماشین حساب را به دست سالارزاده داد و گفت: «عددی یک رقمی یا دو رقمی یا سه

رقمی انتخاب کن و روی ماشین حساب بنویس.» سالارزاده گفت: «نوشتم.»

«حالا با ماشین حساب آن عدد را با ۲ جمع کن. نتیجه را در ۳

ضرب کن. حاصل را با ۳ جمع کن. جواب را در ۴ ضرب کن.

نتیجه را با ۴ جمع کن. حاصل را در ۵ ضرب کن. جواب را با

۵ جمع کن. نتیجه را در ۶ ضرب کن. حاصل را با ۶ جمع کن.

جواب را در ۷ ضرب کن، نتیجه را منهای ۶۱۳۲ کن و در آخر





**راز شعبده:** همان طور که شبی گفت، با استفاده از جبر می توانیم راز شعبده را بفهمیم. شعبده چندین مرحله داشت. پس ما هم مرحله به مرحله جلو خواهیم رفت. ما نمی دانیم در ابتدا چه عددی انتخاب شده است. پس آن را با  $x$  نشان می دهیم.

• آن را با ۲ جمع کن پس به  $x+2$  می رسیم.

• حاصل را در ۳ ضرب کن پس به  $3(x+2)$  می رسیم که برابر است با:  $3x+6$ .

• نتیجه را با ۳ جمع کن پس به  $3x+9$  می رسیم.

• جواب را در ۴ ضرب کن پس به  $4(3x+9)$  می رسیم که برابر است با:  $12x+36$ .

• نتیجه را با ۴ جمع کن پس به  $12x+40$  می رسیم.

• حاصل را در ۵ ضرب کن پس به  $5(12x+40)$  می رسیم که برابر است با:

$$60x+200$$

• جواب را با ۵ جمع کن پس به  $60x+205$  می رسیم.

• حاصل را در ۶ ضرب کن پس به  $6(60x+205)$  می رسیم که برابر است با:

$$360x+1230$$

• نتیجه را با ۶ جمع کن پس به  $360x+1236$  می رسیم.

• جواب را در ۷ ضرب کن پس به  $7(360x+1236)$  می رسیم که برابر است با:

$$2520x+8652$$

• حاصل را منهای  $6132$  کن پس به  $2520x+8652-6132$  می رسیم که برابر است

$$\text{با: } 2520x+2520$$

• نتیجه را بر  $2520$  تقسیم کن. توجه کنید که:  $2520 \times (x+1) = 2520x+2520$

پس وقتی آن را بر  $2520$  تقسیم کنیم، باید این محاسبه را انجام دهیم:  $2520 \div 2520 \times (x+1)$ . پس


به  $x+1$  می رسیم.

• جواب را با عددی که انتخاب کرده بودی جمع کن.

پس به  $x+1+x$  می رسیم که همان  $2x+1$  است.

### خلاصه بحث تا اینجا

وقتی عدد  $x$  را در نظر می گیریم و محاسبات طولانی آقای شَبده چی را انجام می دهیم، به عبارت جبری خیلی ساده  $2x+1$  می رسیم! در ابتدا نمی توانستیم از راه حل منافی استفاده کنیم، اما حالا که به اینجا رسیدیم می توانیم. مثلاً همان عدد  $567$  سالارزاده را در نظر بگیریم:

	؟	عددی را در نظر بگیر
	؟	آن را در ۲ ضرب کن
	۵۶۷	حاصل را با ۱ جمع کن

حساب می کنیم:

$$567 - 1 = 566$$

$$566 \div 2 = 283$$

و به همان عددی رسیدیم که شَبده چی گفت! دیدید؟ موفق شدیم!



