دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

رشد برهان ریاضی

فصل‌نامهٔ آموزشی، تحلیلی و اطلاع‌رسانی
برای دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه ۲

دورهٔ بیست‌وچهارم
شمارهٔ پی‌درپی ۸۴
زمستان ۱۳۹۳
شمارهٔ ۲
۶۴ صفحه
۱۰۰۰۰ ریال

بسم الله الرحمن الرحیم

حرف اول / کدام کتاب مناسب است؟ / حمیدرضا امیری ۲
تاریخ ریاضیات / سنت ریاضی کشور و تاریخ ما باید به نسل جدید منتقل شود / دکتر فرید قاسملو ۳
ریاضیات در سینمای جهان / آیا یک فرد می‌تواند در یک زمان در دو مکان باشد؟ / احسان یارمحمدی ۹
آموزشی / گذر از سختی‌ها، خطاها و شکست‌ها و رسیدن به موفقیت / ترجمه: مریم حیدری عبداللهی ۱۲
تعیین علامت و آموزش داستان گونهٔ آن / محمد مهدوی ۱۴
دنباله‌های اعداد براساس رابطه‌های بازگشتی / عنایت‌اله راستی‌زاده ۱۶
آموزش ترجمهٔ متون ریاضی / حمیدرضا امیری ۲۰
پای تخته / محرم نژاد ایردموسی ۲۶
ترکیبیات / فرزاد حمزه‌پور ۳۰
کاشی‌کاری‌های اشر و تبدیلات هندسی / دکتر مقداد قاری ۳۴
حل یک مسئلهٔ هندسی با چند راه‌حل / محمدکریم نائل ۳۸
تأثیر ریاضیات اسلامی در تمدن غرب / معصومه خلیلی ۴۲
اثباتی برای قضیهٔ فیثاغورس / محمد طبیعی ۴۸
گفت‌وگو / ریاضی، کاربردی است (گفت‌وگو با دکتر احمد شرف‌الدین) / بهنام آیتی‌پور ۲۱
ایستگاه اندیشه و ادب ریاضی / ایستگاه اول: بازی و ریاضی! / هوشنگ شرقی ۱۹
ایستگاه دوم: حکایت‌های شنیدنی از زندگی ریاضی‌دانان ۲۹
ایستگاه سوم: لطیفه‌های ریاضی ۵۹
پاسخ ایستگاه اول ۶۴
مجلات ریاضی ایران / رشد آموزش ریاضی شماره‌های ۲۳ و ۲۴ / غلامرضا یاسی‌پور ۶۰
معرفی کتاب / نقشی بر سنگ / غلامرضا یاسی‌پور ۳۳
معرفی کاربردهای نرم‌افزار ریاضی / کروکودیل / مریم شاه‌محمدی ۵۰
با مخاطبان / پاسخ به نامه‌ها و پیام‌نگارها ۶۳

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

مدیرمسئول: محمد ناصری
سردبیر: حمیدرضا امیری
مدیرداخلی: هوشنگ شرقی
ویراستار ادبی: بهروز راستانی
طراح گرافیک: شاهرخ خره‌غانی
تصویرگر: میثم موسوی
هیئت تحریریه: حمیدرضا امیری، محمد هاشم رستمی، دکتر ابراهیم ریحانی، احمد قندهاری، میرشهرام صدر، هوشنگ شرقی، سید محمدرضا هاشمی موسوی، غلامرضا یاسی‌پور، دکتر محرّم‌نژاد ایردموسی و با یاد همکار عزیزمان زنده‌یاد پرویز شهریاری
وبگاه: www.roshdmag.ir
پیام‌نگار: Borhanm@roshdmag.ir
نشانی وبلاگ مجله: http://weblog.roshdmag.ir/borhan-motevasete2
پیام‌گیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲ ـ ۰۲۱
پیامک: ۳۰۰۰۸۹۹۵۰۶
نشانی دفتر مجله: تهران، صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۵
تلفن دفتر مجله: ۸۸۳۰۵۸۶۲ ـ ۰۲۱
تلفن امور مشترکین: ۷۷۳۳۶۶۵۶ ـ ۰۲۱
۷۷۳۳۶۶۵۵ ـ ۰۲۱
شمارگان: ۱۱۵۰۰ نسخه
چاپ: شرکت افست (سهامی عام)

مجلهٔ رشد برهان متوسطه۲، از همهٔ دبیران ریاضی و دانش آموزان عزیز، در این زمینه‌ها دعوت به همکاری می‌کند:
○ نگارش مقاله‌های کمک درسی (شرح و بسط و رفع مشکلات مباحث کتاب‌های ریاضی دورهٔ متوسطه) ○ طرح مسائل کلیدی به همراه حل آن‌ها برای دانش‌آموزان ○ طرح مسائل مسابقه‌ای به همراه حل آن‌ها برای دانش‌آموزان ○ طرح معماهای ریاضی ○ نگارش یا ترجمهٔ مقاله‌های عمومی ریاضی مانند تاریخ ریاضیات، زندگی‌نامهٔ علمی و اجتماعی ریاضی‌دانان، نکته‌های تازه و لطیف ریاضیات، آموزش رایانه و...

- مجلّه در حک، اصلاح، حذف و اضافهٔ مقاله‌ها آزاد است.
- مقاله‌های دریافتی، باید خوانا و تا حدّ امکان، کوتاه باشد.
- مقاله‌های رسیده، مسترد نمی‌شود.
- استفاده از مطالب مجلّه در کتاب‌ها یا مجله‌های دیگر، با ذکر دقیق مأخذ مانعی ندارد.
- مقالاتی که از طریق پیام‌نگار مجله ارسال می‌نمائید به‌صورت فایل pdf ارسال کنید.
- در انتهای مقاله‌های ارسالی شماره تلفن تماس و نشانی پستی و نشانی الکترونیکی (E-mail) خود را حتماً درج نمایید و در ابتدای مقاله نام و نام‌خانوادگی و نام شهرستان و سمت خود را قید فرمائید.

کدام کتاب مناسب است؟

بهترین منبعی که در هر درس، از جمله درس ریاضی، می‌توانید از آن استفاده کنید، چه ویژگی‌هایی باید داشته باشد؟ آیا جزوهٔ کلاسی شما همهٔ این ویژگی‌ها را دارد؟ آیا کتاب‌های کمک‌درسی و کمک‌آموزشی در ارتباط با کتاب درسی خودتان را می‌شناسید؟ این کتاب‌ها را چه کسی به شما توصیه کرده است؟

این سؤال‌ها و سؤال‌های مشابهی که بسیار اساسی، مهم و سرنوشت‌ساز هستند، همواره ذهن دانش‌آموزان، اولیای آن‌ها و مسئولان امر آموزش‌وپرورش را به خود مشغول کرده‌اند. بر همین اساس، «دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی» که بخشی از فعالیت آن چاپ و انتشار همین مجلات رشد است، عهده‌دار این امر مهم شده تا شما به راحتی بتوانید منابع مناسب، استاندارد و هم‌سو با اهداف کتاب‌های درسی را بشناسید و انتخاب کنید.

هر ساله ناشران کتاب‌های آموزشی تولیدات خود را برای این دفتر ارسال می‌کنند تا داوران خبره و آگاه از استانداردهای آموزشی و اهداف کتاب‌های درسی، از بین آن‌ها کتاب‌های آموزشی مناسب را انتخاب کنند. این کتاب‌های برگزیده پس از انتخاب در کتاب‌نامهٔ رشد، و حتی در مواردی در انتهای کتاب‌های درسی به‌عنوان منابع مناسب معرفی می‌شوند. کتاب‌های معرفی شده و برگزیده برای شما مناسب هستند و همهٔ استانداردهای لازم را دارند. بنابراین شما می‌توانید با اطمینان به خرید و استفاده از آن‌ها اقدام کنید و در کنار کتاب درسی، از آن‌ها بهره‌مند شوید.

آنچه که به‌عنوان توصیه برای شما عزیزان دانش‌آموز دارم، این است که بهترین منبع برای پیشرفت و موفقیت در هر درس، کتاب درسی است؛ البته اگر همهٔ مطالب آن به دقت مطالعه شود، همهٔ مثال‌های آن حل شوند، و تمام تمرین‌های آن پس از حل در کلاس رفع اشکال شود. شاید در این صورت شما نیازی به کتاب‌های کمک‌درسی و کمک‌آموزشی نداشته باشید!

سردبیر

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

بخش سوم

سنت ریاضی کشور و تاریخ ما باید به نسل جدید منتقل شود

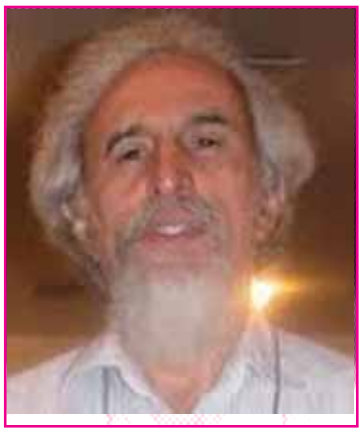
گفت‌وگو با آقایان دکتر رحیم زارع نهندی و دکتر جواد بهبودیان

دکتر فرید قاسملو*

اشاره

دکتر فرید قاسملو، دانش‌آموختهٔ تاریخ و از محققان برجستهٔ بنیاد دایرةالمعارف اسلامی است. ایشان با همکاری دانشگاه آزاد اسلامی تحقیق جامعی دربارهٔ تاریخ ریاضی معاصر ایران انجام داده‌اند و در نهایت صمیمیت، چکیده‌ای از آن را در اختیار ما و خوانندگان مجلهٔ برهان قرار دادند. بخش سوم این تحقیق، در قالب گفت‌وگو در پی می‌آید.

کلیدواژه‌ها: تاریخ ریاضی معاصر، جواد بهبودیان، رحیم زارع نهندی، مهدی بهزاد، پرویز شهریاری



آقای دکتر زارع، لطفاً دربارهٔ خود و تحصیلاتتان توضیح دهید.

● من در تبریز دیپلم گرفتم و سپس وارد دانشگاه تهران شدم. دورهٔ لیسانس را از سال ۱۳۴۶ در دانشگاه تهران آغاز کردم و در سال ۱۳۴۹ به پایان رساندم و وارد دورهٔ فوق‌لیسانس شدم. همراه با آن خدمت سربازی را نیز انجام دادم. در سال ۱۳۵۲ موفق به اخذ مدرک فوق‌لیسانس شدم و در دانشگاه تهران، در گروه ریاضی، به‌عنوان مربی کارم را آغاز کردم. در سال ۱۳۵۵ با بورس مربیان به «دانشگاه مینه‌سوتا»ی امریکا رفتم و مطالعاتم را در زمینهٔ هندسهٔ جبری آغاز کردم. در سال ۱۳۶۱، پس از پایان دورهٔ دکترا، بی‌درنگ به ایران بازگشتم و از همان سال دوباره در دانشگاه تهران مشغول به کار شدم. اکنون نیز استاد پایهٔ ۳۳ دانشگاه هستم.

به عقیدهٔ شما تأثیرگذارترین افراد در فرایند تکوین ریاضیات در ایران معاصر چه کسانی بوده‌اند؟ مقصود از دورهٔ معاصر از زمان تأسیس دانشگاه تهران تاکنون است.

● به عقیدهٔ من بعضی افراد و برخی مؤسسه‌ها در تکوین ریاضیات ایران معاصر نقش داشتند. ابتدا افرادی بودند که با تلاش خود سبب تشکیل اولین هیئت علمی در دانشگاه تهران شدند. اینان تحصیلات

عالی ریاضیات را در کشور راه‌اندازی کردند. البته ممکن است برخی از این افراد شهرتی نداشته باشند، ولی مسلماً زحمات بسیاری در این راستا کشیده‌اند. شاید بتوان از مشهورترین آنان دکتر **هشترودی** را نام برد. وی از نظر علمی و تحصیلی تفاوت بسیاری با دیگران داشت. دکتر هشترودی در فرانسه با آقای **الی کارتان**، مهم‌ترین استاد هندسهٔ عصر خودش، کار کرد؛ کار بزرگی هم انجام داد. رسالهٔ او که در سال ۱۹۳۴ میلادی به پایان رسید، هنوز هم در دانشگاه پاریس موجود است.

پس از بازگشت او به ایران، جو کشور برای تحقیقات مناسب نبود. با این حال وی از نظر انسانی، اخلاقی و علمی تأثیر بسیاری بر جامعه گذاشت. من در برخی از کلاس‌های او شرکت می‌کردم. سخنانش را به جز چند نفر کسی متوجه نمی‌شد، ولی شخصیت او در دانشجویان تأثیر بسیاری داشت.

در کنار دکتر هشترودی باید از استادانی مانند دکتر **اسدالله آل‌بویه** که کارهای بسیار اساسی در هندسه انجام داد و پروفسور **تقی فاطمی** نیز نام برد. این سه نفر بسیار فراتر از دیگران بودند. در کنار آن‌ها **منوچهر وصال** هم بود که اندکی از آن‌ها جوان‌تر بود. وی نقش متفاوتی از نوع دوم، یعنی «نقش مؤسسه‌ای» در تکوین ریاضیات ایران ایفا کرد.

از افراد تأثیرگذار دیگر پس از این افراد، استادان بنیان‌گذار دانشگاه تهران بودند؛ مانند دکتر **علی نقی وحدتی**، دکتر **عباس ریاضی کرمانی**، دکتر **ابوالقاسم احمد وزیری**، دکتر **احمد بهروزفر** و دکتر **تقی هورفر**. این اشخاص برای راه‌اندازی دورهٔ اول دانشگاه زحمات بسیاری کشیدند. دورهٔ اول، دورهٔ بسیار دشواری بود. این افراد کسانی بودند که برای تحصیل به فرانسه رفته بودند، ولی با آغاز جنگ جهانی دوم مجبور شدند به انگلیس و بلژیک سفر کنند. به هر حال آن‌ها نقش ویژه و متفاوتی در تکوین ریاضیات ایران ایفا کردند.

برخی مؤسسات و جریان‌ها نیز توانستند گام بلندی در راه پیشرفت ریاضیات ایران بردارند. یکی از این جریان‌ها تأسیس «دانشگاه پهلوی» در شیراز بود. دکتر منوچهر وصال تعدادی از ریاضی‌دانان نام‌آور ایرانی را که مقیم خارج بودند و برخی از ریاضی‌دانان خارجی را به شیراز دعوت کرد. این افراد تعدادی از جوانان را که علاقه‌مند به شرکت در دورهٔ فوق‌لیسانس بودند، آموزش دادند. از این افراد می‌توان به دکتر **رجبعلی‌پور**، دکتر **میامئی** و دکتر **خرقانی** اشاره کرد. این جریان فکری در آن دوره تأثیر بسیاری داشت.

