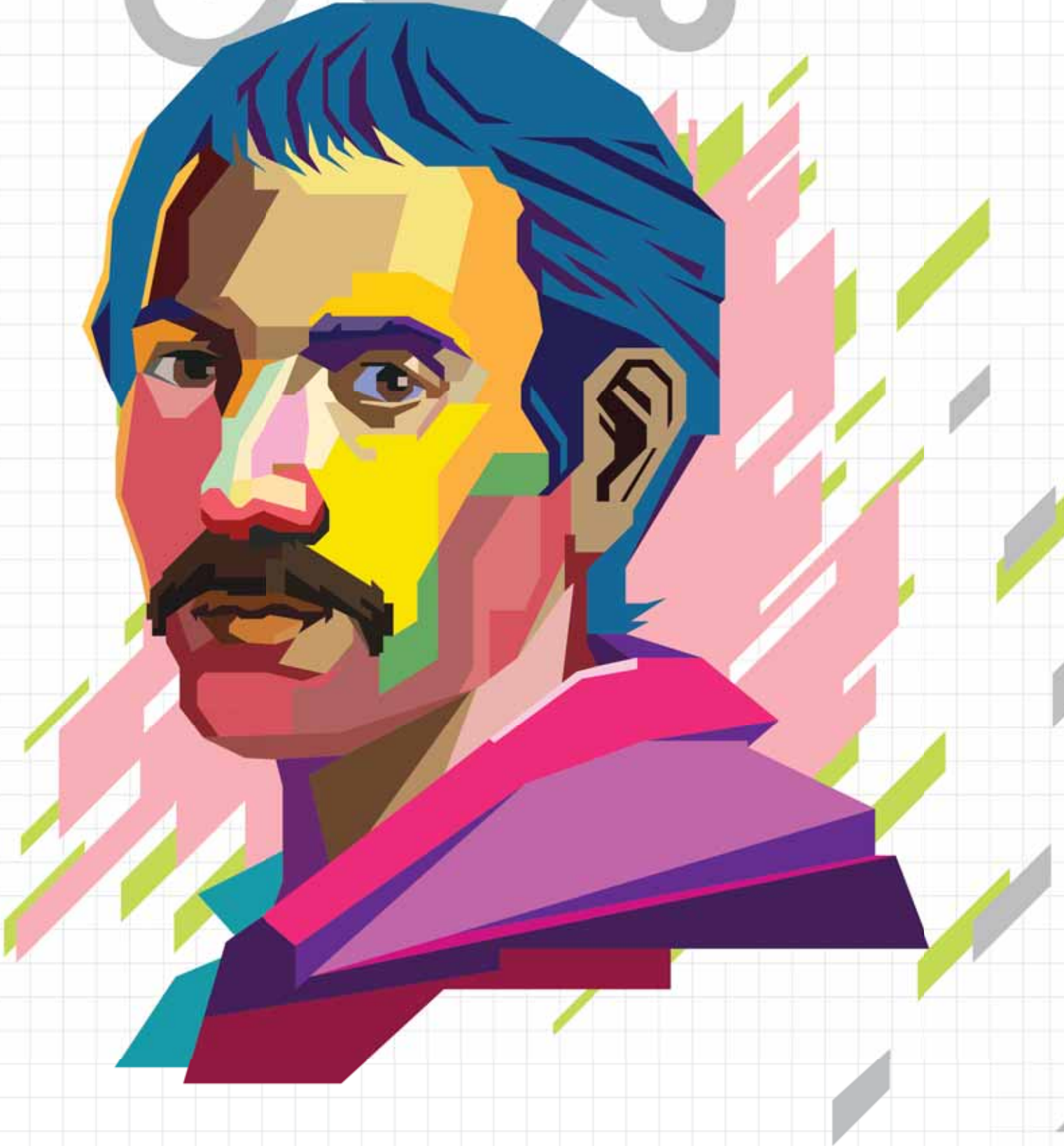




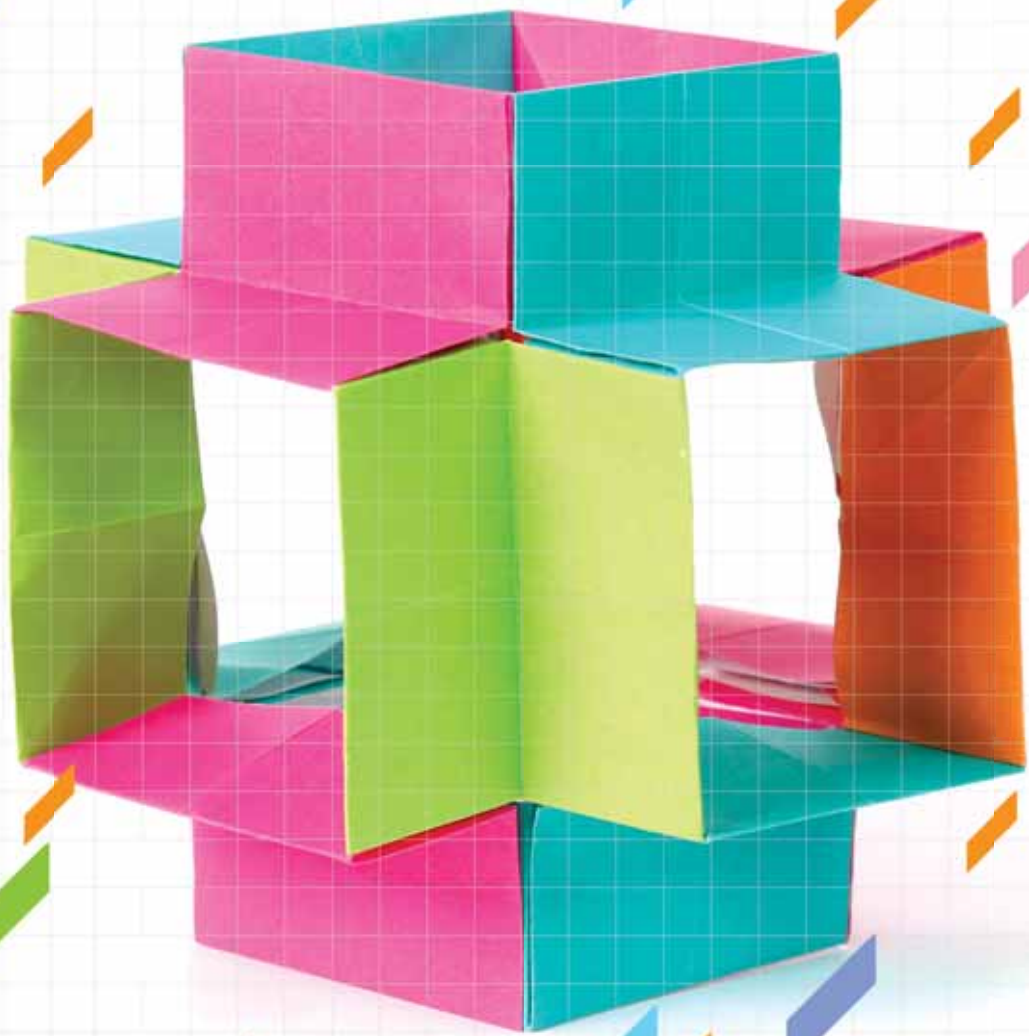
رشد - ماهنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی

پرهانک



هنر کاغذ و تا

کتابخانه کاغذی



برهان

بیاض

مدیر مسئول: محمد ناصری
سر دبیر: سپیده چمن آرا
هیئت تحریریه: جعفر اسدی گرماردی، حمیدرضا امیری، زهره بندی، نازنین حسن نیا، هوشمند حسن نیا، حسام سبحانی طهرانی، محدثه کشاورز اصلانی، حسین نامی ساعی، داود معصومی مهوار
مدیر داخلی: پری حاجی خانی
ویراستار: بهروز راستانی
طراح گرافیک + تصویرگر: حسین یوزباشی

یادداشت سردبیر چی درست است؟ چرا درست است؟ / سپیده چمن آرا / ۲

گفت و گو علم همان ثروت است / نازنین حسن نیا / ۳

معرفی کتاب با آینه پیدا کن / جعفر ربانی / ۷

ریاضیات و مدرسه ریاضی در مسابقات دو سرعت / زهره بندی / ۸

چگالی را چند بگیرم؟ / محدثه کشاورز اصلانی / ۱۰

ریاضیات و کاربرد حساب و کتاب فوتبالی / جعفر اسدی گرماردی / ۱۲

پای صحبت ابزارها / سپیده چمن آرا / ۱۴

الاکلنگ و تیشه چه کسی برنده می شه؟ / حسین نامی ساعی / ۱۶

کاشی های جئوجبرایی (بخش دوم) / سید مهدی بشارت / ۲۲

ریاضیات و تاریخ گرد و خاک اعداد هندی در اروپا / حسام سبحانی طهرانی / ۱۸

ریاضیات و مسئله یک مسئله، یک راه حل / داود معصومی مهوار / ۲۵

با هم مسئله حل کنیم / جعفر اسدی گرماردی / ۲۶

نقطه، خط، شکل، شکل مناسب / هوشنگ شرفی / ۳۶

از میان نامه ها مربع هر عددی را پیدا کن! / مهدی دهقانیان / ۲۷

گزارش ریاضیات در ده روز / سپیده چمن آرا / ۲۸

ریاضیات و بازی بازی های اندرویدی: ۲۰۴۸ / زهرا صباغی، کیمیا هاشمی / ۳۰

فکر بکر! / داود معصومی مهوار / ۳۲

پازل حل کنیم / محدثه کشاورز اصلانی / ۳۴

ریاضیات و سرگرمی ماشین توانا و حساب تواناها / شراره تقی دستجردی / ۳۵

جعبه کاغذی / پری حاجی خانی / ۳۸

ریاضیات و محیط زیست ذخیره آب برای سال نو / ژما جواهری پور / ۴۰

مسابقه ریاضیات و محیط زیست برهان (شماره ششم) صفحه سوم جلد



روی جلد: **بونانوتورا کاولیری**

پشت جلد را نیز ببینید.

نشانی دفتر مجله:

تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶ / تلفن: ۹-۱۱۶۱۸۸۳۱-۰۲۱ داخلی ۳۷۵

نمبر: ۰۳۱۶-۸۸۴۹۰۲۱ / صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۶

تلفن پیامگیر نشریات رشد: ۱۴۸۲-۸۸۳۰-۰۲۱

صندوق پستی امور مشترکین: ۱۵۸۷۵/۳۳۳۱ / تلفن امور مشترکین: ۰۲۱-۸۸۸۶۷۳۰۸

وب گاه: www.roshdmag.ir / رایانامه: borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir

[roshdmag](http://roshdmag.ir) / <http://telegram.me/roshdmag>

وبلاگ اختصاصی مجله: weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaie

شمارگان: ۱۷۰۰ نسخه

قابل توجه نویسندگان و مترجمان: مطالبی که برای درج در مجله می فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. لطفاً مطالب ترجمه شده یا تلخیص شده را به همراه مطلب اصلی یا با ذکر دقیق منبع، ارسال کنید. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مطالب آزاد است. مطالب و مقالات دریافتی بازگردانده نمی شوند. آرای مندرج در مطالب و مقاله ها ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان نیست. اهداف مجله عبارت اند از: گسترش فرهنگ ریاضی / افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت های دانش آموزان در راستای برنامه درسی / توسعه تفکر و خلاقیت / توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن / توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آن ها / توجه به محاسبات ریاضی برای توسعه تفکر جبری و توانایی های ذهنی دانش آموزان / توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی / توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن آوری / تقویت باورها و ارزش های دینی، اخلاقی و علمی. خوانندگان رشد برهان متوسطه اول، شما می توانید مطالب خود را به مرکز بررسی آثار مجلات رشد به نشانی زیر بفرستید، تهران: صندوق پستی ۱۵۸۷۵-۶۵۶۷ / تلفن: ۰۲۱-۸۸۳۰-۵۷۷۲



مهدی دهقانیان، دانش آموز ۱۳ ساله کرمانی

که از دوستان خوب مجله ماست، برای محاسبه مربع یک عدد، رابطه‌ای پیدا کرده است. نامه او را می‌توانید در صفحه ۲۷ همین مجله بخوانید. راستش مهدی، فرمول خود را بدون اینکه نشان دهد چرا درست است، بیان کرده است. هرچند به شکلی که او فرمول خود را نوشته، پیدا کردن دلیل درستی آن نیز کار نسبتاً ساده‌ای بود، ولی مهدی تنها به نشان دادن یک مثال اکتفا کرده است. دوست دارم در اینجا درباره این موضوع صحبت کنم که اگر یک رابطه یا فرمول برای یک یا چند عدد درست باشد، آیا می‌توانیم مطمئن باشیم که آن فرمول برای همه عددهای دیگر هم درست است؟ شما چه فکر می‌کنید؟

خب بگذارید مثالی بزنم: تساوی $x^2 = x$ را ببینید. اگر به جای x عدد ۰ را بگذاریم، فرمول درست است و تساوی برقرار می‌شود: $0^2 = 0$. اگر به جای x عدد ۱ هم بگذارید، باز تساوی برقرار خواهد بود: $1^2 = 1$. پس آیا این تساوی همیشه درست است؟ البته که نه! مثلاً: $2^2 \neq 2$ ؛ $-1^2 \neq -1$ ؛ $(\frac{1}{2})^2 \neq \frac{1}{2}$ و ... درواقع $x^2 = x$ فقط برای ۰ و ۱ درست است و برای هیچ

عدد دیگری برقرار نیست! حالا تساوی $x^2 - 2x + 1 = (x+1)^2$ را ببینید. برای چند عدد مانند $x=0$ ، $x=-1$ ، $x=2$ و $x=\frac{1}{2}$ درستی آن را بررسی کنید. خواهید دید که تساوی در همه این موارد برقرار است. اما هنوز نمی‌توان نتیجه گرفت که این تساوی برای همه عددها درست باشد. حتی اگر عددهای بیشتری را امتحان کردید و دیدید که باز هم برای همه آن‌ها تساوی برقرار بود، نمی‌توانید مطمئن باشید که همیشه این تساوی درست است. برای اطمینان از درستی این تساوی باید از قاعده‌هایی که درباره محاسبات با

عبارت‌های جبری وجود دارد، استفاده کنید. من بیش از این درباره این تساوی صحبت نمی‌کنم و حرف‌های بیشتری درباره چنین عبارت‌هایی را به مطلب تکمیلی که در ادامه مطلب مهدی نوشته شده است، موکول می‌کنم. اما دوست دارم دوباره تأکید کنم که:

اگر یک

روش یا رابطه (فرمول) برای بعضی از عددها درست باشد، هیچ دلیلی وجود ندارد که برای همه عددهای دیگر هم درست باشد. درستی آن را باید با روش کلی و براساس قاعده‌هایی (که به آن استدلال منطقی می‌گویند) نشان داد، یا به قول ریاضی‌دان‌ها، درستی آن را اثبات کرد.