# چاپگر سه بعدی سطح یا حجم؟!

سپیده چمن آرا  
عکاس: بهزاد اسلامی مسلم

## ادامه گزارش از کارسوق «سطح مقطع» دبیرستان‌های علامه حلی (۲) تهران اسفند ۱۳۹۳



۴ حجم به دست آمده توسط گروهی از دانش آموزان

در شماره گذشته مجله، گزارشی از کارسوق سطح مقطع را که در ۲۱ اسفند ۱۳۹۳ در دبیرستان دوره اول علامه حلی (۲) تهران برگزار شده بود، برایتان ارائه کردیم. در این شماره، گزارشی تصویری از قسمت دوم این کارگاه آموزشی را که توسط گروه ریاضی این دبیرستان و با همکاری مسئولان کارگاه فنی مدرسه، طراحی و برگزار شد، به شما ارائه می‌کنیم.

۱ ابتدا برای دانش‌آموزان توضیح دادند که قصد داریم با تعداد زیادی «مقطع» حجم بسازیم.

«... مثلاً اگر یک مکعب مربع را با ضخامت کم برش‌هایی بزنیم، یک مجموعه مربع به دست می‌آید. برعکس، اگر تعداد زیادی مربع را با ضخامت کم داشته باشیم و همه آن‌ها را روی هم بچینیم، یک مکعب مربع به دست می‌آوریم...»

۲ سپس حدود ۴۰ برگ کاغذ را که تصویر مقطع‌های مختلف یک حجمی روی آن‌ها بودند، میان دانش‌آموزان پخش کردند. به هر نفر ۲-۳ برگ رسید.

۳ بچه‌ها آن‌ها را بردند و روی فوم چسباندند.

۴ بعد به ترتیب شماره روی هم گذاشتند تا حجم‌ها به دست بیایند.



۱ ارائه توضیحات توسط مسئولین کارسوق



۳ برش و چسباندن برگه‌ها و فوم‌ها





۲ توزیع برگه‌ها در گروه‌های دانش آموزان



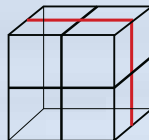


## کی می‌تونه حل کنه؟!

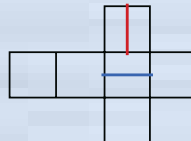
آمنه ابراهیم زاده طاری

۱) علی و حسین هر کدام، یک ساعت مچی دارند. ساعت‌های هیچ کدامشان خوب کار نمی‌کند. ساعت علی، هر ساعت دو دقیقه عقب می‌افتد. ساعت حسین هم هر ساعت، ۱ دقیقه جلو می‌افتد. آن‌ها هر روز ساعت ۷ صبح، ساعت‌هایشان را با اخبار رادیو تنظیم می‌کنند. امروز وقتی زنگ تفریح شروع شد، ساعت‌هایشان با هم ۱۰ دقیقه اختلاف داشت. زنگ تفریح چه ساعتی بوده است؟

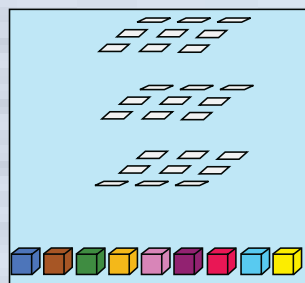
۲) مکعب زیر را برای جعبه هدیه ساخته‌ایم. هر یک از خطوط روی مکعب، یک بار، دور مکعب چرخیده‌اند.



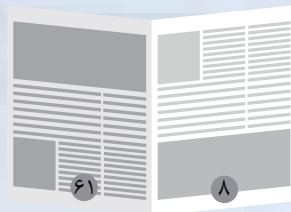
شکل زیر، گسترده مکعب بالاست. نوارهای آبی، قرمز و سیاه آن را کامل کنید.



۳) ۲۷ مکعب کوچک از ۹ رنگ متفاوت داریم؛ از هر رنگ، ۳ تا. با این ۲۷ مکعب، یک مکعب بزرگ بسازید، به طوری که در هر یک از وجه‌هایش هر ۹ رنگ دیده شود.