یکی دیگر از مؤسسات، «مؤسسهٔ تحقیقات ریاضی دکتر مصاحب» بود. مصاحب با امکانی که در اختیار داشت و از طریق خواهرش، **شمس** یا **شمس‌الملوک مصاحب**، که سناتور انتصابی دربار بود، این مؤسسه را راه‌اندازی کرد. افراد بسیار قوی و باسوادی در زمینهٔ ریاضیات به این مکان دعوت می‌شدند. البته انتخاب افراد برعهدهٔ شخص دکتر مصاحب بود. پس از کناره‌گیری ایشان از مؤسسه، این جریان نتوانست انرژی اولیهٔ خود را حفظ کند. شاگردان او کوشیدند، ولی نتوانستند به اقدام ماندگاری دست بزنند. در هر حال این جریان نیز یکی از عوامل مؤثر در پیشرفت ریاضی در ایران معاصر بود.

امروزه بسیاری از شاگردان مرحوم مصاحب در عرصهٔ آموزش و تحقیق ریاضیات کشور نقش دارند.

آقای دکتر، آیا اطلاعات بیشتری دربارهٔ این مؤسسه دارید؟ مثلاً کی و چگونه تأسیس شد؟

- مؤسسهٔ ریاضی مصاحب در سال ۱۳۴۵ تأسیس شد. من پس از پایان دورهٔ لیسانس برای شرکت در آزمون به آنجا رفتم و با جناب مصاحب صحبت کردم، ولی ایشان شیوهٔ فکری مرا نپسندید. من هم تصمیم گرفتم به دانشگاه تهران بروم و مربی شوم تا بتوانم از بورس استفاده کنم.

به عقیدهٔ شما تأثیرگذارترین آثار فارسی اعم از ترجمه یا تألیف در فرایند تکوین دانش ریاضی معاصر ایران چه کتاب یا کتاب‌هایی هستند؟

- متأسفانه تمام آثاری که دوستان دانشگاه تهران می‌نوشتند، یکسان نیستند. مثلاً کتاب‌های دکتر هشترودی بیشتر جنبهٔ عام داشتند؛ مانند «هندسهٔ دوایر». تعدادی از آثار عمومی توانستند در سطح عمومی تأثیرگذار باشند. کتاب‌های تخصصی آقای هشترودی نیز در زمینهٔ هم‌بستگی و غیره در سطح بالایی نوشته شده بودند. تعدادی از آثار دیگر تألیفی نبودند. مانند «آنالیز ریاضی» دکتر وصال که در ظاهر تألیف، ولی درواقع مجموعه‌ای از ترجمه و جمع‌آوری مطالب دیگران بود. یا کتاب «هندسهٔ تحلیلی» دکتر وحدتی که مقداری از آن ترجمه بود، ولی آن را به‌عنوان تألیف مطرح کرده بودند. آثار پروفسور فاطمی در زمینهٔ مکانیک استدلالی نیز در دانشگاه تهران تدریس می‌شد. کتاب‌های دکتر آل‌بویه هم در زمینهٔ هندسه‌های گوناگون و اقلیدسی خوب بود، اما به عقیدهٔ من این‌ها آثار ماندگاری نبودند.

در میان آثاری که نام بردم، کتاب‌های مرحوم مصاحب ماندگارتر از بقیه هستند؛ کتاب‌هایی مانند «مدخل منطق صورت» و «تئوری مقدماتی اعداد» که ایشان زحمات بسیاری برای نوشتن آن‌ها کشیده بودند. کتاب پایه‌های مصاحب در آن دوره برای حدود ۲۰ تا ۳۰ سال ماندگار بود. البته این اثر هنوز هم از نظر تاریخ ریاضیات در زمرهٔ آثار ارزشمند به‌شمار می‌رود، ولی شاید از نظر علمی و آموزشی پس از آن کتاب‌های بهتری در سطح بین‌المللی نوشته شده باشد. به هر حال امروزه کتاب‌های وزینی در سطح بین‌المللی نوشته می‌شوند که بسیار ماندگارند.

به‌نظر شما نشریات چه تأثیری در تکوین ریاضیات معاصر ایران داشته‌اند؟

- تا آغاز دههٔ ۱۳۵۰ نشریهٔ عمده‌ای در زمینهٔ ریاضیات و تحقیقات مربوط به آن در کشور وجود نداشت. اولین و شاید بهترین و معتبرترین نشریه در این زمینه، «بولتن انجمن ریاضی ایران» بود که انتشار آن از سال ۱۳۵۰ آغاز شد. در این نشریه ابتدا هم اخبار علمی و هم مقاله‌های توصیفی چاپ می‌شد. چند سال بعد، یعنی در حدود سال ۱۳۵۵، نشر مقاله‌های کاملاً تحقیقی را آغاز کرد، ولی باز هم چند سالی طول کشید تا روح تحقیقات اصیل در این نشریه غالب شود. داوری‌ها هم در آن دوره خیلی قوی نبود. البته در میان مقالات، هم مقالهٔ ضعیف وجود داشت و هم مقالهٔ خوب و قوی. این نشریه به تدریج جایگاه والایی پیدا کرد.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

از حدود ۱۰ سال پیش تاکنون، بولتن انجمن ریاضی ایران اوج بسیاری گرفته و اکنون نیز بهترین مجلهٔ ریاضی کشور است. می‌توان گفت که این نشریه در سطح منطقه بهترین یا حداقل جزو بهترین‌هاست و جامعهٔ جهانی آن را قبول دارد. این نشریه معیارهای ISI را هم کسب کرده است. اکنون چاپ مقاله در این نشریه کار بسیار دشواری است.

غیر از بولتن انجمن ریاضی، مجله‌های دیگری هم در ایران شروع به نشر کردند، ولی چند سالی بیشتر دوام نیاوردند. این نشریات به سیستم ارتقا آلوده شدند. مثلاً وقتی دانشگاه‌ها برای ارتقا مقاله می‌خواستند، از اعضای هیئت علمی درخواست می‌کردند که مقالهٔ خود را در نشریهٔ همان دانشگاه چاپ کنند. این موضوع از آن اصالت و روند طبیعی و رو به رشد مجلات می‌کاست. این نشریات حمایت‌های مالی چندانی هم نداشتند و خیلی از آن‌ها به سرعت تعطیل شدند.

اکنون مجلهٔ «ایرانیکا»ی دانشگاه صنعتی‌شریف خوب است. البته در نهایت باید گفت که به جز بولتن متعلق به انجمن ریاضی، بقیهٔ مجلات ایران بسیار بومی هستند.

آقای دکتر، آیا رخدادی را که در تکوین دانش ریاضی کشور تأثیرگذار بوده باشد، به‌خاطر می‌آورید؟

● بله، برگزاری کنفرانس‌های سالانه در کشور که انجمن ریاضی ایران از بطن آن‌ها شکل گرفت، مهم‌ترین اتفاقی است که در این زمینه روی داده است. در سال ۱۳۴۹ باز هم در دانشگاه پهلوی در شیراز، اولین کنفرانس ریاضی ایران به همت دکتر وصال و دکتر **بهزاد** که در آن زمان در دانشگاه شیراز یا دانشگاه صنعتی شریف بودند و آقای دکتر دیگری که نام او در خاطرم نمانده است، تشکیل شد. پیشنهاد تشکیل انجمن ریاضی ایران در همان‌جا از سوی دکتر هشترودی مطرح شد. از سال ۱۳۵۰ هیئت مدیرهٔ انجمن ریاضی ایران آغاز به کار کرد و به تدریج شکل گرفت. شاید اکنون منسجم‌ترین، قدیمی‌ترین و پرآوازه‌ترین انجمن کشور همین انجمن ریاضی باشد. به عقیدهٔ من این جریان در تکوین ریاضی ایران تأثیر بسیاری داشت. البته باید این را هم بیان می‌کردم که تأسیس دانشگاه‌های کشور که اولین آن‌ها دانشگاه تهران بود نیز تأثیر بسیاری گذاشت.

اولین استادان دانشگاه تهران ابتدا به‌صورت پروازی به دانشگاه‌های تبریز، اصفهان، شیراز، مشهد و اهواز می‌رفتند. البته استادانی هم که متعلق به آن مناطق بودند، تمایل داشتند که در آن شهرها تأثیرگذار باشند. مثلاً پروفسور فاطمی برای مشهد، دکتر وصال برای شیراز و دکتر هشترودی برای تبریز تلاش می‌کردند.

جوانان علاقه‌مند به ریاضیات که نمی‌توانستند برای تحصیل به تهران بروند جذب این جریان‌ها شدند. در کنار این مسائل نیز تأسیس «دانشگاه صنعتی آریامهر ـ شریف امروزی» بود که سخنان تازه‌تری را در ریاضیات برای گفتن داشت. در حقیقت این دانشگاه، ریاضی مدرن را در کنار استادان موج جدید دانشگاه تهران معرفی کرد. افرادی مانند دکتر **شهشهانی**، دکتر **ضرغامی** که مدتی رئیس بخش علوم کامپیوتر در دانشکده ریاضی بود، در کنار اشخاصی از مدرسهٔ عالی پارس مانند دکتر **کریم‌پور**، دکتر مصاحب، دکتر **دانش** و افرادی از موج جدید دانشگاه تهران که از فرانسه به ایران آمده بودند، مانند دکتر **زند**، دکتر **للهی**، دکتر **گودرزی** و دکتر **ساهق** سبب تحول و موج جدید و نسل جدید ریاضی در کشور شدند.

در کنار دکتر هشترودی باید از استادانی مانند دکتر اسدالله آل‌بویه که کارهای بسیار اساسی در هندسه انجام داد و پروفسور تقی فاطمی نیز نام برد. این سه نفر بسیار فراتر از دیگران بودند. در کنار آن‌ها منوچهر وصال هم بود

به افراد، اعضا و جریان‌ها پرداختیم. آیا می‌توانید به سازمان‌ها و نهادهایی اشاره کنید که در فرایند تکوین دانش ریاضی در دورهٔ معاصر نقش داشتند؟

● بله، ابتدا باید به‌طور غیرمستقیم به وزارت علوم اشاره کنم که با دادن بورس به مربیان و دانشجویان رتبهٔ اول در تمامی رشته‌ها، به‌ویژه ریاضیات، آن‌ها را برای تحصیل به بهترین دانشگاه‌های دنیا می‌فرستاد. اکنون بسیاری از این افراد، مدرسان دانشگاه‌های کشور هستند. البته این جریان پس از انقلاب نیز به‌صورت دیگری ادامه یافت. متأسفانه راه‌اندازی دورهٔ دکترا در ایران و مشکلات خروج از ایران برای تحصیل، باعث خاموش شدن این جریان شد. در ریاضیات مانند رشته‌های دیگر، تبادل فرهنگی رودررو لازم است و اینترنت پاسخ‌گوی این قضیه نیست. در ریاضیات نمی‌شود با مکاتبه و اینترنت نظریات را با یکدیگر به اشتراک گذاشت. سفر به جای دیگر و درگیر شدن با مسائل گوناگون ریاضیات طعم دیگری دارد. باعث تأسف است که سفر دانشجویان ایرانی به‌صورت بورسیه به دانشگاه‌های معتبر دنیا کاهش یافته یا شاید قطع شده است. در هر حال این جریان بسیار مهمی بود. بسیاری از اعضای هیئت علمی ما از این طریق به خارج سفر کردند.

تأسیس دوره‌های دکترای ریاضی اقدام مهمی در تکوین ریاضی کشور بود. در حکومت سابق این جرئت و جسارت برای راه‌اندازی دورهٔ دکترا وجود نداشت. در سال‌های ۱۳۶۷ و ۱۳۶۶، دوستان در انجمن ریاضی، وزارتخانه و دانشگاه‌ها به این نتیجه رسیدند که باید دوره‌های دکترا در ایران راه‌اندازی شوند و علی‌رغم تمامی مشکلات و قول و قرارهایی که هرگز تحقق نیافتند، این دوره‌ها تشکیل شدند. با توجه به از بین رفتن فرصت بورسیه، این دوره‌ها نه‌تنها نفس تازه‌ای برای رشد ریاضیات بودند، بلکه شتاب دیگری به این جریان دادند.

اکنون در ایران محققان برجسته‌ای وجود دارند که از دانشگاه‌های کشور فارغ‌التحصیل شده‌اند. این افراد در عرصهٔ بین‌المللی سخنان تازه‌ای برای گفتن دارند. برای اینکه رکود ایجاد نشود، باید ارتباط بین‌المللی هم وجود داشته باشد. افرادی که از فرصت‌های مطالعاتی استفاده می‌کنند، با وجود تمامی مشکلات مادی و مشقت‌ها، این فرصت‌ها را باید مغتنم بدانند. باید به این فرصت‌ها اهمیت بیشتری داده شود. درواقع این زمینه‌ای بود که وزارت علوم و دانشگاه‌ها پس از انقلاب ایجاد کردند.

اگر تاریخ را با استفاده از افراد، سازمان‌ها و کتاب‌ها از زمان قبل از تأسیس دانشگاه بررسی کنیم، دانش ریاضی در ایران را به چه دوره‌هایی می‌توان تقسیم کرد؟ چه دوره‌های تأثیرگذاری که در سال‌های ۱۳۶۶ و ۱۳۶۸ وجود داشتند و شرح دادید و چه دوره‌های دکترای قبل از آن. آیا دورهٔ دیگری را هم به‌خاطر دارید؟

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

هدف از برگزاری المپیاد تشویق جوان‌ها برای ارتباط با یکدیگر و شناخت و همکاری در آینده و در سطح بین‌المللی است

● در زمینهٔ ریاضیات در سطح بین‌المللی و جهانی یک موج تجدیدنظر و رنسانس ریاضی در اروپا آغاز شد که در نهایت در اوایل قرن بیستم تحولی در جهان‌بینی ریاضی ایجاد کرد. این تحول در ریاضی‌دانان متقدم کشور ما چندان تأثیری نگذاشت که بتواند سبب مطرح شدن دیدگاه جدیدی در سطح کشور شود. اما بعدها، تقریباً مقارن با تأسیس دانشگاه آریامهر (شریف فعلی) و بازگشت موج دوم استادان ریاضی از فرانسه به دانشگاه تهران و نیز با تأسیس مؤسسهٔ مصاحب، موجی از ریاضیات در کشور به‌وجود آمد. در همین دوره بود که ریاضیات به اصطلاح مدرن نیز راه‌اندازی شد. موج خیلی پست‌مدرنی هم در عرصهٔ ریاضی جهان ایجاد شد ولی تأثیر آن در ایران خیلی پررنگ نبود و نمی‌شود به‌طور شاخص به آن اشاره کرد. اما موج دیگر المپیادها بود.

