



ماهنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی

پرهیز



هنر کاغذ و تا



دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

برهان

رشد

ریاضی

مدیر مسئول: محمد ناصری
سر دبیر: سپیده چمن آرا
مدیر داخلی: پری حاجی خانی
هیئت تحریریه: جعفر اسدی گرمارودی، حمیدرضا امیری، زهره پندی، نازنین حسن نیا
حسین نامی ساعی، داود معصومی مهوار
ویراستار: بهروز راستانی
طراح گرافیک: تصویرگر
حسین یوزباشی

یادداشت سر دبیر مطالعه منتقدانه / سپیده چمن آرا / ۲

گفت و گو توپولوژی چیست؟ نوشیدن چای توی پیراشکی / نازنین حسن نیا / ۳

معرفی کتاب هندسه از ابتدا تا ... / جعفر ربانی / ۷

ریاضیات و مدرسه ریاضی در استانداردهای آتش نشانی / زهره پندی / ۸

چند مسئله ویک راه حل / محدثه کشاورز اصلانی / ۱۰

ریاضیات و کاربرد بهترین صعود / جعفر اسدی گرمارودی / ۱۲

یک سوزن به پارچه، یک جوالدوز به هندسه / سپیده چمن آرا / ۱۴

کاشی در دل کاشی، کاشی کاری به روش جایگزینی / کیان کریمی خراسانی / ۱۶

دویدن بر فراز کیلومتر / حسین نامی ساعی / ۱۸

ریاضیات و تاریخ اعداد کانگورویی، اعداد مومیایی / حسام سبحانی طهرانی / ۲۰

ریاضیات و مسئله یک مسئله، چند راه حل / داود معصومی مهوار / ۲۴

با هم مسئله حل کنیم / کیان کریمی خراسانی / ۲۶

از میان نامه ها حاصل ضرب های نادرست / سید محمد مهدی موسوی / ۲۷

گزارش بچرخ تا بچرخیم! / سمیه سادات میرمعینی / ۲۸

ریاضیات و بازی بازی های اندرویدی: اتللو / زهرا صباغی، کیمیا هاشمی / ۳۰

فکر بکر! / داود معصومی مهوار / ۳۲

پازل حل کنیم / محدثه کشاورز اصلانی / ۳۴

ریاضیات و سر گرمی راز عدد هفت / شراره تقی دستجردی / ۳۵

برف روبی دسته جمعی / هوشنگ شرقی / ۳۶

مکعب کاغذی / پری حاجی خانی / ۳۸

ریاضیات و محیط زیست به قله ها نگاه کن / ژما جواهری پور / ۴۰

مسابقه سوم ریاضیات و محیط زیست برهان صفحه سوم جلد

نشانی دفتر مجله:

تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶ / صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۶

تلفن: ۰۲۱-۸۸۸۳۱۱۶۱ داخلی / ۳۷۵ / نمایر: ۰۲۱-۸۸۳۰۱۴۷۸

تلفن پیامگیر نشریات رشد: ۰۲۱-۸۸۳۰۱۴۸۲، کد مدیر مسئول: ۰۲۱-۱۰۲ / کد دفتر مجله: ۱۱۳

کد مشترکین: ۱۱۴ / تلفن امور بازرگانی: ۰۲۱-۸۸۸۶۷۳۰۸ / roshdmag:

وب گاه: www.roshdmag.ir / رایانامه: borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir

وبلاگ اختصاصی مجله: weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee

شمارگان: ۲۰۰۰ نسخه



روی جلد: سرینو ارامانوجان

پشت جلد را نیز ببینید.

قابل توجه نویسندگان و مترجمان: مطالبی که برای درج در مجله می فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. لطفاً مطالب ترجمه شده یا تلخیص شده را به همراه مطلب اصلی یا با ذکر دقیق منبع، ارسال کنید. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مطالب آزاد است. مطالب و مقالات دریافتی بازگردانده نمی شوند. آرای مندرج در مطالب و مقاله ها ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان نیست. اهداف مجله عبارت اند از: گسترش فرهنگ ریاضی / افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت های دانش آموزان در راستای برنامه درسی / توسعه تفکر و خلاقیت / توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن / توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آن ها / توجه به محاسبات ریاضی برای توسعه تفکر جبری و توانایی های ذهنی دانش آموزان / توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی / توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن آوری / تقویت باورها و ارزش های دینی، اخلاقی و علمی. خوانندگان رشد برهان متوسطه اول، شما می توانید مطالب خود را به مرکز بررسی آثار مجلات رشد به نشانی زیر بفرستید، تهران: صندوق پستی ۱۵۸۷۵-۶۵۸۶ / تلفن: ۰۲۱-۸۸۳۰۵۷۷۲



مطلبه منتقدانه

سال قبل، در دومین شماره مجله، مطلبی از دوستان متین کلایر، از استان مازندران، چاپ کردیم. متین در آن مطلب ایده‌های درستی مطرح کرده بود، ولی دلیل درستی آن‌ها را نگفته بود. ما خواسته بودیم که شما خوانندگان دلیل آن را برایمان بیابید و بفرستید. سیدمحمد مهدی موسوی، از مشهد، در نامه‌ای که برایمان نوشته، هم دلیل درستی ایده متین را گفته، هم کاربردی از یکی از کارهایی که متین در مطلبش آورده، بیان کرده، و هم کتابی معرفی کرده است. مطلب سیدمحمد مهدی در همین شماره مجله چاپ شده است.

یکی از کارهای خوبی که هنگام مطالعه یک مطلب می‌توان انجام داد، همین است که باید تحلیلی و منتقدانه آن را بخوانیم. اگر اشکالی در آن می‌بینیم، آن را نقد کنیم، اگر ناقص است، آن را تکمیل کنیم، و اگر در آن ادعایی شده که دلیل درستی‌شان بیان نشده، در جست‌وجوی دلیل درستی آن‌ها باشیم. هنگامی که مطلبی را با این ترتیب می‌خوانیم، بیشتر آن را درک می‌کنیم و عمیق‌تر از آن استفاده می‌کنیم. به علاوه، اگر ما نیز دست به قلم شویم و آن را تکمیل یا تصحیح کنیم، به تولید علم در حالت کلی کمک کرده‌ایم. دانش بشری در کل، حاصل تلاش‌های تک‌تک ماست، حتی اگر تلاش ما به نظر بسیار کوچک بیاید. از سیدمحمد مهدی متشکریم که برایمان نوشت، و امیدواریم دوستان دیگرمان نیز نوشته‌هایی منتقدانه، اصلاحی یا تکمیلی برای مطالب مجله برایمان بفرستند. منتظر نامه‌های شما هستیم.

سردبیر



توپولوژی چیست؟

نازنین حسن نیا
عکاس: شادی رضائی

نوشتن چای توی پیراشکی

وقتی واژه توپولوژی برای اولین بار به گوشم خورد، می‌دانستم که «لوژی» بعد از هر کلمه‌ای بیاید، به معنی بررسی کردن و شناختن آن است؛ و من تا مدتی به شوخی می‌گفتم تپل لوژی یعنی تپل شناسی؛ لابد یعنی علمی که به بررسی و شناخت تپل‌های عالم مشغول است. اما خب! این فقط یک شوخی بود. توپولوژی^۱ یکی از شاخه‌های ریاضیات است. در بخش اول این گفت و گو آقای دکتر کمالی‌نژاد و آقای دکتر افتخاری توضیحاتی درباره این شاخه از ریاضی می‌دهند. در بخش پایانی، آقای دکتر کمالی‌نژاد از لذت‌های ریاضی صحبت می‌کنند و از تجربه‌های شخصی‌شان درباره لذت بردن از ریاضی می‌گویند. اگر معمای «توپولوژی چیست؟» برای شما هم معمای جذابی است، یا نمی‌دانید چرا و چگونه افرادی به ریاضی عشق می‌ورزند با ما همراه شوید.



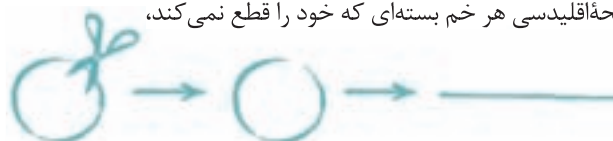


کمالی نژاد: می‌توان توپولوژی را به کمک زبان مجموعه‌ها، تعریف کرد که دانش آموزان در سال نهم با آن آشنا می‌شوند. یک توپولوژی روی یک مجموعه مانند X ، گردایه‌ای از زیرمجموعه‌های X مانند T است که دارای تعدادی خاصیت مشخص است. یعنی یک مجموعه X داریم و زیرمجموعه‌هایی از آن را که دارای خاصیت‌هایی هستند و گردایه آن‌ها را T می‌نامیم. مجموعه X به همراه توپولوژی T را یک فضای توپولوژیک می‌نامیم. روشن است که این تعریف ناکامل است چون هنوز نگفته‌ام که آن خاصیت‌ها چه چیزهایی هستند. بنابراین این تعریف، شناخت چندانی از توپولوژی به دست نمی‌دهد و ممکن است که پرداختن به جزئیات آن نیز، این بحث را طولانی کند. اما با تغییر دادن موضوع و بدون پرداختن به جزئیات ریاضی، می‌توانم شما را اندکی بیشتر با توپولوژی آشنا کنم. توجه داشته باشید که به این ترتیب، با مفاهیم توپولوژیک به صورت مستقیم سروکار نداریم، بلکه شما را با بازی‌هایی ذهنی مواجه می‌کنم که با مفاهیمی در توپولوژی در ارتباط هستند.

همین طور واژه توپولوژی، نام شاخه‌ای از ریاضیات است که در آن فضاها و سایر مفاهیم توپولوژیک مطالعه می‌شود. به تفاوت معنی واژه ۷ توپولوژی به عنوان حوزه‌ای از ریاضیات و توپولوژی به عنوان ساختاری روی یک مجموعه، توجه داشته باشید. به همین دلیل و از این پس، هر کجا که واژه توپولوژی را به کار ببریم، مقصودمان همان بخش از ریاضیات است ولی در صورتی که بخواهیم به توپولوژی روی یک مجموعه اشاره کنیم، آن را «فضای توپولوژیک» خواهیم نامید تا ابهامی پیش نیاید. با این مقدمه، تصور کنید در دنیایی خیالی هستیم که همه اشیاء در آن، از موادی کشسان و انعطاف پذیر ساخته شده‌اند. فرض کنید که می‌توانیم شکل این اشیاء را تحت قوانین زیر تغییر دهیم: هر قدر که بخواهیم می‌توانیم آن‌ها را خم کنیم، بیچانیم، بکشیم و یا فشار دهیم. اما نمی‌توانیم آن‌ها را پاره کنیم و یا اجزایشان را به هم بچسبانیم. نام این نوع تغییر را «تغییر شکل پیوسته» می‌گذاریم. به عنوان مثال می‌توانیم با تغییر شکل پیوسته، مثلث را به دایره تبدیل کنیم.



همچنین فرض کنید که در این دنیای خیالی، بین اشیائی که با تغییر شکل پیوسته به هم تبدیل می‌شوند، تفاوتی قائل نباشیم. بنابراین در این دنیای خیالی، دایره و مثلث با هم تفاوتی ندارند زیرا با تغییر شکل پیوسته به هم تبدیل می‌شوند. تغییر شکل پیوسته در دنیای خیالی ما، با مفهومی به نام «همسان‌ریختی» در توپولوژی شباهت دارد. البته یکی گرفتن این دو، نادرست است. به عبارت دیگر؛ در توپولوژی، دایره و مثلث، به عنوان زیرفضاهای صفحه اقلیدسی (که خودش یک فضای توپولوژیک با توپولوژی ناشی از طول اقلیدسی است) به اصطلاح «همسان‌ریخت» هستند. به طور کلی در صفحه اقلیدسی هر خم بسته‌ای که خود را قطع نمی‌کند،



با دایره «همسان‌ریخت» است!!! اما ... اگر یک نقطه، فقط یک نقطه را از یک دایره در صفحه اقلیدسی، حذف کنیم، آن‌گاه

زیرفضای حاصل از حذف یک نقطه از یک دایره، با یک خط راست در صفحه اقلیدسی همسان‌ریخت خواهد بود. می‌توانیم مثال دیگری را از تغییر شکل‌های پیوسته، این بار در فضای اقلیدسی سه بعدی در نظر بگیریم. شکل زیر نشان می‌دهد که چگونه می‌توان با تغییر شکل پیوسته در دنیای خیالی‌مان، یک فنجان را به یک پیراشکی تبدیل کرد.





ولی تغییر شکل پیوسته‌ای برای تبدیل نان باگت به پیراشکی وجود ندارد! به عبارت دیگر، دو زیرفضای فضای اقلیدسی سه بُعدی که مشابه فنجان و پیراشکی شکل بالا باشند، باهم همسان‌ریخت هستند اما زیرفضای مشابه پیراشکی شکل بالا و زیرفضایی مشابه نان باگت در فضای اقلیدسی سه بُعدی با هم همسان‌ریخت نیستند! اما چگونه در توپولوژی ثابت می‌شود که دو شکل با هم همسان‌ریخت نیستند؟ در مورد بررسی همسان‌ریخت بودن فضاهای توپولوژیک، کار راحت‌تر است. به عنوان نمونه، یک روش این است که همسان‌ریختی میان آن فضاهای توپولوژیک را دقیقاً معرفی کنیم. مثلاً، به کمک تغییر شکل پیوسته‌ای که در دنیای خیالی‌مان بین فنجان و پیراشکی یافتیم، می‌توانیم یک همسان‌ریختی بین زیرفضاهای مشابه این دو شکل در فضای اقلیدسی سه بُعدی، معرفی کنیم. اما در مورد اثبات همسان‌ریخت نبودن زیرفضای مشابه پیراشکی و نان باگت، این روش راه‌گشا نیست. زیرا نامتناهی زیرفضای همسان‌ریخت با این دو زیرفضا وجود دارد- نامتناهی تغییرشکل پیوسته را در نظر بگیرید- و نمی‌توان تمام آن‌ها را آزمود و به این نتیجه رسید که همسان‌ریختی‌ای بین این دو وجود ندارد. پس راه‌حل چیست؟ ایده کلی اثبات در این جا چنین است: در این اشیاء، ویژگی یا شاخصی می‌یابیم که تحت همسان‌ریختی، حفظ شود. ممکن است که در مواردی این ویژگی به صورت یک عدد بیان شود. در این صورت اگر مقدار محاسبه شده این عدد برای این دو شیء متفاوت باشد، نتیجه می‌گیریم که همسان‌ریختی‌ای بین آن‌ها وجود ندارد. در مورد زیرفضای مشابه پیراشکی و نان باگت در فضای اقلیدسی سه بُعدی، مفهوم گروه‌های همولوژی یا حتی ساده‌تر از آن‌ها، شاخص اول χ ، ویژگی است که مسئله را حل می‌کند. البته ویژگی‌ها و شاخص‌های دیگری هم وجود دارند که به کمک آن‌ها می‌توان این پرسش را پاسخ گفت. در این جا شاخص اول زیرفضای مشابه پیراشکی برابر ۰ و شاخص اول زیرفضای مشابه نان باگت برابر ۱ است. بنابراین همسان‌ریخت نبودن بین این دو، از این که شاخص‌های اولرشان برابر نیستند ($1 \neq 0$) نتیجه می‌شود.

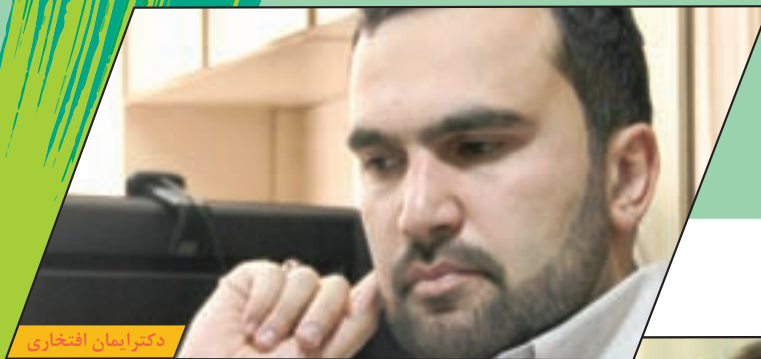
افتخاری: پوانکاره^۲ حدود صد سال قبل به دنبال این ویژگی‌ها می‌گشت و با تلاش‌هایی که در این زمینه انجام داد اولین چیزی که ساخت، چیزی هست که امروز به آن گروه‌های همولوژی می‌گویند. خلاصه ماجرا این است که اگر شما گروه همولوژی یک شکل را بیابید و بعد آن شکل را به‌طور پیوسته تغییر دهید، گروه همولوژی شکل جدید نیز دقیقاً همانند گروه همولوژی شکل اولیه است. یعنی به زبان توپولوژی شکل‌های «همسان‌ریخت» گروه‌های همولوژی یکسان دارند.

برهان: یواش یواش دارد از زبان توپولوژی خوشم می‌آید.

افتخاری: پوانکاره تلاش می‌کرد با ابزار جدیدی که کشف کرده بود، همسان‌ریختی اشیاء مختلف، مانند گره و فضای سه بُعدی را بررسی کند و حدس‌هایی می‌زد. در انتهای این مسیر خودش متوجه شد که حدس اولیه‌اش غلط است و فضاهایی پیدا کرد که با هم متفاوت بودند اما آن ابزارها نمی‌توانستند فضاها را از یکدیگر تشخیص دهند. بعد ابزارهای جدیدی پیدا کرد و حالا سؤال این بود که آیا این ابزارهای جدید به اندازه کافی توانا هستند تا از پس تشخیص فضاهای غیرهمسان‌ریخت از یکدیگر بر بیایند. نهایتاً حدس پوانکاره که یکی از مسائل با جایزه میلیون دلاری بود در ابتدای قرن ۲۱ ثابت شد. همه این اتفاقات صدسال به طول انجامید.