۴) مستطیل زیر، یکی از برگ‌های یک روزنامه است. (هر برگ روزنامه چهار صفحه دارد). این روزنامه چند صفحه دارد؟

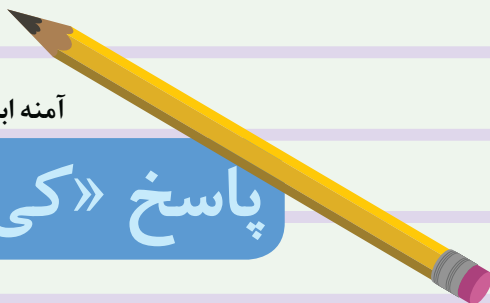




آمنه ابراهیمزاده طاری

شماره ۷۵

# پاسخ «کی می‌تونه حل کنه؟»



- به قطری که  $e_1$  روی آن است نگاه کنید. در این قطر،  $e_1$  تنها خانه‌ای است که می‌تواند سیاه باشد. پس  $e_1$  سیاه است.
- حالا دیگر در ستون شماره ۱،  $c_1$  فقط می‌تواند زرد باشد.  $d_1$  هم باید قرمز باشد. پس رنگ چند خانه دیگر هم معلوم شد:

$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$	$e_5$
$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$
$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$
$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$

- در ردیف  $c$ ، خانه  $c_4$  تنها خانه‌ای است که می‌تواند سبز باشد.
  - حالا در ردیف  $c$ ، خانه  $c_5$  تنها خانه‌ای است که می‌تواند سیاه باشد. پس  $c_5$  هم آبی است.
- حالا جدول این رنگی است:

$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$	$e_5$
$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$
$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$
$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$

- خانه  $b_4$  نمی‌تواند رنگ‌های زرد، آبی، سیاه و قرمز را داشته باشد. پس سبز است.
- حالا خانه  $b_5$  نمی‌تواند رنگ‌های زرد، آبی، سبز و قرمز را داشته باشد. پس سیاه است.
- حالا دیگر در ردیف  $b$  همه رنگ‌ها به‌جز قرمز آمده‌اند. پس  $b_5$  قرمز است. حالا جدول کمی رنگی‌تر شده است:

- ۱ می‌خواهیم هر یک از خانه‌های جدول زیر را با یکی از رنگ‌های سبز، آبی، قرمز، زرد و یا مشکی رنگ کنیم، طوری که:

- در هیچ سطری دو خانه هم‌رنگ نداشته باشیم.
  - در هیچ ستونی دو خانه هم‌رنگ نداشته باشیم.
  - در هیچ یک از دو قطر، دو خانه هم‌رنگ نداشته باشیم.
- خانه‌ای که با علامت \* مشخص شده است، باید چه رنگی بشود؟

	*			

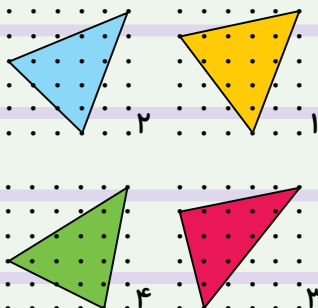
راه‌حل: ابتدا ببینید برای هر یک از خانه‌های جدول اسمی بگذاریم:

$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$	$e_5$
$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$
$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$
$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$

- خانه  $b_4$  نمی‌تواند رنگ‌های زرد، آبی، سیاه و قرمز را داشته باشد. پس سبز است.
- حالا خانه  $b_5$  نمی‌تواند رنگ‌های زرد، آبی، سبز و قرمز را داشته باشد. پس سیاه است.
- حالا دیگر در ردیف  $b$  همه رنگ‌ها به‌جز قرمز آمده‌اند. پس  $b_5$  قرمز است. حالا جدول کمی رنگی‌تر شده است:

$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$	$e_5$
$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$
$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$
$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$
$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$

- ۲ در شکل زیر چهار مثلث می‌بینید. مساحت کدام مثلث بیشتر است؟



- به قطری که  $a_1$  روی آن است نگاه کنید. در این قطر،  $a_1$  تنها خانه‌ای است که می‌تواند سبز باشد. پس  $a_1$  سبز است.