گمان می‌کنم در سال ۱۳۶۴ بود که دانش‌آموزان ریاضی برای شرکت در المپیاد معرفی شدند. این جریان هم در تکوین دانش ریاضی بسیار مهم و مؤثر بود. البته آفت‌هایی هم داشت، از جمله دامن زدن به حس قهرمان‌پروری که نباید در عرصهٔ علمی وجود داشته باشد. هدف از برگزاری المپیاد تشویق جوان‌ها برای ارتباط با یکدیگر و شناخت و همکاری در آینده و در سطح بین‌المللی است، ولی متأسفانه ما همیشه دنبال رتبه هستیم و به نقاط ضعف خود نمی‌پردازیم. این به اهداف المپیاد خدشه وارد می‌کند.

آفت دیگر این است که دانش‌آموزانی که به‌دنبال شرکت در المپیاد هستند، فقط می‌خواهند یک قسمت از ریاضیات را یاد بگیرند و پایه‌ای قوی و گسترده ندارند. این صحیح است که ریاضیات رشته‌ای تخصصی است، ولی ابتدا باید پایهٔ آن را قوی کرد و سپس وارد یک رشتهٔ تخصصی شد. بدون پایه‌ای مستحکم و با بستن چشم روی بخش‌های دیگری از ریاضی، نمی‌توان در یک رشتهٔ خاص خیلی پیش رفت. بسیاری از دانش‌آموزانی که در المپیاد رتبه آوردند و وارد دانشگاه شدند، به قسمت‌های دیگری از ریاضیات نپرداختند.

یکی دیگر از آفت‌های این قضیه خروج المپیادی‌ها از کشور است. بیشتر این افراد جذب دانشگاه‌های خارج از کشور شدند. آن‌ها سرمایه‌های علمی کشور هستند که متأسفانه در کشور حضور ندارند. بزرگوارانی که در عرصهٔ سیاست کشور فعالیت دارند، باید به این موضوع بیشتر اهمیت دهند. این افراد اکنون در بهترین دانشگاه‌های خارج تحصیل و تدریس می‌کنند. باید برای برگرداندن آنان تلاش می‌کردیم، ولی اکنون خیلی دیر شده است.

ë به‌نظر شما در ایران معاصر به کدام یک از شاخه‌های ریاضیات بیشتر توجه شده است؟

● سؤال بسیار خوبی است. ما در ایران در عرصهٔ اهمیت دادن به یک رشتهٔ خاص به‌صورتی‌که مکتب‌سازی شود، بسیار ضعیف عمل کرده‌ایم. قبل از انقلاب به‌علت کم بودن تعداد ریاضی‌دان‌ها و علاقه‌مندان به ریاضی، خیلی به این موضوع اهمیت داده نمی‌شد. همه می‌رفتند دانشگاه، فارغ‌التحصیل می‌شدند و برمی‌گشتند. به رشته‌های عمیق و دشوار ریاضی به‌علت مشکلاتی که داشت، کمتر پرداخته می‌شد. در هندسه، در زمینهٔ هندسهٔ دیفرانسیل یا توپولوژی دیفرانسیل، افراد کمی را پرورش دادیم. در نظریهٔ اعداد نیز که یکی از رشته‌های عمیق و اصیل ریاضی است، افراد کمی پرورش یافتند و کار کردند.

پس از انقلاب باید به این جریان اهمیت بیشتری داده می‌شد، زیرا زمانی بود که باید شاخه‌های تحقیقاتی هدفمند را شکل می‌دادیم. ولی متأسفانه به این جریان پرداخته نشد. در آن زمان هر شخصی برای هر جایی که می‌توانست، پذیرش می‌گرفت و به او این امکان داده می‌شد که برود مدرک بگیرد و برگردد. در خارج از کشور زندگی سخت بود و این افراد به ناچار در رشته‌های ساده‌تر که زمان کمتری برای پایان می‌خواست، ثبت‌نام می‌کردند. وقتی به فردی می‌گویند که برای انجام تحصیلات سه سال زمان داری، مسلماً نمی‌تواند رشتهٔ دشواری مثل نظریهٔ اعداد را که حدود شش سال زمان نیاز دارد، برگزیند.

اکنون ما در زمینهٔ تحقیقات در برخی رشته‌هایی که مورد قبول عرصهٔ جهانی نیست، بسیار قوی هستیم، ولی در خیلی از رشته‌های عمیق و تنه‌های عمدهٔ ریاضیات، مانند توپولوژی و نظریهٔ اعداد، آنالیز، هندسهٔ دیفرانسیل و توپولوژی دیفرانسیل، حرفی برای گفتن نداریم. بله، درست است که مبحث ترکیبیات شاخهٔ مهمی است، ولی ما در ترکیبیات به یک شاخهٔ خاص که شاید خیلی مهم نیست، پرداخته‌ایم. مثلاً به عقیدهٔ من اگرچه نظریهٔ گراف رشتهٔ جذاب و جدیدی است، ولی وقتی که در این رشته فعالیت گسترده و بیشتری صورت می‌گیرد، پس تکلیف رشته‌هایی مانند نظریهٔ اعداد و هندسه چه می‌شود؟ به عقیدهٔ من برخی مطالب هستند که در ریاضی بودنشان باید تردید داشت یا حداقل در مورد آن‌ها میان ریاضی‌دانان اختلاف نظر وجود دارد. این‌ها را در اصطلاح «ریاضیات فازی» می‌گویند.

ممکن است برخی با این عقیدهٔ من مخالف باشند، ولی من معتقدم که ریاضیات فازی و آنچه در ایران روی آن مطالعه می‌شود، در شبکهٔ بین‌المللی و اصیل ریاضیات جایگاهی ندارد. البته تردیدی نیست که آنچه تئوری فازی یا فازی تئوری نامیده می‌شود، در صنعت بسیار مهم است و مهندسان بهرهٔ بسیاری از آن می‌برند. ولی اگر به آنچه در ایران ریاضیات فازی گفته می‌شود توجه کنیم، می‌بینیم که از طریق افراد ضعیفی به ایران وارد شده است. من در ایتالیا افرادی را می‌شناسم که ریاضیات فازی کار می‌کنند. آن‌ها در ریاضی بسیار ضعیف هستند که به سراغ ریاضیات فازی رفته‌اند. به عقیدهٔ من این جریان، جریانی قوی نیست. البته خیلی‌ها با من هم‌عقیده نیستند.

ë آقای دکتر، به عقیدهٔ شما کسی تا کنون تشکیل دانشکدهٔ ریاضیات را از نظر تاریخی در قالب مقاله بررسی کرده است؟

● خیر. من و دوستانی که طی سه چهار سال اخیر در این زمینه با هم مکاتبه داشتیم، به این نتیجه رسیدیم که از دید تاریخی به این موضوع پرداخته نشده است. خیلی مسائل بوده که در کتاب‌ها یا جاهای دیگر نوشته شده است. دکتر **رجبعلی‌پور** به من گفت که در یکی از شماره‌های نشریهٔ دانشگاه تهران در سال ۱۳۵۲، شرح‌حال

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

تمامی استادان دورهٔ اول دانشگاه تهران آمده است. من به چند کتابخانه سر زدم، ولی چیزی پیدا نکردم. فکر می‌کنم واقعاً چیزی نوشته نشده است.

به‌نظر شما این خلأ را چگونه می‌شود پر کرد؟

● به گمان من مؤسسهٔ شما می‌تواند در این کار پیش‌قدم شود و تعدادی از جوانان فعال به‌عنوان یک کار جدی آن را پیگیری کنند. این افراد باید از کتابخانه‌های گوناگون بازدید کنند و با افراد باقی‌مانده از نسل اول، مانند دکتر وصال و یا با دانشجویان بلافصل ایشان صحبت کنند و سخنان آنان را ثبت کنند.

تاکنون چند نفر در گروه آموزشی شما در دورهٔ کارشناسی ارشد و دورهٔ دکترا فارغ‌التحصیل شده‌اند؟

● گفتن تعداد دقیق فارغ‌التحصیلان کارشناسی ارشد کار دشواری است، ولی تقریباً ۲۰۰۰ نفر. در دورهٔ دکترا هم ۸۰ تا ۱۰۰ نفر.

آخرین سؤال من این است که با تمام این افت‌وخیزها و جریان‌های بیش از نیم قرن پیش از تشکیل دانشگاه تهران و پس از آن، جایگاه ریاضیات ایران را در جهان و منطقه چگونه ارزیابی می‌کنید؟ و اینکه ما در عرصهٔ ریاضیات چه دانش جدیدی را تولید کرده‌ایم؟

● قبل از انقلاب مشکلاتی وجود داشت و پس از انقلاب نیز مشکلات دیگری گریبانگیر تحقیقات ریاضی در کشور شد. این مشکلات به ما اجازه ندادند آن اندازه که حقمان بود، در سطح بین‌المللی جایگاهمان را پیدا کنیم. اما به‌هر حال در برخی رشته‌ها حرف‌هایی هم برای گفتن داریم. البته نباید با دیدی اغراق‌آمیز به این موضوع نگریست. وقتی که در ژاپن بودجهٔ تحقیقاتی یک دانشگاه برابر بودجهٔ تحقیقاتی ما در کل کشور است، ما در عرصهٔ بین‌المللی چه حرفی برای گفتن می‌توانیم داشته باشیم؟ اکنون ما برای شرکت در مجامع بین‌المللی و کنفرانس‌ها مشکلات بسیاری داریم و این مانع رشد تحقیقات و مکتب‌سازی می‌شود. در ایران در برخی رشته‌ها افرادی وجود دارند که محققان بین‌المللی آنان را بسیار باور دارند، ولی به‌طور کلی در ریاضیات به‌عنوان یک جریان شاخص در کشور به‌جرئت می‌توان گفت که هنوز آن‌چنان جایگاهی ندارند.

آقای دکتر نکته‌ای هست که از قلم افتاده باشد؟

● بله به عقیدهٔ من در عرصهٔ تاریخ ریاضی کشور کار زیادی باید صورت گیرد. من با فعالیت‌هایی که در مؤسسهٔ شما انجام می‌شود، آشنایی دارم. سال گذشته در سمیناری که به مناسبت بزرگداشت **خواجه نصیرالدین طوسی** برگزار شد، شرکت کردم و بسیار لذت بردم. ولی دیدم افرادی از دیگر کشورها قصد دارند بزرگان ما را به ما بشناسانند. درحالی‌که ما می‌توانیم به دو زبان فارسی و عربی اشراف داشته باشیم. زبان عربی، زبان عالمان دینی و مذهبی و همسایگان ماست و ما بسیار راحت‌تر از یک خارجی می‌توانیم زبان عربی را بفهمیم و با آن تحقیق کنیم. کار بسیاری در این زمینه باید صورت گیرد.

سنت ریاضی کشور و تاریخ ما باید به نسل جدید منتقل شود. ما باید به نسل جدید این پیام را برسانیم که می‌شود گذشتهٔ دیرین را دوباره زنده کرد. من به این قضیه که یکی عرب است و دیگری ایرانی اعتقادی ندارم. ما متعلق به این منطقه‌ایم و این منطقه در زمان‌های مختلف گروه‌بندی‌های متفاوتی داشته است. **خوارزمی** همان اندازه که به خوارزم و نیز کشورهای عرب‌زبان تعلق دارد، متعلق به ما هم هست. باید این اختلافات را کنار بگذاریم و با یک حس فرامنطقه‌ای و فراکشوری در راه شناخت مشاهیرمان به یکدیگر کمک کنیم. من در سمینار خواجه نصیر افرادی را دیدم که از جمهوری آذربایجان آمده بودند و خیلی تمایل داشتند که در این زمینه فعالیت و همکاری کنند. در واقع این بزرگان متعلق به نوع بشرند و باید به تمامی دنیا معرفی شوند. این موضوع جوان‌های ایرانی را تشویق می‌کند که بکوشند در عرصهٔ ریاضی صاحب‌نام شوند.

سپاس‌گزارم آقای دکتر. در مدت کوتاهی که در حضور شما بودم، درس‌های زیادی آموختم.

***

آقای دکتر بهبودیان دلیل علاقه‌مندی خود را به دانش ریاضیات چه عاملی می‌دانید؟

● معلمان توانا در دبستان و دبیرستان که مرا به‌خاطر حل مسائل تشویق می‌کردند، عامل مهمی برای علاقه‌مندی من به دانش ریاضی بودند.

دکتر جواد بهبودیان

چالش‌های آموزش، پژوهش و پرداختن به دانش ریاضیات در ایران معاصر را چه چیز یا چیزهایی می‌دانید؟

● روش آموزش ریاضی، کتاب‌های ریاضی و امکانات آموزشی و پژوهشی می‌توانند برای جلب استعدادهای ریاضی بسیار مؤثر باشند.

تأثیرگذارترین افراد در فرایند تکوین دانش ریاضیات در ایران معاصر را (از تأسیس دانشگاه تهران تا کنون) چه کسانی می‌دانید؟

● از میان دبیران ریاضی می‌توان از **غلامحسین رهنما، محسن هنربخش** و **موسی آذرنوش** نام برد. و **از میان زنده‌یادان دانشگاهی و آن‌هایی که در قید حیات هستند، این بزرگان:**

۱. پروفسور هشترودی، با سخنرانی‌های متنوع دربارهٔ ریاضی برای دانش‌آموزان، دبیران، دانشجویان و دانشگاهیان.

۲. پروفسور تقی فاطمی، به‌عنوان معلمی توانا و منظم.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

مجلهٔ یکان قطعاً در ترغیب جوانان به دانش ریاضی بسیار مؤثر بوده است. هنوز هم مطالب این مجله خواندنی است

۳. دکتر غلامحسین مصاحب، بانی مؤسسهٔ ریاضی و نویسندهٔ کتاب‌های مفید.
۴. دکتر علی افضلی‌پور، به‌عنوان استادی منظم و خوش‌بیان.
۵. دکتر منوچهر وصال، به‌عنوان استادی دقیق.