برهان: صد سال؟!؟

کمالی‌نژاد: بله. در ریاضیات برخی اوقات، برای آنکه به نتیجه برسید باید صبور باشید. ریاضیات حوزه‌ای کهن است. به همین دلیل، انباشت مطالب در آن زیاد است. یعنی معمولاً چیزهایی که لازم است بیاموزید تا به مرزهای ریاضیات برسید، زیاد هستند. معمولاً با مطالعه چند صفحه-به‌عنوان مثال در ویکی‌پدیا- فرد نمی‌تواند در حوزه‌ای از ریاضیات تسلط پیدا کند. البته ممکن است که یک مطالعه کوتاه، نقطه آغازی باشد. ولی واقعیت این است که معمولاً فرد باید چند کتاب را مطالعه کند تا با مفاهیم اساسی در یک حوزه ریاضیات آشنا شود و در ادامه هم نیاز است تا مقاله‌های پژوهشی به‌روزتری را مطالعه کند تا بتواند به مرزهای ریاضیات نزدیک شود. منتها معنی آن این نیست که ریاضی خواندن کسالت بار و بی‌مزه است. این سفری



دکتر ایمان افتخاری

است که در طول مسیر هم می‌توانید از آن لذت بسیار ببرید. درست است که با مطالعه و یادگیری مطالب ریاضی از پیش نوشته شده، شما در راهی وارد می‌شوید که پیش از شما پیموده شده است. اما این مسیر برای کسی که برای اولین بار آن را طی می‌کند نیز می‌تواند بسیار هیجان‌انگیز باشد. در ضمن در مسیر



دکتر علی کمالی‌نژاد

آموختن مطالب جدید ریاضی، اگر حوصله به خرج بدهید و به اندازه کافی صبور باشید، می‌توانید ماجراجویی‌های جدیدی را تجربه و زیبایی‌های شگفت‌انگیزی را مشاهده کنید. به قول خانم دکتر مریم میرزاخانی: «زیبایی ریاضیات خود را تنها به شاگردان صبور نشان می‌دهد.»^۱

برهان: بعضی افراد خاطرات خوبی از حل مسئله‌های ریاضی در دوران مدرسه دارند، یا مثلاً می‌گویند وقتی یک مسئله سخت ریاضی حل می‌کنند هیجان‌زده می‌شوند و از نتیجه کارشان لذت می‌برند. یعنی انگار تا پیش از رسیدن به سطوح بالای دانش و پژوهش هم این لذت بردن از ریاضی وجود دارد.

کمالی‌نژاد: حق با شماست. لذت بردن از ریاضی می‌تواند در هر سطحی اتفاق بیفتد. فکر می‌کنم که می‌توان راه‌حل گاوس برای جمع کردن اعداد طبیعی ۱ تا ۱۰۰ را برای بسیاری از افراد، حتی اگر با ریاضیات سروکار نداشته باشند، توضیح داد. دنبال کردن اثبات اقلیدس برای نامتناهی بودن اعداد اول، به دانش ریاضی چندانی نیاز ندارد. هندسه، نظریه اعداد، احتمال، حسابان، ریاضیات گسسته و... در دوره دبیرستان سرشار از مطالب و مسئله‌های جالب هستند. اساساً تعدادی از ریاضی‌دانان با لمس لذت ریاضی ورزیدن و حل مسئله در دوره‌های پیش از دانشگاه، تصمیم می‌گیرند تا به صورت حرفه‌ای به ریاضیات بپردازند.

فکر می‌کنم، امکان سرگرم شدن و لذت بردن از ریاضیات به گروه خاصی محدود نمی‌شود. حتی مطالعه کتاب‌های ریاضی نه چندان پیشرفته هم می‌تواند هیجان‌انگیز باشد. البته فعالیت پژوهشی هم دشواری‌ها و هیجان‌های مختص به خود را دارد. در مورد پژوهش و فعالیت ریاضی مطلب دیگری از خانم دکتر میرزاخانی به خاطر می‌رسد: «پرازش‌ترین بخش، لحظه‌ای است که می‌گوی آها! ذوق کشف و لذت فهمیدن چیزی جدید. احساس ایستادن بالای یک بلندی و رسیدن به دیدی شفاف و واضح.»

برهان: به قول شما هرچه بیشتر وارد دنیای ریاضی شوید، زیبایی‌های بیشتری در این دنیا می‌بینید.
کمالی‌نژاد: بله. البته به قول ریاضی‌دان انگلیسی، آرتور کیلی^۲: «در هر چیز، از جمله یک نظریه ریاضی، زیبایی را می‌توان درک کرد ولی نمی‌توان آن را توضیح داد.»

پی‌نوشت‌ها:

۱. توپولوژی از ترکیب دو واژه یونانی τόπος (توپوس) به معنی مکان و λόγος (لوگوس) به معنی مطالعه، پدید آمده است. بنابراین

توپولوژی در لغت، به معنی «مکان‌شناسی» است.

۲. شاخص اوایلر، عددی است که برای بعضی شکل‌ها تعریف می‌شود. برای آشنایی بیشتر، به وبلاگ اختصاصی مجله مراجعه کنید.

۳. ریاضی‌دان فرانسوی قرن ۱۸ میلادی که از بنیان‌گذاران شاخه توپولوژی در ریاضیات است.

۴. برگرفته از مصاحبه ایشان که در گزارش سالیانه موسسه ریاضی کلی - سال ۲۰۰۸ - چاپ شده است. به آدرس زیر مراجعه کنید:

http://www.claymath.org/library/annual_report/ar2008/08Interview.pdf

5. Arthur Cayley



هندسه از ابتدا تا ...

معرفی کتاب • جعفر ربانی



هندسه ... از ابتدا تا ...

ارشک حمیدی

نشر علوم ریاضی (وابسته به انتشارات فاطمی)

چاپ اول، ۲۵۶ صفحه، ۱۳۹۴

هندسه را نخستین بار یونانیان به صورت یک علم رسمی درآوردند و به تمدن بشری عرضه کردند. آن‌ها پایه‌های کاخ این علوم را چنان استوار ساختند که هنوز هم پس از گذشت حدود ۲۵۰۰ سال به بنای آن هیچ خللی وارد نشده است. در این میان نام یکی از دانشمندان یونان بیش از همه می‌درخشد و آن **اقلیدس** است.

او «اصول هندسه» را وضع کرد و نام خود را بر این اصول ماندگار ساخت (اصول اقلیدس). ناگفته نماند که ملل دیگر هم، از جمله مسلمانان بر این علم افزودند و کاخ باشکوه آن را بیش از پیش آراستند، ولی به هر حال همه این‌ها مدیون اقلیدس است.

در میان درس‌های ریاضی که بچه‌ها از دبستان تا پایه‌های بالاتر در مدرسه می‌خوانند، هندسه یکی از مهم‌ترین و شیرین‌ترین آن‌هاست. به‌ویژه اگر اولین معلم یا معلمان که بچه‌ها را با هندسه آشنا می‌کنند، خودشان به این علم علاقه‌مند باشند و القای هندسه را با مهربانی به بچه‌ها یاد دهند، این درس برای همیشه در ذهن شاگردانشان ماندگار خواهد شد.

کتاب «هندسه ... از ابتدا تا ...» که به شما معرفی می‌کنیم، کتابی است که یک علاقه‌مند به هندسه تألیف کرده است و این را از مقدمه و متن کتاب می‌توان دریافت. وی درواقع با تألیف این کتاب، برای وقت و بی‌وقت دانش‌آموزان هندسه‌دوست فعالیتی برای سرگرمی تدارک دیده است و این کاری است ارزنده.

ویژگی بارز این کتاب آن است که مسائل و مباحث آن، به خشکی هندسه در کتاب‌های درسی نیست و حالتی جذاب و گیرا دارد. پس اگر مدیران یا دبیران مدرسه‌هایی که در آن‌ها رشته ریاضی دایر است، یا دست‌کم چند دانش‌آموز کنجکاو و باهوش ریاضی‌دوست دارند، یکی دو جلد از این کتاب را برای مدرسه‌شان خریداری کنند، خدمت خوبی به ارتقای دانش هندسه در مدرسه خود کرده‌اند.

کتاب شامل چند فصل با این موضوع‌هاست: مسئله حل کردن؛ مفهوم‌های اولیه و تعریف‌ها؛ هم‌نهشتی؛ نابرابری مثلث؛ توازی؛ تمرین‌های تکمیلی.

و سخن آخر: بسیاری از مسئله‌ها و تمرین‌های کتاب از این منابع گرفته شده‌اند: مسابقه ریاضی کانگورو؛ جشنواره ریاضی؛ المپیاد شفاهی مسکو؛ المپیاد شفاهی هندسی مسکو؛ المپیاد هندسه شاریگین؛ مسابقه ریاضی رگاتا؛ تورنمنت لومونوسف. و بالاخره لازم است بگوییم که این کتاب، برگزیده جشنواره کتاب رشد شده است.



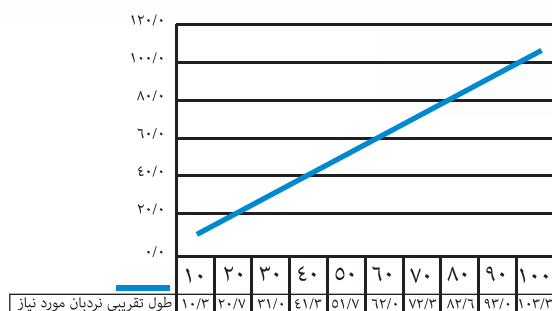
در استاندارد

ریاضی



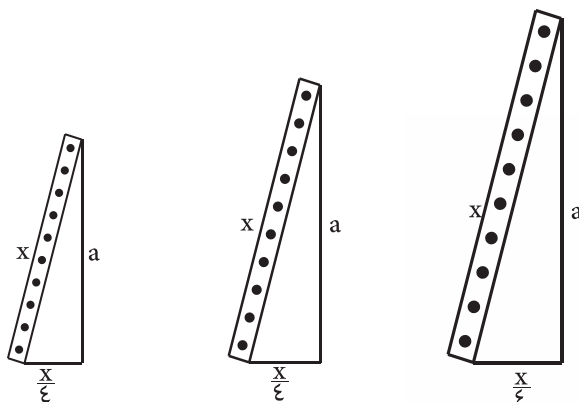
های آتش‌نشانی • زهره‌پندی

a برابر ۵۰ متر باشد، x می‌شود $۵۰ \times ۱/۰۳۳$ ؛ یعنی حدود ۵۱/۶ متر. در نمودار طول نردبان مورد نیاز بر حسب ارتفاع مورد نظر رسم شده است.



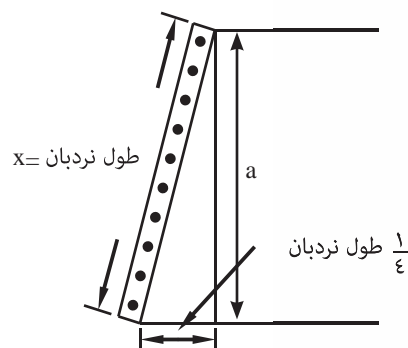
همان‌طور که می‌بینی، این رابطه، رابطه‌ای خطی است. یعنی با تغییر a، مقدار x هم به همان نسبت تغییر می‌کند. مثلاً اگر a را دو برابر کنیم، x هم دو برابر می‌شود و اگر a را نصف کنیم، x هم نصف می‌شود.

به عبارت دیگر، همه مثلث‌های تشکیل شده هنگام تکیه دادن نردبان‌های متفاوت به دیوار، با هم متشابه‌اند و ضلع‌هایشان به یک نسبت تغییر می‌کند:



راستی! خوب است بدانی که نردبان‌های آتش‌نشانی به سیستم‌هایی مجهز هستند که می‌توانند نردبان را در هر زاویه‌ای نگه دارند. در این صورت، اگر ساختمان و تکیه‌گاه نردبان در حین حادثه فرو بریزد، نردبان در جای خود باقی می‌ماند و نمی‌افتد. رعایت استاندارد $\frac{1}{4}$ تنها برای ایمنی و تثبیت بهتر جای نردبان است.

ابزارهای آتش‌نشانی استانداردهای مشخصی دارند که هنگام استفاده از آن‌ها باید کاملاً رعایت شوند. نردبان‌های کشویی را می‌توان تا حداکثر طول آن‌ها باز کرد و برای استفاده باید آن‌ها را به دیوار ساختمان یا تکیه‌گاه دیگری تکیه داد. هنگام استفاده از این نردبان‌ها، فاصله پای نردبان از تکیه‌گاه باید $\frac{1}{4}$ طول نردبان مورد استفاده باشد.



یکی از بلندترین نردبان‌های آتش‌نشانی در جهان ۵۴ متر است. با توجه به استاندارد مربوط به فاصله پایه تا تکیه‌گاه، فکر می‌کنی برای دسترسی آتش‌نشان‌ها به ارتفاع ۵۰ متری، استفاده از یک نردبان ۵۴ متری کافی است؟

ارتفاع مورد نظر	طول نردبان	فاصله پایه نردبان از تکیه‌گاه
۵۰		

به نظر می‌رسد حتی یک نردبان ۵۲ متری هم برای رسیدن به ارتفاع ۵۰ متری کافی است. خوب است برای کمک به آتش‌نشان‌ها رابطه‌ای به دست آوریم که نشان دهد برای دسترسی به هر ارتفاعی، لازم است نردبان را چقدر باز کنند. اما پیش از آن به این سؤال فکر کن: فکر می‌کنی با تغییر ارتفاع مورد نظر، طول نردبان باید به همان نسبت تغییر کند؟ مثلاً اگر ارتفاع دو برابر شد، طول نردبان هم باید دو برابر شود؟

ارتفاع مورد نظر	طول نردبان	فاصله پایه نردبان از تکیه‌گاه
a		

رابطه به دست آمد. حالا به جای a می‌شود ارتفاع مورد نظر را گذاشت و x، یعنی طول نردبان مورد نیاز را پیدا کرد. مثلاً اگر



چند مسئله

۱) تعلیمات اجتماعی هفتم، صفحه ۷۴، تراکم جمعیت

فعالیت

شما با توجه به اعداد جدول، تراکم جمعیت استان های البرز و سیستان و بلوچستان را حساب کنید و بنویسید. تراکم جمعیت در کدام استان بیشتر است؟

استان	تراکم (نفر در کیلومتر مربع)	مساحت (کیلومتر مربع)	جمعیت (نفر)
سیستان و بلوچستان	۱۸۱۷۸۵	۲۵۳۴۳۲۷	
البرز	۵۱۲۵	۲۴۱۲۵۱۳	

۳) علوم هفتم، صفحه ۶۵، رابطه کار

فعالیت

دانش آموزی برای به دست آوردن چگالی یک سنگ کوچک، ابتدا جرم آن را با ترازو اندازه می گیرد و مقدار ۴۰۰ گرم را به دست می آورد، سپس آن را درون استوانه مدرج که ۵۰۰ سانتی متر مکعب آب دارد، می اندازد. سطح آب روی ۶۰۰ سانتی متر مکعب قرار می گیرد. چگالی سنگ چقدر است؟

۲) تعلیمات اجتماعی هشتم، کاربرگ مربوط به صفحه ۱۳۳، مقیاس نقشه

مسئله

- ۱- اگر فاصله دو روستا روی نقشه ای ۱۰ سانتی متر باشد، در صورتی که مقیاس نقشه $\frac{1}{250000}$ باشد، فاصله این دو روستا روی زمین، چقدر است؟
- ۲- فاصله شهری تا ساحل دریا، روی زمین ۶۰ کیلومتر و روی نقشه ۵ سانتی متر است. مقیاس این نقشه را به دست آورید.



۴) علوم هفتم، صفحه ۱۰، چگالی

خود را بیازمایید

- ۱- شکل روبه رو شخصی را نشان می دهد که با نیروی افقی ۳۲۵ نیوتون جعبه ای را به اندازه ۲ متر در امتداد نیروی وارد شده به آن جابه جا می کند. کاری که این شخص روی جعبه انجام می دهد، چقدر است؟

به مسئله های بالا دقت کنید. همه آن ها از کتاب های علوم و تعلیمات اجتماعی دوره متوسطه اول انتخاب شده اند. بیاپید با هم این مسئله ها را حل کنیم تا ببینیم چه ارتباطی بین آن ها وجود دارد.

برای حل اولین مسئله به رابطه ای برای تعریف تراکم جمعیت احتیاج داریم. این رابطه در کتاب آمده است:

$$\text{تراکم جمعیت} = \frac{\text{جمعیت}}{\text{مساحت}}$$

به نظر می رسد برای پیدا کردن تراکم جمعیت کافی است، جمعیت هر منطقه را به مساحت آن تقسیم کنیم. مثلاً در مورد استان سیستان و بلوچستان به عدد $13/94 = \frac{2534327}{181785}$ و در مورد استان البرز به عدد $470/73 = \frac{2412513}{5125}$ می رسیم. این عددها به ما نشان می دهند که در هر کیلومتر مربع در استان سیستان و بلوچستان حدود ۱۳ نفر زندگی می کنند، در حالی که در استان البرز در همین مساحت حدود ۴۷۰ نفر زندگی می کنند. حالا برویم سراغ مسئله بعدی...