درست است؟

چرا درست است؟

چگونه از درست بودن یک روش محاسباتی یا فرمول ریاضی مطمئن شویم؟



● نازنین حسن‌نیا
● عکاس: شادی رضائی

علی شروت است

اولین بار که تصمیم گرفتیم سهام بخرم، فکر می‌کردم سود خوبی به دست می‌آورم. ولی از فردای روزی که سهم کارخانه‌ای را خریدم، قیمت سهام آن کارخانه پایین آمد و من به جای سود، اصل پولم را هم از دست دادم. ماجرا را به یکی از دوستانم که در بورس فعالیت می‌کرد گفتم. او به من گفت خرید و فروش سهام باید براساس اطلاعات علمی و ریاضی باشد. من دیگر سهام نخریدم و تصمیم گرفتم درباره این موضوع اطلاعاتی به دست آورم. فهمیدم رشته‌ای به نام ریاضیات مالی وجود دارد. تصمیم گرفتم با چند نفر از اساتید دانشگاه که در این رشته فعالیت دارند و از بنیانگذاران این رشته در دانشگاه‌های ایران هستند، گفت‌وگویی انجام دهم. اگر شما هم ممکن است روزی وارد بورس شوید، بهتر است این گفت‌وگو را بخوانید. در این گفت‌وگو آقایان حسن داداشی و علی باستانی شرکت دارند.

سود را داشت می‌خریدند؛ اما قیمت سهام همیشه در حال تغییر است. ممکن است سهام شرکتی سود بالایی داشته باشد ولی قیمت آن مدام در حال زیاد و کم شدن باشد. بنابراین همان سهام ممکن است ضرر زیادی هم بدهد. این سهامی با سود بالا و با ریسک زیاد است. در اینجا برای اولین بار مفهوم ریسک مطرح شد.

سال ۱۹۵۰ ریاضی‌دانی به نام هری مارکوویتس مسئله‌ای را در بازارهای مالی مطرح کرد. مسئله او این بود که یک فرد سرمایه‌گذار سهام کدام شرکت‌ها را انتخاب کند و از هر کدام چه مقدار بخرد تا بیشترین سود را داشته باشد. تا آن زمان سرمایه‌گذارها می‌گشتند و یک یا چند سهمی که پیش‌تر بیشترین

برهان: ریاضیات مالی چیست و به چه مسائلی می‌پردازد؟
باستانی: ریاضیات مالی علمی بین رشته‌ای است که از شاخه‌های مختلف ریاضی استفاده می‌کند. این شاخه‌ها عبارتند از: آمار، بهینه‌سازی، فرآیندهای تصادفی و معادلات دیفرانسیل. من اینجا می‌خواهم از نقش بهینه‌سازی در ریاضیات مالی بگویم. در



صنعت مالی چیست؟

در بازار سرمایه می‌توانید یک مقداری سهم بخرید و بفروشید. همچنین می‌توانید قراردادهایی را بخرید و بفروشید. مثلاً وام بانکی، یک قرارداد بین بانک و فردی است که وام می‌خواهد. خود این قرارداد وام ارزشی دارد که می‌توان آن را خرید و فروخت. مثلاً شما می‌توانید درخواست وام از بانک کنید و سپس نوبت دریافت وام خود را به دیگران بفروشید. شما بدون اینکه از بانک پولی گرفته باشید، وام خود را به فرد دیگری فروخته‌اید. اوراق مشارکت و قراردادهای دیگری نیز هست که در بازار سرمایه معامله می‌شود.

۱۹۹۰ برندهٔ جایزهٔ نوبل در اقتصاد شد.

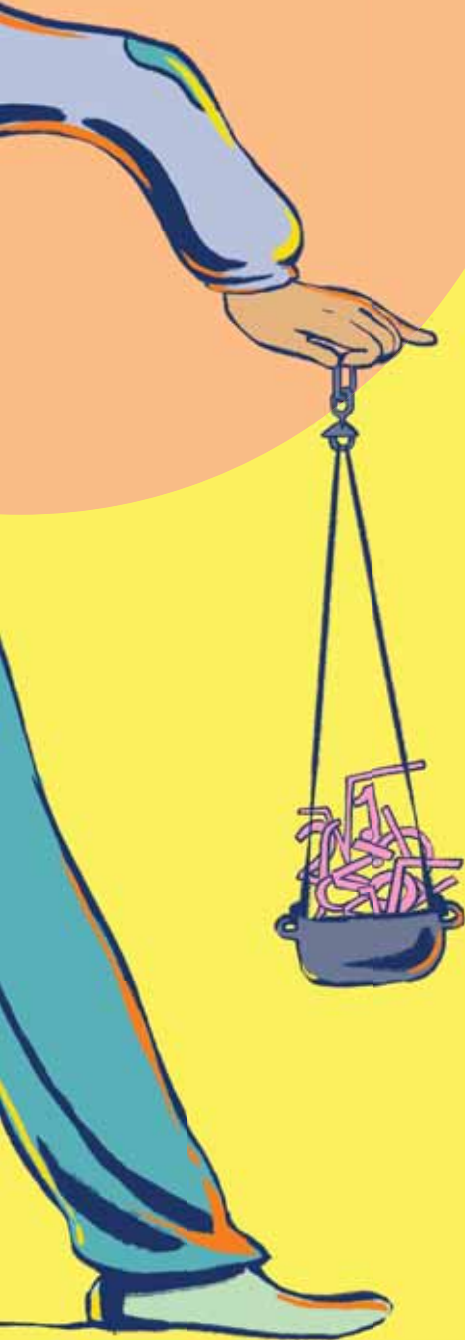
برهان: ریاضیات مالی چه تغییراتی در بازار سرمایه ایجاد کرد؟

داداشی: بیشترین تغییری که علم ریاضی در بازارهای مالی به وجود آورد، ایجاد روش‌های مختلف محاسباتی بود. یکی از ساده‌ترین ابزارهای معامله در بازار، اختیار معامله است. یعنی اینکه شما در یک تاریخی در آینده اختیار خرید یا فروش آن سهم را دارید. خود این اختیار قابل قیمت‌گذاری است. این ساده‌ترین قراردادی است که در بازار مالی هست و می‌شود هزاران شرط روی آن گذاشت. شرط حد و حدود، شرط زمان، که این خرید را انجام بدهم یا نه؟ و انواع قراردادها را تنظیم کرد. چیزی که علم ریاضی خیلی واضح کمک کرد به بازارهای مالی، ابداع این قراردادهاست. الان با مدل‌های ریاضی می‌توانید بگویید خیلی راحت می‌توانیم قیمت‌های منصفانهٔ قراردادها را به دست بیاوریم.

باستانی: در سال ۱۹۷۳ مِرتون همزمان با دو نفر دیگر به نام‌های بلک و شولز موفق شدند روش دقیقی برای محاسبهٔ قیمت قراردادهای اختیار بدست آورند. اهمیت این کار به اندازه‌ای بود که در دههٔ ۹۰ جایزهٔ نوبل اقتصاد به این سه نفر تعلق گرفت. روش محاسبات آن‌ها به فرمول بلک-شولز معروف شد. سرمایه‌گذاران به محاسبات بلک-شولز علاقهٔ زیادی نشان دادند و بازار معاملهٔ قراردادها شکل گرفت. این محاسبات آن قدر اهمیت پیدا کرد که ماشین‌حساب‌هایی ساخته شد



گفت که سود سهام یک متغیر تصادفی است و مقادیر مختلفی می‌تواند به خودش بگیرد. میانگین آن مقدارها مهم است و یکسری اطلاعات به ما می‌دهد؛ ولی میانگین به تنهایی کافی نیست. او اختلاف بین مقدارهای مختلف با مقدار میانگین را با شاخصی به نام واریانس اندازه گرفت و اسم آن را ریسک گذاشت. در گام بعدی یک مسئلهٔ بهینه‌سازی نوشت تا با حل آن بفهمد چقدر از هر سهم باید خریده شود تا با کمترین ریسک، سود به دست آید. این مسئله دو راه حل داشت. اولین راه این بود که کمترین سود مطلوب را در نظر بگیرند و سهامی را انتخاب کنند که با کمترین ریسک ممکن، آن سود یا بیشتر از آن را بدهد. و راه حل دوم این بود که ریسک را مشخص کنند و سهامی انتخاب شود که بیشترین سود ممکن را بدهد، بدون اینکه ریسک آن از مقدار در نظر گرفته شده، بیشتر شود. او موفق شد این مسئله را به‌دقت حل کند و این اتفاق باعث به‌وجود آمدن یکی دیگر از ستون‌های اساسی ریاضیات مالی شد. او به‌خاطر این کار در سال



که روی آن یک دکمه جدیدی به نام بلک-شولز وجود داشت. اعداد را می‌زدی و بعد این دکمه را که می‌زدی، مطابق فرمول برای شما حساب می‌کرد که قیمت این قرارداد اختیار چقدر است. **برهان**: آیا این علم توانست جای شم اقتصادی را بگیرد؟ **باستانی**: بلک و شولز پس از اینکه در دهه ۹۰ جایزه نوبل را گرفتند، وسوسه شدند که خودشان هم وارد بازار سرمایه شوند و از این تکنیک‌ها پول در بیاورند. آن‌ها شرکتی برای خرید و فروش اوراق قرضه تأسیس کردند. چون با مفهوم ریسک و قراردادهای اختیار به‌خوبی آشنا بودند، فکر می‌کردند که هیچ خطری آن‌ها را تهدید نمی‌کند. اوایل سود خیلی خوبی می‌کردند. ولی متأسفانه چند سال بعد یک اتفاق عجیب و غریبی افتاد. آن‌ها اوراق قرضه دولت روسیه (شوروی سابق) را خریده بودند. در یک روز رئیس‌جمهور آن کشور تصمیم عجیبی گرفت که باعث افت ارزش آن اوراق قرضه شد. قیمت اوراق قرضه ناگهان پایین آمد و شرکت ورشکسته شد. یکی از بزرگ‌ترین





و ماهر شوند. و تلاش می کنید که نتیجه و اهمیت کار آن‌ها دیده شود.

باستانی: بله. به نظر ما این کار اثر بهتری بر آینده بازار مالی کشور دارد.

داداشی: همان طور که آقای دکتر گفتند صنعت مالی ایران خیلی خیلی نوپاست و تازه دارد شکوفا می شود. شغل های جدیدی مثل تحلیل گری یا مدیریت ریسک دارد کم کم به وجود می آید و زیاد می شود. بنابراین به نظر می رسد این رشته آینده شغلی خوبی دارد.

ریاضی، ریاضی و باز هم ریاضی!

برهان: آیا برای شما پیش آمده که برای انجام یک پروژه جدید، مجبور شوید دانش ریاضی خود را افزایش دهید؟

باستانی: خیلی پیش می آید که به یک مسئله ای برمی خورید که در آموزش های قبلی شما نبوده. مثلاً برای حل یک مسئله بیمه نیاز پیدا می کنید که مبحثی در کنترل بهینه تصادفی را بدانید. گاهی وقتی موضوع را یاد می گیرید و مسئله خودتان را به صورت دقیق می نویسید، تازه می بینید که یک مسئله حل نشده است و خودتان باید روشی برای حل آن ابداع کنید.

داداشی: در هیچ کار علمی و پژوهشی مرز دانش بسته نمی شود و همیشه شما به نظریات و راه حل های نو احتیاج دارید. به دلیل ماهیت بین رشته ای ریاضیات مالی، به ریاضیات بسیار متنوع و علوم دیگری مثل اقتصاد و حسابداری نیاز داریم و مرتب با مسائل و موضوعات جدید مواجه می شویم.

در علوم پایه زنجان و دیگری دانشگاه علامه طباطبایی تهران. در چند سال اول کار خیلی سخت بود. بازارهای مالی ایران محدود است و مثلاً قراردادهایی که خرید و فروش شوند یا بحث اختیار معامله اصلاً وجود نداشت. پس صحبت درباره آن ها کار سختی بود و به جای آن تمرکز را بر بحث های دیگری مثل بهینه سازی و ریسک گذاشتیم. بانک ها با بحث مدیریت ریسک آشنا بودند و به آن نیاز داشتند. دانشجویان ما

فارغ التحصیل شدند، به تدریج بستر کار برایشان فراهم شد. این ها در سازمان بورس و مرکز تحقیقات سازمان بورس، در اداره ریسک بانک ملت، و در کارگزاری ها مشغول کار هستند. الان هم کارهایی در حوزه بیمه تعریف کرده ایم که مورد توجه بیمه ها قرار گرفته است. راستش را بخواهید دانشجویان ما در هر سازمانی که رفته اند، آنقدر خوب کار کرده اند که نیاز به این رشته و افراد باسواد در زمینه مالی کاملاً حس شده است. البته ما هم که اینجا نشستیم باید بیشتر پیگیری کنیم و فرصت های جدیدی را برای دانشجویان ایجاد کنیم. ما در این چند سال ترجیح داده ایم که وقتی پیشنهاد همکاری به ما می دهند، خودمان آن کار را نپذیریم، بلکه دانشجویانمان بروند مشغول شوند و اگر لازم بود ما راهنمایی و هدایت کنیم.

برهان: یعنی شما اساتید، دانشجویانی را تربیت می کنید که این کارها را انجام دهند و باتجربه



دکتر علی فروش باستانی / متولد ۱۳۵۷ کارشناسی ریاضی کاربردی، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۸۰-۱۳۷۶ / کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۸۲-۱۳۸۰ / دکتری: ریاضی کاربردی، دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۸۷-۱۳۸۲ / علائق تحقیقاتی: روش های حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی، پارهای و تصادفی / ریاضیات مالی و مدیریت ریسک / محل اشتغال: دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان



دکتر حسن داداشی: متولد ۱۳۵۸ کارشناسی و کارشناسی ارشد و دکتری رشته ریاضی دانشگاه صنعتی شریف زمینه کاری: آنالیز تصادفی و ریاضیات مالی محل اشتغال: دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان

و رشکستگی ها در تاریخ بازارهای مالی مربوط به این ریاضی دانان است.

برهان: یعنی یک عاملی که در این فرمول پیش بینی نشده بود، ظاهر شد و بر قیمت ها اثر گذاشت؟
باستانی: بله. یک مدل ریاضی هرچقدر هم که کامل باشد، باز همه عوامل تأثیرگذار در آن در نظر گرفته نشده است. مدل های ریاضی، ساده شده واقیعت هستند. البته این مثال، اصلاً به معنی بی فایده بودن مدل علمی نیست. علم بالاخره کار خودش را انجام می دهد. مدل بلک-شولز مفید بودن خود را در موارد بسیار نشان داده بود و در بازار استفاده می شد.