از میان آن‌هایی هم که ریاضی جدید را گسترش دادند، این بزرگان:

۱. دکتر حیدر رجوی که چند سال در ایران در دانشگاه شیراز تدریس می‌کرد.
۲. دکتر مهدی بهزاد
۳. دکتر رجبعلی‌پور
۴. دکتر کریم صدیقی، استاد مرحوم دانشگاه شیراز.
۵. دکتر ماشین‌چی، در زمینهٔ گسترش ریاضی فازی.

این افراد در ایجاد دورهٔ دکترای ریاضی در ایران نیز مؤثر بودند.

تأثیرگذارترین کتاب‌های زبان فارسی - اعم از ترجمه یا تألیف- در فرایند تکوین دانش ریاضیات در ایران معاصر (از تأسیس دانشگاه تهران تا کنون) را چه کتاب یا کتاب‌هایی می‌دانید؟

- در سطح دبیرستان کتاب‌های ریاضی صفاری- قربانی و کتاب‌های ریاضی آذرنوش- فاطمی. در سطح دانشگاه، تقریباً تمام کتاب‌های ریاضی که در دانشگاه تهران منتشر شدند، کتاب‌های ریاضی دکتر مصاحب، و کتاب‌هایی که توسط دکتر عالم‌زاده و دکتر زعفرانی ترجمه شده‌اند.

تأثیرگذارترین رخداد یا رخدادها در فرایند تکوین دانش ریاضیات در ایران معاصر (از افتتاح دانشگاه تهران تاکنون) را چه می‌دانید؟

- به‌نظر من، اگر گزافه‌گویی نکرده باشم، نخستین کنفرانس ریاضی ایران در فروردین ۱۳۴۹ در دانشگاه شیراز، رخدادی تاریخی در فرایند تکوین دانش ریاضی بوده است. چرا که در این کنفرانس:
۱. ریاضی‌دانان با هم آشنا شدند.
۲. موضوع تشکیل انجمن ریاضی ایران مطرح شد.
۳. دو قطع‌نامه در مورد بهبود آموزش و پژوهش ریاضی صادر شد.

به‌نظر جناب‌عالی، کدام‌یک از شاخه‌های ریاضیات در کشور ما مورد توجه و کدام‌یک مورد غفلت قرار گرفته است؟ علت این توجه یا غفلت را چه می‌دانید؟

- به‌نظر من تمام شاخه‌های ریاضی مورد توجه هستند. در زمینهٔ آنالیز، گراف، عملگرها و ریاضی فازی مقاله‌های پژوهشی جالبی نوشته شده‌اند. شاید هندسه تا حدودی مورد غفلت بوده است.

به‌نظر شما، آیا فرایند تکوین دانش ریاضیات در ایران معاصر را (از تأسیس دانشگاه تهران تاکنون) می‌توان به دوره یا دوره‌هایی تقسیم کرد؟ علت این تقسیم‌بندی‌های احتمالی شما چیست؟

- من سه دوره بیان می‌کنم:
۱. تکوین ریاضی از تأسیس دارالفنون؛
۲. تکوین ریاضی از تأسیس دانشگاه تهران؛
۳. گسترش ریاضی مدرن از سال‌های ۱۳۴۰ به بعد.

در دورهٔ اول، ریاضی دبیرستانی و سنتی گسترش یافت. در دورهٔ دوم، ریاضی دانشگاهی اروپایی گسترش یافت. در دورهٔ سوم هم با ورود ریاضی‌دانان جوان از آمریکا و برخی از اروپا، ریاضی مدرن گسترش یافت.

مهم‌ترین نشریات تأثیرگذار در تکوین دانش ریاضیات در ایران معاصر را (از تأسیس دانشگاه تهران تاکنون) چه نشریاتی می‌دانید؟

- در سطح دبیرستان، مجلهٔ ریاضی «یکان». این مجله با تلاش آقای **مصحفی** و تشویق زنده‌یاد پروفسور **هشترودی** راه افتاد و تا ۱۳۵۷ منتشر می‌شد. قطعاً در ترغیب جوانان به دانش ریاضی بسیار مؤثر بوده است. هنوز هم مطالب این مجله خواندنی است.

دیگر مجلهٔ «بولتن انجمن ریاضی ایران». این مجله با مقاله‌های نیمه‌پژوهشی فارسی و انگلیسی شروع شد، ولی امروزه یک مجلهٔ پژوهشی انگلیسی ISI و شناخته شده در جهان است.

و سوم مجلهٔ «ریاضی فازی» که توسط انجمن فازی ایران منتشر می‌شود.

مهم‌ترین سازمان‌ها، مؤسسات و نهادهای تأثیرگذار در تکوین دانش ریاضیات در ایران معاصر را (از تأسیس دانشگاه تهران تا کنون) چه سازمان‌ها، مؤسسات یا نهادهایی می‌دانید؟

- دانشگاه تهران، مؤسسهٔ ریاضیات (به ابتکار مرحوم دکتر مصاحب) و انجمن ریاضی ایران.

آیا نکته، موضوع یا دغدغهٔ خاصی در تکوین ریاضیات در ایران معاصر مورد توجه شما بوده است که در پرسش‌های بالا بدان پرداخته نشده باشد؟

- بله، دغدغهٔ من این است که گرچه در ایران معاصر دانش ریاضی پیشرفت کرده است، هنوز انتظار می‌رود کاری راهگشا انجام گیرد. هنوز لازم است قضیه‌ای مهم، تاریخی و جهان- شمول ارائه و انجام شود، تا نام ایران و ریاضی‌دانان ایرانی، مانند آن‌ها که در تاریخ ریاضی ثبت شده‌اند، در دنبالهٔ تاریخ ریاضی منعکس شود.

ناگفته نماند که نظریهٔ ریاضی فازی در سال ۱۹۶۵ توسط دکتر **لطفی‌زاده**، دانشمند ایرانی‌تبار و استاد دانشگاه برکلی به دنیای علم ارائه شده است. امروزه چند مجله با مقاله‌های پژوهشی دربارهٔ ریاضی فازی منتشر می‌شوند. در ایران هم مجلهٔ ریاضی فازی به زبان انگلیسی توسط انجمن فازی ایران منتشر می‌شود.

* ghassemlou@gmail.com

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

احسان یارمحمدی*

آیا یک فرد می‌تواند در یک زمان در دو مکان باشد؟

بررسی فیلم سینمایی مظنون اکس

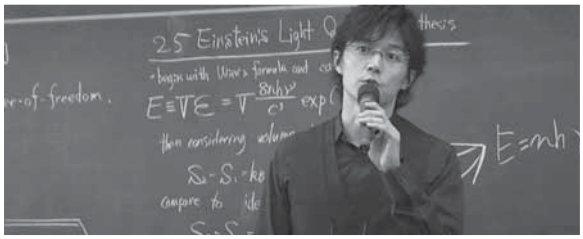
- **اسم فیلم:** مظنون اِکس[1]
- **کارگردان:** هیروشی نیشیتانی[2]
- **نویسنده:** یاسوشی فوکودا[3] براساس رمان مظنون ایکس اثر کِیگو هیگاشینو[4]
- **بازیگران:** ماساهارو فوکویاما[5]، کو شیباساکی[6]، شینچی تِسوتسومی[7] و یاسوکوماتسویوکی[8]
- **موسیقی:** کانو یوگو[9] و ماساهارو فوکویاما
- **تاریخ اکران:** ۴ اکتبر ۲۰۰۸ در ژاپن، ۲۴ دسامبر ۲۰۰۸ در هنگ‌کنگ، ۲۶ فوریه ۲۰۰۹ در سنگاپور و ۹ آوریل ۲۰۰۹ در کرهٔ جنوبی
- **مدت فیلم:** ۱۲۸ دقیقه
- **محصول:** ژاپن
- **زبان:** ژاپنی

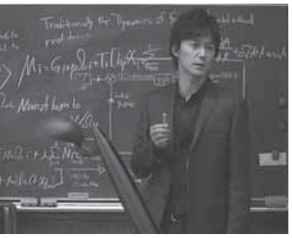
تِتسویا ایشیگامی[10]، ریاضی‌دان نابغه‌ای است که در منزل خود و در میان کتاب‌ها، جزوات و یادداشت‌های بی‌شمارش زندگی را در انزوای کامل، مانند یک جامعه گریز تمام عیار، سپری می‌کند و به‌عنوان معلم دبیرستان مشغول تدریس است. در همسایگی او، زنی به‌نام **یاسوکو هانااُکا**[11] و دخترش زندگی می‌کنند که مدام این دو از جانب شوهر سابق زن، به منظور دریافت پول از آن‌ها مورد آزار و اذیت قرار می‌گیرند.

در یکی از روزهایی که شوهر سابق برای اخاذی به منزل آن‌ها مراجعه می‌کند، دختربچه از شدت ناراحتی و عصبانیت از دست کارهای پدرش به او حمله‌ور می‌شود که پدر نیز در پاسخ به حرکت دخترش، وی را تا سرحد مرگ کتک می‌زند. در همین هنگام مادر دختر برای کمک به فرزندش وارد درگیری می‌شود و نتیجه چیزی نیست جز قتل شوهر سابق به‌دست زن.

تِتسویا ایشیگامی ریاضی‌دان که متوجه سروصدای بیش از حد و نامتعارف خانه یاسوکو هانااُکا شده است، به خانهٔ او مراجعه می‌کند و متوجه ماجرای اتفاق افتاده می‌شود. بعد از این ماجرا، نیروی پلیس جسد مردی را پیدا می‌کند و تحقیقات به منظور پی بردن به انگیزهٔ قتل و شناسایی قاتل توسط نیروهای انتظامی آغاز می‌شود. در همین زمینه سؤالاتی از تِتسویا ایشیگامی و یاسوکو هانااُکا به‌عمل می‌آید.

به موازات این صحنه‌ها، استاد فیزیکی به‌نام **مانابو یوکاوا**[12] که همسرش در نیروی پلیس مشغول انجام وظیفه و درگیر پروندهٔ قتل رخ داده است و به‌عنوان یک نظریه‌پرداز روی مباحث فیزیک فعالیت می‌کند، در مورد این پدیده که یک فرد چگونه می‌تواند در یک زمان در دو مکان باشد و نیز استفاده از «منطق»[13] در مفاهیم





کاربـردی فیزیک، مطالبـی را بیان می‌کند. هنگامی که همسـر مانابو یوکاوا بـا وی در مورد ایـن پرونده صحبـت می‌کند، متوجه می‌شـود که یکـی از مظنونین اصلی در این رخداد هم‌کلاسی سـابق و بااسـتعداد او در دوران دانشـگاه، همـان تِتسـویا ایشیگامی اسـت. این موضوع باعث می‌شـود که مانابو یوکاوا فیزیک‌دان به ملاقات دوسـت ریاضی‌دان خود، تِتسویاایشیگامی برود.

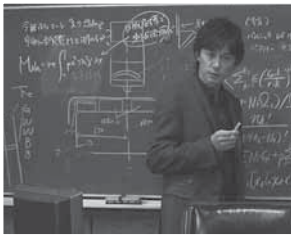
مانابو یوکاوا در دانشـگاه با چند مسـئلهٔ پیکارجو برخورد کرده است کـه برای غلبه بـر آن‌هـا می‌باید از مفاهیم ریاضی استفاده کند. به‌همین دلیل وی یک شـب به منزل دوست ریاضـی‌دان خـود مـی‌رود و آن‌ها را بـا او در میـان می‌گذارد. تِتسـویا ایشیگامی موفق می‌شود آن مسائل مشـکل‌آفرین را ظرف شش ساعت حل کند و شب را تا صبح به بیداری و بررسی آن‌ها می‌گذراند، در حالی‌که دوست فیزیک‌دان او در خواب به‌سر می‌برد. این صحنه به این نکته اشاره دارد که هر چیزی در زندگی روزمرهٔ انسـان‌ها دارای جایـگاه ویـژهٔ خود است، به‌گونه‌ای که فیزیک‌دان شب را به خواب و استراحت می‌پردازد، در حالی‌که دوست ریاضی‌دان وی شب را به بیداری می‌گذراند تا مسائل او را حل کند. از اینجا نبود منطق در کار تِتسویاایشیگامی مشخص می‌شود.

روند فیلم ادامـه پیدا می‌کند تا اینکه متوجه می‌شویم که ریاضی‌دان در پنهان کردن جسد شوهر یاسوکو هانااُکا با وی همکاری کرده است و در این بین، برای اینکه مأموران بررسی و تحقیق این پرونده گمراه شوند، یک بی‌خانمان را به قتل رسانده است و با سـوزاندن دست‌ها و پاهـای او و نیز از بیـن بردن چهرهٔ این بی‌خانمان نگون‌بخـت، قصد داشته است تا این جسد را به‌عنـوان جنـازهٔ مقتول اصلی جایگزین کند. اما اشتباهات تِتسویا ایشیگامی که نبوغ و استعداد بی‌حد و حصر ریاضی او در این فیلم هویداست، به اینجا ختم نمی‌شود. او با پذیرفتن مسئولیت انجام قتل اول و محکوم شدن به انجام قتل دوم، دچار سرنوشت بدی می‌شود.

امـا اگر بخواهیم ایـن موضوع را بررسـی کنیم که چرا چنین نابغه‌ای می‌بایـد در چنیـن منجلابی گرفتار شـود، باید اذعان کنیـم که ممکن است فردی از «ضریب هوشی» (I.Q) بسیار بالایی در زمینه‌ای خاص، مانند ریاضی، فیزیک، اقتصاد و... برخوردار باشـد، امـا دلیل و تضمینـی وجود نـدارد که این فـرد در زندگی روزانه و عمومـی خود نیز فردی کارا و قابل باشد. چرایی و چگونگی این موضوع به مبحث هوش هیجانی (هوش عاطفی یا هوش احساسی) برمی‌گردد. ممکن است فردی با ضریبِ هوشی (I.Q) بالا یا بسیار بالا، عملاً در پاره‌ای از موارد نابخردانـه و غیرمنطقی، مانند آنچه که در این فیلم تِتسـویا ایشـیگامی انجـام می‌دهد، رفتار کنـد. بنابراین می‌توان پاسـخ این سـؤال را که چرا باید فردی که در رشته‌ای که تماماً با منطق و استدلال سـروکار دارد و در آن به مرحلهٔ اسـتادی تمام و کمال رسیده اسـت، دچار اشتباهی چنین بزرگ و مهلک شود، در صحنه‌هایی جسـت‌وجو کرد که به عـدم وجود هوش هیجانی لازم و کافی در تِتسـویا ایشیگامی اشاره دارد.