برای حل این مسئله هم باید رابطه ای برای تعریف مقیاس نقشه داشته باشیم. این رابطه در کتاب آمده است:

$$\text{مقیاس} = \frac{\text{فاصله دو نقطه روی نقشه}}{\text{فاصله همان دو نقطه روی زمین}}$$

در این مسئله مقیاس نقشه برای ما روشن است. با اندازه گیری روی نقشه، فاصله دو روستا هم به دست آمده است. آنچه برای ما روشن نیست، فاصله واقعی این دو نقشه روی زمین است. پس با چنین حالتی مواجه هستیم:

$$\frac{1}{250000} = \frac{10}{x}$$

(منظور از x همان فاصله واقعی دو نقطه است؛ یعنی مقداری که می خواهیم پیدا کنیم.) اکنون می توانیم از روش «طرفین - وسطین» که در کلاس ششم یاد گرفته ایم، استفاده کنیم:

$$\frac{1}{250000} \times x = \frac{10}{x} \times x$$

بنابراین: $1 \times x = 10 \times 250000$

خب، حالا معلوم می شود که فاصله واقعی این دو روستا، ۲۵ میلیون سانتی متر است. البته از آنجایی که فاصله شهرها و روستاها روی زمین را با سانتی متر اندازه نمی گیریم و بیان نمی کنیم، می توانیم آن را به واحد کیلومتر تبدیل کنیم که در این صورت، عدد ۲۵ کیلومتر به دست می آید. برویم سراغ مسئله سوم...



ویک راه حل

محدثه کشاورز اصلانی

در این مسئله باید چگالی یک قطعه سنگ را حساب کنیم. از آنجا که چگالی آب ۱ گرم بر سانتی متر مکعب است، من حدس می زنم چگالی قطعه سنگ کمی بیشتر از چگالی آب و مثلاً ۲ گرم بر سانتی متر مکعب باشد. ضمناً با توجه به تغییر حجم آب، می دانیم حجم جسم ۱۰۰ سانتی متر مکعب است.

به کمک رابطه چگالی که در کتاب آمده است و به کمک آزمون تقسیم، درستی حدسم را بررسی می کنیم.

رابطه چگالی این است: $\text{چگالی جسم} = \frac{\text{جرم جسم}}{\text{حجم جسم}}$ پاسخ درستی برسد. اگر تقسیم درست انجام شده باشد، رابطه آزمون تقسیم باید به اگر فرض کنیم چگالی قطعه سنگ برابر ۲ گرم بر سانتی متر مکعب باشد، پس باید حاصل ضرب چگالی در حجم جسم، عددی برابر جرم جسم را به دست بدهد؛ یعنی خواهیم داشت: $2 \times 100 = 400$. واضح است که این رابطه غلط است. من ترجیح می دهم این بار عدد ۴ را برای چگالی امتحان کنم: $4 \times 100 = 400$. این بار حدسم درست بود. بنابراین چگالی این قطعه سنگ ۴ گرم بر سانتی متر مکعب است. و اما مسئله چهارم...

یادآوری آزمون تقسیم
می خواهیم ۱۰۰ را بر ۴ تقسیم کنیم. عدد ۲۵ را پیدا می کنیم. قاعدتاً اگر در تقسیم ۱۰۰ سیب بین ۴ جعبه، در هر جعبه ۲۵ سیب قرار بگیرد، پس باید مجموع سیب های ۴ جعبه مساوی ۱۰۰ شود. برای اطمینان از این موضوع ۴ را در ۲۵ ضرب می کنیم. اگر حاصل عدد ۱۰۰ بود، یعنی تقسیم را درست انجام داده ایم.

در مسئله چهارم با رابطه ای روبه رو هستیم که ظاهراً با سه رابطه قبلی متفاوت است. رابطه کار هم در کتاب آمده است:

$$\text{جابه جایی} \times \text{نیرو} = \text{کار}$$

در حل این مسئله با داشتن مقدار جابه جایی و نیروی مصرف شده و ضرب این دو مقدار در یکدیگر می توانیم کار انجام شده را محاسبه کنیم. پس خواهیم داشت: $325 \times 2 = 650$ یعنی در حین عمل هل دادن جعبه، ۶۵۰ ژول کار انجام شده است.

حال برگردیم و به چهار تا مسئله ای که حل کرده ایم از ابتدا نگاه کنیم. در حل آن ها از این چهار رابطه استفاده کردیم:

$$\frac{\text{جرم جسم}}{\text{حجم جسم}} = \text{چگالی جسم} \quad \frac{\text{جمعیت}}{\text{مساحت}} = \text{تراکم جمعیت} \quad \text{جابه جایی} \times \text{نیرو} = \text{کار} \quad \frac{\text{فاصله دو نقطه روی زمین}}{\text{فاصله دو نقطه روی نقشه}} = \text{مقیاس}$$

این چهار رابطه ویژگی های مشترک زیادی دارند. در همه آن ها با سه متغیر مواجه هستیم، سه مقدار که باید اندازه گیری یا محاسبه شوند. شاید در نگاه اول به نظر برسد که در سه رابطه اول، یک رابطه تقسیم داریم، و در رابطه آخر با ضرب دو متغیر سروکار داریم. اما اگر دقیق تر نگاه کنیم و به راه حل های مسئله ها برگردیم، می بینیم که در مورد سه رابطه اول هم، ضرب دو متغیر در رابطه حضور دارد. این رابطه ها را می توانیم به این شکل بازنویسی کنیم: ● $\text{جرم جسم} = \text{حجم جسم} \times \text{چگالی جسم}$ ● $\text{جمعیت} = \text{مساحت} \times \text{تراکم جمعیت}$

● $\text{فاصله دو نقطه روی نقشه} = \text{فاصله همان دو نقطه روی زمین} \times \text{مقیاس نقشه}$

حتی می توانیم تصمیم بگیریم که سه رابطه اول را تغییر ندهیم و برعکس، رابطه چهارم را به شکل آن ها در بیاوریم. مثلاً فرض کنید در مسئله ای می خواهیم مقدار نیروی وارد شده را - با داشتن کار انجام شده و جابه جایی - پیدا کنیم. در این صورت می توانیم هر دو طرف رابطه را بر مقدار جابه جایی تقسیم کنیم: $\frac{\text{نیرو} \times \text{جابه جایی}}{\text{جابه جایی}} = \frac{\text{کار}}{\text{جابه جایی}}$ و آن گاه خواهیم داشت:

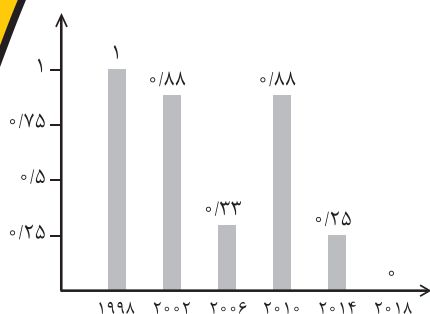
$$\text{نیرو} = \frac{\text{کار}}{\text{جابه جایی}}$$

بنابراین در هر چهار مسئله، با رابطه هایی که شبیه هم هستند رو به رو هستیم و راه حل آن ها شبیه یکدیگر است.



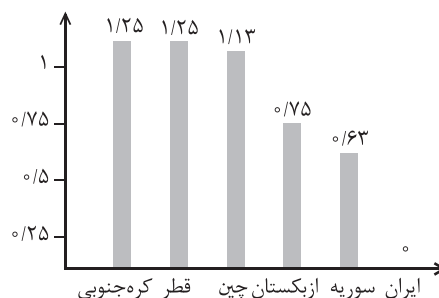
بهترین صعود

جعفر اسدی گرمارودی



نمودار ۲ میانگین گل خورده ایران در شش دوره
آخر مقدماتی جام جهانی

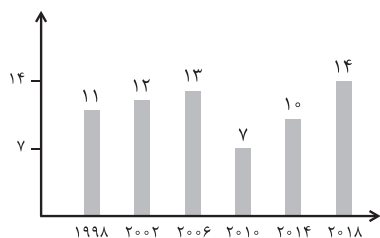
این روزها، در حال و هوای قرعه‌کشی مسابقات جام جهانی فوتبال ۲۰۱۸ روسیه هستیم. تیم ملی فوتبال ایران در پنج دوره موفق به صعود شده است. همان‌طور که می‌دانید، جام جهانی فوتبال هر چهار سال یک بار برگزار می‌شود. تیم ملی کشورمان در دوره‌های ۱۹۷۸، ۱۹۹۸، ۲۰۰۶، ۲۰۱۴ و ۲۰۱۸ به جام جهانی صعود کرده است. به نظر می‌رسد فوتبال ایران در رقابت با حریفان هم‌قاره‌ای خود در صعود به جام جهانی روسیه، نسبت به دوره‌های قبل با اقتدار بیشتری عمل کرده است. با گزارشی آماری - نموداری به مقایسه دور مقدماتی شش دوره اخیر (یعنی از سال ۱۹۹۸ تا ۲۰۱۸) خواهیم پرداخت تا جلوه روشن‌تری از «بهترین صعود» را به نمایش بگذاریم.



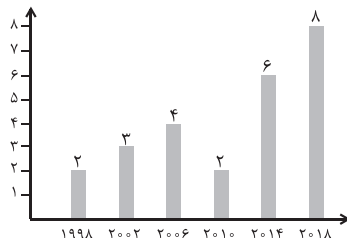
نمودار ۱ میانگین گل خورده در هر مسابقه تیم‌های حاضر در
گروه A مقدماتی آسیا



نمودار ۳ میانگین گل زده ایران در شش دوره اخیر مقدماتی جام جهانی

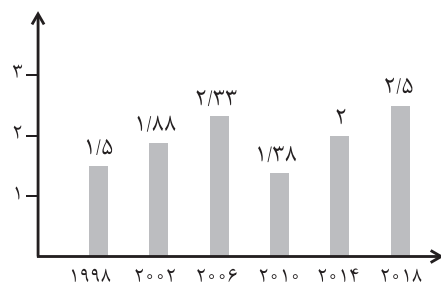


نمودار ۵ مقایسه امتیاز ایران در پایان هفته ششم^۱ دوره اخیر مقدماتی جام جهانی



نمودار ۴ تعداد بازی‌هایی که در آن‌ها ایران گل نخورده است (clean sheat)

جالب است که میانگین گل زده در سال ۲۰۱۸ نسبت به دوره‌های قبل پایین‌تر بوده است. این نشان می‌دهد که در سال‌های اخیر برخی تیم‌ها از جمله ایران تمایل بیشتری به بازی تدافعی دارند. از سوی دیگر، در سال ۱۹۹۸ بالاترین میانگین گل خورده را داشتیم، ولی در عین حال از بالاترین میانگین گل زده برخوردار بودیم.



نمودار ۶ میانگین امتیاز ایران در شش دوره اخیر مقدماتی جام جهانی^۲

پی‌نوشت‌ها

- در سال ۲۰۰۶، دو گروه مقدماتی قاره آسیا به صورت چهار تیمی بود که تعداد ۶ بازی در رفت و برگشت برگزار شد. در حالی که در دوره‌های دیگر ۵ تیمی یا ۶ تیمی و تعداد بازی‌ها نیز بیشتر بود. برای مقایسه بهتر این نمودار تا پایان هفته ششم ارائه شد.
- تمام اطلاعات آماری ارائه شده برای سال ۲۰۱۸، تا پایان بازی ازبکستان (یعنی بازی هشتم) است.



یک سوزن به پارچه یک جوادوز به هندسه

سپیده چمن آرا • عکاس: اعظم لاریجانی

روی دیوار خانه عمویم، تابلوی قشنگی بود. زن عمو جان می گفت کار دست است؛ سوزن دوزی است؛ از زمان خیلی قدیم، در جهیزیه مادرشون، همیشه رنگ های آن تابلو و نظمی که شکل آن داشت توجهم را جلب می کرد. خانم تهمینه رضائی، هنرمند و استاد سوزن دوزی است. او کارهای خود را با هیجان و علاقه به ما نشان می داد؛ که چگونه با نخ های رنگارنگ، روی پارچه های ساده، با دست آن طرح های زیبا را دوخته بود... ما نیز از دیدن آن همه طرح زیبا حسابی هیجان زده شده بودیم. بعضی از طرح ها شبیه تصاویر طبیعت بود و بعضی دیگر ما را به یاد شکل های هندسی و تبدیلات هندسی که در کتاب درسی ریاضی دیده بودیم می انداخت.

الان می فهمم که آن نظم و زیبایی که در تابلوی سوزن دوزی خانه عمو به چشمم می آمد، نظم هندسی ای بود که در اثر متقارن بودن طرح هندسی آن تابلو ایجاد شده بود. **تو نیز به طرح ها با دقت نگاه کن.**





این تصویر
 تقارن مرکزی دارد
 یا تقارن محوری؟
 چرا؟



این
 تصویر تقارن
 مرکزی دارد یا
 تقارن محوری؟
 چرا؟



این
 شکل چند
 محور تقارن
 دارد؟ چرا؟



محور تقارن‌های
 این شکل را رسم
 کن.



محور
 تقارن‌های این
 شکل را نیز رسم
 کن.



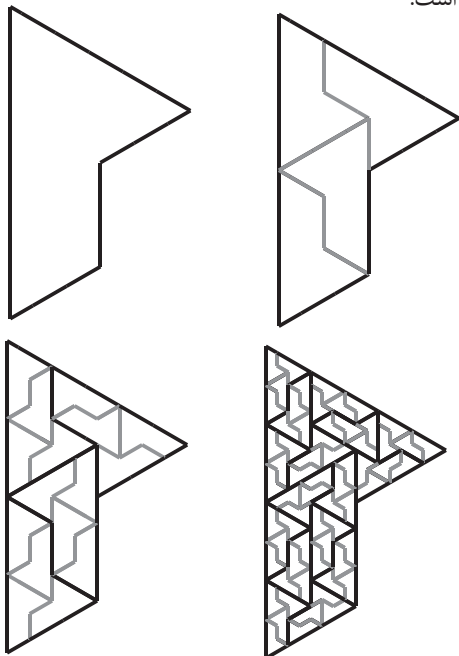


کاشی در مدل کاشی کاری

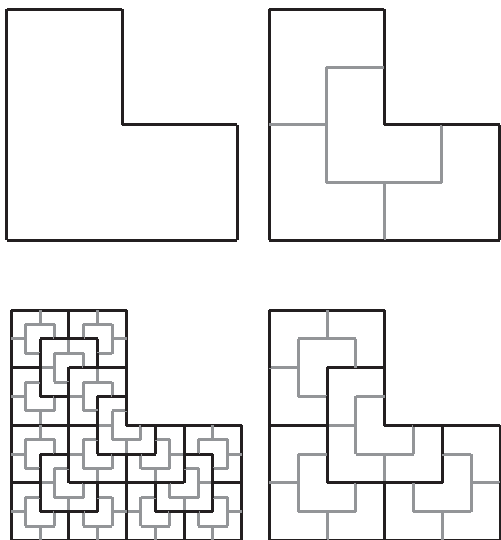
پروژه جایگزینی

کیان کریمی خراسانی

● **مثال ۱.** فرایند کاشی شدن یک پنج ضلعی که زاویه هایش 60° ، 120° و 240° هستند و طول اضلاعش با اعداد $1:1:2:3$ متناسب است را در زیر می بینید. این کاشی با نام «کاشی اسفنجس»^۲ مشهور است.



● **مثال ۲.** در شکل های زیر، یک کاشی L شکل در هر مرحله به چهار کاشی L شکل کوچک تر با همان نسبت های ضلع ها تجزیه می شود. زاویه ها در هر کاشی 90° یا 270° است و طول اضلاع با اعداد $1:1:1:2:2$ متناسب است.



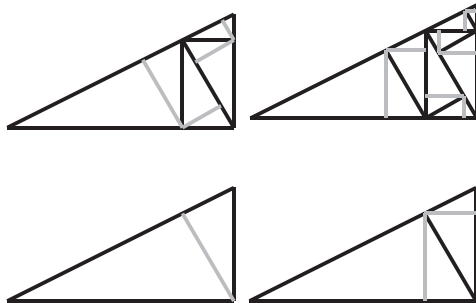
در این مطلب قصد داریم نوعی از کاشی کاری را معرفی کنیم که شباهت زیادی به «فرکتال»ها (برخاله ها) دارد. در این کاشی کاری یک کاشی می تواند به چندین کاشی کوچک تر متشابه با خودش تجزیه شود. کاشی کاری به روش جایگزینی^۱ با کاشی هایی به نام «رپ تایل»^۲ انجام می شود. رپ تایل شکلی است که می توان آن را به نسخه های کوچک تر از همان شکل تجزیه کرد. در این روش، کاشی کاری مرحله به مرحله انجام می شود، به گونه ای که یک چندضلعی در هر مرحله، به چندین چندضلعی کوچک تر دیگر تجزیه می شود (و درواقع با آن کاشی های کوچک تر کاشی می شود)؛ به طوری که:

● کاشی های کوچک تر متشابه با آن چندضلعی بزرگ تر هستند. یعنی فقط اضلاع آن ها به یک نسبت کوچک تر شده است.

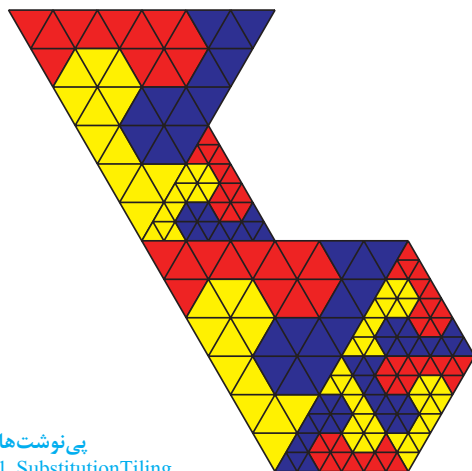
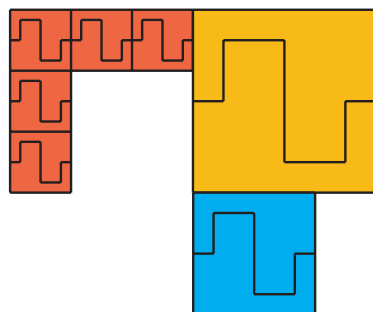
● کاشی های کوچک تر با یکدیگر متشابه هستند. در هر مرحله این فرایند، هر کاشی به n کاشی کوچک تر تجزیه می شود. بنابراین پس از مرحله اول n کاشی، در مرحله دوم n^2 کاشی، در مرحله سوم n^3 کاشی و... به وجود می آیند. این فرایند را می توان فرکتالی دانست، زیرا یک کاشی را می توان هم در کل الگو دید و هم در اجزای آن.