ریاضیات مالی در ایران

برهان: این رشته از چه زمانی به ایران آمد؟ و چه تأثیری بر بازار ایران گذاشت؟

باستانی: این رشته سال ۸۷ در دو دانشگاه شروع به کار کرد. یکی همین دانشگاه تحصیلات تکمیلی

نویسنده: دانکن بیرمنگام
 تصویرگر: دانکن بیرمنگام
 مترجم: منصور کدیور
 ناشر: کانون پرورش فکری
 کودکان و نوجوانان
 تلفن: ۸۸۹۶۴۱۱۵ و ۸۸۹۶۲۹۷۲

معرفی کتاب • جعفر ربّانی

دوستان عزیز برهان

شما در هندسه با تقارن آشنا شده‌اید و گمان نمی‌کنیم لازم باشد به شما بگوییم تقارن چیست و چه استفاده‌هایی دارد. اما یادآوری آن و به‌خصوص نشان دادن این موضوع، یعنی تقارن، از طریق شکل آن هم شکل‌های معماگونه، حتماً برایتان جالب و تماشایی خواهد بود. این کاری است که یک نفر خارجی به نام دانکن بیرمنگام انجام داده و مجموعه‌ای از تصویرهای متنوع را طوری طراحی کرده است که از دل آن‌ها با استفاده از تقارن، معماهای زیبایی پدید می‌آیند.

با آینه پیدا کن



کتاب «با آینه پیدا کن» کتابی است شامل ۲۵ تصویر و یک آینه - مواظب باشید نشکنند! - که شما به کمک آینه می‌توانید تقارن‌سازی انجام دهید و خودتان و حتی خواهر و برادر یا دیگر کودکان خردسال را هم با آن مشغول سازید. توضیح بیشتر را لازم نمی‌دانم فقط توجه شما را به شکل متقارنی که خودمان از شکل شماره ۶ کتاب، با آینه به‌دست آورده‌ایم. جلب می‌کنیم؛ ببینید!



نگهبان باغ را پیدا کن!

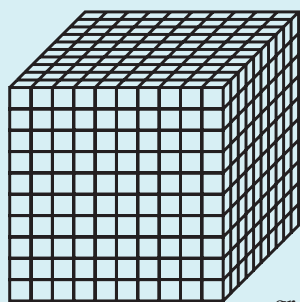
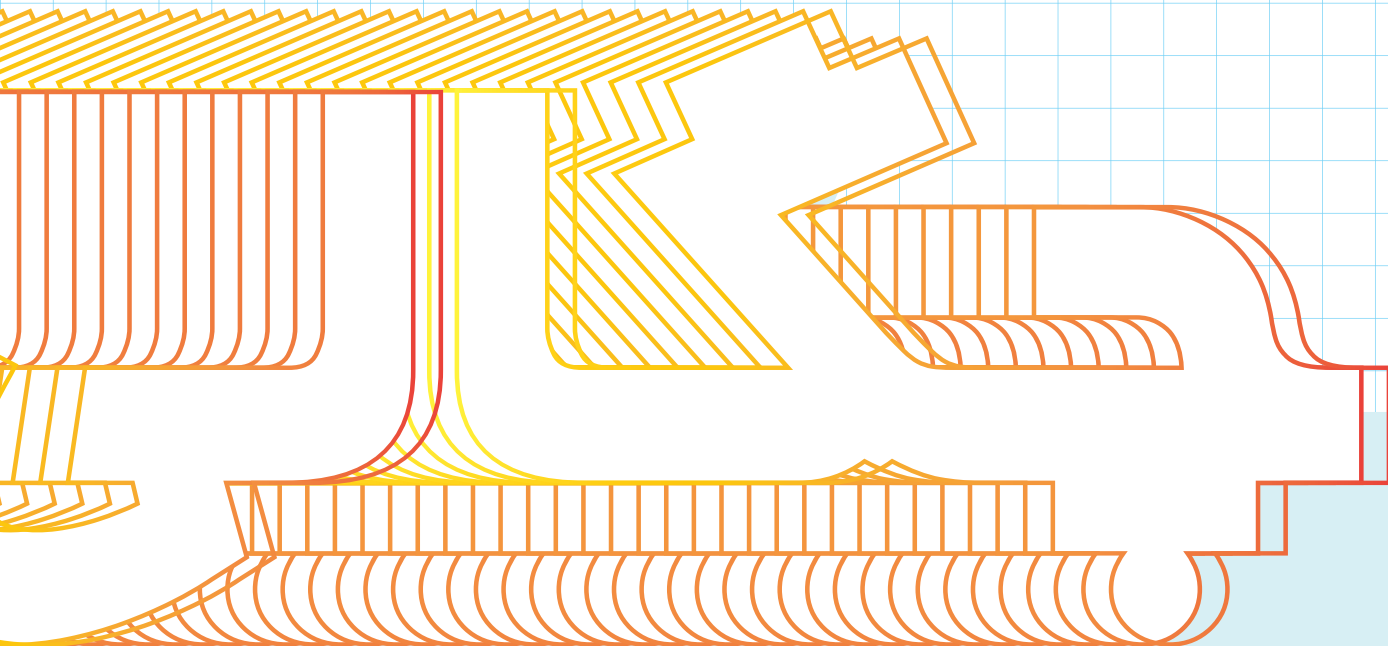


ریاضی در مسابقات دو سرعت

زهرا پندی

اوسین بولت، دونده جامائیکایی دو سرعت و سریع‌ترین انسان جهان است. او رکورددار کنونی و قهرمان المپیک دو ۱۰۰ متر و ۲۰۰ متر دنیاست که شش مدال طلای المپیک را کسب کرده است. رکورد دویدن او در ۱۰۰ متر ۹/۵۸ ثانیه است. او معمولاً بلندترین دونده مسابقات نیز هست. قد او ۱۹۶ سانتی‌متر است؛ یعنی ۴ سانتی‌متر کمتر از ۲ متر. اینکه او هم بلندترین و هم سریع‌ترین دونده است، آدم را به فکر وامی‌دارد که آیا بلندترین‌ها، سریع‌تر می‌دوند؟





یعنی این مکعب،
از کنار هم قرار گرفتن
(۱۰×۱۰×۱۰ مکعب)
۱۰۰۰ مکعب کوچک
درست شده است.
یعنی چند دسی متر مکعب؟
چگالی این مکعب را هم
حساب کنیم:

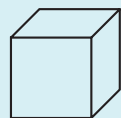
$$1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} = \frac{1000 \text{ گرم}}{1000 \text{ سانتی متر مکعب}}$$

برای آخرین بار یک مکعب بزرگ به ابعاد ۱ متر را در نظر
بگیریم. پس تعداد مکعب‌هایی که داریم ۱۰۰×۱۰۰×۱۰۰
تاست! یعنی ۱ میلیون مکعب کوچک!
(ابعاد این مکعب، چند دسی متر مکعب است؟)
طبیعتاً چگالی این مکعب هم مثل حالت‌های قبلی به دست
خواهد آمد.

$$1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} = \frac{1000000 \text{ گرم}}{1000000 \text{ سانتی متر مکعب}}$$

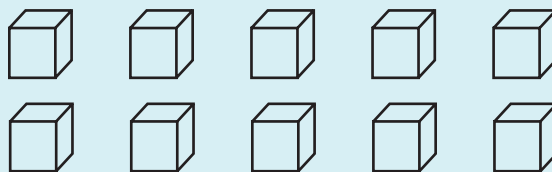
اما بیا این بار چگالی این مکعب را طور دیگری هم حساب

این مکعب را در نظر بگیرید. این مکعب، مکعبی است به ابعاد
۱×۱×۱ سانتی متر و جرم ۱ گرم. پس چگالی آن برابر است با:



$$1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} = \frac{1 \text{ گرم}}{1 \text{ سانتی متر مکعب}}$$

حالا اگر ۱۰ تا از این مکعب‌ها را کنار هم بگذاریم چه اتفاقی
می‌افتد؟



جرم این مکعب‌ها ۱۰ گرم است و حجمشان ۱۰ سانتی متر
مکعب. پس دوباره می‌توانیم به این شکل چگالی‌شان را حساب
کنیم.

$$1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} = \frac{10 \text{ گرم}}{10 \text{ سانتی متر مکعب}}$$

حالا به شکل مقابل نگاه کنید:
در هر کدام از ابعاد این مکعب بزرگ، ۱۰ مکعب کوچک جا
شده است.



چگالی

را چند بگیرم؟

کرده‌ایم. حالا بیایید چند واحد دیگر را با هم امتحان کنیم: در همین مکعب بزرگ، اگر واحد گرم را نگه داریم و به جای سانتی‌متر مکعب، از متر مکعب استفاده کنیم، چه اتفاقی خواهد افتاد؟

$$1000000 \frac{\text{gr}}{\text{m}^3} = \frac{1000000 \text{ گرم}}{1 \text{ متر مکعب}}$$

این بار همان سانتی‌متر مکعب را نگه داریم، اما به جای گرم از کیلوگرم استفاده کنیم:

$$1000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} = \frac{1000 \text{ کیلوگرم}}{1000000 \text{ سانتی‌متر مکعب}}$$

عددها متفاوت شدند، اما همچنان حواسمان هست که این عددهای متفاوت، چگالی اجسام مختلفی را بیان نمی‌کنند، بلکه همه چگالی همان مکعب بزرگ خودمان هستند.

$$1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, 1000000 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}, 1000000 \frac{\text{gr}}{\text{m}^3}, 1000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}$$

ما چهار مقدار $1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ، $1000000 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ ، $1000000 \frac{\text{gr}}{\text{m}^3}$ و $1000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}$ را به دست آوردیم.

اگر به چهار تا عدد به دست آمده نگاه کنیم، شاید متوجه شویم که چرا از دو واحد اخیر، چندان در محاسبات استفاده نمی‌شود. به نظر شما چرا؟

کنیم. می‌دانیم که هر ۱ کیلوگرم معادل ۱۰۰۰ گرم است. پس با استفاده از تناسب می‌توانیم حساب کنیم که ۱ میلیون گرم چند کیلوگرم خواهد بود؟

۱ کیلوگرم	؟
۱۰۰۰ گرم	۱۰۰۰۰۰۰ گرم

پس می‌توانیم بگوییم جرم این مکعب بزرگ ۱۰۰۰ کیلوگرم است.

از طرف دیگر چون ابعاد این مکعب $1 \times 1 \times 1$ متر است، می‌توانیم به جای محاسبه حجم آن بر حسب سانتی‌متر مکعب، از واحد متر مکعب استفاده کنیم. در این صورت حجم مکعب ما ۱ متر مکعب خواهد بود.

پس دوباره چگالی را پیدا کنیم:

$$1000000 \frac{\text{gr}}{\text{m}^3} = \frac{1000 \text{ کیلوگرم}}{1 \text{ متر مکعب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

چگالی مکعب بزرگ، یک بار ۱ پیدا شد و بار دیگر ۱۰۰۰! طبیعتاً این مکعب تغییری نکرده و جرم و حجم آن هم عوض نشده است، اما استفاده از واحدهای متفاوت باعث شده است، دو عدد ظاهراً مختلف برای آن پیدا کنیم. با این واحدهای چگالی در کتاب‌های درسی علوم زیاد کار



حساب و کتاب

حاشیه‌های ریاضی جام جهانی فوتبال
کسب امتیازهای ممکن برای هر تیم





جعفر اسدی گرمارودی

زمان برگزاری جام جهانی فوتبال نزدیک است و به این بهانه، در سه شماره پیش رو به حاشیه‌های ریاضی آن خواهیم پرداخت. همان‌طور که می‌دانید، از نظر نحوهٔ رویارویی تیم‌ها تا تعیین تیم قهرمان، جام به دو مرحلهٔ اصلی تقسیم می‌شود: مرحلهٔ مقدماتی (گروهی) و مرحلهٔ حذفی. در این مطلب می‌خوانیم در مورد مرحلهٔ گروهی و امتیازگیری تیم‌ها بحث کنیم و در پایان براساس آن با ارائهٔ چند مسئله، حل آن‌ها را به دانش‌آموزان علاقه‌مند واگذار کنیم.

● حداکثر امتیاز در بهترین حالت ممکن، یعنی سه پیروزی اتفاق می‌افتد؛ یعنی ۹ امتیاز.
● حداقل امتیاز در بدترین حالت ممکن یعنی سه شکست اتفاق می‌افتد؛ یعنی صفر امتیاز.

● در یک گروه چهار تیمی، چنین امتیازی امکان‌پذیر نیست. زیرا با ترکیب‌های متفاوت از جمله عددهای ۱ و ۳ مجموع ۸ به دست نمی‌آید. تنها ترکیب جمع سه عدد برای ۸، $۲+۳+۳=۸$ است که در امتیازگیری اصلاً امتیاز ۲ نداریم. نحوهٔ کسب بقیهٔ امتیازها را می‌توانید در جدول ۲ مشاهده کنید. تنها امتیازی که دو حالت ممکن برای رخ دادن آن وجود دارد، امتیاز ۳ است.

امتیاز	برد	مساوی	باخت
۹	۳	-	-
۷	۲	۱	-
۶	۲	-	۱
۵	۱	۲	-
۴	۱	۱	۱
۳	۱	-	۲
۳	-	۳	۱
۲	-	۲	۱
۱	-	۱	۲
۰	-	-	۳

● ۳۲ تیم حاضر به هشت گروه چهار تیمی تقسیم می‌شوند و در هر گروه، همهٔ تیم‌ها با هم مسابقه می‌دهند و با توجه به چهار تیمی بودن گروه‌ها، بعد از آنکه هر تیم سه مسابقه‌اش را برگزار کرد، براساس نتایج امتیاز هر تیم محاسبه می‌شود و تیم‌ها بر حسب امتیاز در جدول رتبه‌بندی می‌شوند. جدول ۱ به‌عنوان نمونه، مربوط به گروه F جام جهانی ۲۰۱۴ برزیل است که تیم کشورمان با کسب رتبهٔ ۴ موفق به صعود به مرحلهٔ حذفی نشد (از هر گروه دو تیم صعود می‌کنند). یادآوری می‌کنیم در هر مسابقه، تیم برنده ۳ امتیاز، بازنده صفر امتیاز و در صورت مساوی شدن هر تیم یک امتیاز کسب خواهند کرد. اکنون می‌خواهیم جدولی طراحی کنیم که تمام امتیازهای ممکن برای یک تیم بعد از سه مسابقه را نمایش دهد.