صحنه‌ای از ایـن فیلـم اشاره به تفاوتی دارد که بین یک فیزیک‌دان و یک ریاضـی‌دان در مواجهه با مسـائل پیش روی‌شان وجود دارد. هـر یک از آن‌ها بـا دیدگاه، بینش و جایگاه فکری خود با مسائل برخورد می‌کنـد. به‌همیـن دلیل اسـت که هیروشی نیشیتانی، در مقام کارگردان فیلم، سعی کرده است که به تشریح برخـی از نظریه‌هـای فیزیـک در چارچوبـی کاربردی و کارا در زندگی روزانهٔ انسـان‌ها در قالب شـخصیت مانابو یوکاوا بپردازد و استعداد ریاضی

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir



شخصیت دورافتاده از اجتماع تِتسویا ایشیگامی و عدم استفادهٔ بهینه از هوش هیجانی در وی را مورد انتقاد قرار دهد. بنابراین، در ادامه برای آشنایی هرچه بیشتر ریاضی‌آموزان با بحث هوش هیجانی (هوش عاطفی یا هوش احساسی) و استفادهٔ ارزشمند از آن در زندگی‌شان، به معرفی عوامل مؤثر در آن می‌پردازیم.

استفاده از هوش هیجانی توسط مانابو یوکاوا فیزیک‌دان و بی‌توجهی به آن توسط تِتسویا ایشیگامی ریاضی‌دان، در این فیلم تابان‌تر از خورشید است. هوش هیجانی ـ که ضریب آن با EQ نشان داده می‌شود ـ شامل شناخت و کنترل عواطف و هیجان‌های خود است. به‌عبارت دیگر، شخصی که ضریب هوش احساسی بالایی دارد، سه مؤلفهٔ هیجان‌ها (مؤلفهٔ شناختی، مؤلفهٔ فیزیولوژیکی و مؤلفهٔ رفتاری) را به‌طور موفقیت‌آمیزی با یکدیگر تلفیق می‌کند.

عوامل مؤثر در هوش هیجانی

۱. شناخت عواطف شخصی: خودآگاهی (تشخیص هر احساس به همان صورتی که بروز می‌کند) سنگ بنای هوش هیجانی است. توانایی نظارت بر احساسات در هر لحظه، برای به‌دست آوردن بینش روان‌شناختی و ادراک خویشتن نقشی تعیین‌کننده دارد. ناتوانی در تشخیص احساسات راستین، ما را به سردرگمی دچار می‌کند. افرادی که نسبت به احساسات خود اطمینان بیشتری دارند، بهتر می‌توانند زندگی خویش را هدایت کنند. این افراد دربارهٔ احساسات واقعی خود در زمینهٔ اتخاذ تصمیمات شخصی، از انتخاب همسر آینده گرفته تا شغلی که برمی‌گزینند، احساس اطمینان بیشتری دارند.

۲. به‌کار بردن درست هیجان‌ها: قدرت تنظیم احساسات خود، نوعی توانایی است که بر حس خودآگاهی تکیه دارد و شامل ظرفیت شخص برای تسکین دادن خود، دور کردن اضطراب‌ها، افسردگی‌ها یا بی‌حوصلگی‌های متداول و پیامدهای شکست در این مهارت عاطفی است. افرادی که در این توانایی ضعیف هستند، دائماً با احساس ناامیدی و افسردگی دست به گریبان‌اند، در حالی که افرادی دارای مهارت زیادی در آن، با سرعت بسیار بیشتری می‌توانند ناملایمات زندگی را پشت‌سر بگذارند.

۳. برانگیختن خود: برای عطف توجه، برانگیختن شخصی، تسلط بر نفس خود، و خلاق بودن، لازم است سکان رهبری هیجان‌ها را در دست بگیرید تا بتوانید به هدف خود دست یابید. خویشتن‌داری عاطفی (به تأخیر انداختن کامرواسازی و فرونشاندن تکانش‌ها) زیربنای تحقق هر پیشرفتی است. توانایی دستیابی به مرحلهٔ غرقه شدن در کار، انجام هر نوع فعالیت چشم‌گیر را میسر می‌سازد. افراد دارای این مهارت، در هر کاری که برعهده می‌گیرند، بسیار مولدو اثربخش خواهند بود.

۴. شناخت عواطف دیگران: همدلی، توانایی دیگری که بر خودآگاهی عاطفی متکی است، اساس «مهارت ارتباط با مردم» است. افرادی که از همدلی بیشتری برخوردار باشند، به علائم اجتماعی ظریفی که نشان‌دهندهٔ نیازها یا خواسته‌های دیگران است، توجه بیشتری نشان می‌دهند. این توانایی آنان را در حرفه‌هایی که مستلزم مراقبت از دیگران است (مانند تدریس، فروش و مدیریت) موفق‌تر می‌سازد.

۵. حفظ ارتباط‌ها: بخش عمده‌ای از هنر برقراری ارتباط، مهارت کنترل عواطف در دیگران است؛ مانند صلاحیت یا عدم‌صلاحیت اجتماعی و مهارت‌های خاص لازمهٔ آن. این‌ها توانایی‌هایی هستند که محبوبیت، رهبری و اثربخشی بین‌فردی را تقویت می‌کنند. افرادی که در این مهارت‌ها توانایی زیادی دارند، در هر آنچه که به کنش متقابل آرام با دیگران بازمی‌گردد، به‌خوبی عمل می‌کنند، آنان ستاره‌های اجتماعی هستند

***پی‌نوشت‌ها**

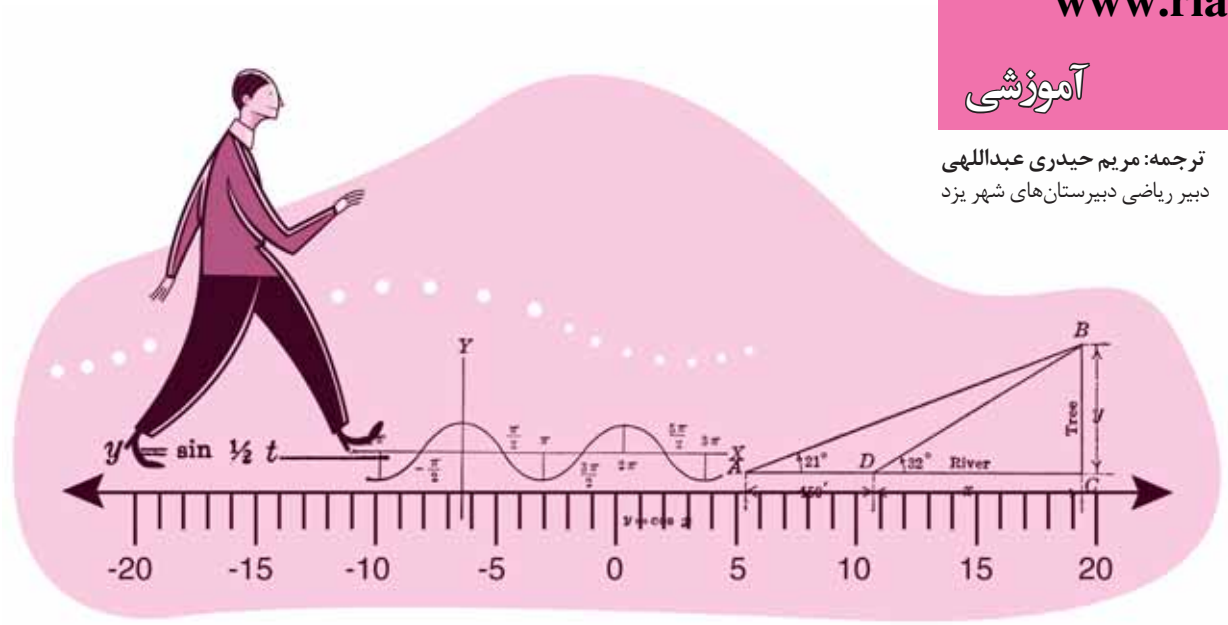
1. Suspect X
فیلم «مظنون اِکس» در تاریخ ۵ دی‌ماه ۱۳۹۲ در برنامهٔ «سینما سینما» از شبکهٔ چهار سیمای جمهوری اسلامی ایران پخش شد.
2. Hiroshi Nishitani
3. Yasushi Fukuda
4. Keigo Higashino
5. Masaharu Fukuyama
6. Kou Shibasaki
7. Shinichi Tsutsumi
8. Yasuko Matsuyuki
9. Kanno Yugo
10. Tetsuya Ishigami
11. Yasuko Hanaoka
12. Manabu Yukawa
13. Logic

* ehsan.yarmohamadi@yahoo.com

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

ترجمه: مریم حیدری عبداللهی
دبیر ریاضی دبیرستان‌های شهر یزد



گذر از سختی‌ها، خطاها و شکست‌ها و رسیدن به موفقیت

چکیده

در این مقاله با حل سه نمونه از مسائل ریاضی می‌بینیم که چه‌طور می‌توان با شرایط پیش‌آمده در حل مسئله برخورد کرد و با تغییر و اصلاح راه‌حل، در مواجهه با اشتباهات و مشکلات پیروز میدان بود.

کلیدواژه‌ها: دنباله حسابی، می‌نیمم تابع

حالت اول: حل مجدد و دور زدن مشکل

مثال ۱. مقدار عددی عبارت $\frac{\cos ۲۰}{۲\sin ۸۰-\sin ۲۰}$ را بیابید.

حل: راه معمولی که به ذهن اکثر دانش‌آموزان می‌رسد به‌صورت زیر است:

$$\frac{\cos ۲۰}{۲\sin ۸۰-\sin ۲۰}=\frac{\cos ۲۰}{۲\cos ۱۰-\sin ۲۰}=\frac{\cos ۲۰}{۲\cos ۱۰-۲\sin ۱۰\cos ۱۰}$$
$$=\frac{\cos ۲۰}{۲\cos ۱۰(۱-\sin ۱۰)}$$

و در اینجا می‌بینیم که پیدا کردن مقدار این عبارت نیز بسیار مشکل است.

حالا دوباره به اعداد موجود در صورت مسئله نگاه می‌کنیم و به دنبال راه‌حل دیگری می‌گردیم. می‌دانیم که:

$$\sin ۸۰=\sin(۶۰+۲۰)=\sin ۶۰\cos ۲۰+\cos ۶۰\sin ۲۰$$

و در نتیجه داریم:

$$\frac{\cos ۲۰}{۲\sin ۸۰-\sin ۲۰}=\frac{\cos ۲۰}{۲\sin ۶۰\cos ۲۰+۲\cos ۶۰\sin ۲۰-\sin ۲۰}$$
$$=\frac{\cos ۲۰}{\sqrt{۳}\cos ۲۰+\sin ۲۰-\sin ۲۰}=\frac{۱}{\sqrt{۳}}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

البته در راه‌حل اول نیز هیچ اشتباهی انجام نداده‌ایم. پس بالاخره بعد از قدری کلنجار رفتن با مسئله می‌توان به جواب نهایی دست پیدا کرد.

حالت دوم: کشف و اصلاح اشتباهات

مثال ۲. فرض کنید S_n و S'_n به ترتیب مجموع n جملهٔ اول دنباله‌های حسابی $\{a_n\}$ و $\{a'_n\}$ باشد و تساوی $\frac{S_n}{S'_n}=\frac{۲n+۳}{۳n+۲}$ برای هر $n\geq ۱$ برقرار باشد. مقدار $\frac{a_n}{a'_n}$ را پیدا کنید.

حل: بیشتر دانش‌آموزان این راه‌حل را ارائه می‌دهند: می‌دانیم که $\frac{S_n}{S'_n}=\frac{۲n+۳}{۳n+۲}$ پس فرض می‌کنیم که: $S_n=k(۲n+۳)$ و $S'_n=k(۳n+۲)$. بنابراین:

$a_n=S_n-S_{n-1}=k(2n+3)-k(2(n-1)+3)=2k$

$a'_n=S'_n-S'_{n-1}=k(3n+2)-k(3(n-1)+2)=3k$

بنابراین: $\frac{a_n}{a'_n}=\frac{2k}{3k}=\frac{2}{3}$.

این راه‌حل بدون اشکال به‌نظر می‌رسد، ولی در آن از شرایط حسابی بودن دنباله‌ها استفاده نشد. بنابراین ممکن است این شرط اضافه و غیرضروری باشد. برای اطمینان جواب را برای n=1 امتحان می‌کنیم.

$$\frac{a_1}{a'_1}=\frac{2}{3}=\frac{S_1}{S'_1}$$

از طرف دیگر، طبق فرض: $\frac{S_1}{S'_1}=\frac{2\times1+3}{3\times1+2}=\frac{1}{1}$ و ما به یک تناقض رسیدیم. حال ببینیم اشکال کجاست. اگر تمام اجزای راه‌حل را با دقت بررسی کنیم، اشکالی در اعمال انجام شده نمی‌یابیم. پس باید مشکل در این فرض باشد که گفتیم: $S_n=k(2n+3)$ و $S'_n=k(3n+2)$.