پاسخ: مثلث آبی.

**راه حل:** پیدا کردن طول ارتفاع و قاعده هیچ کدام از چهار مثلث بالا راحت نیست. پس بهتر است برای پیدا کردن مساحت آن‌ها دنبال راه حل دیگری باشیم. هر کدام از این مثلث‌های رنگی داخل یک مربع به ضلع ۵ قرار دارند. برای پیدا کردن مساحت این مثلث‌ها می‌توانیم مساحت قسمت‌های سفیدرنگ را از مساحت مربع کم کنیم.

• مساحت قسمت سفیدرنگ کنار مثلث آبی برابر است با:

$$\frac{2 \times 5}{2} + \frac{1 \times 5}{2} + \frac{4 \times 2}{2} = 12/5$$

• مساحت قسمت سفیدرنگ کنار مثلث زرد برابر است با:

$$\frac{2 \times 5}{2} + \frac{2 \times 5}{2} + \frac{2 \times 2}{2} = 14/5$$

• مساحت قسمت سفیدرنگ کنار مثلث بنفش برابر است با:

$$\frac{1 \times 5}{2} + \frac{1 \times 4}{2} + \frac{4 \times 5}{2} = 14/5$$

• مساحت قسمت سفیدرنگ کنار مثلث سبز برابر است با:

$$\frac{1 \times 5}{2} + \frac{2 \times 4}{2} + \frac{2 \times 5}{2} = 14$$

یعنی مساحت مثلث‌های آبی، زرد، بنفش و سبز به ترتیب برابر است با:

$$25 - 14/5 = 10/5, \quad 25 - 14/5 = 10/5, \quad 25 - 13/5 = 11/5, \quad 25 - 14 = 11$$

پس مساحت مثلث آبی از مساحت هریک از سه مثلث دیگر، بیشتر است.

**۳) دموگران،** یک ریاضی‌دان انگلیسی بود که در سال ۱۸۷۱ از دنیا رفت. او می‌گفت در سال  $x \times x$ ،  $x$  ساله شده است. او در چه سالی به دنیا آمده بود؟

پاسخ: ۱۸۰۶

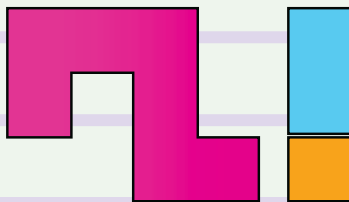
**راه حل:**  $x \times x$  باید عددی کوچک‌تر از ۱۸۷۱ باشد. پس  $x$  باید عددی کوچک‌تر از ۵۰ باشد (زیرا  $50 \times 50 = 2500$ ). بزرگ‌تر از ۱۸۷۱ (است). از طرف دیگر،  $x$  نمی‌تواند خیلی هم کوچک باشد، چون دموگران در سال  $x \times x$  زنده بوده و تا سال ۱۸۷۱ هم زندگی کرده است. پس  $x \times x$  نباید خیلی زیاد باشد. ۱۸۷۱ اختلاف داشته باشد. مثلاً اگر  $x$  عددی کمتر از ۴۰ باشد، دموگران در سالی قبل از  $40 \times 40 = 1600$  هم زنده بوده است. یعنی بیش از ۲۰۰ سال عمر کرده است که تقریباً غیرممکن است. پس  $x$  عددی بین ۴۰ تا ۵۰ است. به جدول زیر دقت کنید:

x	۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹
$x \times x$	۱۶۸۱	۱۷۶۴	۱۸۴۹	۱۹۳۶	۲۰۲۵	.....	.....	.....	.....