انجام داد که اندازه هیچ کدام از قطعات با یکدیگر برابر نباشد؟ (البته کماکان کاشی‌ها با یکدیگر متشابه باشند). یک پاسخ این مسئله را می‌توانید در مثلث قائم‌الزاویه بیابید. با رسم ارتفاع وارد بر وتر، دو مثلث متشابه با مثلث اصلی و غیرهم‌نهشت به وجود می‌آید. این روند می‌تواند ادامه یابد.



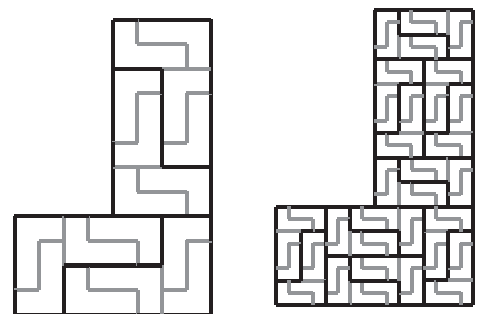
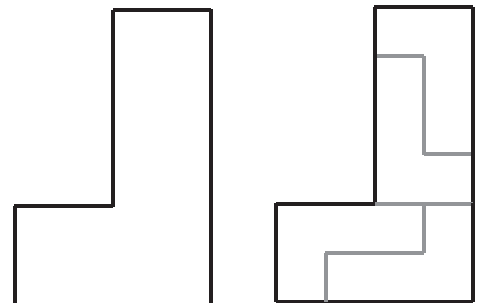
در تصویرهای زیر دو پاسخ دیگر برای این مسئله را می‌بینید.



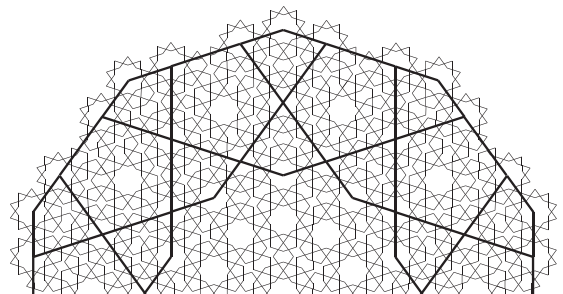
پی‌نوشت‌ها

1. Substitution Tiling
2. Rep-Tile
3. Sphinx Tiling

● مثال ۳. یک کاشی لاشکل دیگر در هر مرحله به چهار کاشی کوچک‌تر لاشکل، با همان نسبت‌های ضلع‌ها تجزیه می‌شود. زاویه‌ها در هر کاشی 90° یا 270° است و طول اضلاع با اعداد $1:2:3:2:1$ متناسب است.



کاشی‌کاری به روش جایگزینی در معماری اسلامی یادآور مفهوم «شاه‌گره» است که در آن یک گروه هم در مقیاس بزرگ دیده می‌شود و هم در مقیاس کوچک. مثلاً در گره چینی زیر طرحی را هم در کل آن می‌توانیم مشاهده کنیم و هم در جزء آن.



یکی از مسائل جالبی که در این نوع کاشی‌کاری مطرح می‌شود این است که آیا می‌توان کاشی‌کاری را طوری



چندی پیش گزارشی درباره رکوردداران دوهای ۱۰۰ متر، ۴۰۰ متر و ۸۰۰ متر شنیدم. رکوردهای آنها چنین بود:

- رکورددار دوی ۱۰۰ متر جهانی در ۹/۵۸ ثانیه (مسابقات جهانی، برلین آلمان، ۱۶ اوت ۲۰۰۹) - آقای اوسین بولت، اهل جامائیکا
- رکورددار دوی ۴۰۰ متر المپیک در ۴۳/۰۳ ثانیه (المپیک، ريو برزيل، ۲۰۱۶) - آقای وایدون کریک، اهل آفریقای جنوبی
- رکورددار دوی ۸۰۰ متر المپیک در ۱/۴۰/۹۱ ثانیه (المپیک، لندن بریتانیا، ۲۰۱۲) - آقای داوید کلوتا، اهل کنیا.

سؤالی که برایم پیش آمد این بود که: «اگر بخواهیم سرعت این سه دونده را با سرعت متداول خودروها مقایسه کنیم، سرعت این دوندگان چند کیلومتر بر ساعت است؟» برای پاسخ به این سؤال، به اطلاعاتی درباره تبدیل واحدهای اندازه گیری نیاز داشتم.

تبدیل واحدهای اندازه گیری

می دانیم که یک کیلوگرم مساوی ۱۰۰۰ گرم، یک کیلومتر مساوی ۱۰۰۰ متر، یک ساعت مساوی ۶۰ دقیقه و یا ۳۶۰۰ ثانیه است. جرم، طول، زمان، جریان الکتریکی، دما و... از کمیت های اصلی اندازه گیری هستند. هریک از این کمیت ها، واحدهای اندازه گیری متفاوتی دارند. برای تبدیل یک واحد به واحدی دیگر، باید آن دو واحد از یک جنس باشند. مثلاً هر دو طول را اندازه بگیرند. اولین مرحله برای تبدیل دو واحد به یکدیگر، پیدا کردن رابطه میان آن دو واحد است.

چگونه واحدها را به یکدیگر تبدیل کنیم؟

برای تبدیل واحد از تناسب استفاده می کنیم. قبل از تشکیل تناسب و انجام هرگونه محاسبه ای باید ارتباط بین آن دو واحد را بدانیم. برای نمونه، هر کیلوگرم ۱۰۰۰ گرم و هر متر ۱۰۰ سانتی متر است.

جدول ۱. یکاهای اصلی

کمیت	نام واحد	نماد واحد (یکا)
زمان	ثانیه	s
طول	متر	m
جرم	کیلوگرم	kg
مقدار ماده	مول	mol
دمای ترمودینامیکی	کلوین	k
جریان الکتریکی	آمپر	a
شدت روشنایی	شمع	cd

جدول ۲. ضرایب منفی

نماد ضریب	نام ضریب	یکا
d	دسی	10^{-1}
c	سانتی	10^{-2}
m	میلی	10^{-3}
μ	میکرو	10^{-6}
n	نانو	10^{-9}
p	پیکو	10^{-12}
f	فمتو	10^{-15}
a	اتو	10^{-18}
z	زپتو	10^{-21}
y	یوکتو	10^{-24}

جدول ۳. ضرایب مثبت

نماد ضریب	نام ضریب	یکا
da	دکا	10^1
h	هکتو	10^2
k	کیلو	10^3
M	مگا	10^6
G	گیگا	10^9
T	ترا	10^{12}
P	پتا	10^{15}
E	اکسا	10^{18}
Z	زتا	10^{21}
Y	یوتا	10^{24}

دویدن حسین نامی ساعی برفراز کیلومتر



مثال ۱. ۳۰ گرم چند کیلوگرم است؟
می‌دانیم که هر کیلوگرم ۱۰۰۰ گرم است.
بنابراین یک تناسب تشکیل می‌دهیم:
و X برابر است با: $x = \frac{30 \times 1}{1000} = 0.03$

حالا برگردیم به سؤالی که دربارهٔ دوندگان ۱۰۰ متر، ۲۰۰ متر و ۴۰۰ متر داشتیم:

سؤال اول. آقای اوسین بولت ۱۰۰ متر را در ۹/۵۸ ثانیه دویده است. به‌طور متوسط، سرعت او در این ۱۰۰ متر چند کیلومتر بر ساعت بوده است؟

با توجه به اینکه هر متر 10^{-3} یا 0.001 کیلومتر و هر ثانیه $\frac{1}{3600}$ ساعت است، با دو تا تناسب به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

کیلومتر	ثانیه		کیلومتر	ثانیه
۱	۹/۵۸	$y = \frac{3600 \times 0.001}{9.58} = 37.57$	۰/۱	۹/۵۸
x	۳۶۰۰		y	۳۶۰۰

بنابراین سرعت او در دوی صد متر به‌طور میانگین ۳۷/۵۷ کیلومتر بر ساعت بوده است.

سؤال دوم. آقای وایدون کریک دوندۀ دو ۴۰۰ متر که ۴۰۰ متر را در ۴۳/۰۳ ثانیه دویده است، به‌طور میانگین سرعتش در این ۴۰۰ متر چند کیلومتر در ساعت است؟
برای پاسخ به این سؤال هم مانند سؤال قبلی عمل می‌کنیم. $\frac{0.4 \times 3600}{43.03} = 33.465$ یعنی سرعت آقای وایدون کریک در دوی ۴۰۰ متر به‌طور میانگین ۳۳/۴۶۵ کیلومتر در ساعت بوده است.

سؤال سوم: داوید لکوتا ۸۰۰ متر را در ۱/۴۰/۹۱ (۱ دقیقه و ۴۰/۹۱ ثانیه) دویده است. سرعت آقای لکوتا در این ۸۰۰ متر به‌طور میانگین چند کیلومتر بر ساعت بوده است؟

برای پاسخ به این سؤال ابتدا زمان یک دقیقه و چهل ثانیه و نود و یک صدم ثانیه را برحسب ثانیه بیان می‌کنیم:
 $60 + 40 + 0.91 = 100.91s$

و اگر مانند سؤالات قبلی عمل کنیم، خواهیم دید که لکوتا ۸۰۰ متر را به‌طور میانگین با سرعت ۲۸/۵۴ کیلومتر در ساعت دویده است. شما خودتان محاسبات آن را انجام دهید. راستی، کدام دونده سریع‌تر از بقیه دویده است؟



اعداد کانگوروی اعداد هومیایی

در دو شماره قبلی ابتدا به تاریخچه عددنویسی در زمان‌های خیلی قدیم پرداخته و سپس مختصری از عددنویسی در اقوام و تمدن‌های باستانی آمریکای لاتین گفتیم. در این شماره می‌خواهیم به سراغ اقیانوسیه (استرالیا)، شرق دور (چین) و شمال آفریقا (مصر) برویم.



نویسنده: حسام سبحانی طهرانی
تصویرگر: سام سلماسی

به دلیل دورافتادگی اقیانوسیه از بقیه دنیا، گمان‌های معتبر چندانی در دسترس ما نیست. یکی از معتبرترین آن‌ها مربوط می‌شود به قوم گومولگال که همه اعداد را تنها به کمک دو رقم تعیین می‌کردند: چیزی شبیه کدگذاری ۱ و ۰ کامپیوتری. به گمانم ...



گومولگال‌ها عدد ۱ را اوراپون و ۲ را اوکاسار می‌نامیدند و بقیه اعداد را هم با این دو می‌ساختند.



مریضانگا چند سالانگا؟

... اوکاسار-اوکاسار-
اوکاسار-اوکاسار...



قطعاً تا حالا فهمیدید که این روش چه دردهای عجیبی داشته است!

خوشبختانه در چین باستان به عددنویسی دهنده‌ی روی آوردند و برای گفتن اعداد این قدر در دسر نمی‌کشیدند؛ اما امان از نوشتن اعداد...





۹۷۴۲۱	۱۰۰۰	۱۰۰	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	
𐂔𐂕𐂖𐂗𐂘	𐂔𐂕𐂖𐂗	𐂔𐂕𐂖	𐂔𐂕	𐂔	𐂕	𐂖	𐂗	𐂘	𐂙	𐂚	𐂛	𐂜	چین باستان
𐂔𐂕𐂖𐂗𐂘	𐂔𐂕𐂖𐂗	𐂔𐂕𐂖	𐂔𐂕	𐂔	𐂕	𐂖	𐂗	𐂘	𐂙	𐂚	𐂛	𐂜	چین جدید

البته به جای آسان تر شدن، سخت تر شده!!
 امان از این چینی های مرموز!

چینی ها برای ۱ تا ۹ و همین طور ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و... نمادهای جداگانه ای مشخص کردند و بقیه اعداد را به کمک ترکیب این نمادها طراحی کردند. هنوز هم این روش (با تغییرات اندکی) یکی از روش های عددنویسی در چین است.



آخ - جون - می - جان!

هو - را!

لطفاً چهار هزار و ششصد و نود و پنج نوشت!

امروز هم خواب!

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
تسونگ	𐂔	𐂕	𐂖	𐂗	𐂘	𐂙	𐂚	𐂛	𐂜
لاند	—	=	≡	≡	≡	⊥	⊥	⊥	⊥

برای صرفه جویی در زمان، چینی ها روش میله ای یا تسونگ هنگ را ابداع کردند. در این روش، رقم های یکان، صدگان، ده هزارگان و... را با تسونگ (عمودی) و دهگان، هزارگان، صد هزارگان و... را با هنگ (افقی) نمایش می دهند.



اما همین موضوع گاهی در دسرهای بسیاری درست می کرد. از مسائل مهمی مثل سرشماری اشتباه اژدهای چینی گرفته که منجر به انقراضش شد تا اشتباهات محاسباتی کوچکی که منجر به اختلاس های میلیاردی شد.

تمام!



ای - با - با!



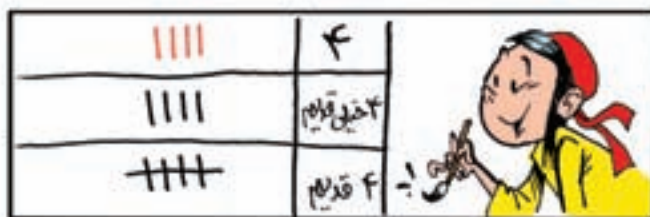
𐂔𐂕𐂖𐂗𐂘 𐂔𐂕 𐂔𐂕𐂖𐂗𐂘

= — 𐂔𐂕 𐂔𐂕𐂖𐂗𐂘

به علت نداشتن نماد صفر در عددنویسی میله ای، چینی ها مجبور بودند جای برخی از ارزش های مکانی را خالی بگذارند.



به همین خاطر، کمی بعد (تقریباً ۲۰۰۰ سال!!) صفر را هم به نمادهایشان اضافه کردند.



چینی‌ها با همین اعداد میله‌ای و تنها با استفاده از رنگ سیاه اعداد منفی را هم می‌نوشتند. گمان می‌شود که آن‌ها اولین کسانی بودند که اعداد منفی را ابداع کردند. البته بعدها که مداد قرمز کمیاب شد، مجبور شدند نماد جدیدی برای آن‌ها در نظر بگیرند تا با مثبت‌ها قاطی نشوند!



از آنجایی که چینی‌ها دوست نداشتند کسی از کارشان سر در بیاورد، برای امور بازرگانی خود عددهای جدیدی طراحی کردند که هیچ بیگانه‌ای عمراً چیزی از آن نفهمد.

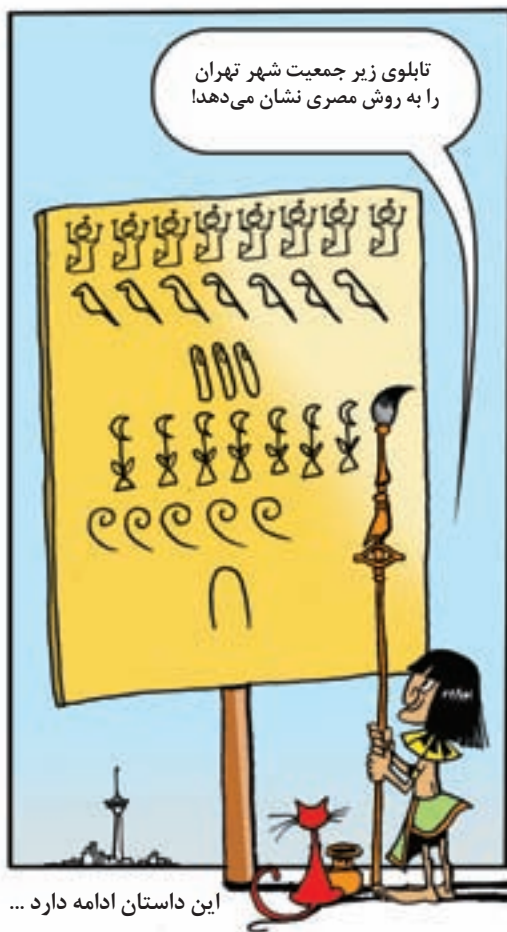


اما بعدها به خاطر افزایش تعامل با دیگر کشورها مجبور شدند بی‌خیال این اعداد راز آلود بشوند.

عددنویسی در مصر باستان بسیار شبیه چین باستان بود؛ هم به خاطر ساختار دهدهی‌اش و هم به خاطر شکل‌های عجیب و غریبش.

۱	۱	انگشت
۲	۱۰	طناب
۳	۱۰۰	یک حلقه طناب
۴	۱۰۰۰	لوتوس
۵	۱۰۰۰۰	انگشت بزرگ
۶	۱۰۰۰۰۰	بیجه قورباغه
۷	۱۰۰۰۰۰۰	پلنگ (هه)





این داستان ادامه دارد ...



به نظر می‌رسد مصری‌ها اولین قومی بودند که بی‌نهایت را هم آدم حساب کردند و برایش نماد نوشتند. در تصاویر مصری، الیه «را» دو نماد بی‌نهایت را حمل می‌کند.