اگر فرمول مجموع n جملهٔ اول دنبالهٔ حسابی را نگاه کنیم ($S_n=\frac{n(2a+(n-1)d)}{2}$)، می‌بینیم که S_n تابعی خطی از n نیست، بلکه تابعی درجهٔ دوم است. بنابراین اشتباه ما این بود که S_n و S'_n را توابعی خطی فرض کردیم. حال با توجه به این شرایط مسئله فرض می‌کنیم که:

$S'_n=(kn+b)(3n+2)$, $S_n=(kn+b)(2n+3)$

که در آن k و b ثابت هستند. پس:

$a_n=S_n-S_{n-1}=k(4n+1)+2b$

$a'_n=S'_n-S'_{n-1}=k(6n-1)+3b$

و در نتیجه:

$$\frac{a_n}{a'_n}=\frac{k(4n+1)+2b}{k(6n-1)+3b}$$

حال باید k و b را پیدا کنیم. اگر خوب به فرمول S_n دقت کنیم، می‌بینیم که نه‌تنها تابعی درجهٔ دوم است، بلکه از مبدأ مختصات نیز می‌گذرد. با جای‌گذاری مبدأ در $S_n=(kn+b)(2n+3)$ مقدار b=0 به‌دست می‌آید و در نتیجه:

$$\frac{a_n}{a'_n}=\frac{k(4n+1)}{k(6n-1)}=\frac{4n+1}{6n-1}$$

البته می‌توان مسئله را به کمک فرمول کلی a_n و S_n طوری حل کرد که نیازی به فرض $S_n=k(2n+3)$ و $S'_n=k(3n+2)$ هم نباشد.

$$\frac{S_n}{S'_n}=\frac{2a_1+(n-1)d}{2a'_1+(n-1)d'}\Rightarrow\frac{a_1}{a'_1}=\frac{S_1}{S'_1}=\frac{1}{1},\frac{S_2}{S'_2}=\frac{2a_1+d}{2a'_1+d'}=\frac{7}{8},$$
$$\frac{S_3}{S'_3}=\frac{a_1+d}{a'_1+d'}=\frac{9}{11}$$

و با حل این سه معادله عبارات زیر به دست می‌آید:

$$a_1=a'_1=\frac{5}{4}d,\ d'=\frac{3}{2}d$$

و در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{a_n}{a'_n}=\frac{a_1+(n-1)d}{a'_1+(n-1)d'}=\frac{\frac{5}{4}d+(n-1)d}{\frac{5}{4}d+(n-1)\frac{3}{2}d}=\frac{4n+1}{6n-1}$$

روش دوم را برای این گفتیم که برای مثال‌هایی در زمینهٔ دنباله‌های هندسی نیز روش مناسبی است.

حالت سوم: از شکست به پیروزی

مثال ۳. مینی‌مم تابع $y=\frac{x^2+a+1}{\sqrt{x^2+a}}, a>1$ را پیدا کنید.

حل: با تفکیک صورت کسر داریم:

$$y=\frac{1}{\sqrt{x^2+a}}+\sqrt{x^2+a}\geq 2\frac{1}{\sqrt{x^2+a}}\sqrt{x^2+a}=2$$

بنابراین مینی‌مم تابع برابر ۲ است. اما می‌دانیم که تساوی وقتی اتفاق می‌افتد که:

$$\frac{1}{\sqrt{x^2+a}}=\sqrt{x^2+a}\Rightarrow x^2+a=1\Rightarrow x^2=1-a$$
$$\Rightarrow 1-a>0\Rightarrow a<1$$

و این با فرض مسئله در تناقض است و مینی‌مم نمی‌تواند ۲ باشد. در این راه‌حل هیچ اشتباهی وجود ندارد فقط، راه‌حل ما را به جواب نمی‌رساند. یکی از چندین راه رسیدن به جواب استفاده از مشتق است.

$$y'=\frac{x(x^2+a-1)}{(x^2+a)\sqrt{x^2+a}}$$

شرایط a>1 ایجاب می‌کند که: $x^2+a-1>0$. پس اگر $x\geq0$، آن‌گاه $y'\geq0$ و تابع در این بازه صعودی است و اگر $x<0$، آن‌گاه $y'<0$ و در نتیجه در این بازه نزولی است. اما تابع در x=0 پیوسته است، پس مینی‌مم تابع در x=0 اتفاق می‌افتد و $y(0)=\frac{0^2+a+1}{\sqrt{0^2+a}}=\frac{(a+1)\sqrt{a}}{a}$ مینی‌مم تابع است.

*منبع

Pi in the Sky- Issue 15 2011 from Difficults, Mistakes, and Failures to Success Luo Qi

دانلود از سایت ریاضی سرا

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

تعیین علامت و آموزش داستان‌گونهٔ آن

محمد مهدوی*
دبیر ریاضی دبیرستان‌های شهرستان میانه

کلیدواژه‌ها: تعیین علامت، عبارت جبری درجهٔ ۱ و ۲، ایجاد تصویر ذهنی

❖ **تعریف:** منظور از تعیین علامت کردن یک عبارت جبری آن است که مشخص کنیم، این عبارت در کدام فاصله از مجموعهٔ اعداد حقیقی، مثبت و در کدام فاصله منفی است. برای مثال، سود حاصل از تولید یک کالا در یک شرکت از رابطهٔ y=۵x-۲۰۰ به‌دست می‌آید که در آن x تعداد کالای تولیدی و y سود حاصل از فروش برحسب تومان است، جدول زیر مقادیر y را به ازای چند مقدار مختلف از x نشان می‌دهد.

x	۱	۲۰	۴۰	۱۰۰	۱۰۰۰
y	-۱۹۵	-۱۰۰	۰	۳۰۰	۴۸۰۰

جدول ۱

همان‌طور که دیده می‌شود، با تولید ۴۰ عدد کالا سود شرکت صفر خواهد بود و اگر کمتر از این تعداد کالا تولید شود، ضرر خواهد کرد. در نتیجه تعیین علامت در اینجا به کمک ما می‌آید و مشخص می‌کند که سود و ضرر به ازای چه تعداد کالا خواهد بود. اینجاست که اهمیت تعیین علامت مشخص می‌شود.

مسائل بسیاری هست که برای حل آن‌ها باید علامت عبارت‌های جبری را مشخص کنیم. به بیان دیگر، نیاز است که بدانیم آن عبارت به ازای چه مقادیری مثبت یا منفی است. مسائلی از قبیل تعیین دامنه و برد توابع، حل نامعادلات و حتی رسم توابع به کمک مشتق و بسیاری از مسائل مربوط به مشتق و... با استفاده از تعیین علامت حل می‌شوند و لذا روش‌های تعیین علامت باید طوری آموزش داده شود که برای همیشه در ذهن دانش‌آموزان ماندگار شود. در اینجا می‌خواهیم با استفاده از داستانی ساده، تصویری ذهنی از تعیین علامت در ذهن دانش‌آموزان ایجاد کنیم.

روش اول

تعیین علامت عبارت جبری y=ax+b

داستان از اینجا شروع می‌شود که یک نفر دشمن (مخالف)، به سرزمین شخص دیگری (موافق) حمله می‌کند. طبق نوشتار ریاضی، این مطلب را از چپ به راست در جدول ۲ یادداشت می‌کنیم که همان تعیین علامت دو جمله‌ای درجهٔ اول ax+b است.

توجه کنید که برای اختصار عبارت «مخالف علامت a» را با «مخالف» و عبارت «موافق علامت a» را فقط با «موافق» مشخص می‌کنیم. پس در اینجا به علامت ضریب x، یعنی علامت a نگاه می‌کنیم.

x		x_1	
ax+b	مخالف	•	موافق

جدول ۲

تعیین علامت عبارت جبری $y=ax^2+bx+c$ و $a\neq 0$

دوباره لازم است این مطلب را بیان کنم که در اینجا، عبارت «مخالف علامت a» را با «مخالف» و عبارت «موافق علامت a» را فقط با «موافق» مشخص می‌کنیم. پس به **علامت ضریب** x^2 نگاه می‌کنیم. می‌دانیم که در پیدا کردن ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم، سه حالت پیش می‌آید؛ بنابراین داستان را به این صورت ادامه می‌دهیم.

برای اینکه دشمن (مخالف) را در سرزمین موافق‌ها از بین ببریم، باید او را محاصره کنیم. پس در صورت وجود دو ریشه، جدول ۳ را خواهیم داشت.

x		x_1		x_2	
y	موافق	•	مخالف	•	موافق

جدول ۳

موافق‌ها از دو طرف حمله می‌کنند و مخالف را از بین می‌برند. پس در صورت وجود یک ریشهٔ مضاعف، جدول ۴ را داریم.

x	ریشه	
y	موافق	• موافق

جدول ۴

حال همهٔ سرزمین پاک شده است و همه‌جا مال موافق‌ها می‌شود. پس در صورت نبودن ریشه جدول ۵ را داریم.

x	
y	همواره موافق

جدول ۵

روش دوم

می‌توانیم مطالب فوق را با استفاده از پردهٔ سینما هم توضیح دهیم. تعیین علامت سه جمله‌ای درجهٔ ۲ مثل این است که در سینما برای تماشای فیلم نشسته‌ایم و پردهٔ موجود در دو طرف را موافق در نظر می‌گیریم. پس در صورت وجود دو ریشه، جدول ۶ را خواهیم داشت.

x		x_1		x_2	
y	موافق	•	مخالف	•	موافق

جدول ۶

اکنون بعد از تمام شدن فیلم، پرده‌ها کشیده می‌شوند. پس در صورت وجود یک ریشهٔ مضاعف جدول ۷ را داریم.

x	ریشه	
y	موافق	• موافق

جدول ۷

و در آخر، کاملاً به‌هم می‌چسبند (در صورت نداشتن ریشهٔ حقیقی، جدول ۸).

x	
y	همواره موافق

جدول ۸

اکنون به نکتهٔ زیر توجه کنید:

✓ **نکتهٔ ۱.** علامت عبارت قدرمطلق و عبارت با توان زوج، همواره مثبت است. پس در تعیین علامت می‌توانیم این نوع عبارت‌ها را کنار بگذاریم.

✓ **نکتهٔ ۲.** علامت عبارت‌های رادیکالی با فرجهٔ زوج، در دامنهٔ خودشان همواره مثبت است.

• **مثال:** علامت عبارت‌های $y=\left|x^5+2x^2-1\right|$ و $y=(x^3-4x+7)^2$ همواره مثبت است و به انجام هیچ عملی نیاز نیست. در تعیین علامت می‌توان این نوع عبارت‌ها را کنار گذاشت.

اکنون با استفاده از مطالب بیان شده، عبارت زیر را تعیین علامت کنید.

$$y=\frac{\left|x^3+2x^2-1\right|(x^2-5x+6)}{(x^2+2x-4)^4(2x+8)}$$

منبع

ریاضی دوم دبیرستان

* math24@chmail.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

عنایت‌اله راستی‌زاده*
دبیر ریاضی دبیرستان‌های شیراز

کدهای اعداد بر اساس رابطه‌های بازگشتی

کلیدواژه‌ها: دنباله بازگشتی، دنبالهٔ فیبوناتچی

اشاره

در کتاب درسی ریاضی ۲، تعریف و مفهوم دنباله‌ها در نخستین بخش مطرح شده است. در مقالهٔ حاضر می‌کوشیم به ردهٔ خاصی از دنباله‌های اعداد که براساس رابطه‌های بازگشتی معرفی می‌شوند، بپردازیم و پیرامون خواص آن‌ها مسائل متنوعی را مطرح کنیم.

● **تعریف:** «دنبالهٔ بازگشتی» دنباله‌ای از اعداد است که در آن، جمله یا جملاتی از دنباله، به‌عنوان جملات اولیه داده شده و جملات بعدی براساس روابطی که به جملات قبلی آن‌ها مرتبط است، به‌دست می‌آیند. این رابطه را رابطهٔ برگشتی دنباله می‌نامند.

مثال ۱. دنبالهٔ u_n را در نظر بگیرید که:

$$u_1 = 0; u_n = \sqrt{2+u_{n-1}} \quad (n \geq 2)$$

چند جملهٔ اولیهٔ دنباله به شرح زیر هستند:

$$u_2 = \sqrt{2+u_1} = \sqrt{2}$$
$$u_3 = \sqrt{2+u_2} = \sqrt{2+\sqrt{2}}$$
$$u_4 = \sqrt{2+u_3} = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}$$
$$u_5 = \sqrt{2+u_4} = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}$$

این دنباله نمونه‌ای از یک دنبالهٔ بازگشتی است. همچنان که دیدیم، u_1 داده شده است و از جملهٔ دوم به بعد براساس رابطهٔ بازگشتی مذکور به‌دست می‌آید.

مثال ۲. به دنبالهٔ عددی زیر توجه کنید:

$1, 11, 111, 1111, 11111, \ldots$

تلاش می‌کنیم به جملهٔ عمومی این دنباله دست یابیم. داریم:

$a_1=1$, $a_2=11=1+10=a_1+10$

$a_3=111=11+100=a_2+10^2$

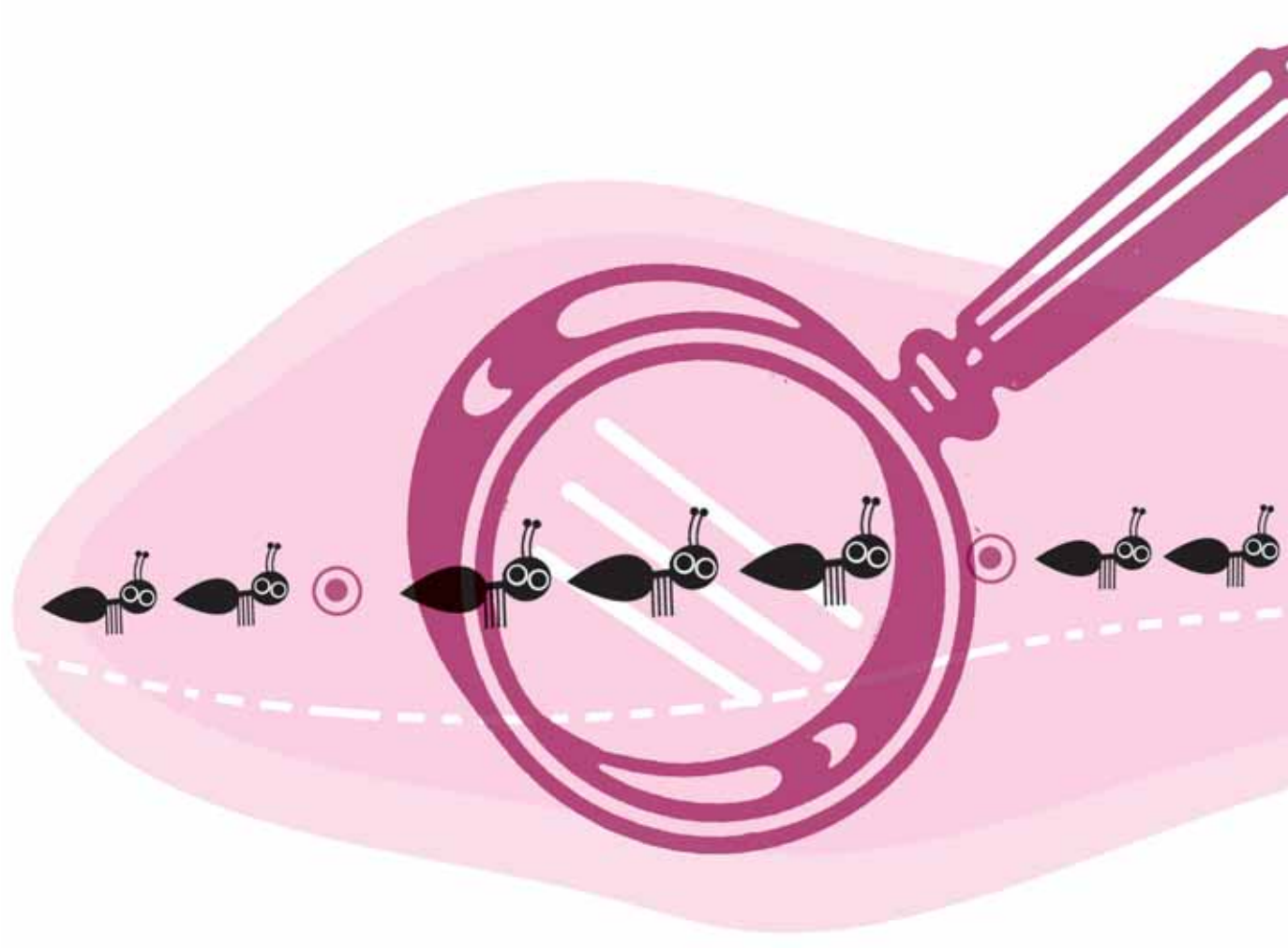
$a_4=1111=111+1000=a_3+10^3$

$a_5=11111=1111+10000=a_4+10^4$

از این الگو می‌توان نتیجه گرفت که رابطهٔ بازگشتی دنباله

دانلود از سایت ریاضی سرا

www.riazisara.ir



به‌صورت زیر است:

$a_n=a_{n-1}+10^{n-1}$

و شرط اولیهٔ دنباله: $a_1=1$

تذکر: می‌توان جملهٔ عمومی دنباله را با رابطه‌ای غیربازگشتی به‌صورت $a_n=\frac{1}{9}(10^n-1)$ نیز نوشت.