نام تیم	تعداد بازی	برد	مساوی	باخت	امتیاز
آرژانتین	۳	۳	-	-	۹
نیجریه	۳	۱	۱	-	۴
بوسنی	۳	۱	-	۱	۳
ایران	۳	-	۱	۲	۱



ریاضیات و مشاغل • سپیده چمن آرا • عکاس: اعظم لاریجانی

پای صحبت

ابزارها



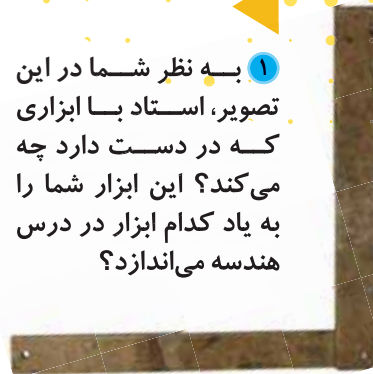
مقدمه

نزدیک منزل کدام یک از شما کارگاه نجاری هست؟ اگر هست، آیا تا به حال سری به آنجا زده اید؟ اگر نیست، با ما بیایید تا به کارگاه نجاری «هنرجو» برویم و نگاهی به ابزارهایی که در آنجا استفاده می‌شود بیندازیم تا ببینیم کدام یک به درس هندسه و ریاضیاتی که ما در مدرسه خوانده‌ایم مربوط است؟



۱ به نظر شما در این تصویر، استاد با ابزاری که در دست دارد چه می‌کند؟ این ابزار شما را به یاد کدام ابزار در درس هندسه می‌اندازد؟

۲ گونیا برای رسم یا تشخیص گوشه‌های راست

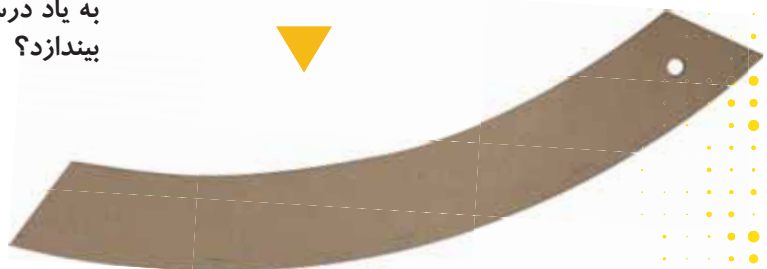


۳ ابزاری برای کار با زاویه‌های مختلف



۴ به نظر شما این ابزار برای چه کاری است؟ استاد به ما توضیح داد که از این ابزار برای ساختن دسته مبیل و صندلی استفاده می‌شود. آیا منحنی‌هایی که در این ابزار هست بخشی از دایره هستند؟ چرا؟

۵ حالا شما به تصویرها نگاه کنید. آیا ابزار دیگری در آن می‌بینید که شما را به یاد درس هندسه و ریاضیات مدرسه بیندازد؟





من بالای الاکلنگ گیر کرده بودم. حسن جعفری تقریباً ۱۰ تا ۱۵ کیلو از من سنگین تر بود. عجیب بود که آقای دقیق تصمیم گرفته بود که کلاس علوم تجربی را آن روز در پارک بازی نزدیک مدرسه تشکیل دهد. درس آن روز ماشین‌ها بود. آقای دقیق در پارک به بچه‌ها گفت بروید و با وسایل بازی، بازی کنید و یادی از بچگی‌هایتان کنید! تاب‌بازی، سرسره، الاکلنگ بازی و... این بود که من و حسن جعفری سراغ الاکلنگ رفتیم و من با شیپنت حسن، که از من سنگین تر بود، در آن طرف الاکلنگ بالا مانده بودم. تعدادی از این بالا بیاره پایین!... تا اینکه آقای دقیق با لبخندی که بر لب داشت، چه کسی برنده می‌شه! به شوخی دادی زدم: «بابا من رو یکی از بچه‌ها دور ما جمع شده بودند و فریاد می‌زدند: «الاکلنگ و تیشه، چه کسی برنده می‌شه!» به شوخی دادی زدم: «بابا من رو یکی از که: چه کار کنیم تا حسین پایین بیاید؟» جواب این بود: یا باید عقب‌تر می‌رفتم و یا سنگین‌تر می‌شدم. راه دیگر هم این بود که حسن یا جلوتر می‌آمد و یا سبک‌تر می‌شد. اما چرا؟

آقای دقیق تازه درس را شروع کرد: ماشین چیست؟ آقای دقیق توضیح داد که ماشین وسیله‌ای است شامل یک یا چند قسمت می‌کنند و انرژی دریافتی را صرف انجام کار مطلوب استفاده می‌کند. ماشین‌ها از منابع انرژی شیمیایی، مکانیکی، هسته‌ای، گرمایی و الکتریکی تغذیه می‌کنند و انرژی دریافتی را صرف انجام کار می‌کنند. ماشین‌ها بسیار متنوع هستند و از یک پیچ تا یک هواپیما را در برمی‌گیرند. ارشمیدس در حدود قرن سوم پیش از میلاد، برای نخستین بار ایده ماشین ساده را مطرح کرد. او در کتاب خود سه ماشین ساده پس از آن آقای دقیق ماشین‌های ساده و ماشین‌های پیچیده را به ما معرفی کرد و برای اینکه بتوانیم مسئله الاکلنگ را حل کنیم، اهرم‌ها را معرفی کرد: اهرم نوعی ماشین ساده است و معمولاً میله‌ای است که حول یک نقطه دوران می‌کند. از اهرم‌ها در بسیاری از وسایلی که به‌طور روزمره به کار می‌بریم، استفاده شده است.

پس از این که آقای دقیق اجزای یک اهرم را شرح داد، فهمیدیم که اهرم‌ها براساس محل قرارگیری تکیه‌گاه و محل وارد شدن نیرو، به سه نوع تقسیم می‌شوند که الاکلنگ از نوع اهرم اول است. در اهرم نوع اول، تکیه‌گاه بین نیروی محرک و مقاوم قرار دارد. اهرم نوع اول باعث تغییر جهت نیرو می‌شود. در الاکلنگ که تکیه‌گاه دقیقاً وسط نیروی محرک و مقاوم است، رابطه زیر همیشه برقرار است:

الاکلنگ

چه کسی برنده می‌شه؟

حسین نامی ساعی

گشتاور نیروی پاد ساعت گرد = گشتاور نیروی ساعت گرد طول بازوی محرک × نیروی محرک = طول بازوی مقاوم × نیروی مقاوم

بعد از پایان درس آقای دقیق متر و ترازویی را که از قبل پیش‌بینی کرده بود، از کیف خود درآورد. من و حسن از بالای الاکلنگ پایین آمدیم و روی ترازو رفتیم. من تقریباً ۶۰ کیلو بودم و حسن ۷۵ کیلو بود. آقای دقیق با متر طول میله الاکلنگ را هم اندازه گرفت. کل طول الاکلنگ ۳ متر و تکیه‌گاه دقیقاً وسط میله بود. طبق فرمول اهرم نوع اول، وضعیت من و حسن روی الاکلنگ به این صورت بود: (این را هم بگویم که آقای دقیق وزن من و حسن را بر حسب نیوتن حساب کرد. برای این کار وزن هر کدام از ما را در شتاب جاذبه زمین که تقریباً ۱۰ نیوتن است، ضرب کرد. بنابراین: ۶۰ کیلو معادل ۶۰۰ نیوتن و ۷۵ کیلو معادل ۷۵۰ نیوتن شد).

$$۷۵۰ * ۱/۵ \neq ۶۰۰ * ۱/۵$$

$$۱۱۲۵ \neq ۹۰۰$$

$$۱۱۲۵ > ۹۰۰$$

خب برای اینکه تعادل بین من و حسن برقرار شود، یا باید من یک وزنه ۱۵ کیلویی را کنار خودم قرار دهم و یا اینکه با استفاده از فرمول $X * ۱/۵ = ۶۰۰ * ۱/۵ = ۷۵۰$ حساب کنم که چه اندازه باید از تکیه‌گاه فاصله بگیریم. X را به صورت زیر حساب کردم:

$$X = \frac{۷۵۰ * ۱/۵}{۱/۵} = \frac{۱۱۲۵}{۱} = ۱۱۲۵$$

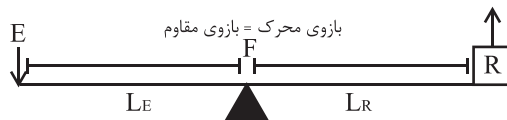
بنابراین: $۱۱۲۵ - ۱/۵ = ۰.۳۷۵$
 من باید ۰.۳۷۵ متر یا $۳۷/۱۵$ سانتی‌متر از جایی که نشسته بودم عقب‌تر می‌رفتم (از تکیه‌گاه دور می‌شدم) و یا حسن باید

بنابراین: $۱۱۲۵ - ۱/۵ = ۰.۳۷۵$
 من باید ۰.۳۷۵ متر یا $۳۷/۱۵$ سانتی‌متر از جایی که نشسته بودم عقب‌تر می‌رفتم (از تکیه‌گاه دور می‌شدم) و یا حسن باید

$$X = \frac{۶۰۰ * ۱/۵}{۱/۵} = \frac{۹۰۰}{۱} = ۹۰۰$$

$$۱۱۵ - ۱/۲ = ۰.۳$$

۰.۳ متر یا ۳۰ سانتی‌متر به تکیه‌گاه نزدیک‌تر می‌شد. درس الاکلنگ آن روز هم به این شکل در پارک بازی به پایان رسید و ما با آقای دقیق به مدرسه برگشتیم.

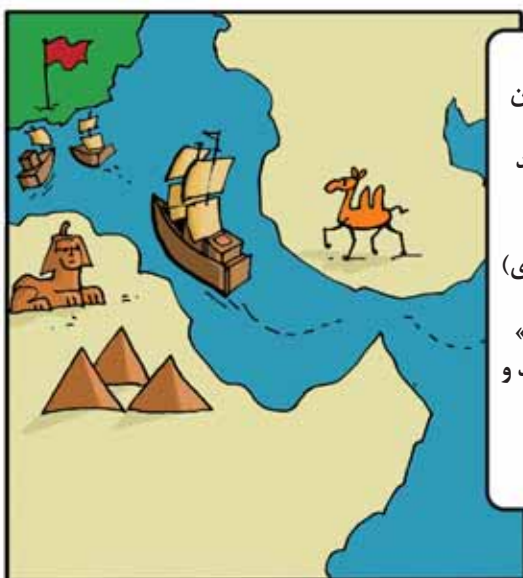


ویرایش

نویسنده: حسام سبحانی طهرانی
تصویرگر: سام سلماسی

گرد و خاک اعداد هندی در اروپا

در شماره قبل دیدید که چگونه خوارزمی در سفر به هند، عددهای هندی را برای ایران و تمدن اسلامی به سوغات آورد.



در همان دوران مسلمانان توانسته بودند از طریق شمال آفریقا (مراکش امروزی) و تنگه «جبل الطارق» به اسپانیا بروند و آنجا را هم فتح کنند.





و حتی برای یادگیری به کلاس رفتند.

پس چرا چهار و نه نیست؟



مسلمانان ابتدا سعی کردند با عددهای آن‌ها کنار بیایند.



حالا که فهمیدید، پیش به سوی عددهای بزرگ‌تر!

DC → ده + یاقه = شصت
CD → چهار + یاقه = چهل



و از اینجا درسها آغاز شد.

از سمت راست به عدد نگاه می‌کنیم. هرگاه نماد چپ از راست بزرگ‌تر باشد، آن را اضافه می‌کنیم و هرگاه کوچک‌تر باشد، کم می‌کنیم. برای همین، چهار را با IV و نه را با IX نشان می‌دهند.



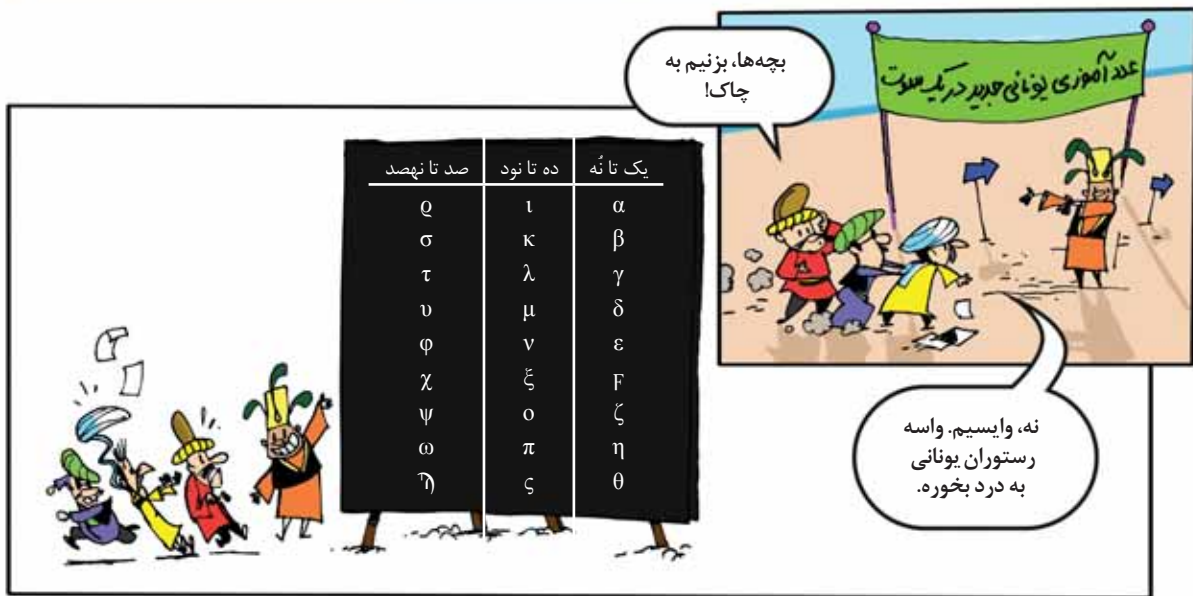
به این ترتیب، آن‌ها را به کلاس پایه فرستادند تا شاید توفیری حاصل شود.

این عددنویسی به سال‌ها قبل از میلاد مسیح برمی‌گردد.



و حالا نمایش هزار و سیصد و نود و هفت!

فهمیدید؟



پس از این دروسها، مسلمانان تصمیم گرفتند به جای یادگیری عددنویسی غربیها، عددنویسی خودشان را به آن‌ها یاد بدهند.



وا از آنجا که این عددنویسی خیلی آسان تر بود، کلی طرفدار پیدا کرد.

اسپانیایی‌ها این عددها را غبار نامیدند؛ احتمالاً به خاطر گرد و خاک طرفداران پشت در آموزشگاه!

... و این آغاز جهانی شدن عددنویسی بود.

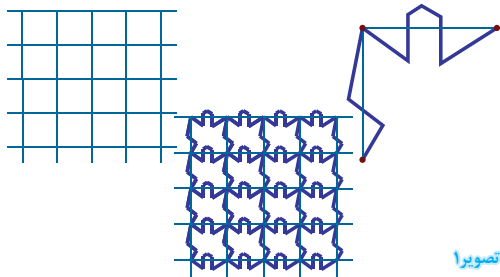


این داستان ادامه دارد ...

بخش دوم

کاشی‌های جئوجیرای

الف) استفاده از شبکه مربعی
مطابق شکل ۱ طرحی روی دو ضلع مربع کشیده می‌شود و روی اضلاع متناظر در مربع‌های دیگر تکرار می‌شود.