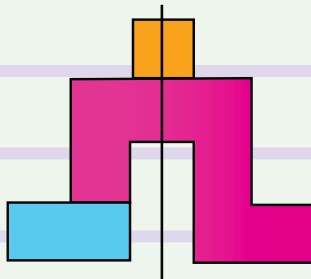
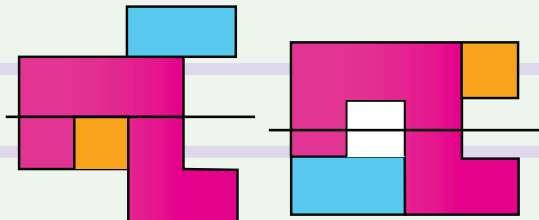
با توجه به جدول:

- $x$  نمی‌تواند ۴۴ یا اعداد بزرگ‌تر از آن باشد.
  - $x$  نمی‌تواند ۴۲ باشد. زیرا اگر این‌طور باشد، دموگران در سال ۱۷۶۴، ۴۲ ساله بوده است. یعنی در سال ۱۷۲۲ به دنیا آمده باشد و در زمان مرگ ۱۴۹ ساله بوده باشد!
  - به دلیلی شبیه دلیل بالا  $x$  نمی‌تواند ۴۱ هم باشد.
- پس  $x = 43$ . دموگران در سال ۱۸۴۹، ۴۳ ساله بوده است. یعنی در سال ۱۸۰۶ به دنیا آمده است.

**۴) سه قطعه زیر را طوری کنار هم قرار دهید که یک شکل با خط تقارن به دست بیاید. با این سه شکل، شکل‌های متقارن زیادی می‌توان ساخت. شما چند شکل متقارن متفاوت می‌توانید درست کنید؟**



پاسخ: شکل‌های زیر تعدادی از جواب‌های مسئله هستند:



با توجه به شکل‌های بالا می‌توان گفت: با این سه قطعه، بی‌شمار شکل متقارن می‌توان ساخت. کافی است در سه شکل ردیف پایینی، مربع کوچک را روی خط تقارن شکل، جابه‌جا کنیم. طوری که خط تقارن شکل، روی یکی از خطوط تقارن مربع قرار بگیرد. در این صورت باز هم شکلمان متقارن می‌ماند.



# آب حقیقی؛ آب مجازی!

## شادی صفی‌نیا

در آینده‌ی نزدیک مهم‌ترین تهدید برای بشر کمبود آب است. کشور ما، ایران که در ناحیه‌ی گرم و خشک قرار دارد با شرایط سخت‌تری مواجه است. همه باید در مصرف آب صرفه‌جویی کنیم. حتی یک قطره آب نباید هدر برود! برای جلوگیری از هدر رفتن آب چه کارهایی می‌توان انجام داد؟ درست بستن شیر آب، باز نگذاشتن شیر آب هنگام مسواک زدن و حمام رفتن و... همه این‌ها را همه می‌دانیم، ولی آیا اتلاف آب در همین موارد خلاصه می‌شود؟ همه اتلاف آب به صورت "آب حقیقی" نیست. بخش بزرگی از آب به صورت "آب مجازی" به هدر می‌رود. آب مجازی مقدار آبی است که در فرآیند تولید یک محصول مصرف می‌شود، اما در محصول نهایی وجود ندارد. مثلاً برای تولید هر کیلوگرم نان بیش از یک متر مکعب آب مصرف می‌شود که عمدتاً مربوط به آبیاری گندم است. حالا اگر یک خانواده‌ی چهار نفره هفته‌ای دو کیلوگرم نان که تقریباً معادل دو نان سنگک است را دور بریزد، بیابید حساب کنیم در شهر تهران که تقریباً  $2/5$  میلیون خانوار دارد، به خاطر دور ریختن نان، چه مقدار آب هدر می‌رود؟ چون  $2 \times 2/5 = 5$ ، پس ۵ میلیون کیلوگرم گندم هدر می‌رود و برای هر کیلوگرم گندم تقریباً ۱۳۰۰ لیتر آب مصرف می‌شود، پس برای ۵ میلیون کیلوگرم گندم تقریباً  $5 \times 1300 = 6500000$  لیتر آب مصرف شده به هدر می‌رود. آیا می‌توانید تخمین بزنید که این مقدار آب، آب خوراکی چند روز یک نوجوان مانند شما است؟