مثال ۳. دنبالهٔ فیبوناتچی دنباله‌ای بازگشتی است که نام آن از ریاضی‌دانی ایتالیایی به‌همین نام گرفته شده است. این دنباله که دارای خواص متعدد و جالبی است، به‌صورت زیر است:

۱,۱,۲,۳,۵,۸,۱۳,۲۱,۳۴,۵۵,۸۹, ...

در این دنباله، جملات اول و دوم برابر با ۱ و از جمله سوم به بعد، هر جمله برابر است با مجموع دو جملهٔ قبلی آن یعنی:

$F_1=F_2=1\ ,\ F_n=F_{n-1}+F_{n-2}\quad (n\geq 3)$

- **مسئله:** اگر F_n جملهٔ nام دنبالهٔ فیبوناتچی و S_n مجموع n جملهٔ نخست دنباله باشد، درستی رابطهٔ $S_n=2F_n+F_{n-1}-1$ را برای $n=2,3,4,5$ تحقیق کنید.
- **حل:** با $n=2$ شروع می‌کنیم. داریم:

$S_2=2F_2+F_1-1=2(1)+1-1=2$

که درست است. همچنین برای S_3 داریم:

$S_3=F_1+F_2+F_3=2F_3=2F_3+F_2-1$

به بررسی الگو برای مراتب بعدی ادامه می‌دهیم:

$S_4=F_1+F_2+F_3+F_4=F_1+F_4+F_4=2F_4+F_1$

اما: $F_1=F_3-1$، پس: $S_4=2F_4+F_3-1$ و بالاخره برای S_5 داریم:

$S_5=F_1+F_2+F_3+F_4+F_5=2F_5+F_3$

اما: $F_3=F_4-1$، پس: $S_5=2F_5+F_4-1$.

تذکر: رابطهٔ بازگشتی اخیر برای S_n، برای هر n طبیعی برقرار است. اما اثبات آن از حیطهٔ ریاضیات دوم دبیرستان خارج است و نیازمند اطلاع از مفهوم استقرای ریاضی است.

مثال ۴. رابطهٔ بازگشتی دنبالهٔ زیر را به‌دست آورید:

۰,-۱,-۲,۳,-۱,-۲,۳,-۱,-۲,۳,..

توجه داشته باشیم، در اینجا به‌جز سه جملهٔ نخست، از چهارمین جمله به بعد، هر جمله قرینهٔ مجموع دو جملهٔ قبل از آن است:

مثلاً: (۲-۱)-(-۱)=۳، یا: ((-۲)+۳)-(-۱)= جملهٔ پنجم

پس می‌توان نوشت:

$a_1=0\ ,\ a_2=-1\ ,\ a_3=-2\ ,\ a_n=-(a_{n-1}+a_{n-2})\quad (n\geq 4)$

نظم موجود در جملات دنبالهٔ فوق شایستهٔ توجه است.

یکی از سؤالاتی که غالباً مطرح می‌شود، این است که: آیا در هر دنبالهٔ بازگشتی می‌توان رابطه‌ای یافت که جملهٔ nام دنباله مستقل از رابطهٔ بازگشتی داده شده و تنها براساس عبارتی برحسب n مشخص کند؟

برای نمونه، آیا می‌توان در دنبالهٔ فیبوناتچی که ذکر آن رفت، مثلاً جملهٔ بیستم را بدون محاسبهٔ جملات هیجدهم و نوزدهم پیدا کرد؟

در پاسخ به این پرسش باید گفت، یافتن دستور جملهٔ عمومی دنباله همواره کار ساده‌ای نیست و در بعضی موارد خارج از محدودهٔ ریاضیات دبیرستانی است. مثلاً دربارهٔ دنبالهٔ فیبوناتچی همین‌قدر بدانیم که دستور F_n به‌صورت زیر است:

$$F_n=\frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}\right]\quad (n\geq 1)$$

با وجودی که جمله‌های این دنباله همگی عددهایی درست و مثبت‌اند، ولی جملهٔ عمومی این دنباله، با رابطه‌ای بیان می‌شود که به کمک عددهای گنگ تنظیم شده است!

در مثال بعدی، به نمونه‌ای ساده در همین ارتباط می‌پردازیم:

مثال ۵. دنبالهٔ $\{a_n\}$ با ضابطهٔ $a_na_{n-1}+1=2a_n$ و شرط $a_1=\frac{1}{2}$ مفروض است؛ a_{1393} را بیابید.

واضح است که یافتن جملهٔ a_{1393}، آن هم با توجه به رابطهٔ برگشتی، کار ناصوابی است. لذا تلاش می‌کنیم جملهٔ عمومی دنباله را فارغ از فرمول‌های بازگشتی پیدا کنیم. با محاسبهٔ تعدادی از جملات، حل مسئله را پیش می‌بریم:

$$a_1=\frac{1}{2}: a_2a_1+1=2a_2 \Rightarrow \frac{1}{2}a_2+1=2a_2 \Rightarrow a_2=\frac{2}{3}$$

$$a_2=\frac{2}{3}: a_3a_2+1=2a_3 \Rightarrow \frac{2}{3}a_3+1=2a_3 \Rightarrow a_3=\frac{3}{4}$$

$$a_3=\frac{3}{4}: a_4a_3+1=2a_4 \Rightarrow \frac{3}{4}a_4+1=2a_4 \Rightarrow a_4=\frac{4}{5}$$

به‌همین ترتیب، نتیجه می‌شود:

$$a_n=\frac{n}{n+1}$$

(این مطلب را می‌توان با استفاده از مفهوم استقرای ریاضی، به‌طور دقیق نشان داد.)

بنابراین:

$$a_{1393}=\frac{1393}{1394}$$

مثال بعدی از کتاب تصاعدها و لگاریتم، تألیف زنده‌یاد **عبدالحسین مصحفی** (چاپ ۱۳۷۰) انتخاب شده است.

مثال ۶. اولاً، تعداد شش جملهٔ نخست از دنبالهٔ با رابطهٔ بازگشتی زیر را بنویسید:

$$u_n=u_{n-2}+4(n-1),\ u_1=1,\ u_2=4$$

ثانیاً، جملهٔ عمومی این دنباله را به‌دست آورید و از روی آن درستی رابطهٔ بالا را تحقیق کنید.

● **حل:** اولاً خواهیم داشت:

$$u_3=u_1+4(3-1)=1+8=9$$
$$u_4=u_2+4(4-1)=4+12=16$$
$$u_5=u_3+4(5-1)=9+16=25$$
$$u_6=u_4+4(6-1)=16+20=36$$

پس دنباله به شرح زیر است:

$$1,4,9,16,25,36,\ldots$$

ثانیاً، مشاهده می‌شود که $u_n=n^2$ و در نتیجه $u_{n-2}=(n-2)^2$ و برای تحقیق درستی رابطهٔ بازگشتی داده شده، داریم:

$$u_n-u_{n-2}=n^2-(n-2)^2=n^2-n^2+4n-4=4(n-1)$$

یعنی: $u_n-u_{n-2}=4(n-1)$ و بنابراین درستی رابطه ثابت شد.

۱. در دنباله‌ای که با رابطهٔ بازگشتی $a_n=(a_{n-1})^2-n$ و جملهٔ اول $a_1=0$ مشخص می‌شود، شش جملهٔ اول را به‌دست آورید.

۲. رابطهٔ بازگشتی دنباله‌های زیر را به‌دست آورید:

الف) $2,22,222,2222,\ldots$

ب) $4,6,10,18,34$

۳. دنبالهٔ $\{u_n\}$ به این ترتیب تعریف شده است:

$$u_0=2, u_1=\frac{5}{2}, u_{n+1}=u_n(u_{n-1}^2-2)-u_1\quad (n\geq 1)$$

اولاً، جملات u_2 و u_3 و u_4 و u_5 را بیابید.

ثانیاً، اگر دنبالهٔ $\{b_n\}$ به این ترتیب تعریف شود که:

$$b_n=\frac{1}{3}(2^n-(-1)^n)\quad (n\geq 1)$$

تعداد پنج جملهٔ نخست دنبالهٔ $c_n=2^{(b_n)}+2^{(-b_n)}$ $(n\geq 1)$ را به‌دست آورید.

ثالثاً، از دو قسمت قبل چه موضوعی را می‌توان مشاهده کرد؟

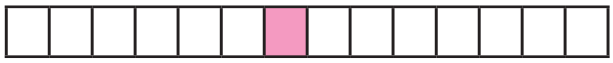
* erastizadeh@yahoo.com

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

هوشنگ شرقی*

به احتمال زیاد با اصطلاح «بازی و ریاضی» قبلاً برخورد داشته‌اید. بسیاری از بازی‌های دو نفره منشأ ریاضی دارند و ریاضیات می‌تواند «راهبرد بردن بازی» را در این بازی‌ها تعیین کند. یعنی به کمک ریاضیات می‌توان مشخص کرد که کدام بازیگر (اول یا دوم) می‌تواند راهبرد قطعی برد داشته باشد؛ البته در صورتی که بدون اشتباه بازی کند. در اینجا می‌خواهیم شما را با نمونه‌ای از این بازی‌ها آشنا کنیم، سپس همه‌چیز را به خودتان بسپاریم تا به راهبرد برد در این بازی فکر کنید و ببینید، اگر بخواهید در این بازی برنده باشید، ترجیح می‌دهید به‌عنوان نفر اول بازی کنید یا نفر دوم.

این بازی خود بازی ساده‌ای است، ولی ما ابتدا حالت ساده‌تر آن را توضیح می‌دهیم. تنها چیزی که لازم داریم، یک نوار باریک کاغذ است که از مربع‌های کوچکی تشکیل شده که فقط یکی از آن‌ها سیاه رنگ است؛ شکل ۱.



شکل ۱

در هر مرحله یکی از دو بازیکن روی یکی از خط‌های عمودی با قیچی برش می‌زند و نوار را به دو قسمت تقسیم می‌کند، به این ترتیب که قسمت شامل مربع سیاه‌رنگ را به نفر دوم می‌دهد و قسمت دیگر را دور می‌اندازد. سپس نفر دوم همین کار را تکرار می‌کند. بعد از چند مرحله، بدیهی است که مربع سیاه تنها می‌شود و به یکی از دو نفر می‌رسد. همین شخص، یعنی گیرندهٔ مربع سیاه، برندهٔ بازی است؛ به‌همین سادگی!

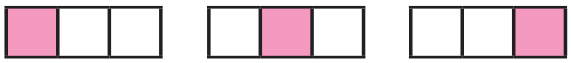
حالا اگر بخواهید در این بازی شرکت کنید، دوست دارید نفر اول باشید یا نفر دوم؟ در هر صورت چه‌طور بازی می‌کنید تا بردتان تضمین شود؟

کمی فکر کنید و به شکل دقت کنید. مثل اینکه چندان هم آسان به‌نظر نمی‌آید! آیا بهتر نیست مسئله را کمی ساده کنیم و از حالت‌های ساده‌تر حرکت کنیم تا به حالت‌های پیچیده برسیم؟ بسیار خب، پس بیایید با ساده‌ترین حالت که نوار ما شامل دو خانه است، شروع کنیم (شکل ۲).

شکل ۲

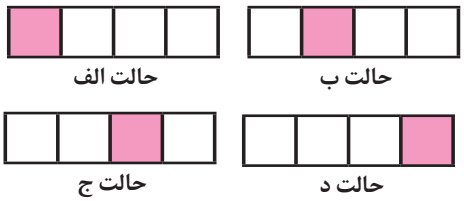
در این حالت دوست دارید نفر اول باشید یا نفر دوم؟ بدیهی است که نفر اول محکوم به باخت است! چرا که باید نوار را از وسط برش بزند و قسمت سیاه را تقدیم نفر دوم کند و او بدون هیچ زحمتی برنده می‌شود!

حالا بیایید نواری شامل سه خانه را ببینیم. سه نوع نوار به‌صورتی که در شکل ۳ می‌بینید، داریم.