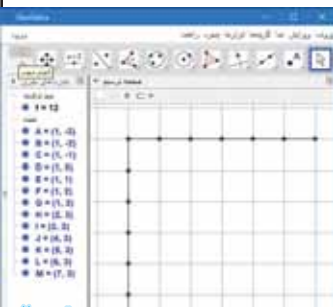


تصویر ۱



به اطراف خود نگاه کنید. نقش‌هایی مانند تصاویر بالا را همه جا مشاهده می‌کنید. در طبیعت، در کاشی‌کاری، گچ‌بری، آینه‌کاری، در کف‌پوش‌ها و نرده‌ها، در لباس، کیف، جواهرات، در لوازم منزل و ... هنرمندان و طراحان همواره می‌کوشند که نقش‌های زیباتر و ترکیب‌های دلنشین‌تر ایجاد کنند. در ادامه این مطلب از تکنیک‌های متفاوت برای ایجاد طرح‌هایی که سطح را می‌پوشانند، دو تکنیک را که برای ایجاد شکل‌های «پوشا» به کار می‌روند، معرفی می‌کنیم.

۲) از ابزار «خط شکسته» (Poly Line) (ستون سوم، آیکن پنجم) استفاده کنید و دو ضلع یک مربع 6×6 را رسم کنید. برای کامل شدن خط شکسته باید روی اولین نقطه در آخر دوباره کلیک کنید (تصویر ۲).



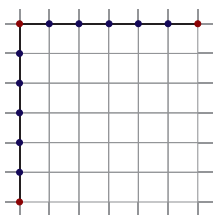
تصویر ۲

۳) نقاط رأس‌های مربع را ثابت کنید تا تغییر نکنند. به این منظور روی آن نقطه



تصویر ۳

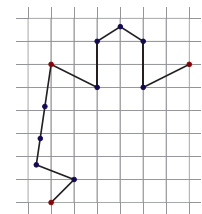
کلیک کنید و علامت قفل باز را که در منوی صفحه ترسیم (تصویر ۳) مشاهده می‌کنید، کلیک کنید تا بسته شود. همچنین رنگ این نقطه‌ها را قرمز کنید (تصویر ۴).



تصویر ۴

۴) با ابزار جابه‌جایی نقطه‌ها را قدری جابه‌جا می‌کنیم تا شبیه شکل بالا- یا هر شکلی که مدنظر شماست- شود (تصویر ۵).

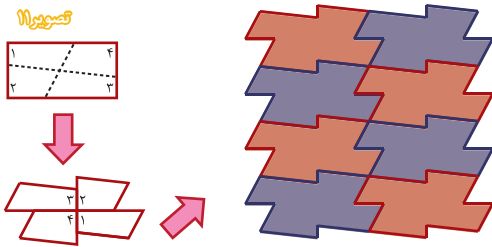
۵) حالا وقت آن است که این شکل را تکرار کنید تا نقش بالا حاصل شود. از فعالیت‌های قبل آموختید که برای تکرار از «انتقال» استفاده کنید. ابتدا مطابق



تصویر ۵

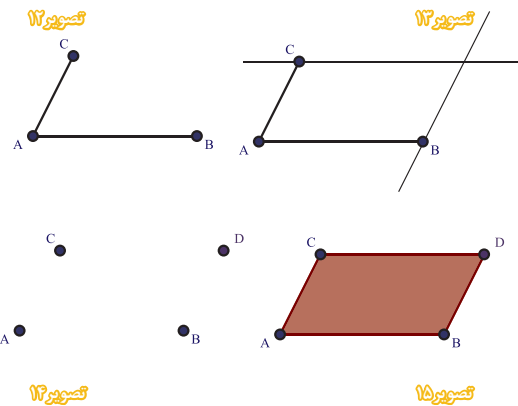
ب) برش متوازی الاضلاع

یکی دیگر از روش‌های ایجاد شکل‌های «پوشا» برش متوازی الاضلاع است. توجه کنید که مستطیل، لوزی و مربع هم نوعی متوازی الاضلاع هستند. در این روش یک متوازی الاضلاع را مانند تصویر ۱۱ برش می‌دهیم و مثل شکل زیرش قطعات را کنار هم می‌چینیم. این شکل می‌تواند سطح را بپوشاند.

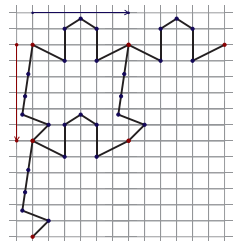


۱ یک فایل جدید جئوجبرا باز کنید. خطوط شبکه و محورهای مختصات را پنهان کنید و نام‌گذاری را روی «تنها برای نقاط جدید» (New Points only) قرار دهید.
 ۲ طبق تعریف، متوازی الاضلاع یک چهارضلعی است که اضلاع روبه‌روی آن با هم موازی‌اند. بنابراین:

- ۱-۲. با ابزار «پاره خط» (Segment) (ستون سوم، آیکون دوم) دو پاره خط از یک نقطه رسم کنید (تصویر ۱۲).
- ۲-۲. با ابزار «خط موازی» (Parallel line) (ستون چهارم، آیکون دوم) از نقطه C خطی موازی AB و از نقطه B خطی موازی AC رسم کنید (تصویر ۱۳).
- ۲-۳. با ابزار «نقطه تقاطع» (Intersect) (ستون دوم، آیکون چهارم) محل تقاطع این دو خط را مشخص کنید. سپس خط‌ها و پاره‌خط‌ها را پنهان کنید (تصویر ۱۴).
- ۲-۴. با ابزار «چندضلعی» متوازی الاضلاع را رسم کنید (تصویر ۱۵).

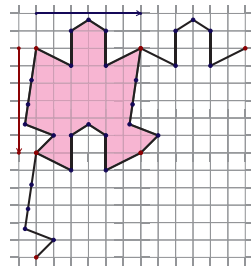


تصویر ۶، با ابزار بردار بین دو نقطه، دو بردار آبی و قرمز رنگ ایجاد کنید. سپس این خط شکسته را یک بار با بردار آبی و یک بار هم با بردار قرمز انتقال دهید.



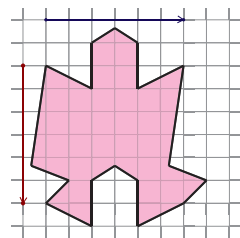
تصویر ۶

۶ تاکنون شکل تکرارشونده (که شبیه یک آدمک است) ایجاد شده است. با ابزار چندضلعی این شکل را مشخص کنید (تصویر ۷).



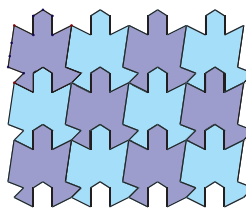
تصویر ۷

۷ اکنون می‌خواهیم این چندضلعی را تکثیر کنیم، ولی بهتر است قبل از آن قدری خلوت کنیم. همه اشیا را، به جز چندضلعی اصلی و بردارهای آبی و قرمز، پنهان کنید (تصویر ۸).



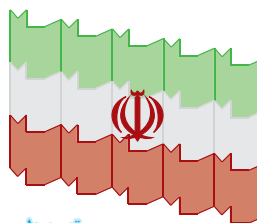
تصویر ۸

۸ اکنون چندضلعی اصلی را به تعداد دلخواه با بردارهای آبی و قرمز انتقال دهید و مطابق میلان آن‌ها را رنگ‌آمیزی کنید. در نهایت خطوط شبکه و بردارها را پنهان کنید



تصویر ۹

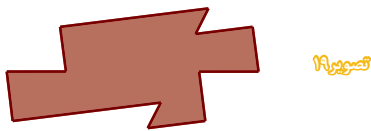
۹ شما می‌توانید نقاط اولیه (A تا M) را آشکار کنید و با تغییر آن‌ها هر شکلی را که می‌خواهید ایجاد کنید. مثلاً در تصویر ۱۰ هنرمند از نقشه و پرچم ایران الهام گرفته است.



تصویر ۱۰

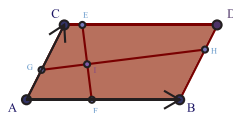


۷ با رأس‌های چندضلعی تولید شده یک چندضلعی جدید درست کنید (تصویر ۱۹).

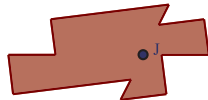


۸ قبل از ادامه کار، شکل را کمی خلوت می‌کنیم به این منظور تمام نقاط به جز نقاط اصلی (A تا J)، تمام بردارها، همه چهارضلعی‌ها به جز متوازی‌الاضلاع اولیه را پنهان کنید.

۹ حالا بردارهای AB و AC را رسم کنید (تصویر ۲۰).



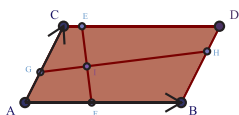
تصویر ۲۰



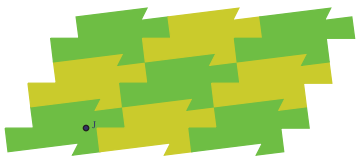
۱۰ چندضلعی نهایی را با بردار AB چند بار به سمت راست منتقل کنید.

۱۱ سپس همه چندضلعی‌های ایجاد شده را با بردار AC چند بار به سمت بالا منتقل کنید.

با جابه‌جایی نقطه J می‌توانید کل شکل را جابه‌جا کنید. شکل را طبق میلان رنگ کنید (تصویر ۲۱).

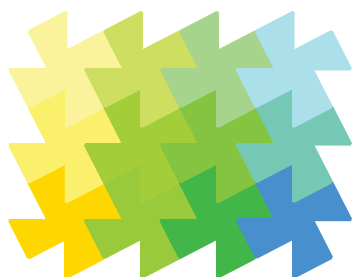


تصویر ۲۱



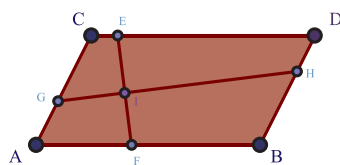
با جابه‌جایی نقاط، شکل‌های زیبایی حاصل می‌شوند. نمونه تصویر ۲۲ یکی از آنهاست.

تصویر ۲۲



متوازی‌الاضلاعی که به این ترتیب ساخته می‌شود، یک متوازی‌الاضلاع واقعی است! یعنی با تغییر و جابه‌جایی نقاط آن، همچنان متوازی‌الاضلاع باقی می‌ماند، چون از روی تعریف ساخته شده است. امتحان کنید!

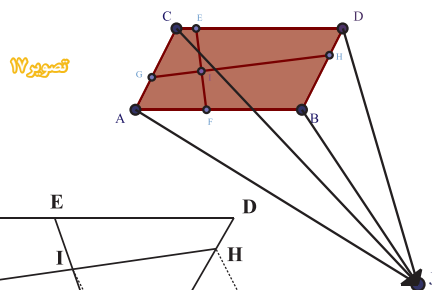
۳ حالا وقت برش است. پاره‌خطی رسم کنید که دو سر آن روی اضلاع بالا و پایین باشند. همین‌طور پاره‌خطی که دو سر آن روی دو ضلع بغل باشند. محل برخورد این دو پاره‌خط را مشخص کنید (تصویر ۱۶)



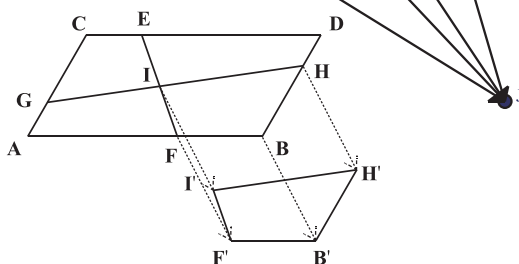
تصویر ۱۶

۴ حالا هر ۴ قسمت را با ابزار چندضلعی مشخص کنید؛ یعنی چهارضلعی‌های CEIG، DHIF، BFIH و AFIG.

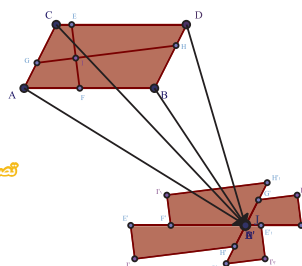
۵ با ابزار «نقطه» (Point) A (ستون دوم، آی‌کون اول) نقطه‌ای بیرون متوازی‌الاضلاع ایجاد کنید. سپس از هر رأس متوازی‌الاضلاع برداری به این نقطه وصل می‌کنیم (تصویر ۱۷).



تصویر ۱۷



۶ حالا هر قطعه را با برداری که از آن قطعه شروع می‌شود، انتقال دهید (تصویر ۱۸).



تصویر ۱۸

- بی‌نوشته‌ها:
1. Tessellation
 2. Options
 3. Labeling
 4. No new objects
 5. Polygon
 6. Midpoint or Center
 7. Rotate around Point
 8. Vector
 9. Translate by Vector
 10. Move
 11. File
 12. New File





پک مسئله

داود معصومی مهوار

قرار است یک دوره مسابقه کشتی برگزار شود. می‌خواهند این دوره از مسابقات تک حذفی باشد. یعنی هر کشتی‌گیر با یک باخت از دور بیرون برود. همچنین می‌خواهند هر مسابقه داوری جدید داشته باشد و هیچ داوری دو تا از مسابقه‌های این دوره را داوری نکنند. اگر ۴۷ نفر کشتی‌گیر برای این دوره ثبت نام کرده باشند، برای داوری چند نفر لازم است؟ **مسئله‌ای با عدد کوچک‌تر را بررسی می‌کنیم.** فرض می‌کنیم تنها ۷ کشتی‌گیر داریم. ابتدا در سه مسابقه ۶ نفر با هم مسابقه می‌دهند. سه برنده و یک نفر که استراحت کرده می‌مانند. این چهار نفر در دو مسابقه با هم مبارزه می‌کنند. تا حالا $2+3=5$ مسابقه داشته‌ایم اکنون دو نفر بالا می‌آیند و مسابقه نهایی برگزار می‌شود. پس جمعاً ۶ مسابقه انجام می‌شود و ۶ داور مختلف نیاز داریم. **تعداد کشتی‌گیرها را کمی بیشتر می‌کنیم و به ۱۰ می‌رسانیم.** ابتدا ۵ مسابقه داریم تا ۵ نفر برنده بشوند و بالا بیایند. یک نفر استراحت می‌کند و ۴ نفرشان در دو مسابقه شرکت می‌کنند و برنده‌ها و استراحت کننده ۳ نفر خواهند شد. تا اینجا $2+5=7$ مسابقه داشته‌ایم. دو نفر از ۳ نفر مسابقه می‌دهند و یک نفر استراحت می‌کند. تا حالا $1+7=8$ مسابقه داشته‌ایم. برنده و استراحت‌کننده، بازی نهایی را انجام خواهند داد. پس در مجموع $1+8=9$ مسابقه داریم و به همین تعداد داور نیاز داریم. با بررسی‌های دیگر می‌بینیم که برای ۱۴ کشتی‌گیر در مجموع ۱۳ مسابقه و طبیعتاً ۱۳ داور نیاز داریم و همین‌جور اگر ۲۳ کشتی‌گیر داشته باشیم، ۲۲ مسابقه و در نتیجه ۲۲ داور لازم داریم. بسیار شگفت‌انگیز شد! به نظر می‌رسد اگر ۴۷ کشتی‌گیر داشته باشیم، ۴۶ مسابقه باید انجام شود و ۴۶ داور نیاز داریم. اما چگونه این مطلب را ثابت کنیم؟ **به جای تمرکز روی تعداد بازی‌ها یا داورها بد نیست به تعداد بازنده‌ها توجه کنیم.** اگر a تا کشتی‌گیر داشته باشیم، روشن است که پس از پایان مسابقه‌ها $a-1$ نفر بازنده داریم که از دور مسابقه بیرون رفته‌اند و شخص برنده کسی است که همه مسابقه‌های خود را برده و اصلاً باخت نداشته است. اما موضوع مهم این است که در هر مسابقه دقیقاً یک بازنده وجود دارد. هر کسی که می‌بازد و از دور بیرون می‌رود، ممکن است که برده‌ایی نیز داشته باشد. توجه به این بردها کار شمارش را سخت می‌کند. یعنی در هر مسابقه یک برنده و یک بازنده هست. پیگیری برنده‌ها (چنان‌که در بخش نخست، برای حس کردن مسئله انجام دادیم) کاری پرحمّت است. اما هیچ شکی نیست که دست آخر تعداد بازنده‌ها $a-1$ است و هر کدام از این بازنده‌ها درست در یک مسابقه منحصربه‌فرد باخته‌اند. یعنی هیچ مسابقه‌ای دو تا بازنده نداشته است. همین مطلب راه‌حل ما را استوار می‌کند. پس برای باخت $a-1$ نفر درست $a-1$ مسابقه لازم است و برای $a-1$ مسابقه نیز $a-1$ داور نیاز خواهیم داشت. **پس برای مسابقاتی با ۴۷ کشتی‌گیر، دقیقاً به $46=47-1$ مسابقه و داور نیاز داریم.**

پک راه‌حل



باهم مسئله حل کنیم

جعفر اسدی گرمارودی

در دور مقدماتی جام جهانی فوتبال، تیم‌ها در گروه‌های چهار تیمی با هم مسابقه می‌دهند که در هر مسابقه تیم برنده ۳ امتیاز، بازنده صفر امتیاز و در صورت تساوی، هر کدام از دو تیم یک امتیاز کسب خواهند کرد. در مطلب «حساب و کتاب فوتبالی» در همین شماره می‌توانید اطلاعات بیشتری کسب کنید.