۷۰۰ لیتر

یک کیلو سیب



۱۳۰۰ لیتر

یک کیلو گندم



۲۵۰ لیتر

یک کیلو سیب زمینی



۱۰ لیتر

یک برگ کاغذ A4



۱۰۰۰۰ لیتر

یک پرس کباب برگ



۸۰۰۰ لیتر

یک جفت کفش چرم



۱۴۰ لیتر

یک فنجان چای



۱۰۰۰ لیتر

یک لیتر شیر

در خانه شما چقدر مواد غذایی دور ریخته می‌شود؟  
برای هدر رفتن آب، شما چه کاری می‌توانید بکنید؟

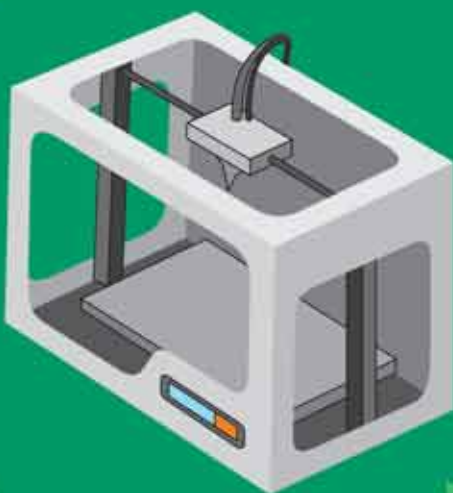


آشنایی با چگونگی  
عملکرد و کاربردها

کتاب آیین مستحسن ارا

## چاپگرهای سه بعدی

چاپگرهای سه بعدی وسیله هایی هستند که با استفاده از آن های ما می توانیم از فایل های سه بعدی که در کامپیوتر خود داریم، نمونه سه بعدی واقعی بسازیم. در چاپگرهای سه بعدی، از مواد مختلفی استفاده می شود. مثلا در نمونه های خانگی، برای تولید محصولات از ذوب پلاستیک استفاده می کنند ولی نمونه های صنعتی قابلیت های بیشتری دارند و در آن ها با استفاده از فلزات، رزین های مایع، خمیر سرامیک و حتی مواد خوراکی، چاپ انجام می شود.



امروزه مدل سازی سه بعدی در رشته های گوناگونی هم چون قطعه سازی، معماری، طراحی صنعتی، روباتیک، صنایع هوافضا و... رایج شده است. این مدل سازی ها پیش تر به شکل تصاویر دوی بعدی روی صفحه های نمایشگر یا روی کاغذ ارائه می شدند تا افراد یاد دین آن ها درکی از آنچه طراحان در ذهنشان دارند به دست آورند. چاپگرهای سه بعدی این کار را برای طراحان و استفاده کنندگان از طرح ها، ساده کرده اند.

چاپگرهای سه بعدی توانایی تولید هر نوع قطعه ای با هر شکل و زاویه ای که باشد، توپر، توخالی، صاف، منحنی،... را دارد. این نیاز در همه جا قابل لمس است. در صنعت، پزشکی، آموزشی، خودرو سازی، نظامی و هر کاری که نیاز به شبیه سازی، تولید ماکت و ساخت طرح اولیه دارد، با استفاده از چاپگر سه بعدی می توان، فرآیند زمان بر شبیه سازی و ساخت ماکت قطعات را تسریع بخشید و تنها با چاپ طرح سه بعدی در زمانی بسیار کم، به بررسی قطعه پرداخت.

منبع: دانشنامه آزاد ویکی پدیا

دانش آموزهای عزیز! در

## مطبوعات جشنواره

منتظر شما هستیم

۱۶ تا ۲۴ آبان ماه ۱۳۹۴ / مصلی تهران / قهرمان نشریات کودکان و نوجوانان



**سایت ویژه ریاضیات** [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

**درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات**

**دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور**

**دانلود نرم افزارهای ریاضیات**

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>      (@riazisara)