تکلیف شب

سال تولد خود و هر یک از اعضای خانواده‌ات را به زبان های زیر بنویس:

- مصری:

- چینی باستانی:

- چینی میلادی:

- کوه‌نگالی:

خطر تاول زدن دست وجود دارد!

هنوز داری می‌نویسی؟

به نظم بی‌خیال شو!



یک مسئله، چند راه حل

داود معصومی مهوار

اتوبوسی ۴۰ مسافر و یک راننده دارد. راننده هیچ پولی ندارد. کرایه هر مسافر برابر ۱۵ تومان است. هر مسافر دست کم به اندازه کرایه خود پول دارد. هیچ دو نفری با هم نیستند و هر کس باید تنها کرایه خود را بدهد. مسافران تنها سکه‌های ۱۰، ۲۰ و ۲۵ تومانی دارند. می‌دانیم که مجموع پول مسافران روی هم ۹۹۵ تومان است. آیا حالتی وجود دارد که مسافران بتوانند کرایه‌های خود را بی بیش و کم پرداخت کنند و بروند؟ اگر بله، چه جور؟ اگر نه، چرا؟

مسئله به نظر ساده نمی‌آید، ولی درسی بزرگ را همین الان یاد بگیرید:
«از مسئله نترسید و هر چه می‌فهمید بنویسید، حتی اگر به نظرتان بسیار ساده بیایند و کارگشا نباشند.»
بسیاری از مسئله‌های به ظاهر دشوار با همین فهم‌های ساده و به نظر بی‌فایده حل می‌شوند. پس خیلی سراسر است سراغ مطالب ساده‌ای می‌رویم که به ذهن می‌رسند.

- ۱ یکی از راه‌های پرداخت کرایه این است که مسافر ۲۵ تومانی بدهد و ۱۰ تومانی پس بگیرد.
 - ۲ یکی از راه‌های پرداخت کرایه این است که مسافر ۴۰ تومان بدهد و ۲۵ تومانی پس بگیرد.
 - ۳ پرداخت ۴۰ تومان در بند پیش به سه روش شدنی است.
 - ۴ یکی از راه‌های پرداخت کرایه این است که مسافر ۳۵ تومان بدهد و ۲۰ تومانی پس بگیرد.
 - ۵ هر مسافر به اندازه کرایه خود پول دارد. پس هر مسافر دست کم ۱۵ تومان پیش خود پول دارد.
 - ۶ بند ۵ شدنی نیست. (چرا؟) پس هر مسافر دست کم ۲۰ تومان پیش خود پول دارد.
 - ۷ بند ۶ هم شدنی نیست. (چرا؟) پس هر مسافر پیش خود دست کم ۲۵ تومان پول دارد.
 - ۸ کرایه هر نفر ۱۵ تومان است. پس کرایه همه ۴۰ مسافر، روی هم ۶۰۰ تومان است.
 - ۹ پول همه مسافران روی هم ۹۹۵ تومان است. پس همه مسافران روی هم، دست کم یک سکه ۲۵ تومانی دارند.
 - ۱۰ از بند ۹ می‌فهمیم که تعداد سکه‌های ۲۵ تومانی که پیش مسافران است، زوج نیست. بلکه فرد است.
 - ۱۱ همه ۴۰ مسافر روی هم ۹۹۵ تومان پول دارند. یعنی تقریباً سهم هر کس از این پول ۹۹۵ تومان تقسیم بر ۴۰ است. یعنی تقریباً هر کس ۲۴/۸۷۵ تومان پول دارد.
 - ۱۲ شدنی نیست که هر کس ۲۴/۸۷۵ تومان پول داشته باشد. پس برخی بیش از این مقدار و برخی کمتر از این مقدار پول دارند. پول هر مسافر باید مجموعی از عددهای ۱۰، ۲۰ و ۲۵ باشد.
 - ۱۳ هیچ کس نمی‌تواند در آغاز کرایه خود را بدهد و برود. چون راننده هیچ پولی ندارد. پس نفر نخست باید پول خود را به راننده بدهد و منتظر بایستد تا راننده بقیه پول او را از نفر یا نفرهای بعدی بگیرد و بدهد.
 - ۱۴ یک مثال خوب این است که حسن ۲۵ تومان داشته باشد و محبوبه ۴۰ تومان (مثلاً دو ۱۰ تومانی و یک ۲۰ تومانی) و هر دو پولشان را به راننده بدهند. حسن یک ۱۰ تومانی از راننده بگیرد و محبوبه هم یک ۲۵ تومانی از راننده بگیرد و هر دو پیاده شوند و بروند.
 - ۱۵ مثال بند ۱۴ را می‌توان طوری کامل‌تر کرد که حسن و بهرام هر یک ۲۵ تومان داشته باشند و هر یک ۱۰ تومان بگیرند و محبوبه هم ۲۵ تومان بگیرد و هر سه پیاده شوند.
- می‌توان بندهایی مانند بندهای ۱۴ و ۱۵ را برای تعداد بیشتری از مسافران بررسی کرد. ولی خوب است که همین نتیجه‌ها را بار دیگر بخوانیم و تلاش کنیم تا ارتباطی احتمالی را بین آن‌ها ببینیم و بفهمیم. به بندهای ۷ و ۱۱ بیشتر توجه کنید. مسئله تقریباً حل شده است.



هر مسافر دست کم به اندازه کرایه خود پول دارد. یعنی هر مسافر باید دست کم ۱۵ تومان پول داشته باشد. با توجه به اندازه‌های سکه‌های موجود، این شدنی نیست. سکه‌ها ۱۰، ۲۰ و ۲۵ تومانی هستند. پس برای اینکه هر کس کرایه خود را داشته باشد، هر کس باید دست کم ۲۰ تومان پول داشته باشد. اما این هم شدنی نیست. زیرا چنان که مسئله گفته است، هر مسافر باید تنها کرایه خود را بدهد و برود. اگر مسافری تنها ۲۰ تومان پول داشته باشد، راننده به هیچ روشی نمی‌تواند باقی پول او یعنی ۵ تومان را بپردازد. پس هر مسافر باید دست کم ۲۵ تومان پول پیش خود داشته باشد (و در غیر این صورت تصور پرداخت کرایه‌ها شدنی نیست). این یعنی مجموع پول همه ۴۰ مسافر روی هم برابر ۱۰۰۰ تومان است. اما بنا بر گفته مسئله این مقدار ۹۹۵ تومان است. پس به هر حال پرداخت کرایه مسافران به هیچ روشی شدنی نیست.

از بندهای ۱ و ۲ و ۴ می‌توان چیز نویی فهمید. شاید خیلی بیهوده به نظر برسد، ولی قرار شد هر نتیجه‌ای را بنویسم. از این سه بند می‌توان فهمید که:

۱۶ هر مسافر پس از پرداخت کرایه خود و پیاده شدن از اتوبوس، حتماً همراه خود پول دارد.

نتیجه بعدی هم ساده است:

۱۷ هر مسافر پس از پرداخت کرایه و پیاده شدن، دست کم ۱۰ تومان پول همراه خود دارد.

امیدوارم نتیجه بعدی را زودتر از من نوشته باشید:

۱۸ مسافران پس از پرداخت کرایه و پیاده شدن، دست کم ۴۰۰ تومان پول با خود به بیرون اتوبوس برده‌اند. حالا بار دیگر بندهای ۱ تا ۱۸ را بخوانید و تلاش کنید ارتباط احتمالی آن‌ها را ببینید و بفهمید.

راهدوم

با توجه به سکه‌هایی که مسافران دارند، هیچ مسافری نمی‌تواند ۱۵ تومان کرایه خود را بدهد و برود. پس هر مسافر دست کم با ۱۰ تومان پول از اتوبوس بیرون می‌رود. یعنی اگر فرض کنیم که بالاخره ترتیبی وجود دارد که مسافران بتوانند کرایه خود را بپردازند و بروند، این ۴۰ مسافر در مجموع ۴۰۰ تومان پول را با خود به بیرون اتوبوس می‌برند. از طرف دیگر، مجموع همه پول‌های مسافران برابر ۹۹۵ تومان بوده است. پس بیشینه پولی که می‌تواند نزد راننده در اتوبوس باقی بماند، برابر ۹۹۵ تومان منهای ۴۰۰ تومان است. یعنی بیشینه پولی که به عنوان کرایه می‌تواند نزد راننده بماند ۵۹۵ تومان است. در حالی که کرایه ۴۰ مسافر برابر ۶۰۰ تومان است. پس پرداخت کرایه مسافران به هیچ روشی شدنی نیست.

راه سوم

این راه حل شباهت زیادی به راه حل‌های پیشین دارد. از این رو حتی خود راه حل را خلاصه می‌نویسیم و خود شما تلاش کنید تا آن را به درستی بنویسید:

فرض می‌کنیم که مسافران بتوانند هر یک کرایه خود را بپردازند و از اتوبوس پیاده شوند. در این صورت در پایان ۶۰۰ تومان پول پیش راننده خواهد ماند و ۳۹۵ تومان از اتوبوس بیرون خواهد رفت. اما چنین چیزی شدنی نیست.

برای اینکه بتوانید درس بزرگی را تمرین کنید، این مسئله را کمی تغییر می‌دهیم (بعدها تغییر مسئله و ساخت مسئله را نیز تمرین خواهیم کرد). ببینید:

اتوبوسی ۴۰ مسافر و یک راننده دارد. راننده هیچ پولی ندارد. کرایه هر مسافر برابر ۱۵ تومان است. هر مسافر دست کم به اندازه کرایه خود پول دارد. هیچ دو نفری با هم نیستند و هر کس باید تنها کرایه خود را بدهد. مسافران تنها سکه‌های ۱۰، ۲۰ و ۲۵ تومانی دارند. می‌دانیم که مسافران روی هم ۶۳ تا سکه دارند. آیا حالتی وجود دارد که مسافران بتوانند کرایه‌های خود را بی‌بیش و کم پرداخت کنند و بروند؟ اگر بله، چگونه؟ اگر نه، چرا؟

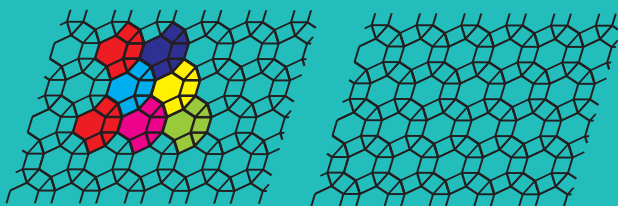
باز هم ساده‌ترین نتیجه‌گیری‌هایی که به نظر هر کسی می‌رسد، در این مسئله تقریباً بخش عمده راه حل هستند. خجالت نکشید و دست کم پیش خودتان و روی یک کاغذ، هر چه را می‌فهمید بنویسید. اگر بتوانید چنین کنید، بزرگ‌ترین گام را در جهت حل مسئله برداشته‌اید. پس تمرین کنید.



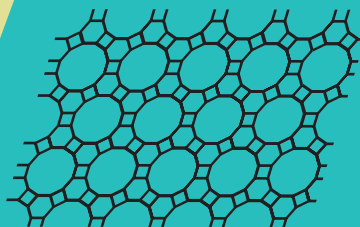
باهم مسئله حل کنیم

کیان کریمی خراسانی

«واگیره» شکلی است که از تکرار آن یک الگوی کاشی‌کاری به دست می‌آید. برای آشنایی بیشتر با واگیره، به مطلب چاپ شده در شماره ۸۳ / این مجله مراجعه کنید. در الگوی تصویر زیر، هر واگیره از یک شش ضلعی منتظم، دو مثلث متساوی‌الاضلاع و سه مربع تشکیل می‌شود.

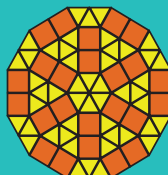
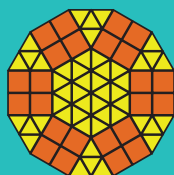


اکنون شما سعی کنید، در الگوی زیر تصویر یک واگیره را پیدا کنید و آن را رنگ کنید.

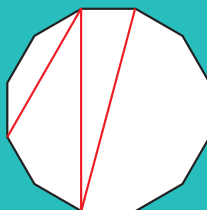


یک

در تصویر مقابل در به دو طریق سطح یک دوازده ضلعی منتظم با مربع و مثلث متساوی‌الاضلاع کاشی شده است.



دو



الف. مساحت یک دوازده ضلعی منتظم به ضلع ۱ را به دست آورید.
ب. در یک دوازده ضلعی منتظم به طول ضلع ۲، طول قطرهای مشخص شده را به دست آورید.



از میان نامه‌ها

حاصل ضرب‌های نادرست

با سلام. شما در شماره دوم مجله برهان در صفحه ۲۷ متنی را چاپ کرده بودید با نام «ایده‌های متین» و برای آن دلیل خواسته بودید.

ما جفت عددهایی داریم که مجموع همه‌شان ۹ است:

$$(۰,۹) (۱,۸) (۲,۷) (۳,۶) (۴,۵)$$

طبق کتاب‌هایی که من خوانده‌ام، به این کار جمع آخر عدد می‌گویند که کاربردش در امتحان سریع ضرب است (جمع آخر عدد: آن قدر رقم‌های عدد را جمع کنیم تا به یک رقم برسیم).

مثلاً داریم:

$$۱۷ \times ۲۵ = ۴۲۵$$

می‌خواهیم بدانیم درست انجام شده است یا نه؟

$$۲ \leftarrow ۴۲۵$$

$$۷ \leftarrow ۲۵$$

$$۸ \leftarrow ۱۷$$

اگر حاصل ضرب جمع آخرها برابر جمع آخر جواب نشود، یعنی ضرب درست انجام نشده است. که داریم:

$$۲ \leftarrow ۵۶$$

$$۸ \times ۷ = ۵۶$$

توجه کنید، این روش نمی‌گوید که ضرب حتماً درست است، اما اگر جمع آخرها یکی نشود، یعنی حتماً حتماً حتماً ضرب نادرست است. خب حالا کل این‌ها را گفتیم تا بتوانیم بگوییم: ما در جمع آخر می‌توانیم هرگاه به رقم ۹ رسیدیم، به جای آن صفر بگذاریم؛ مثلاً:

$$۵ \leftarrow ۶۷۹۱ \leftarrow ۶+۷+۹+۱ = ۲۳ \leftarrow ۲۳$$

$$۵ \leftarrow ۶۷۹۱ \leftarrow ۱+۰+۷+۶ = ۱۴ \leftarrow ۱۴$$

دلیل آن هم ساده است: جمع با ۹ باعث می‌شود،

از یکان یکی کم شود و به دهگان یکی اضافه

شود که در جمع آخر تأثیری ندارد. پس حکم

ثابت می‌شود. در ضمن من از طرف خودم کتاب

«ضرب سریع» از مجموعه کتاب‌های «محاسبات

سریع» از آقای مصطفی باقری از انتشارات «مهر

و ماه» را معرفی می‌کنم. حال ضرب زیر را ببینید:

$$۲۳۴۹ = ۲۷ \times ۸۷$$

$$۶ \leftarrow ۱۵ = ۷ + ۸$$

$$۰ \leftarrow ۹ = ۲ + ۷$$

$$۰ = ۰ \times ۶$$

$$۰ \leftarrow ۹ = ۱۸ = ۹ + ۴ + ۳ + ۲$$

پس ضرب نادرست نیست!

ایده‌های متین

از میان نامه‌های شما

چند وقت پیش، نامه‌ای به دستمان رسید از بهشهر مازنران. در این نامه دوست نوجوانمان همتن کلاکو که در پایه پنجم دبستان غیردولتی فردوسی تحصیل می‌کرد - و آن باید دانش‌آموز پایه هفتم باشد - برایمان ایده یک بازی ریاضی را نوشته بود. ایده او چنین بود:

جفت عددهای (۰,۹)، (۱,۸)، (۲,۷)، (۳,۶) و (۴,۵) را در نظر بگیرید. مجموع هر جفت از این اعداد، ۹ است. حال دو عدد را در نظر بگیرید مثلاً ۳۶ و ۴۲ و

آن‌ها را با جمع کنید ۳۶+۴۲=۷۸. مجموع ارقام حاصل جمع را حساب کنید (اگر نتیجه آن، یک رقمی باشد، باز هم مجموع ارقام حاصل جمع ارقام را حساب کنید و این کار را آن قدر ادامه دهید که حاصل، یک عدد یک رقمی بشود).

این کار را آن قدر ادامه دهید که حاصل، یک عدد یک رقمی بشود. انتخاب کنید و هر یک را با یکی از اعداد جمع کنید مثلاً (۲,۷). اکنون یکی از جفت عددهای بالا را - که مجموعشان ۹ است - انتخاب کنید و هر یک را با یکی از اعداد جمع کنید مثلاً (۲,۷). و دوباره حاصل جمع اعداد جدید را بدست آورید:

$$(۳۶+۷۸) = ۱۱۴ \rightarrow ۱+۱+۴ = ۶$$

$$۸۷ \rightarrow ۸+۷ = ۱۵ \rightarrow ۱+۵ = ۶$$

و دوباره مجموع ارقام

باز هم ۶ شد!