یک

حالتی را بیان کنید که سه تیم در یک گروه چهار تیمی ۶ امتیاز کسب می‌کنند؟

دو

آیا حالتی هست که در آن هر چهار تیم گروه، ۴ امتیاز کسب کنند؟

سه

اگر در یک گروه چهار تیمی، سه تیم ۳ امتیاز کسب کنند، چگونه این حالت رخ داده است؟

پاسخ‌ها در وبلاگ اختصاصی مجله:

weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee



مربع هر عددی را پیدا کن!

سلام، نام من مهدی دهقانیان است. ۱۳ ساله‌ام از کرمان، دانش‌آموز «دبیرستان علامه حلی ۲».

من روشی را کشف کرده‌ام که مربوط می‌شود به عددهای مربعی مثل ۱۴۴، ۱۶۹، ۱۹۶، ۲۲۵، ۲۵۶ و ... من می‌توانم با استفاده از این فرمول، عدد مربعی بعد از یک عدد مربعی مشخص را به دست آورم. مثلاً می‌توانم مربع عدد ۱۱۲ را که ۱۰۰ تا بعد از عدد ۱۲ است و می‌دانم که $12^2 = 144$ ، به سادگی به دست آورم که می‌شود: $112^2 = 12544$.

روش کار

الف) اطلاعات مورد نیاز برای این فرمول

۱. یک عدد مربعی یعنی X^2 مثل ۱۴۴
۲. جذر آن عدد مربعی یعنی X مثل ۱۲
۳. فاصله عدد بعد از X که مربع آن را می‌خواهیم یعنی b مثل ۱۰۰ تا بعد از ۱۲.

ب) مراحل انجام کار

مرحله اول: X را در دو برابر b ضرب می‌کنیم:

$$X \times 2b = 12 \times 200 = 2400$$

مرحله دوم: حاصل مرحله اول را با b^2 جمع می‌کنیم:

$$(X \times 2b) + b^2 = 2400 + 10000 = 12400$$

مرحله آخر: حاصل مرحله دوم را با X^2 جمع می‌کنیم:

$$((X \times 2b) + b^2) + X^2 = 12400 + 144 = 12544$$

این عدد، مربع (مجذور) مورد نظر ماست.

چرا روش مهدی درست کار می‌کند؟
 مهدی به کمک X^2 ، حاصل $(X+b)^2$ را پیدا کرده است.
 در درس‌های مربوط به عبارتهای جبری خوانده‌اید که:

$$\begin{aligned} (X+b)^2 &= (X+b)(X+b) \\ &= X^2 + Xb + bX + b^2 \\ &= X^2 + 2Xb + b^2 \end{aligned}$$

بنابراین اگر X^2 را بدانیم، برای اینکه بتوانیم مجذور عدد $X+b$ را محاسبه کنیم، طبق ضرب بالا، باید به X^2 ، مقدارهای $2Xb$ و b^2 را اضافه کنیم.



ریاضیات در ده روز

سپیده چمن آرا



سال‌ها پیش، در سال ۱۳۷۹ «انجمن ریاضی ایران» اول تا دهم آبان‌ماه را دهه ریاضیات اعلام کرد تا در این ۱۰ روز، در جاهای گوناگون از جمله در مدرسه‌ها، فعالیتهایی برای «عمومی کردن ریاضیات» انجام شود. توجه به عمومی کردن ریاضیات فعالیتی جهانی بود که در آن سال، معادل سال ۲۰۰۰ میلادی در سراسر دنیا آغاز شد، به طوری که سال ۲۰۰۰ را «سال جهانی ریاضیات» اعلام کردند. از آن زمان نزدیک به ۱۷ سال می‌گذرد. این فعالیتهای در مدرسه‌ها چند سالی برقرار بود. ولی خود من خیلی وقت بود که دیگر نام دهه ریاضیات را از جایی نمی‌شنیدم، تا اینکه... دهم آبان امسال، برای تهیه گزارشی برای مجله، به شهر بروجرد رفته بودیم و متوجه شدیم که در بعضی از دبیرستان‌های دوره اول متوسطه این شهر، برای بزرگداشت دهه ریاضیات فعالیتهایی توسط دانش‌آموزان انجام شده است.

مدرسه‌های فعال

- دبیرستان‌های دوره اول متوسطه که به مناسبت دهه ریاضیات فعالیت داشتند و دبیران ریاضی آنها عبارت‌اند از:
۱. دبیرستان تیزهوشان شهید بهشتی، آقای محمدرضا کشفی.
 ۲. دبیرستان دخترانه شاهد، خانم‌ها فرانک گودرزی، لیلا فولادوند و آزاده معظمی.
 ۳. دبیرستان تربیت، خانم‌ها باقری و معظمی.
 ۴. دبیرستان فرزندگان، خانم‌ها مهرنوش خنجریان، الهام اسدی و وحیده چوبکار، با همکاری خانم‌ها مهرنوش صمیمی فر و اشرف همتی.
 ۵. دبیرستان شهدای عاشورا، خانم لیلا گلبدادی.
 ۶. دبیرستان کوثر، خانم یارمحمدی.
 ۷. دبیرستان توحید، خانم‌ها الهام بیرجندی و آذر اکبری.
 ۸. دبیرستان حزب الله، خانم‌ها سوسن یاراحمدی و زهرا گلبدادی.
 ۹. دبیرستان نرگس، خانم سرور مارابی.
 ۱۰. دبیرستان محدثه، خانم‌ها آزاده شعبانپور، آذر اکبری و سوسن یاراحمدی.



«به نام آفریدگار علم»
 سلام دوستان خوبم،
 من دانش‌آموز دبیرستان تعالی تربیت در شهرستان
 بروجرد هستم.
 چند وقتی به دههٔ ریاضی مانده بود که همهٔ ما از
 مسئولان گرفته تا دانش‌آموزان مدرسه به تکاپو
 افتادیم.

من و دوستانم، خانم **گیوکی** معاونت محترم مدرسه،
 خانم **سلطانی‌راد** مدیر زحمتکشان، خانم **سربندی**،
 معاون دوست‌داشتنی و خانم **معظمی** معلم ریاضی
 مهربان برای برگزاری برنامه‌ای جذاب که در شأن
 مدرسه‌مان باشد، تلاش کردیم. بالاخره تصمیم
 گرفتیم صفحهٔ بردار و مختصات بزرگی را روی زمین
 حیاط مدرسه رسم کنیم و مسابقه‌ای را که خانم
 معظمی طراحی کرده بود، اجرا کنیم. جالب است
 بدانید که ایدهٔ این بازی برای اولین بار توسط ما اجرا
 شد! خیلی هم مرتب و زیبا به اجرا درآمد.

دوباره مانند پارسال دوستانم گروه‌بندی شدند. برای
 خودمان و مهمانان صندلی چیدیم، مجری انتخاب
 کردیم، سؤال طراحی کردیم و این برنامه در آخرین
 روز دههٔ ریاضی اجرا شد.

در آن روز هم تعدادی از هم‌مدرسه‌ای‌هایم با
 دستور مسئولان با پوشیدن لباس‌های محلی تلفیقی از
 فرهنگ، هنر، دانش و ریاضی را به نمایش گذاشتند و
 مدرسه میزبان مسئولان اداره بود.

خانم **زهرا سلطانی‌راد**، مدیر مدرسهٔ تربیت،
 درخصوص بزرگداشت این دهه در مدرسه اظهار
 داشت:

«دههٔ ریاضیات بهترین فرصت برای معرفی درس
 ریاضیات است. ریاضیات در زندگی روزمره پیوسته
 جریان دارد. باید کاربرد ریاضی را در زندگی درک
 کرد تا درس ریاضی خسته‌کننده و نفرت‌انگیز نباشد.
 باید بدانیم بهترین ورزش فکری در مسائل ریاضی
 نهفته است. ما در مدرسه با هدف عمومی کردن
 آموزش ریاضی سعی در ایجاد نگرشی نوین و کارآمد
 در درک مسائل ریاضی داریم.

به امید روزی که دانش‌آموزانی تربیت کنیم که
 تفکر و اندیشه‌شان بر مبنای منطق ریاضی باشد.»



با دیدن عکس‌های این فعالیت‌ها که کارهای
 دانش‌آموزان را نشان می‌دهند، متوجه می‌شوید که هر
 دانش‌آموزی به فراخور توان، علاقه و امکاناتش، کاری
 در دههٔ ریاضی انجام داده است؛ از تزئین یک کیک با
 علائم ریاضی گرفته تا طراحی و ساخت دستگاهی که
 یک مستطیل را دوران می‌دهد تا یک استوانه را در فضا
 جارو کند. گرچه تزئین کیک و مواد خوراکی با علائم
 ریاضی، یک فعالیت ریاضی روزانه نیست، اما به خاطر
 بیاوریم که یکی از هدف‌های دههٔ ریاضیات، آشنایی
 دادن عموم مردم با ریاضیات بوده است. همین که
 دانش‌آموزان داوطلبانه و با علاقه، کاری برای ریاضیات
 انجام بدهند، هر قدر هم که ریاضی نباشد، خوب است.
 هرچند اگر از این انرژی و اشتیاق، به‌صورت هدفمند و
 هدایت شده استفاده شود، به مراتب بهتر خواهد بود.
 گزارش زیر را خبرنگار افتخاری، **زینب چنگ‌مریم**،
 از فعالیت‌های مدرسهٔ خودشان برایمان ارسال کرده
 است.

تشکر و قدردانی / ۱. از آقای **علی قاسمی‌کیا**، سرگروه ریاضی متوسطهٔ اول بروجرد برای ارسال اطلاعات و تعدادی از عکس‌های گزارش سپاسگزاریم.
 ۲. عکس‌های دبیرستان‌های تربیت و توحید توسط آقای **حامد ترابی گودرزی** گرفته شده است. ۳. از خانم **مهرونوش صمیمی‌فر** که عکس‌های مربوط
 به دبیرستان فرزنانگان را در اختیار ما قرار گذاشتند سپاسگزاریم.



بازی‌های اندرویدی

زهرا صباغی / کیمیا هاشمی

سنت ۲۰۴۸

چهل و هشت

Android Games



یکی از بازی‌های معروف این روزها بازی ۲۰۴۸ است. این بازی از یک صفحه ۴×۴ تشکیل شده است. در ابتدا دو کاشی با اعداد روی آن‌ها در صفحه وجود دارد. شما باید با حرکت دادن کاشی‌ها، اعدادهای مشابه را با هم جمع کنید تا به عدد بزرگ‌تر برسید. اعدادی موجود در بازی، توان‌های ۲ هستند.

بازی دیگری مشابه ۲۰۴۸ وجود دارد به نام «۲۰۴۸ فیبوناچی» (2048 fibonacci). صفحه این بازی مشابه بازی ۲۰۴۸ است، با این تفاوت که در این بازی باید اعدادی دنباله فیبوناچی را با هم جمع کنید تا به اعدادی بزرگ‌تر برسید. دنباله فیبوناچی چنین است:

۱، ۱، ۲، ۳، ۵، ۸، ۱۳، ۲۱، ۳۴، ...
و هر عدد از جمع دو عدد قبلی به دست می‌آید.

یک راه موفقیت در این بازی آن است که بزرگ‌ترین عدد را در گوشه صفحه نگه دارید.



اکنون به پرسش‌های زیر پاسخ دهید:

۱. فرض کنید بعد از هر بار ترکیب کردن دو کاشی، عددی که به صفحه بازی اضافه می‌شود، عدد ۲ است:
 - وقتی عدد ۳۲ را ساختیم، حداکثر مجموعاً چند بار عدد ۲ در صفحه ظاهر شده است؟ (با فرض اینکه در ابتدای بازی هم دو کاشی ۲ در صفحه بازی بوده است).
 - تا ساخته شدن عدد ۳۲، حداکثر مجموعاً چند عدد در صفحه بازی ظاهر می‌شود؟ (با فرض اینکه عددها را به‌طور مناسبی چیده‌ایم و بعد از ظاهر شدن هر عدد توانسته‌ایم آن را با عدد دیگری جمع کنیم).
 - اگر بخواهیم بزرگ‌ترین عددی که در صفحه بازی است، از ۱۴۷ بزرگ‌تر باشد، چند بار باید خانه ۱۶ را در صفحه بازی ببینیم و با یک خانه ۱۶ دیگر جمع کنیم؟



۲. حال فرض کنید هر بار بعد از ترکیب کردن دو کاشی، عددی که در صفحه بازی ظاهر می‌شود، همان عددی است که با ترکیب کردن کاشی‌ها ساخته‌ایم:
 - اگر در ابتدای بازی فقط دو کاشی ۲ در صفحه وجود داشته باشد، برای ساختن عدد ۲۵۶ به چند بار جمع کردن احتیاج داریم؟
 - فرض کنید دو نفر با هم در این بازی رقابت می‌کنند، اما قانون ظاهر شدن عدد جدید برای نفر اول مطابق سؤال یک است و برای نفر دوم مطابق توضیحات سؤال دو بعد از اینکه هر دو نفر ۸ بار شاهد ظاهر شدن عدد جدیدی در صفحه بازی بودند، بزرگ‌ترین عدد صفحه بازی نفر دوم چند برابر بزرگ‌ترین عدد صفحه بازی نفر اول است؟

توجه داشته باشید:

۱. عددهای نوظهور ۲ یا ۴ هستند.
۲. دو عدد یکسان را اگر بتوانیم کنار هم بچینیم، حذف می‌شوند و مجموع آن دو باقی خواهد ماند.
۳. با کلیدهای حرکتی \uparrow ، \downarrow ، \rightarrow ، \leftarrow می‌توانیم همه عددها را تا حدی که جا هست و امکان دارد، حرکت بدهیم.