بیاورید با اعداد دیگری امتحان کنید:

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۲+۷+۵ = ۹$$

$$۱۰۰۱ \rightarrow ۱+۰+۰+۱ = ۲$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۲+۷+۵ = ۹$$

$$۱۰۰۱ \rightarrow ۱+۰+۰+۱ = ۲$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۲+۷+۵ = ۹$$

$$۱۰۰۱ \rightarrow ۱+۰+۰+۱ = ۲$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۲+۷+۵ = ۹$$

$$۱۰۰۱ \rightarrow ۱+۰+۰+۱ = ۲$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۲+۷+۵ = ۹$$

$$۱۰۰۱ \rightarrow ۱+۰+۰+۱ = ۲$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۲+۷+۵ = ۹$$

$$۱۰۰۱ \rightarrow ۱+۰+۰+۱ = ۲$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۲+۷+۵ = ۹$$

$$۱۰۰۱ \rightarrow ۱+۰+۰+۱ = ۲$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۲+۷+۵ = ۹$$

$$۱۰۰۱ \rightarrow ۱+۰+۰+۱ = ۲$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۲+۷+۵ = ۹$$

$$۱۰۰۱ \rightarrow ۱+۰+۰+۱ = ۲$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۲+۷+۵ = ۹$$

$$۱۰۰۱ \rightarrow ۱+۰+۰+۱ = ۲$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۲+۷+۵ = ۹$$

$$۱۰۰۱ \rightarrow ۱+۰+۰+۱ = ۲$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۲+۷+۵ = ۹$$

$$۱۰۰۱ \rightarrow ۱+۰+۰+۱ = ۲$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۲+۷+۵ = ۹$$

$$۱۰۰۱ \rightarrow ۱+۰+۰+۱ = ۲$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۲+۷+۵ = ۹$$

$$۱۰۰۱ \rightarrow ۱+۰+۰+۱ = ۲$$

بد نیست بدانید که این جفت عددها را اگر از دو عددی که جمع زده‌یم نیز کم کنیم، باز هم مجموع رقم‌های حاصل جمع اعداد جدید با مجموع رقم‌های حاصل جمع اعداد اصلی‌مان یکی خواهد بود.

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۱+۷+۰+۲ = ۱۰ \rightarrow ۱+۰ = ۱$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۱+۷+۰+۲ = ۱۰ \rightarrow ۱+۰ = ۱$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۱+۷+۰+۲ = ۱۰ \rightarrow ۱+۰ = ۱$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۱+۷+۰+۲ = ۱۰ \rightarrow ۱+۰ = ۱$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۱+۷+۰+۲ = ۱۰ \rightarrow ۱+۰ = ۱$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۱+۷+۰+۲ = ۱۰ \rightarrow ۱+۰ = ۱$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۱+۷+۰+۲ = ۱۰ \rightarrow ۱+۰ = ۱$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۱+۷+۰+۲ = ۱۰ \rightarrow ۱+۰ = ۱$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۱+۷+۰+۲ = ۱۰ \rightarrow ۱+۰ = ۱$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۱+۷+۰+۲ = ۱۰ \rightarrow ۱+۰ = ۱$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۱+۷+۰+۲ = ۱۰ \rightarrow ۱+۰ = ۱$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۱+۷+۰+۲ = ۱۰ \rightarrow ۱+۰ = ۱$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۱+۷+۰+۲ = ۱۰ \rightarrow ۱+۰ = ۱$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۱+۷+۰+۲ = ۱۰ \rightarrow ۱+۰ = ۱$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۱+۷+۰+۲ = ۱۰ \rightarrow ۱+۰ = ۱$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۱+۷+۰+۲ = ۱۰ \rightarrow ۱+۰ = ۱$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۱+۷+۰+۲ = ۱۰ \rightarrow ۱+۰ = ۱$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۱+۷+۰+۲ = ۱۰ \rightarrow ۱+۰ = ۱$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۱+۷+۰+۲ = ۱۰ \rightarrow ۱+۰ = ۱$$

$$۷۳+۲۰۲ = ۲۷۵ \rightarrow ۱+۷+۰+۲ = ۱۰ \rightarrow ۱+۰ = ۱$$

همین در نوشته خود، چیزی درباره دلیل درستی این امر نوشته است، ولی حتماً در ذهن اکثر شما این سوال ایجاد شده است که چرا چنین اتفاقی می‌افتد؟ خوب است روی آن فکر کنید و دلایل خود را برای ما بفرستید.



بچه‌ها بچه‌ها

سمیه سادات میرمعینی

مرحله اول

دانش‌آموزان به گروه‌های متفاوت تقسیم شدند و هر یک از گروه‌ها شکل هندسی متفاوتی را با ایستادن ایجاد کردند. آن‌ها با گچ چندضلعی‌هایی را روی زمین رسم کردند. همچنین در گروه‌های مختلف در رأس هر یک از شکل‌ها قرار گرفتند و شکل مورد نظر گروه خود را ساختند. مثلاً یک گروه مربع و گروه دیگر متوازی‌الاضلاع ساخت.



مرحله دوم

برای هر یک از گروه‌ها یک کاغذ دایره‌شکل خیلی کوچک سیاه به‌عنوان مرکز دوران در نظر گرفته شد و این مرکزهای دوران را برای هر یک از شکل‌ها و گروه‌ها در نقاط متفاوتی از زمین قرار دادیم.



اشاره

کاربردهای ریاضی در زندگی و کشف نحوه استفاده از آن‌ها، یادگیری ریاضی را شیرین و لذت‌بخش می‌کند. یکی از مباحث ریاضی که کاربردهای متفاوت و فراوانی از آن را در محیط اطراف می‌توان مشاهده کرد، «دوران» است. کاربردهای زیبایی از دوران در طبیعت و آثار گوناگون هنری و مذهبی وجود دارند و برای خلق بسیاری از آثار، هنرمندان از این مفهوم استفاده کرده‌اند. گاهی دوران دادن یک شکل با زاویه‌ای غیر از ۹۰ درجه، کمی برای دانش‌آموزان چالش‌برانگیز است. با چند نفر از دوستانتان فعالیت زیر را انجام دادیم. دانش‌آموزان هم لذت بردند، هم با چگونگی انجام دوران شکل دور یک نقطه ثابت بیشتر آشنا شدند.



مرحله سوم

باید فاصله هر یک از دانش آموزان را که در رأس های شکل قرار داشتند تا مرکز دوران مربوط به آن گروه اندازه می گرفتیم. برای این کار، هم می شد دانش آموزان از جای خود تا مرکز دوران روی یک خط مستقیم حرکت کنند و قدم های خود را بشمارند، هم می شد طنابی را از مرکز دوران تا محل ایستادن هر دانش آموز - یعنی آن رأس شکل - به صورت صاف و مستقیم کشید و طول طناب را اندازه گرفت. به نظر شما کدام راه دقیق تر است؟



مرحله چهارم

در این مرحله، هر نقطه (دانش آموز) باید به اندازه زاویه تعیین شده (مثلاً ۴۵) دور مرکز دوران می چرخید. برای این کار باید روی یک خط راست، از محل خود به سمت مرکز دوران حرکت می کرد و سپس در جهت خلاف حرکت عقربه های ساعت و به کمک یک نقاله، به اندازه زاویه مورد نظر می چرخید، و بعد دوباره روی یک خط راست به اندازه فاصله ای که در مرحله قبل گرفته بود، حرکت می کرد و از نقطه مرکز دوران دور می شد تا به محل جدید خود برسد.



مرحله پنجم

تمام گروه ها، رأس های شکل گروه خود را به همین ترتیب با زاویه و مرکز دوران مورد نظر دوران دادند. شکل جدید ایجاد شده در هر گروه، دوران یافته شکل اولیه آن گروه بود.

دانش آموزان عزیز شما هم می توانید این فعالیت را با دوستان خود به صورت مسابقه انجام دهید و از آن لذت ببرید. یک نفر می تواند به عنوان داور و شروع کننده بازی به همه گروه ها زاویه و مرکز دوران را اعلام کند. بعد از اعلام داور بازی شروع می شود. گروهی برنده است که شکل را به صورت صحیح و زودتر از گروه های دیگر دوران دهد.

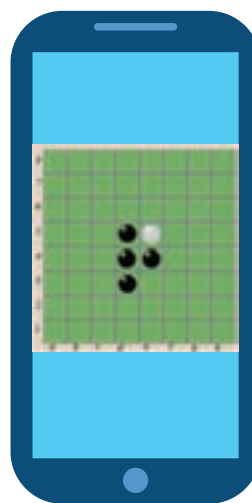
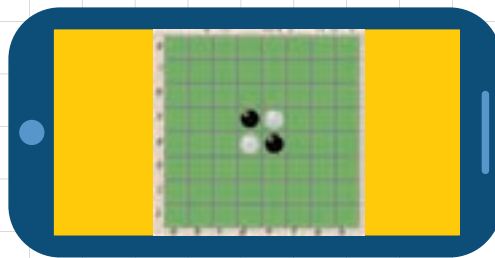


بازی‌های اندرویدی AndroidGames

سیاه

بازی اتللو^۱ یک بازی دونفره است که در یک پهنه شبکه‌ای ۸×۸ انجام می‌شود. در آغاز بازی تنها چهار مهره از ۶۴ مهره بازی آن‌طور که در شکل ۱ می‌بینید، در مرکز پهنه چیده می‌شوند.

شکل ۱



شکل ۲

هر کدام از ۶۴ مهره بازی یک روی سفید و یک روی سیاه دارد. هر یک از دو بازیکن باید رنگی را انتخاب و بازی کند.
برنده کیست؟ برنده کسی است که در پایان بازی مهره‌های بیشتری را تصرف کرده باشد و به رنگ خودش درآورده باشد.
آخر بازی چه هنگامی است؟ آخر بازی هنگامی است که هیچ یک از دو بازیکن نتواند حرکت مجازی انجام دهد؛ مثلاً هنگامی که همه ۶۴ مهره در پهنه چیده شده باشند و خانه‌ای خالی نمانده باشد. همچنین گاهی ممکن است هنوز خانه خالی وجود داشته باشد، ولی هیچ حرکت مجازی برای هیچ یک از دو بازیکن وجود نداشته باشد. حرکت در این بازی نوبتی است. اما اگر بازیکنی هیچ حرکت مجاز ممکن نداشته باشد، نوبتش می‌سوزد و از دستش می‌رود.
اما حرکت مجاز چیست؟

بازیکن باید یک مهره از رنگ خود را در خانه‌ای بگذارد که این مهره جدید با یکی از مهره‌های هم‌رنگ قبلی (موجود در پهنه) در یک امتداد افقی، عمودی یا اریب (با شیب ۴۵ درجه یا منهای ۴۵ درجه) باشد، و همچنین همه مهره‌های بین این دو مهره از رنگ حریف باشند. او با این حرکت همه مهره‌های یاد شده حریف (که بین دو مهره او هستند) را تصرف می‌کند و مهره‌ها را برمی‌گرداند تا به رنگ خودی در بیایند و تصرف بشوند. مثلاً بازیکن سفید در نخستین حرکت خود می‌تواند یک مهره سفید در خانه d۳ بچیند و به این ترتیب مهره خانه d۵ را تصرف کند و به رنگ سفید در بیاورد.

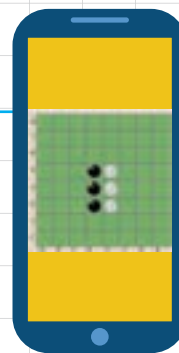
تمرین ۱. در شکل ۲ نوبت با سفید است. الان سفید حرکت مجاز دارد. هر سه را پیدا کنید. بعد از هر کدام از حرکت‌ها تعداد مهره‌های هر بازیکن چند می‌شود؟

یک موضوع مهم در حرکت‌ها این است که پس از نشان دادن یک مهره، ممکن است تغییر رنگ و تصرف مهره‌ها تنها در یک راستا نباشد. یعنی مهره‌ای که تازه نشانده شده، ممکن است رأس دوم دو پاره خط باشد که هر دو پاره خط افقی، عمودی یا اریب باشند و دو سر پاره خط یک رنگ داشته باشند و مهره‌های میانی آن دو از رنگ حریف باشند. در این صورت، تصرف در هر دو راستا انجام می‌شود. مثلاً در شکل ۳، فرض کنید که نوبت سیاه است و سیاه می‌خواهد مهره تازه خود را در خانه f۵ بنشاند. در این صورت مهره e۵ تصرف و سیاه می‌شود. زیرا در یک خط افقی قرار گرفته است و بین دو مهره سیاه d۵ و f۵ قرار دارد. از طرف دیگر، مهره e۴ هم تصرف می‌شود. زیرا سفید است و بین دو مهره d۳ و f۵ قرار دارد.



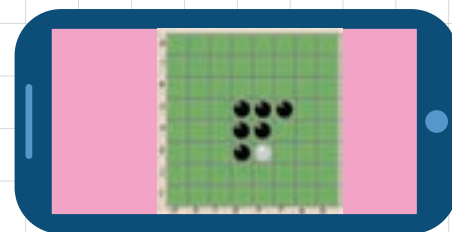
تمرین ۲. در شکل ۴ نوبت با سفید است. سفید سه حرکت مجاز دارد. هر سه را پیدا کنید (در دو تا از این حرکت‌ها سفید یک مهره تصرف می‌کند، ولی در حرکت مجاز سوم او دو مهره تصرف می‌کند)

تمرین ۳. با توجه به اینکه برنده بازی کسی است که بیشترین مهره را روی پهنه بازی داشته باشد، به نظر می‌آید یکی از روش‌های برنده شدن در این بازی آن است که در هر حرکت، تعداد مهره‌های خودمان را بیشتر و بیشتر کنیم! بازیکن سفید بازی روبه‌رو (شکل ۵) یکی از افراد موفق در انجام این روش است. فکر می‌کنید او برنده می‌شود؟

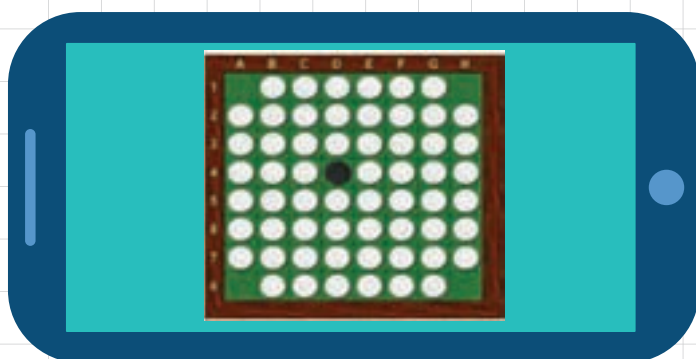


شکل ۳

و نتیجه به صورت شکل ۴ خواهد شد.



شکل ۴



شکل ۵

در این بازی نوبت بازیکن سیاه است. به جای او بازی کنید. دقت کنید که اگر حرکت مجازی برای یک بازیکن وجود نداشته باشد، آن بازیکن در آن نوبت بازی نمی‌کند.

پی‌نوشت

1. Othello

* از آقای داود معصومی
 مهوار که در تهیه این
 مطلب ما را یاری کردند
 سپاسگزاریم.



لیلا چهار تا از رنگ‌های ●●●●●●● را انتخاب کرده بود. نفیسه،
نرگس، سوده، اعظم و فریبا تلاش می‌کردند که آن چهار رنگ و ترتیب آن‌ها را به درستی
پیدا کنند. آن‌ها سه بار حدس زده بودند و نتیجه‌های زیر را گرفته بودند که من رسیدم.

حدس	پاسخ	رنگ ۱	رنگ ۲	رنگ ۳	رنگ ۴
۱	○ ●	●	●	●	●
۲	● ○ ○	●	●	●	●
۳	● ● ○ ○	●	●	●	●

پاسخ حدس نخست یک دایره سفید و یک
دایره سیاه است. یعنی یکی از چهار رنگ حدس نخست
در ترکیب اصلی هست و جای آن نیز درست است. همچنین،
یک رنگ دیگر حدس نخست در ترکیب اصلی هست، ولی جای آن
درست نیست. پاسخ حدس دوم یک دایره سیاه و دو دایره سفید است.

یعنی یکی از رنگ‌های این حدس در ترکیب اصلی هست و در جای درست نیز نشسته است و دو تا از رنگ‌های این حدس در ترکیب اصلی هستند،
ولی جای آن‌ها درست حدس زده نشده است. بالاخره، پاسخ حدس سوم دو دایره سیاه و دو دایره سفید است. یعنی دو تا از رنگ‌های این حدس
در ترکیب اصلی هستند و در جای درست نیز نشسته‌اند و دو تا از رنگ‌های این حدس در ترکیب اصلی هستند، ولی جای آن‌ها درست حدس زده
نشده است. فریبا گفت: با توجه به پاسخ حدس سوم، رنگ قرمز اصلاً در ترکیب واقعی نیست. بنابراین، دو دایره سیاه و سفید در پاسخ حدس نخست،
مربوط به رنگ‌های زرد و قهوه‌ای است. پس: نتیجه ۱. اگر زرد رنگ نخست باشد، آن‌گاه قهوه‌ای رنگ دوم نیست، و اگر قهوه‌ای رنگ دوم باشد، آن‌گاه
زرد رنگ نخست نیست. همچنین او گفت: اگر جای زرد همان جای نخست باشد، قهوه‌ای رنگ دوم نخواهد بود. بنابراین در حدس سوم، هم زرد و هم
قهوه‌ای در جای نادرست نشسته‌اند و دو دایره سیاه گواهی می‌دهند که رنگ‌های آبی و نارنجی به درستی در جایگاه نخست و چهارم نشسته‌اند. اما این
هم شدنی نیست. چون فرض کرده بودیم که زرد رنگ نخست است. من نتوانستم این چند مطلب را جمع و جور کنم. واقعاً نمی‌دانم کجا اشتباه کرده‌ام.
نفیسه گفت: تو هیچ اشتباهی نکرده‌ای. همه حرف‌ها و نتیجه‌گیری‌های تو درست‌اند. تنها چیزی که تو بدون دلیل گفته‌ای این است که «فرض کرده‌ای
جایگاه رنگ زرد جای نخست است». تو با این فرض کار را ادامه دادی و به اینجا رسیدی که رنگ آبی باید در جای نخست باشد و رنگ زرد نیز باید
در جایگاه نخست باشد. اما هر دوی این‌ها با هم شدنی نیستند. به قول ریاضی‌دانان، تو به تناقض رسیده‌ای. در اینجا باید از فرض آغازین خود دست
بکشی، زیرا درست بودن آن نتایج وخیمی دارد. پس: نتیجه ۲. جایگاه رنگ زرد جای نخست نیست. نتیجه ۳. در ترکیب اصلی قهوه‌ای حتماً
رنگ دوم است. همه حرف نفیسه را پسندیدند و نرگس گفت: من به حدس دوم فکر کردم. حدس سوم و پاسخ آن گواهی می‌دهد، سبز که
اصلاً در ترکیب چهار رنگ انتخابی لیلا نیست. همچنین جای رنگ قهوه‌ای را پیدا کردیم و فهمیدیم که قهوه‌ای رنگ دوم است. پس در
حدس دوم زرد نیز به غلط در جایگاه دوم نشسته است. پس دایره سیاه پاسخ این حدس، به خاطر درستی جایگاه یکی از رنگ‌های
نارنجی و آبی است. یعنی یکی از دو نتیجه زیر درست و دیگری نادرست است: نتیجه ۴. قهوه‌ای رنگ دوم و نارنجی
رنگ سوم است. نتیجه ۵. قهوه‌ای رنگ دوم و آبی چهارم است. سوده گفت: درست می‌گویید. نتیجه‌های
۴ و ۵ نمی‌توانند هر دو درست باشند. درستی هر دوی آن‌ها با پاسخ لیلا به حدس دوم سازگار
نیست. و نفیسه ادامه داد:

باز چند قلب فکر

داود معصومی مهوار



اگر بنا را بر درستی هر یک از این دو رنگ بگذاریم و به حدس سوم و پاسخ آن نیز توجه کنیم، به نتیجه‌ای می‌رسیم که غیرممکن نیست. یعنی به تناقض نمی‌رسیم. ببینید: **نتیجه ۶.** قهوه‌ای که رنگ دوم است و اگر واقعاً نارنجی رنگ سوم باشد، آن گاه آبی حتماً رنگ نخست و زرد رنگ چهارم خواهد بود.

نتیجه ۷. قهوه‌ای که رنگ دوم است و اگر واقعاً آبی رنگ چهارم باشد، آن گاه حتماً زرد رنگ سوم و نارنجی رنگ نخست خواهد بود. در اینجا سوده پرسید: یعنی کلاً همین دو حالت ممکن است؟ عجب بختی داشتیم! ترکیب اصلی لیلا یکی از این حالت‌ها است؟ اعظم گفت: من هم با شروع از حدس سوم به همین دو حالت رسیدم. دو تا از رنگ‌های حدس سوم باید در جای درست نشسته باشند. و دو تا هم جای نادرست دارند. من همه حالت‌ها را فهرست کردم و شش حالت به دست آمد. ببینید: **حالت ۱.** آبی رنگ نخست و قهوه‌ای رنگ دوم است. **حالت ۲.** آبی رنگ نخست و زرد رنگ سوم است. **حالت ۳.** آبی رنگ نخست و نارنجی رنگ چهارم است. **حالت ۴.** واقعاً قهوه‌ای رنگ دوم و زرد رنگ سوم است. **حالت ۵.** قهوه‌ای رنگ دوم و نارنجی رنگ چهارم است. **حالت ۶.** زرد رنگ سوم و نارنجی رنگ چهارم است. فریبا گفت: اینکه شش حالت شد نه دو حالت! دلیل درستی این شش حالت هم جدول نظام‌دار است. نفیسه اعتراض کرد: نه فریبا. اعظم هنوز هیچ دلیلی برای درستی یا نادرستی این شش حالت نیاورده است. او جدول نظام‌دار را به خوبی و به درستی به کار برده است. روش نظام‌دار به کار گرفته شده، ربطی به پاسخ‌های لیلا به حدس‌های اول و دوم ندارد. اگر حدس سوم و پاسخ آن واقعاً در حدس نخست رخ داده

بود و حتی اگر حدس‌های بعدی هنوز گفته نشده باشند، باز هم همین روش نظام‌دار به ما پیشنهاد می‌داد که حالت‌های ۱ تا ۶ را بررسی کنیم. حتماً ترکیب اصلی را می‌توان به کمک آن‌ها پیدا کرد. اما اگر همین حالا حدس‌های اول و دوم را نیز پیش چشم بگذاریم، پی خواهیم برد که برخی از این حالت‌ها نشدنی و غیرممکن هستند. اعظم نفیسه را تأیید کرد و گفت: ما مطمئن شدیم که قهوه‌ای رنگ دوم است. اگر در بررسی آن شش حالت این مطلب را لحاظ کنیم، چند تا از حالت‌ها نشدنی خواهند بود و باید آن‌ها را کنار بگذاریم.

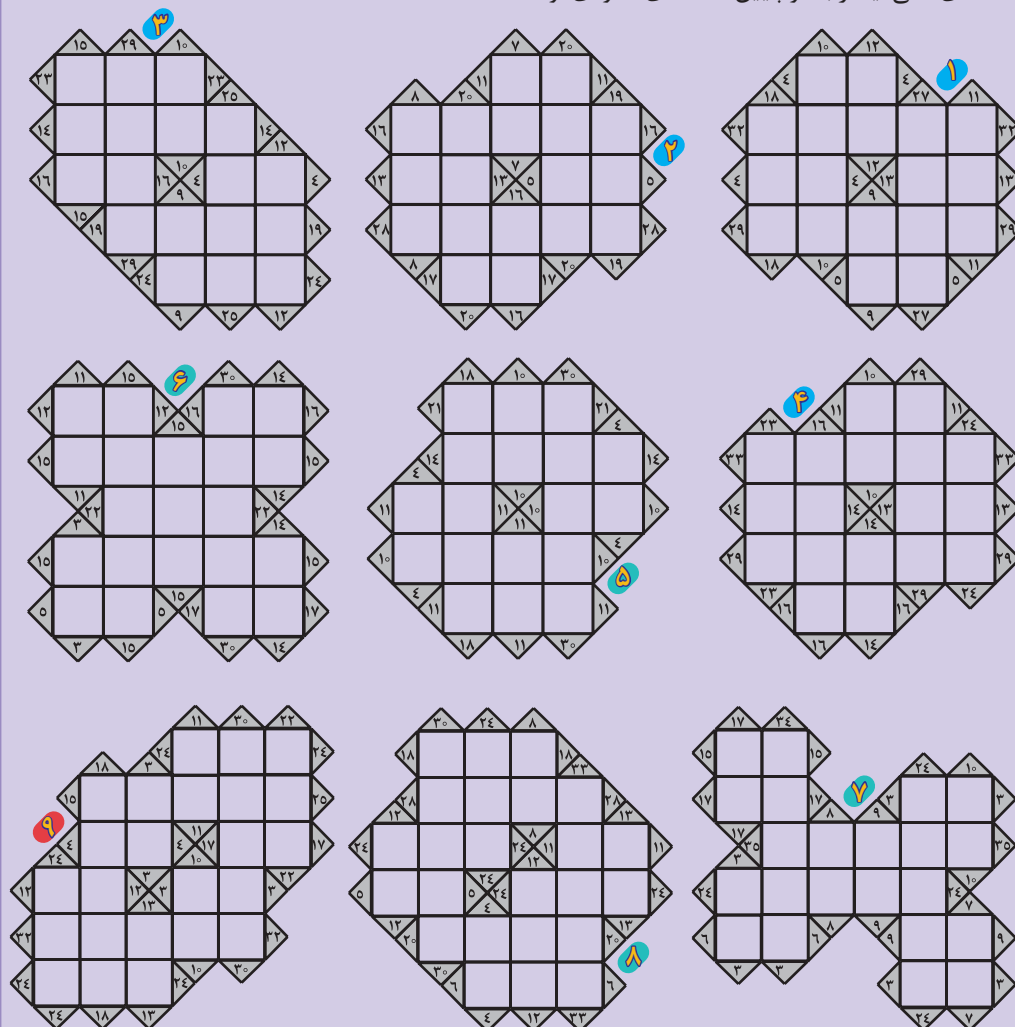
سوده گفت: اگر درست فهمیده باشم، حالت‌های ۲، ۳ و ۶ با اینکه قهوه‌ای رنگ دوم است، جور در نمی‌آیند. چون هر یک از این حالت‌ها ادعا دارند که دو رنگ غیر قهوه‌ای جای درست دارند. پس در هر یک از این حالت‌ها، با درست بودن رنگ قهوه‌ای باید بپذیریم که حدس سوم سه رنگ با جایگاه درست دارد، نه دو رنگ! این با پاسخ لیلا به حدس سوم سازگار نیست. نرگس گفت: حرف سوده ایراد دارد. زیرا براساس حرف او سه حالت ۱، ۴ و ۵ شدنی هستند. یعنی سه حالت ممکن داریم. اما پیش‌تر نفیسه به درستی استدلال کرد که تنها دو حالت ممکن وجود دارد. فریبا قضاوت نرگس را شتاب‌زده خواند و گفت: نفیسه سه حالت ۲، ۳ و ۶ را نشدنی اعلام کرد، ولی نگفت که سه حالت ۱، ۴ و ۵ شدنی هستند. البته هنوز خودم نتوانسته‌ام مطلب را جمع‌وجور کنم و بفهمم. ولی ایراد نرگس به حرف سوده اصلاً وارد نیست. اعظم فریبا را تأیید کرد و گفت: با کمی دقت می‌توانیم پی ببریم که: **نتیجه ۸.** اگر واقعاً قهوه‌ای رنگ دوم و نارنجی رنگ چهارم باشد، آن گاه زرد یا باید رنگ نخست باشد یا رنگ سوم که هیچ یک از این دو شدنی نیستند. در نتیجه حالت ۵ هم نشدنی است. بررسی حالت‌های ۱ و ۴ نیز نتیجه‌های زیر را به دست می‌دهد: **نتیجه ۹.** اگر واقعاً آبی رنگ نخست و قهوه‌ای رنگ دوم باشد، آن گاه نارنجی رنگ سوم و زرد رنگ چهارم خواهد بود. **نتیجه ۱۰.** اگر واقعاً قهوه‌ای رنگ دوم و زرد رنگ سوم باشد، آن گاه نارنجی رنگ نخست و آبی رنگ چهارم خواهد بود. حالا شما دست به کار شوید و دلیل درستی نتیجه‌های ۶ تا ۱۰ را بیابید.



پازل حل‌کننده KAKURO

مجله دانش‌آوران اصلائی

قوانین / پازل‌های «کاکورو» (kakuro) شبیه پازل‌های «سودوکو» و جدول کلمات متقاطع هستند. با این تفاوت که به جای حروف در جدول کلمات متقاطع، اینجا اعداد ۱ تا ۹ جایگزین شده‌اند. در یک کلمه (در یک ردیف یا ستون با یک راهنما) نباید اعداد تکراری وجود داشته باشد. جمع عددی که در یک کلمه می‌نویسید، باید مساوی عدد راهنمای آن باشد. عددی راهنما در سمت راست و چپ کلمه‌های افقی، یا در بالا و پایین کلمه‌های عمودی نوشته شده‌اند.





راز عدد هفت

تقویم دوست داشتنی من

شماره تقویم دستچریدی

سلام دوستان. فعالیت این بار نیز به تقویم نیاز دارد. پیشنهاد می‌کنم برای راحتی انجام محاسبه‌ها از ماشین‌حسابتان هم استفاده کنید. همان‌طور که در تصویر می‌بینید، در تقویم دو مربع مشخص شده است.



با هم برای هر مربع تفاضل حاصل ضرب گوشه‌ها را حساب کنیم:

$$\begin{aligned} 11 \times 19 &= 209 & 216 - 209 &= 7 \\ 18 \times 12 &= 216 & & \\ 15 \times 23 &= 345 & 352 - 345 &= 7 \\ 22 \times 16 &= 352 & & \end{aligned}$$

خب اکنون سؤالاتی پیش می‌آید:

۱. چرا حاصل ضرب عدد گوشه‌چپ - بالا در عدد گوشه‌راست - پایین از حاصل ضرب عدد گوشه‌راست - بالا در عدد گوشه‌چپ - پایین بیشتر شده است؟ آیا برای بقیه مربع‌های دو در دو و برای تقویم‌های ماه‌های دیگر هم چنین است؟

۲. چرا ۷؟

۳. اگر ابعاد مربع را عوض کنید، چه می‌شود؟ آیا همواره به عدد ۷ خواهید رسید؟ دوستان مطمئن باشید که نتایج جالبی به دست می‌آورید که به امتحان کردنش می‌ارزد. پس دست به کار شوید.

۴. اصلاً چرا مربع؟! می‌توانید به جای مربع، مستطیل‌ها را با ابعاد متفاوت در نظر بگیرید. آیا باز هم می‌توان رابطه‌ای بین تفاضل حاصل ضرب عددهای گوشه‌ها دید؟

همه این سؤالات را می‌توانید برای جدول‌های دیگری که ساختاری مشابه تقویم دارند، از خود بپرسید. تنها کافی است که عددها به ترتیب در آن جدول نوشته شوند و تعداد ستون‌ها یا سطرهای جدول ثابت باشند (برای مثال، در تقویم تعداد سطرها همیشه ۷، یعنی به تعداد روزهای هفته است).



یادش به خیر! آقای انسان دوست معلم ریاضی ما بود. اما نه، درواقع معلم انسانیت، اندیشه و سبک زندگی ما بود. همیشه می گفت: «ریاضیات به ما همه این ها را می دهد، چون ریاضیات به ما منطق و طرز فکر می دهد.» کلاس درسش برعکس تصور ما که کلاس ریاضی باید همیشه خشک و یکنواخت باشد، سرشار از شادی، لذت و سرگرمی بود. نمی فهمیدیم کی تمام می شد. خیلی وقت ها به جای آنکه یک موضوع ریاضی را مستقیماً درس بدهد، با یک داستان، معما یا بازی به آن گریز می زد و با ایجاد پرسش ما را هم درگیر مسئله می کرد. طوری که وقتی همه ما گرم بحث بودیم، بدون آنکه متوجه شویم، چیزهای زیادی می آموختیم. در این بخش اگر خدا بخواهد، می خواهیم در هر شماره از مجله یکی از خاطراتم را از این کلاس ها برایتان بگویم.



آن سال زمستان پربرفی بود. یک روز سرد صبح زود وارد کلاس شدیم، در حالی که دانه های برف با باد از پنجره کلاس به داخل می آمد. آقای انسان دوست وارد کلاس شد و در حالی که دست هایش را برای گرم شدن به هم می مالید، رو به ما کرد و گفت: «الان که از حیاط می گذشتم، با آقا نعمت (خدمتکار مدرسه) صحبت کردم. برعکس شما، او از باریدن برف خیلی خوش حال نبود، چون کارهایش زیاد می شود. او به تنهایی باید برف حیاط را پارو کند. پس توصیه جدی می کنم، وقتی زنگ تفریح شد، توی حیاط با هم برف بازی نکنید و اگر توانستید کمکش کنید.» بعد از کمی مکث گفت: «اما همان جا یک مسئله به ذهنم رسید! از آقا نعمت پرسیدم چقدر طول می کشد تمام حیاط را برف روبی کند. او گفت حدود دو ساعت. وقتی وارد ساختمان مدرسه شدم، از آقا مسعود، سرایدار مدرسه هم همین سؤال را پرسیدم. او هم گفت که به تجربه دریافته است که در مدت سه ساعت می تواند تمام حیاط را برف روبی کند. حالا اگر آن ها با هم حیاط را برف روبی کنند، چقدر طول می کشد که حیاط را به طور کامل پاک سازی کنند؟» هنوز حرف آقا تمام نشده بود که آرش دستش را بالا برد و گفت: «آقا این جور مسئله ها یه فرمول داره...» آقا نگذاشت حرف آرش تمام شود و گفت: «بدون فرمول هم می توانی جواب را به دست بیاوری؟»

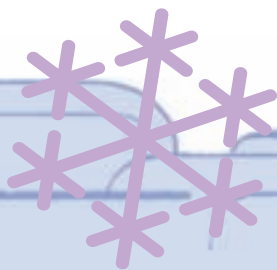
آرش سری تکان داد و چیزی نگفت! بعد آقا ادامه داد: «اگر یک مسئله را خودتان با فکر خودتان حل کنید، بسیار بهتر از این است که ده ها مسئله را با یک فرمول که حفظ کرده اید و بدون آنکه بفهمید چرا آن فرمول درست است، حل کنید. بیاییم مسئله را بدون هر فرمول یا رابطه ای، با منطق و دلیل حل کنیم.»

برگردیم به مسئله: «اولی کاری را (برف روبی حیاط) در دو ساعت و دومی همان کار را در سه ساعت انجام می دهد. اگر دوتایی با هم کار کنند. کار در چند ساعت تمام می شود؟» بابک گفت: «آقا من فکر می کنم اول بیاییم ببینیم هر کدام از

هوشنگ شرقی

کلاس ریاضی آقای
انسان دوست

برف
زوبی
دسته جمعی





ساده‌تر به حالت کلی‌تر ببریم. در این مورد فرض کنید به جای دو نفر با سه نفر سروکار داشته باشیم. مثلاً فرض کنید من که از آقا نعمت و آقا مسعود ضعیف‌ترم (!) حیاط را در شش ساعت بتوانم تمیز کنم. اگر من هم به آن‌ها کمک کنم، سه‌تایی حیاط را در چه مدت از برف پاک می‌کنیم؟ آرش دست بالا برد و گفت: «آقا مثل همان مسئله است، خیلی آسان است!»