۳. با توجه به تعداد کاشی‌های صفحه بازی در تصویر مقابل، بزرگ‌ترین عددی که در این بازی می‌توان ساخت، چه عددی است؟





در شماره ۲ مجله، بازی نیمه کاره زیر را بررسی کردیم:

حَدَس	رنگ ۴، رنگ ۳، رنگ ۲، رنگ ۱	پاسخ
۱		○
۲		●○○
۳		●●○○

یادآوری

پاسخ حدس نخست یک دایره سفید است. یعنی تنها یکی از چهار رنگ حدس نخست در ترکیب اصلی هست. ولی جای آن درست نیست. پاسخ حدس دوم یک دایره سیاه و دو دایره سفید است. یعنی یکی از رنگ‌های این حدس در ترکیب اصلی هست و در جای درست نیز نشسته است و دو تا از رنگ‌های این حدس در ترکیب اصلی هستند، ولی جای آن‌ها درست نیست. و بالاخره پاسخ حدس سوم دو دایره سیاه و دو دایره سفید است. یعنی دو تا از رنگ‌های این حدس در ترکیب اصلی هستند و در جای درست نیز نشسته‌اند. و دو تا از رنگ‌های این حدس در ترکیب اصلی هستند ولی جای آن‌ها درست حدس زده نشده است. همان‌جا فهمیدیم که ترکیب اصلی یکی از ۴ حالت روبرو است.

حالت	رنگ ۴، رنگ ۳، رنگ ۲، رنگ ۱
۱	
۲	
۳	
۴	

می‌توانیم خیلی ساده یکی از این حالت‌ها، مانند حالت ۱ را پیشنهاد بدهیم. اگر ترکیب واقعی همان بود که هیچ و گرنه بر اساس پاسخی که می‌گیریم، بررسی‌های جدیدی می‌کنیم تا ترکیب واقعی را پیدا کنیم. ولی چرا باید یک حالت را به تصادف انتخاب کنیم؟ بهتر نیست کمی فکر کنیم؟ اصلاً چرا باید یکی از همین حالت‌ها را پیشنهاد بدهیم؟ تعجب نکنید. همراهی کنید. فرض کنید که ترکیب زیر را پیشنهاد بدهیم:

رنگ ۴، رنگ ۳، رنگ ۲، رنگ ۱



باز هم یکی دو قَلْبُ فکر

داود معصومی مهوار



حالا بررسی می‌کنیم که اگر ترکیب اصلی،
 هر یک از حالت‌های ۱ تا ۴ باشد، این ترکیب پیشنهادی چه
 پاسخی خواهد گرفت.

حالت واقعی فرضی	رنگ ۴، رنگ ۳، رنگ ۲، رنگ ۱	ترکیب پیشنهادی ما	پاسخی که می‌گیریم
۱			
۲			
۳			
۴			

خیلی خوب شد! چهار پاسخ مختلف می‌گیریم. به کمک این چهار پاسخ می‌توانیم ترکیب واقعی را پیدا کنیم. مثلاً اگر پاسخی که گرفتیم سه دایره سیاه بود، ترکیب واقعی حالت ۳ است و اگر سه دایره سفید پاسخ ما بود، ترکیب واقعی حالت ۲ است و ...

در اینجا ترکیب پیشنهادی یکبارہ طرح و بررسی شد، اما نگفتیم که چگونه می‌توان به آن دست یافت و آن را پیدا کرد. پیدا کردن چنین پیشنهادی خود مسئله‌ای جالب است. ولی این بار تنها خواستیم وجود آن را یادآوری کنیم. و روی یافتن آن تمرکز نکردیم.

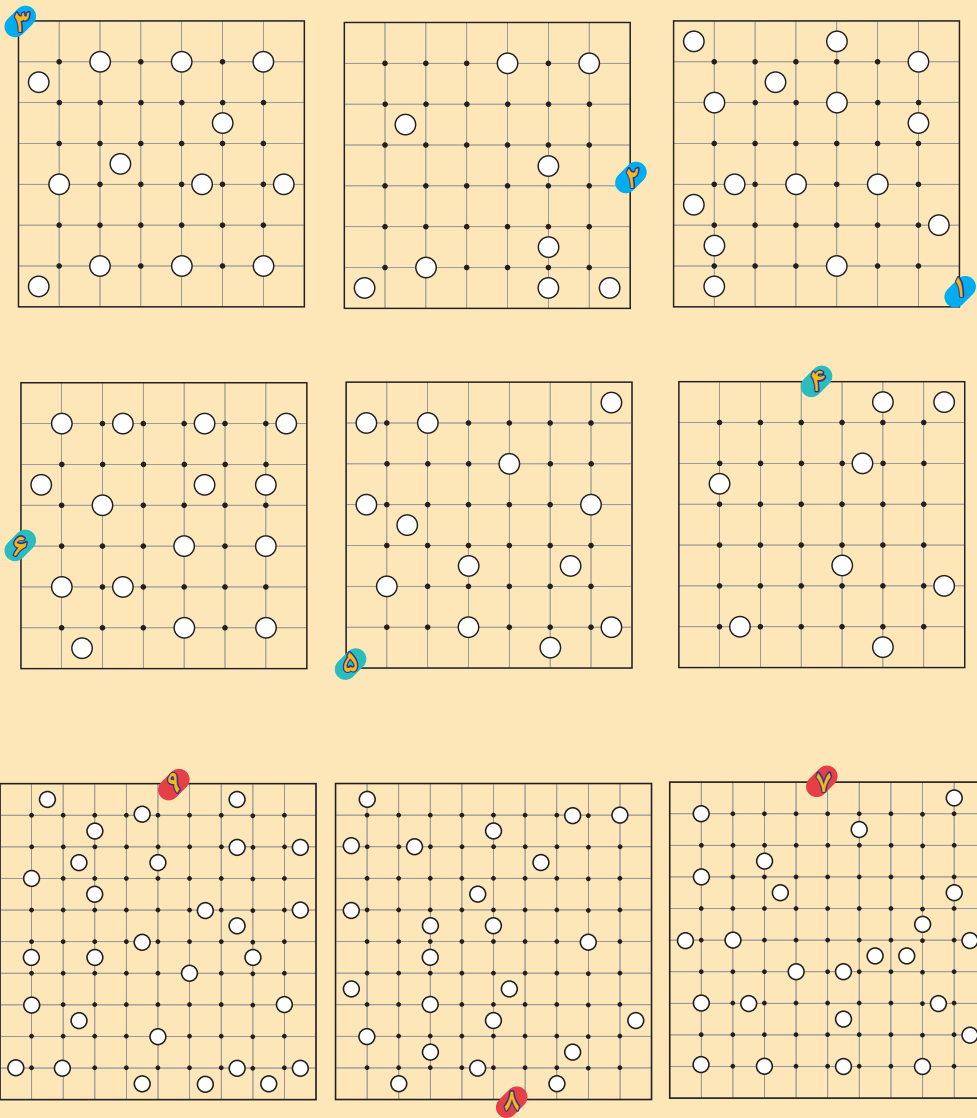
فکر کنید: پس از داشتن حدس ۱ تا حدس ۳، در روش بالا ما قطعاً می‌توانیم طی حدس ۴ و حدس ۵ ترکیب واقعی را از بین ۴ حالت ۱ تا ۴ پیدا کنیم. اما این کار واقعاً خوب است؟ همیشه بهترین کار است؟ در چه صورت انتخاب یکی از حالت‌های ممکن کار بهتری است؟



Galaxies

پازل حل کنید
● محدثه کشاورز اصلانی

قوانین / ● شما باید با وصل کردن نقطه‌ها به هم (فقط به صورت افقی و عمودی)، تعدادی کهکشان رسم کنید. ● کهکشان‌ها نباید با هم تقاطع داشته باشند و باید در نهایت کل صفحه را پر کنند. ● مرکز هر کهکشان با یک دایره توخالی مشخص شده است. ● شکل کهکشان باید نسبت به مرکز آن متقارن باشد.





ماشین توانا

● شماره تقی دستجردی
● ماشین حساب دوست داشتنی من و حساب توان‌ها

۳۱+۷	۱۰
۳۲+۷	۵۸
۳۳+۷	۳۷۰
۳۴+۷	۲۴۸۲
۳۵+۷	۱۷۰۵۰
۳۶+۷	...
۳۷+۷	...
۳۸+۷	...
۳۹+۷	...
۳۱۰+۷	...
۳۱۱+۷	...
۳۱۲+۷	...
۳۱۳+۷	...
۳۱۴+۷	...
۳۱۵+۷	...

سلام دوستان. مطالب با عنوان «ماشین حساب دوست‌داشتنی من» با این هدف اصلی نوشته می‌شوند که نشان دهند، چگونه می‌توان به کمک ماشین حساب، به جای درگیر شدن در انجام محاسبات، روی جواب‌های به‌دست آمده متمرکز شد و راحت‌تر به نتایج هر فعالیت رسید. فعالیتی که این بار می‌خواهیم به کمک دوست خوبمان ماشین حساب انجام دهیم، باز هم توجه به توان‌های عدد هاست. اگر در مورد سؤالاتی که در شماره قبلی پرسیده شده بود، فکر و نتایج آن‌ها را یادداشت کرده باشید، می‌توانید از آن‌ها استفاده کنید. و اما فعالیت! ابتدا از شما می‌خواهم که مانند چند نمونه داده‌نوشته شده در جدول زیر، حاصل جمع دیگر توان‌های ۳ و ۷ را به‌دست آورید. **دو نکته مهم در مورد بخش پذیری‌ها:** اگر دو عدد m و n هر دو بر عددی مانند a بخش‌پذیر باشند، حاصل جمع آن‌ها هم بر a بخش‌پذیر است (به‌راحتی با فاکتورگیری می‌توانید درستی این ادعا را نشان دهید). ✓ در صورتی که هیچ‌کدام از دو عدد m و n بر a بخش‌پذیر نباشند، بسته به عددهای m و n و a ، حاصل جمع $m+n$ ممکن است بر a بخش‌پذیر باشد یا نباشد! ✓ در مورد مجموع توان‌های ۳ و ۷ هم، چنین است. هیچ‌یک از توان‌های ۳ و هیچ‌یک از توان‌های ۷ به تنهایی بر ۱۰ بخش‌پذیر نیستند (به‌راستی چرا؟) اما حاصل جمع آن‌ها برای برخی از توان‌ها بر ۱۰ بخش‌پذیر است و برای برخی دیگر بخش‌پذیر نیست. اولین چیزی که در جدول به چشم می‌خورد این است که برای توان‌های فرد، حاصل $۳^n + ۷^n$ بر ۱۰ بخش‌پذیر است. اما چرا؟ آیا واقعا حدس ما درست است؟ اگر فکر می‌کنید این ادعا درست است، آن را ثابت کنید. در غیر این صورت عدد فردی پیدا کنید که این خاصیت را نداشته باشد. سؤال‌های دیگری را نیز می‌توان پرسید: ● به غیر از عددهای ۳ و ۷ آیا می‌توانید دو عدد دیگر پیدا کنید که برای برخی از توان‌هایشان، مجموع آن‌ها بر ۱۰ بخش‌پذیر باشد؟ ● کدام عددهای بخش‌پذیر بر ۱۰ را می‌توان به‌صورت مجموع دو عدد توان‌دار، با توان‌های یکسان نوشت؟ برای مجموع سه عدد توان‌دار با توان‌های برابر چطور؟ ● (شما سؤال طرح کنید!)



نقطه خط شکل شکل مناسب

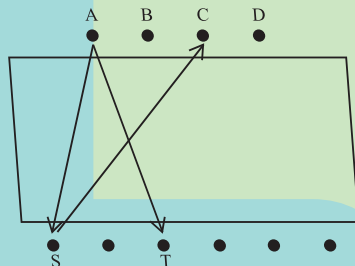
آیا شکل فقط مال هندسه است؟

یادش به خیر! آقای انسان دوست معلم ریاضی ما بود. اما نه، در واقع معلم انسانیت، اندیشه و سبک زندگی ما بود. همیشه می گفت: «ریاضیات به ما همه این‌ها را می‌دهد، چون ریاضیات به ما منطق و طرز فکر می‌دهد.» کلاس درسش برعکس تصور ما که کلاس ریاضی باید همیشه خشک و یکنواخت باشد، سرشار از شادی، لذت و سرگرمی بود. نمی‌فهمیدیم کی تمام می‌شد. خیلی وقت‌ها به جای آنکه یک موضوع ریاضی را مستقیماً درس بدهد، با یک داستان، معما یا بازی به آن گریز می‌زد و با ایجاد پرسش ما را هم درگیر مسئله می‌کرد. طوری که وقتی همه ما گرم بحث بودیم، بدون آنکه متوجه شویم، چیزهای زیادی می‌آموختیم. در این بخش اگر خدا بخواهد، می‌خواهم در هر شماره از مجله یکی از خاطراتم را از این کلاس‌ها برایتان بگویم.