آقا از او خواست پای تخته بیايد. آرش به سرعت آمد پای تخته و تند و تند گفت: «خب آقا، آقا نعمت که توی یک ساعت، $\frac{1}{6}$ حیاط را تمیز می‌کنه. آقا مسعود هم $\frac{1}{3}$ حیاط را تمیز می‌کنه. شما هم توی یک ساعت $\frac{1}{6}$ حیاط را تمیز می‌کنید. پس اگر سه‌تایی کار کنید... و روی تخته نوشت:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3+2+1}{6} = 1$$

... یعنی در یک ساعت $\frac{1}{6}$ یعنی همه حیاط را تمیز می‌کنید! بعد آقای انسان‌دوست مسئله‌های زیر را هم نوشت تا آن‌ها را در منزل حل کنیم و تأکید کرد که می‌توانیم با همین روش آن‌ها را حل کنیم.

۱. یک استخر با سه شیر آب پر می‌شود. اگر شیر اول به تنهایی باز شود، استخر در مدت ۶ ساعت، اگر شیر دوم به تنهایی باز شود، استخر در مدت ۸ ساعت، و اگر شیر سوم به تنهایی باز شود، استخر در مدت ۱۲ ساعت پر می‌شود. اگر هر سه شیر با هم باز شوند، استخر در چه مدت پر می‌شود؟

۲. شخصی یک جعبه نوشابه را در ۱۴ روز تمام می‌کند ولی همان جعبه را با همسرش در ۱۰ روز مصرف می‌کند. اگر همسرش به تنهایی از نوشابه‌ها استفاده کند، در چه مدتی آن‌ها را تمام می‌کند؟ ۳. کاوه و شهریار دوتایی یک دیوار را در مدت ۳ ساعت رنگ می‌کنند. کاوه به تنهایی دیوار را در ۶ ساعت رنگ می‌کند و بابک همان دیوار را در ۲ ساعت رنگ می‌زند. اگر بابک و شهریار با هم دیوار را رنگ بزنند، در چند ساعت این کار را تمام می‌کنند؟ سه‌تایی با هم این کار را در چند ساعت تمام می‌کنند؟

آن‌ها در یک ساعت چقدر از کار را انجام می‌دهد، تا بعد ببینیم دوتایی روی هم در یک ساعت چقدر از کار را انجام می‌دهند. از آنجا می‌فهمیم، چقدر طول می‌کشد تا دوتایی کار را تمام کنند. آقای انسان‌دوست گفت: «آفرین! این طرز فکر، منطقی است. خب اولی، یعنی آقا نعمت همه حیاط را در دو ساعت تمیز می‌کند، پس در یک ساعت چه کسری از حیاط را تمیز می‌کند؟»

بچه‌ها یک صدا گفتند: «نصف حیاط را!» و آقا گفت: «آقا مسعود هم کل حیاط را در سه ساعت تمیز می‌کند. پس در یک ساعت...» و بچه‌ها نگذاشتند جمله‌اش تمام شود و فریاد زدند: «یک سوم حیاط را تمیز می‌کند!» آقای انسان‌دوست گفت: «پس دوتایی با هم در یک ساعت...» و روی تخته نوشت:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

بعد گفت: «بله، دو تایی با هم در یک ساعت $\frac{5}{6}$ حیاط را تمیز می‌کنند. پس با یک تناسب ساده می‌فهمیم که چقدر طول می‌کشد تا کل حیاط تمیز شود.

$$1 \quad \frac{5}{6} \Rightarrow x = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

یعنی $1\frac{1}{5}$ ساعت یا ۸۰ دقیقه طول می‌کشد تا دوتایی حیاط را تمیز کنند. آقای انسان‌دوست بعد از آن روی تخته با خط درشت نوشت: «تعمیم مسئله». بعد رو کرد به بچه‌ها و گفت: «بچه‌ها کی می‌دونه تعمیم یعنی چه؟» سعید از ته کلاس به آرامی گفت: «آقا تعمیم یعنی عمومیت دادن.» آقا گفت: «آفرین! این معنی کلمه تعمیم است. اما در ریاضیات تعمیم یعنی یک مسئله را از حالت



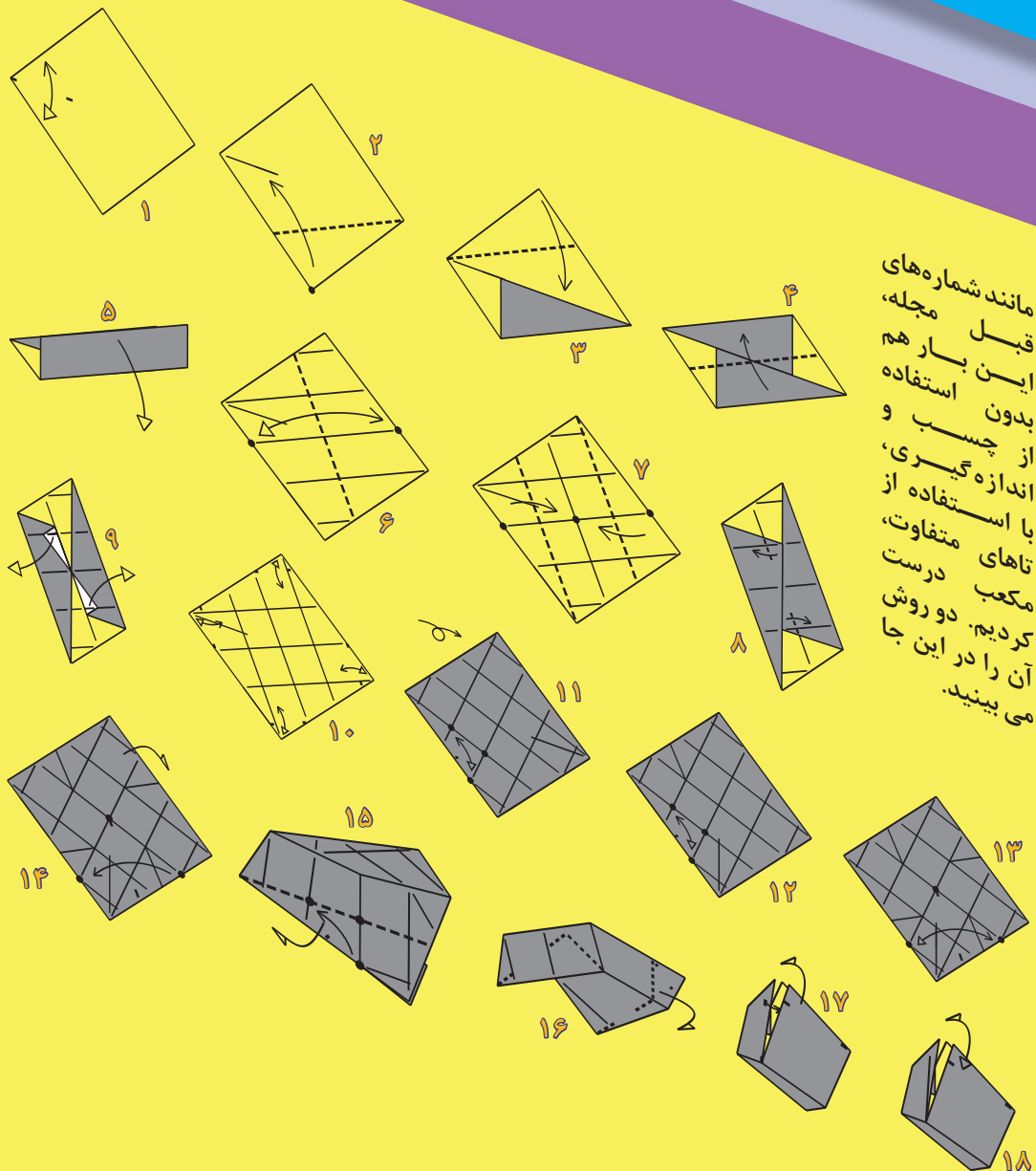


کاردستی

پزی حاجی خانی

مکعب یکی از حجم‌هایی است که هر روز و در همه‌جا به شکل‌های متفاوت می‌بینیم. برای ساختن هر حجمی به شکل گسترده آن نیاز داریم. برای مکعب ۱۱ حالت متفاوت گسترده وجود دارد. اما بدون گسترده هم می‌توان مکعب ساخت.





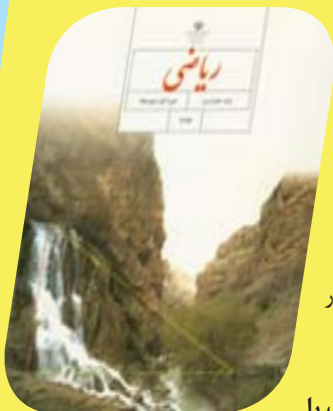
مانند شماره‌های
 قبل مجله،
 این بار هم
 بدون استفاده
 از چسب و
 اندازه‌گیری،
 با استفاده از
 تاهای متفاوت،
 مکعب درست
 کردیم. دوروش
 آن را در این جا
 می بینید.



ژماجوهری پور

به قله ها نگاه کن

کوهستان‌ها ۵۵ درصد سطح ایران را در بر گرفته است. بیشتر شما نزدیک محل زندگی خود کوهی دیده‌اید و شاید برای تفریح به دامنه آن می‌روید. تقریباً ۲۲ درصد سطح کره زمین با کوهستان‌ها پوشیده است. اهمیت اقتصادی و محیط زیستی کوه‌ها تا جایی است که روز ۲۱ آذر «روز بین‌المللی کوهستان» نامیده شده است. بخشی از ساکنان زمین در کوه‌ها زندگی می‌کنند. کوه‌ها همچنین منابع اصلی آب شیرین، انرژی و... هستند. کوه‌ها زیستگاه بسیاری از گونه‌های گیاهی و جانوری بسیار ارزشمندند. علاوه بر آن، کوه‌ها یکی از مراکز طبیعت‌گردی (اکوتوریسم) نیز به شمار می‌روند. در نگاه اول، کوه‌ها شما را به یاد مثلث، یکی از شکل‌های هندسی می‌اندازند.

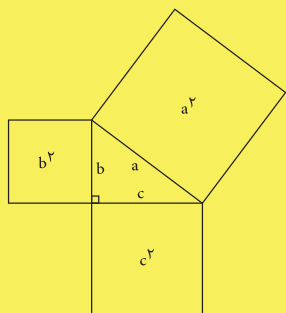


به کتاب‌های ریاضی خود مراجعه کنید. در بخش مثلث‌ها، با مباحث متفاوتی اعم از هم‌نهشتی مثلث‌ها، رابطه فیثاغورس و... آشنا شده‌اید. به کمک رابطه فیثاغورس می‌توانید با داشتن دو ضلع از یک مثلث قائم‌الزاویه، ضلع سوم آن را تعیین کنید. به تصویر روی جلد کتاب ریاضی هشتم دقت کنید. در این تصویر به کمک رابطه ریاضی می‌توان ارتفاع آبشار را اندازه گرفت. اگر شما به جای شخص در تصویر بالا بودید، چگونه به کمک رابطه‌های مثلث‌ها می‌توانستید ارتفاع کوه را اندازه بگیرید؟ برخی از رابطه‌هایی که می‌توانند به شما در این اندازه‌گیری کمک کنند، در زیر آورده‌ایم.

رابطه فیثاغورس: در هر مثلث قائم‌الزاویه، مجذور وتر برابر است با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر.

چند قانون دیگر نیز درباره مثلث یاد بگیریم:

۱. مجموع زاویه‌های داخلی مثلث ۱۸۰ درجه است.
۲. مجموع زاویه‌های خارجی مثلث ۳۶۰ درجه است.
۳. هر زاویه خارجی برابر مجموع دو زاویه داخلی مجاور آن است.
۴. اگر یکی از زاویه‌های مثلث قائم‌الزاویه‌ای ۳۰ درجه باشد، ضلع مقابل به آن نصف وتر است.



مُابقه!

در دومین مُابقه از سلسله مُابقات ریاضیات و محیط زیست
مجله رشد برهان متوسطه اول، قصد داریم، همراه شما با استفاده از
دانش مجموعه ها، به گیاهان و جانوران محل زندگی شما بپردازیم.

شرایط مُابقه

- * فهرستی از تنوع زیستی محیط زندگی خود تهیه کنید، راهنمایی: برای این کار می‌توانید از اداره حفاظت محیط زیست و محیط‌بان‌های میربان شهر و روستای خود کمک بگیرید.
- * تصویرهایی از این تنوع زیستی تهیه کنید.
- * در يك پوستر تنوع زیستی محل زندگی خود را براساس دانش ریاضی مجموعه‌ها نمایش دهید.
- * جدول زیر را برای تنوع زیستی محل زندگی خود تکمیل کنید.
- * جدول را به صورت فایل «pdf» ذخیره کنید و این فایل و تصویرهای تنوع زیستی و تصویری از پوستر خود را، از طریق «ایمیل» به دفتر مجله رشد برهان ریاضی بفرستید:
borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir
- * در صورت نیاز، فایل «word» جدول را در وبلاگ اختصاصی مجله بیابید:
weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee
- * مهلت ارسال پاسخ: ۱۳۹۶/۹/۳۰

جدول زیر را برای هر گونه زیستی جداگانه تکمیل کنید.

علاوه بر سه دانش آموز
برتر مُابقه،
سه مدرسه به عنوان
مدرسه‌های برتر کشور
نیز انتخاب خواهند شد
و از تمامی دانش‌آموزان
شرکت‌کننده در مُابقه
از این مدرسه‌ها
تقدیر به عمل خواهد آمد.

نام و نام خانوادگی دانش‌آموز

پایه تحصیلی دانش‌آموز

نام استان / شهرستان یا روستا

نام مدرسه / آدرس / شماره تماس

نام و شماره تماس رابط: مدرس/معلم/معاون

فهرست تنوع زیستی محیط زندگی

مختصات
شرکت‌کننده
در مُابقه

شاخص های ارزیابی

۱. کامل بودن فهرست مجموعه‌های گیاهان و جانوران / ۲. تهیه عکس (تیمه عکس توسط دانش‌آموزان اولویت دارد).
۳. جامع بودن توضیحات تنوع زیستی در پوستر
۴. خلاقیت در طراحی پوستر / ۵. استفاده مناسب و آموزشی از مفهوم ریاضی «مجموعه» در طراحی پوستر

+ جایزه
بزرگی

دنیای عددها



۱

سرینواسا رامانوجان، ریاضی‌دان بزرگ و نابغه‌ای بود که در سال ۱۸۸۷ در خانواده‌ای فقیر در هندوستان به دنیا آمد. گرچه هیچ آموزش رسمی در ریاضیات ندید، ولی به دلیل توج فکر کردنش در حل مسئله، توانست رابطه‌های مهمی را در آنالیز ریاضی، نظریه اعداد، سری‌ها و کسر مسلسل از خود به جای بگذارد. گادفری هارولد هاردی، ریاضی‌دان معروف انگلیسی، درباره استعداد رامانوجان گفته است که او هم‌ردیف ریاضی‌دان‌هایی چون گاوس، اویلر و کوشی بود و باید او را یکی از ریاضی‌دانان بزرگ دانست. رامانوجان ۳۲ سال زندگی کرد. زمانی که رامانوجان ده ساله بود، به دلیل نبوغی که در او دیدند، یکی از ریاضی‌دانان هندی به او کتابی داد که پر بود از فرمول‌های ریاضیات (جبر، مثلثات، هندسه تحلیلی، حسابان)، به روایتی پنج هزار فرمول! او بدون راهنمایی دیگران، کتاب فرمول را به پایان رساند و درستی تمام فرمول‌ها را ثابت کرد؛ درست مانند یک کتاب جدول یا معما! وی در طول عمر کوتاهش به تنهایی نزدیک به ۳۹۰۰ اتحاد جبری و معادله بیان کرد که تنها تعداد اندکی از آن‌ها اشتباه بود. بعضی از آن‌ها در جای دیگری توسط دیگران گفته شده بود، ولی درستی بیشتر آن‌ها اثبات شد. «عددهای اول رامانوجان» از اکتشافات خود اوست که در دنیا معروف شد. اخیراً دانشمندان متوجه کاربرد بعضی از فرمول‌های او در زمینه بلورشناسی و نظریه ریسان در علم فیزیک شده‌اند. هارولد هاردی ریاضی‌دان معروف انگلیسی که به دلیل عقایدش، با افراد فقیر، کمرو، و کسانی که به خاطر نژادشان مورد تبعیض بودند، دمخور می‌شد، درواقع رامانوجان را کشف کرد. او در سال ۱۹۱۲ با رامانوجان آشنا شد و وی را به انگلستان برد. آن دو با هم به راه‌حل‌های جالب مسائل مربوط به دسته‌بندی عددها رسیدند. عدد «۱۷۲۹» به‌عنوان عدد رامانوجان - هاردی شناخته می‌شود. هاردی درباره این عدد این خاطره را گفته است، «خاطر هست روزی که برای ملاقات رامانوجان به بیمارستان پوتنی می‌رفتم، سوار یک تاکسی شدم که شماره‌اش ۱۷۲۹ بود. وقتی که برای رامانوجان جریان را تعریف می‌کردم، گفتم امیدوار بودم عدد تاکسی عدد جالبی باشد. رامانوجان پاسخ داد: این عدد خیلی هم جالب است؛ ۱۷۲۹ کوچک‌ترین عددی است که می‌توان آن را به دو صورت متفاوت در قالب مجموع دو عدد مکعب نوشت!» این دو حالت متفاوت عبارت‌اند از:



۲



۳



۴



۵

$1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$ این ایده سبب شد که برخی عددهای دارای چنین خاصیت‌هایی به «عددهای تاکسی» شهرت یابند.

نصاویر: ۱/رامانوجان ۲/هاردی ۳/کوشی ۴/گاوس ۵/اویلر

توجه: متن پشت جلد شماره ۲، ناقص چاپ شده است.
متن کامل را در وبلاگ اختصاصی مجله مطالعه کنید.



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)