باز هم با خاطره‌ای از کلاس معلم خوبم، آقای انسان دوست پیشتان آمده‌ام. آقای انسان دوست وارد کلاس شد و بعد از آرام شدن کلاس گفت: «بچه‌ها جلسه قبل را که یادتان نرفته؟ در آن جلسه درباره توجه به یک مسئله از زاویه‌های متفاوت گفتیم و اینکه گاهی مسئله‌ها راه‌حل‌های کوتاهی دارند که با توجه به آن‌ها و دقت به جوانب مختلف به آن‌ها می‌رسیم. آخر جلسه چند تمرین به شما دادم. حالا می‌خواهم به یکی از آن‌ها اشاره کنم تا کمی درباره آن بحث کنیم و به یکی از مهم‌ترین ابزارهای حل مسئله اشاره‌ای کرده باشیم. این ابزار مهم، رسم شکل‌های مناسب است. ممکن است فکر کنید رسم شکل فقط برای حل مسئله‌های هندسه اهمیت دارد. اما مسئله‌های زیادی هم هستند که هیچ ارتباطی با هندسه ندارند و با رسم شکل خیلی ساده‌تر حل می‌شوند. یک نمونه همان مسئله اول جلسه قبل است.» و بعد صورت مسئله را روی تخته نوشت:

چهار معلم و تعدادی دانش آموز در دو طرف یک میز نشسته‌اند. یک سینی که در آن ۲۸ عدد شیرینی وجود دارد، روی میز است. هر معلم یک شیرینی به هر یک از شاگردان خودش می‌دهد و هر دانش آموز یک شیرینی به معلمانی که معلم خودش نیستند، می‌دهد. در پایان همه شیرینی‌ها تمام می‌شود. چند دانش آموز روبه‌روی معلم‌ها نشسته بودند؟

بعد از کمی مکث، آقا رو به بچه‌ها ادامه داد: «احتمالاً خودتان به مسئله فکر کرده‌اید و شاید هم آن را به روش‌هایی حل کرده باشید. اما امروز می‌خواهم به روش جالب و ساده‌ای براساس رسم شکل آن را با هم حل کنیم.» بعد آقا روی تخته این شکل را کشید و توضیح داد:



«چهار معلم را با چهار نقطه این طرف میز نشان داده‌ایم. A, B, C و D معلم‌ها هستند. دانش آموزان هم که تعداد آن‌ها را نمی‌دانیم، این طرف میز هستند. هر معلم به بعضی از این دانش آموزان یک شیرینی می‌دهد. به کدام یک از آن‌ها؟ آن‌ها که شاگردش



کلاس ریاضی آقای انسان دوست • هوشنگ شرقی

باشند. مثلاً A به S و T که شاگردش بوده‌اند، شیرینی داده است. اما هر دانش‌آموز فقط به معلم‌هایی که معلم خودش نبوده‌اند، شیرینی داده است. مثلاً S به C که معلمش نبوده شیرینی داده است. به این ترتیب یک نتیجه مهم می‌گیریم. آن چیست؟ راهنمایی‌تان می‌کنم: به پیکان‌هایی که بین نقطه‌های این طرف میز و آن طرف رسم شده‌اند، دقت کنید».

بابک گفت: «پیکان‌هایی که از بالا به پایین رسم شده‌اند، معرف شیرینی دادن معلم به دانش‌آموزند. ولی پیکان‌هایی که از پایین به بالا رسم شده‌اند، نشان‌دهنده شیرینی دادن دانش‌آموز به معلم‌اند».

آقا گفت: «خب اینکه واضح است! دیگر چه؟!»

مدتی در کلاس سکوت برقرار شد و باز آقای انسان دوست گفت: «ببینید بچه‌ها! نقطه‌های بالا به جای معلم‌ها و نقطه‌های پایین به جای دانش‌آموزان گذاشته شده‌اند. هر معلم به دانش‌آموزان خودش شیرینی می‌دهد، ولی از آن‌ها شیرینی نمی‌گیرد. هر دانش‌آموز هم به معلمانی که معلم خودش نیستند، شیرینی می‌هد (و از آن‌ها نمی‌گیرد). پس هیچ پیکانی دوطرفه نیست. حالا شما دو نقطه دلخواه، یکی در بالا و دیگری در پایین را در نظر بگیرید. یکی مربوط به یک معلم دلخواه و یکی مربوط به یک دانش‌آموز دلخواه است. پس...»

در اینجا افشین دستش را بالا برد و گفت: «آقا فهمیدم! بین هر دو نقطه دلخواه بالا و پایین حتماً یک پیکان رسم می‌شود!»

آقا گفت: «آفرین! اما چرا؟!»

و افشین ادامه داد: «چون یکی از آن‌ها به دیگری شیرینی می‌دهد. اگر دانش‌آموز، شاگرد آن معلم باشد، معلم به او شیرینی می‌دهد و اگر نباشد، خودش به او شیرینی می‌دهد. پس بالاخره یک پیکان، از بالا به پایین یا از پایین به بالا بین آن دو نقطه رسم می‌شود».

آقا گفت: «آفرین! و دقیقاً هم یک پیکان. پس بین تمام نقاط بالا و تمام نقاط پایین، یک به یک، بین هر دو نقطه فقط یک پیکان به یک سمت باید رسم شود. و تعداد پیکان‌ها مساوی تعداد شیرینی‌هاست (هر پیکان معادل یک عدد شیرینی است). اما تعداد پیکان‌ها چندتا است؟!»

سهراب گفت: «تعداد معلم‌ها ضرب در تعداد دانش‌آموزان، یعنی چهار ضرب در تعداد دانش‌آموزان».

و **آقا** گفت: «احسن! چهار ضرب در تعداد دانش‌آموزان می‌شود بیست و هشت! پس تعداد دانش‌آموزان برابر است با هفت تا!»

بچه‌ها از راه حل ساده آقا خیلی خوششان آمد و از آقای انسان دوست خواستند یک نمونه دیگر از این مسئله‌ها بگویند. **آقا** گفت: «یک نمونه دیگر برایتان دارم که می‌گذارم خودتان حل کنید، ولی کمی راهنمایی‌تان می‌کنم: فاصله هوایی از شهر A تا شهر B برابر 30 کیلومتر، از شهر B تا شهر C برابر 80 کیلومتر، از شهر C تا شهر D برابر 236 کیلومتر، از شهر D تا شهر E برابر 86 کیلومتر، و از شهر E تا شهر A برابر 40 کیلومتر است. فاصله هوایی از شهر E تا شهر C چند کیلومتر است؟!»

بچه‌ها سکوت کردند و آقا ادامه داد: «یک نمودار بکشید و شهرها را با نقطه‌هایی نمایش دهید. فاصله‌ها را هم با عددهای داده شده مشخص کنید. یعنی هر دو شهر را با پاره‌خط‌هایی به هم وصل کنید. با توجه به عددها حقیقتی جالب را در مورد وضعیت این شهرها متوجه می‌شوید و از آنجا به راحتی می‌توانید جواب را که مساوی 150 کیلومتر است، پیدا کنید».

این نمونه هم شبیه به نمونه قبلی است. به آن هم فکر کنید: «فاصله بین دو شهر A و B برابر 194 کیلومتر، فاصله بین دو شهر B و C برابر 116 کیلومتر، فاصله بین دو شهر C و D برابر 451 کیلومتر و فاصله بین دو شهر D و A برابر 141 کیلومتر است. فاصله بین دو شهر B و D چقدر است؟!»

وقتی در منزل این دو مسئله را حل کردم، اهمیت رسم شکل را در حل مسئله‌ها بهتر درک کردم. درس‌های آقای انسان دوست فراموش‌نشده‌اند!



جعبه کاغذی

پری حاجی خانی

در این شماره می خواهیم با هم یک جعبه هدیه هندسی و زیبا با استفاده از کاغذ و تا بسازیم، برای این کار نیاز به ۸ برگ کاغذ اوریگami داریم؛ ۴ برگ برای در جعبه و ۴ برگ برای خود جعبه، البته باید توجه داشته باشیم که کاغذی که برای در جعبه استفاده می کنیم باید ۲ میلی متر بزرگ تر باشد تا بتوانیم در جعبه را ببندیم. برای ساخت جعبه مراحل را باهم پیش می رویم.



۲



۳



۴



۵



۶



۱





۹



۱۰



۱۱



۱۲



۱۳



۱۴



۱۵



۱۶



۱۷



۱۸



۱۹



۲۰



۲۱



۲۲



۲۳



ذخیره آب

ژما جواهری پور

برای سال نو

« و جعلنا

من الماء كل شيء حي » (الأنبياء/۳۰)

آب یعنی زندگی. زنده بودن تمام موجودات روی کره زمین به این عنصر حیاتی وابسته است. آیا می دانید آب مصرفی و شرب ما در خانه از کجا تأمین می شود؟ آب سالم و گوارایی که از طریق لوله کشی به دست ما می رسد، راهی طولانی را طی کرده است. چاهها، چشمه ها و رودها آب مصرفی ما را تأمین می کنند. بدون اغراق این آب شیرین شاید یکی از گران بهاترین کالاهای روی زمین است. در کشوری خشک و نیمه بیابانی مثل ایران که منابع محدودی از آب وجود دارد، استفاده بهینه از منابع آب زیرزمینی و جاری از اهمیت ویژه ای برخوردار است. آیا تا کنون به موارد مصرف آب در منزل خود توجه کرده اید؟ آب برای نوشیدن، برای پخت و پز، برای نظافت، برای شست و شو و... ما ایرانیان رسوم بسیار زیبایی داریم، از جمله «خانه تکانی» که در روزهای نزدیک به عید نوروز انجام می دهیم. زدودن غبار از خانه و تمیزی، بوی عید را دل انگیزتر می کند. بازیگر نقش اول نظافت در خانه های ما «آب» است. آیا می توانید محاسبه کنید چقدر آب برای خانه تکانی مصرف می کنیم؟ صحبت از محاسبه شد. باید یک بار دیگر به سراغ کتاب ریاضی خود بروید. محاسبه و اندازه گیری یکی از جنبه های اساسی دانش ریاضی است. آیا می دانید اگر یک دقیقه شیر آب آشپزخانه باز باشد، چقدر آب مصرف می شود؟ شما در ریاضی با محاسبه سطح و حجم آشنا شده اید. برای مثال، می دانید حجم یک استوانه برابر است با حاصل ضرب مساحت قاعده در ارتفاع استوانه. به این ترتیب آیا می توانید محاسبه کنید در یک وان استوانه ای حمام چند مترمکعب آب وجود دارد؟ به چه روشی می توانید محاسبه کنید که در یک روز خانه تکانی چقدر آب مصرف کرده اید؟ برای این کار اول باید آستین ها را بالا بزنید و در خانه تکانی کمک کنید. به خانواده خود بگویید که می خواهید برای محاسبه میزان آب مصرفی، حداقل دو روز را در کنارشان به نظافت خانه بپردازید. بعد باید با روش های خلاقانه، میزان مصرف آب را برای هر فعالیت، مثل شستن ظرف، گردگیری، شست و شوی سرویس بهداشتی و دیگر موارد خانه تکانی محاسبه کنید. در واقع باید حجم آب مصرف شده را محاسبه کنید که با روش های گوناگون می توانید این کار را انجام دهید. در حین کار به این موضوع توجه کنید که آیا می توانید از روش هایی استفاده کنید که آب کمتری مصرف شود و در روزهای بعدی خانه تکانی، این روش ها را به کار ببرید و ببینید چقدر آب برای سال آینده ذخیره کرده اید؟ در مسابقه این شماره مجله شرکت کنید.

مسابقات

جایزه
بزرگ

در ششمین مسابقه از سلسله مسابقات ریاضیات و محیط زیست
مجله رشد برهان متوسطه اول، قصد داریم با شما و با استفاده از
دانش محاسبه و اندازه گیری و هندسه، هم در خانه تکانی نوروز
به اهالی منزل کمک کنیم، هم در مصرف آب صرفه جویی کنیم.

جدول زیر را برای هر یک از فعالیت های خانه تکانی تکمیل کنید.

میزان مصرف آب	کار و فعالیت خانه تکانی	
		روز اول
		روز دوم (پس از صرفه جویی)
		توضیح روش ها
	نام و نام خانوادگی	مشخصات شرکت کننده در مسابقه
	پایه تحصیلی	
	نام استان، شهرستان یا روستا	
	نام مدرسه، آدرس و تلفن	
	نام و شماره تماس رابط	

شاخص های ارزیابی ۱. کامل بودن توضیحات؛ ۲. روش های خلاقانه در محاسبات؛

۳. دقت در محاسبات (خطای کمتر)؛ ۴. تعداد جدول های ارسال شده و تنوع فعالیت ها؛

شرایط مسابقه

* جدول را به تعداد فعالیت های خانه تکانی در منزل، تکمیل کنید. * جدول را به صورت فایل «pdf» ذخیره کنید

و از طریق «ایمیل» به دفتر مجله رشد برهان ریاضی متوسطه اول بفرستید. borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir

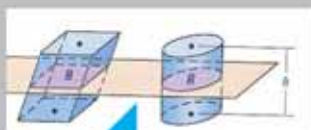
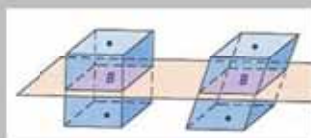
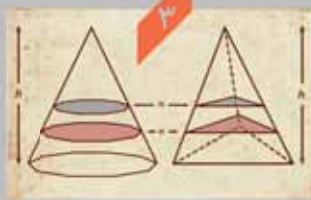
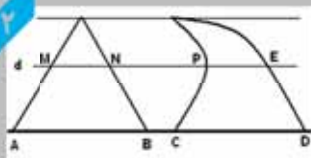
* در صورت نیاز، فایل «word» جدول را در وبلاگ اختصاصی مجله بیابید. weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee

* مهلت ارسال پاسخ: ۱۳۹۷/۱/۳۰

اصل کاوالیری



بوناونتورا فرانچسکو کاوالیری، ریاضی‌دان نام‌دار ایتالیایی در قرن هفدهم میلادی بود. او کارهای بسیار مهمی روی مسائل نور و حرکت در فیزیک انجام داد. علاوه بر این‌ها، شهرت او به‌خاطر ایجاد اصلی در هندسه دربارهٔ سطح و حجم شکل‌ها و معرفی لگاریتم است. بعضی‌ها معتقد هستند که او با تأثیر از دانشمند مشهور، گالیله، روش «غیرقابل تقسیم‌ها» را در هندسه به‌وجود آورد که آن را در اثر بزرگ خود در سال ۱۶۳۵، با عنوان «هندسه، با طرح تازه‌ای بر اساس غیرقابل تقسیم‌های پیوسته»، مطرح کرد. این روش در واقع پایه و اساس یک شاخهٔ بسیار مهم در ریاضیات، یعنی «حساب انتگرال» شد. منظور کاوالیری از غیرقابل تقسیم‌ها، وترهای موازی در درون شکلی روی صفحه، یا صفحه‌های موازی در درون جسم‌های فضایی بود. او برای مقایسهٔ شکل‌های روی صفحه و جسم‌های فضایی، مفهوم «مجموع همهٔ غیرقابل تقسیم‌ها» را مطرح کرد که تمام سطح یا فضای جسم را پر می‌کردند.



اصل کاوالیری دربارهٔ مساحت فرض کنید در یک صفحه، قاعده‌های دو شکل بر روی یک خط راست قرار گرفته باشند و هر دو شکل در یک طرف آن خط باشند. اگر هر خطی موازی قاعده‌های دو شکل در آن‌ها قطعه‌هایی با طول‌های مساوی ایجاد کند، مساحت‌های آن دو شکل برابر است.

اصل کاوالیری دربارهٔ حجم دو شکل فضایی و صفحه‌ای را که قاعده‌های دو شکل در آن قرار گرفته باشند، در نظر بگیرید. اگر هر صفحه‌ای موازی با قاعده‌ها که یکی از این دو شکل را قطع می‌کند، دیگری را نیز قطع کند و سطح مقطع‌های حاصل، دارای مساحت‌های برابر باشند، آن‌گاه این دو شکل فضایی حجم یکسان دارند.

تصاویر: ۱/ بوناونتورا کاوالیری ۲/ اصل کاوالیری درباره مساحت ۳/ اصل کاوالیری درباره حجم

منبع:
سایت دانش‌نامهٔ ویکی‌پدیا



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)