شکل ۳

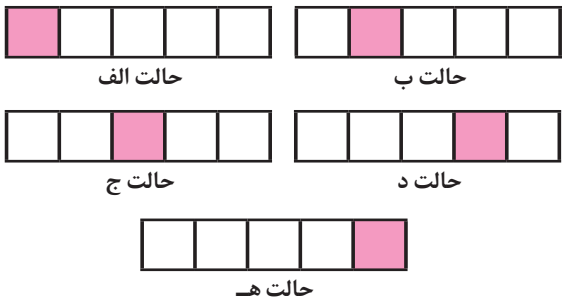
بدیهی است که حالت‌های الف و ج قرینهٔ هم و در واقع یکسان هستند. ولی فرقی نمی‌کند و در هر سه حالت با کمی تفکر واضح می‌شود که نفر اول همیشه می‌تواند برنده باشد. زیرا با یک برش و جدا کردن یک خانهٔ سفید می‌تواند حالت اول را ایجاد کند؛ یعنی نوار دو خانه‌ای بسازد و به طرف دوم بدهد. حالا جای نفر اول و دوم عوض شده و در نتیجه نفر دوم محکوم به باخت است! اما اگر نوار ما شامل چهارخانه باشد، چه‌طور؟ (شکل ۴).



شکل ۴

چرا حالت‌های الف و د با هم و حالت‌های ب و ج با هم مشابه‌اند؟ در اینجا هم می‌توان نتیجه گرفت که همیشه نفر اول برنده است. (چگونه؟)

حالا نوار پنج‌تایی را با هم بررسی کنیم (شکل ۵).



شکل ۵

کدام حالت‌ها در این قسمت با هم یکسان هستند؟ آیا می‌توانید نتیجه بگیرید که در همهٔ حالت‌ها به غیر از حالت ج، همیشه نفر اول می‌تواند برنده باشد؟ چرا در حالت ج نفر دوم می‌تواند حتماً برنده باشد؟

حالت‌های شامل نوار شش‌خانه‌ای و هفت‌خانه‌ای و بیشتر را خودتان با دقت بررسی و تجزیه و تحلیل کنید. آیا می‌توانید حکمی کلی برای نوار nتایی حدس بزنید؟ اگر از این مرحله عبور کردید، می‌توانید نوارهای دو ردیفی، سه ردیفی و... و یک جدول m×n را هم بررسی کنید!

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

حمیدرضا امیری

۵

آموزش ترجمهٔ متون ریاضی

مثال ۶. یک عدد ۵ رقمی بر ۳ بخش‌پذیر است، وقتی که مجموع ارقامش بر ۳ بخش‌پذیر باشد.

بحث: این جمله را می‌توان به این صورت بازنویسی کرد: «اگر مجموع ارقام یک عدد ۵ رقمی بر ۳ بخش‌پذیر باشد، آن‌گاه آن عدد بر ۳ بخش‌پذیر است.»

بنابراین ما می‌توانیم فرضیات و نتایج را تفکیک و آن‌ها را به‌صورت زیر بازنویسی کنیم:

الف: فرض کنیم n یک عدد صحیح باشد، به‌صورت: $n=a_۴a_۳a_۲a_۱a_۰$ و $۰\le a_i\le ۹$ برای هر $i=۰,۱,۲,۳,۴$ و $a_۴\neq ۰$ به‌طوری که: $a_۴+a_۳+a_۲+a_۱+a_۰=۳t$ که t عددی صحیح است.

(این حقیقت که n عددی صحیح است، یک فرض ضمنی است، زیرا مفهوم بخش‌پذیری فقط برای اعداد صحیح تعریف شده است.)

ب. عدد n بر ۳ بخش‌پذیر است، یعنی: $n=۳s$ که s عددی صحیح است.

اثبات: با توجه به اینکه (همان‌گونه که) این فرض اطلاعاتی دربارهٔ ارقام این عدد به‌دست می‌دهد، ما می‌خواهیم این ارقام را با استفاده از توان‌های ۱۰ تفکیک کنیم. پس:

$$n=a_۴a_۳a_۲a_۱a_۰=۱۰^۴a_۴+۱۰^۳a_۳+۱۰^۲a_۲+۱۰a_۱+a_۰ \quad (۱)$$

با توجه به فرض، $a_۴+a_۳+a_۲+a_۱+a_۰=۳t$، که t عددی صحیح است. بنابراین:

$$a_۰=۳t-a_۴-a_۳-a_۲-a_۱$$

اگر ما این عبارت را برای $a_۰$ (به‌جای $a_۰$) در عبارت n جایگزین کنیم (تساوی (۱)) و گام‌های (مراحل) جبری را بگذرانیم، خواهیم داشت:

$$n=۱۰^۴a_۴+۱۰^۳a_۳+۱۰^۲a_۲+۱۰a_۱+a_۰$$
$$=۱۰^۴a_۴+۱۰^۳a_۳+۱۰^۲a_۲+۱۰a_۱+(۳t-a_۴-a_۳-a_۲-a_۱)$$
$$=۹۹۹۹a_۴+۹۹۹a_۳+۹۹a_۲+۹a_۱+۳t.$$

بنابراین:

$$n=۹۹۹۹a_۴+۹۹۹a_۳+۹۹a_۲+۹a_۱+۳t$$
$$=۳(۳۳۳۳a_۴+۳۳۳a_۳+۳۳a_۲+۳a_۱+t).$$

چون عدد $(۳۳۳۳a_۴+۳۳۳a_۳+۳۳a_۲+۳a_۱+t)$ عددی صحیح است، ما ثابت کردیم که عدد n بر ۳ بخش‌پذیر است. ■

EXAMPLE 6. A 5-digit number is divisible by 3 when the sum of its digits is divisible by 3.

Discussion: This statement can be rewritten as: If the sum of the digits of a 5-digit number is divisible by 3, then the number is divisible by 3. Thus we can separate hypothesis and conclusions and rewrite them as follows:

A: Let n be an integer number with $n=a_4a_3a_2a_1a_0$, $0\le a_i\le 9$ for all $i=0,1,2,3,4$ and $a_4\neq 0$, such that $a_4+a_3+a_2+a_1+a_0=3t$, where t is an integer umber.

(The fact that n is an integer number is an implicit hypothesis because the concept of divisibility is defined only for integer numbers).

B: The number n is divisible by 3; that is, $n=3s$ with s integer number.

Proof: As the hypothesis provides information about the digits of the number, we will separate the digits using powers of 10. Thus

$$n = a_4a_3a_2a_1a_0=10^4a_4+10^3a_3+10^2a_2+10a_1+a_0.$$

By hypothesis, $a_4+a_3+a_2+a_1+a_0=3t$, where t is an integer number. Therefore

$$a_0=3t-a_4-a_3-a_2-a_1.$$

If we substitute this expression for a_0 into the expression for n and perform some algebraic steps, we obtain

$$n = 10^4a_4+10^3a_3+10^2a_2+10a_1+a_0$$
$$= 10^4a_4+10^3a_3+10^2a_2+10a_1+(3t-a_4-a_3-a_2-a_1)$$
$$= 9{,}999a_4+999a_3+99a_2+9a_1+3t$$

Therefore

$$n = 9{,}999a_4+999a_3+99a_2+9a_1+3t$$
$$= 3(3{,}333a_4+333a_3+33a_2+3a_1+t).$$

Because the number $3{,}333a_4+333a_3+33a_2+3a_1+t$ is an integer, we proved that number n is divisible by 3. ■

لغات و اصطلاحات

1) Digit: رقم
2) Divisible: بخش‌پذیر
3) Discussion: بحث
4) Statement: عبارت ـ گزاره
5) Rewritte: بازنویسی
6) Separate: جدا کردن، تفکیک کردن
7) Hypothesis: فرضیه، فرض
8) Conclusions: نتایج
9) Integer number: عدد صحیح
10) Implicit: ضمنی ـ التزامی
11) Expression: عبارت ـ بسط
12) Algebraic: جبری

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

ریاضی، کاربردی است

گفت‌وگو با دکتر احمد شرف‌الدین
استاد پیشکسوت ریاضی

بهنام آیتی‌پور*

اشاره

دکتر احمد شرف‌الدین در میان اهالی فرهنگ و ریاضیات چهره‌ای کاملاً شناخته شده است. دبیر پیشکسوت ریاضی دبیرستان‌ها که نام او در چند شماره از مجلهٔ ریاضی یکان آمده بود، استاد دانشگاه هرمزگان و مؤلف ده‌ها جلد کتاب ریاضی که تعدادی از آن‌ها توسط «انتشارات مدرسه» (وابسته به سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی) در سال‌های اخیر به چاپ رسیده است. همچنین تاکنون چند مقاله از ایشان در «مجلهٔ برهان» به چاپ رسیده است. بهنام آیتی‌پور، از فرهنگیان شهر دزفول و از علاقه‌مندان مجلهٔ ماست که چند مقاله از ایشان در شماره‌های این مجله به چاپ رسیده است. وی که خود از شاگردان سابق استاد است، مصاحبه‌ای با استاد انجام داده و برای ما فرستاده است. با سپاس فراوان از ایشان و آرزوی سلامت و طول عمر باعزت برای استاد شرف‌الدین، توجه شما را به این مصاحبهٔ خواندنی جلب می‌کنیم.

مقدمه

آشنایی من با استاد احمد شرف‌الدین به سال ۱۳۷۲ برمی‌گردد؛ زمانی که وارد دانشگاه هرمزگان شدم و به تحصیل در رشتهٔ ریاضی پرداختم. ایشان در آن زمان مدیر گروه رشتهٔ ریاضی بود و بعضی از درس‌های مهم این رشته را نیز تدریس می‌کرد.

همهٔ دوستان و هم‌دوره‌ای‌های من متوجه نوع خاص تدریس استاد بودند: خط زیبا، دقت بالا، توجه به نکات ادبی، توجه خاص به تعابیر هندسی، حل بعضی از مسائل به روش‌هایی متفاوت، توجه به کاربرد ریاضی در علوم دیگر مخصوصاً فیزیک، پژوهش‌های هنری در زیباشناسی هندسه به‌خصوص در طرح‌های قالی‌بافی و کاشی‌کاری، و... باعث می‌شد که ایشان چهره‌ای محبوب برای همهٔ ما باشد. ضمناً کتاب‌هایی که تألیف کرده بود و مقالات زیبای ایشان که در مجلهٔ برهان چاپ می‌شد، عمق نگاه علمی استاد را بیشتر نمایان می‌کرد.

متأسفانه استاد در برهه‌ای از زمان به نگارش و پژوهش می‌پردازد که توجه جامعهٔ علمی بر غول کنکور متمرکز است و آنچه در این میان مهم جلوه می‌کند، راه‌های میان‌بر، کلک‌های تست‌زنی، و یافتن گزینهٔ درست بدون حل مسئله است. زیر سایهٔ سنگین این رویه‌های غیرعلمی و ضدعلمی، کسی متوجه کتاب‌های **هندسهٔ دل‌ها**، **ریاضی دلاویز در ادب گهرریز**، **هندسهٔ چندمحوری**، و... نیست. کسی برایش مهم نیست که هندسه در صنعت، فلسفه و هنر کاربردهایی دارد یا نه. کسی دنبال مثال‌های ملموس و اهمیت آن در آموزش ریاضی نیست. روش‌های حل یک مسئله همگی مطرودند؛ الا آن روش که به درد کنکور می‌خورد؛ حل یک مسئله با ۱۶ روش ارزشی ندارد!

البته برخی از شاگردان استاد شرف‌الدین که با ابعاد فکری ایشان آشنا می‌شدند، مبهوت زیبایی‌ها و ژرف‌نگری‌های این اندیشه‌ها می‌شدند. من پس از فراغت از تحصیل در دانشگاه هرمزگان، به تدریس در دبیرستان‌ها مشغول شدم. از

آن پس ردّپای استاد را از طریق مقالات ایشان که گاهی در مجلهٔ برهان به چاپ می‌رسید و هر بار زاویهٔ دیدی بدیع‌تر از ایشان برای ما آشکار می‌شد، دنبال می‌کردم اما نشانی از استاد نداشتم، تا اینکه در «دوازدهمین همایش آموزش ریاضی» که در سمنان برگزار شد، از طریق آقای **امیری** ـ سردبیر مجلهٔ برهان ـ نشانی از گم‌شدهٔ خویش گرفتم و ارتباط مجدد خود را با استاد شرف‌الدین برقرار کردم:

ای صبا نکهتی از کوی فلانی به من آر — زار و بیمار غمم، راحت جانی به من آر
جان بی‌حاصل ما را بزن اکسیر مراد — یعنی از خاک در دوست نشانی به من آر

هنگام ورود به منزل استاد شرف‌الدین با منظره‌ای دلپذیر مواجه می‌شوید. پنجره‌های منزل ایشان دقیقاً مقابل گلدسته‌ها و گنبد یک مسجد است و چشم‌اندازی ملکوتی را به روی دیدگان شما می‌گشاید. من به قصد گفت‌وگو با استاد به سراغ ایشان رفته بودم. استاد نیز پذیرفت اما به اختصار سخن گفت؛ لذا من با توجه به سابقهٔ ذهنی و شناخت خود از ایشان، برای آگاهی خوانندگان آن گفته‌ها را به‌صورت مبسوط آورده‌ام.

* * *

قبل از انقلاب به سبب فعالیت‌های سیاسی، به من اجازهٔ تدریس در دانشگاه ندادند و فقط در دبیرستان‌ها تدریس می‌کردم. اما بعد از انقلاب وارد دانشگاه الزهرا شدم و در آنجا تدریس می‌کردم

استاد! بهنام آیتی‌پور هستم، از دانشجویان شما در دانشگاه هرمزگان. ایشان هم آقای محمد صمدی انصاری است، از هم دوره‌ای‌های ما و از شاگردان شما. استاد! از دزفول خدمت می‌رسیم.

● بله من به دزفول آمده‌ام، خیلی وقت پیش؛ و خاطرم هست. آن موقع در منازل دزفول زیرزمین‌هایی حفر می‌شد که عمیق بود و حتی منازل را به‌هم مربوط می‌کرد و مردم برای فرار از گرمای هوا در تابستان به آنجا پناه می‌بردند. هنوز هم مردم آن زیرزمین‌ها را می‌سازند؟

نه استاد، فقط تعدادی از آن زیرزمین‌ها در منازل قدیمی باقی‌مانده‌اند. امروزه مردم از کولرهای گازی استفاده می‌کنند. امیدوارم تشریف بیاورید دزفول و ما در کنار رودخانهٔ «دز» و مناظر زیبای آن، میزبان شما باشیم. اگر اجازه بفرمایید گفت‌وگو را شروع کنیم.

● بفرمایید.

استاد لطفاً از تولد و شروع به تحصیل خود بفرمایید؟

● در سال ۱۳۰۸ در شهر تهران متولد شدم. پدرم از روحانیون بنام و از دوستان **شیخ فضل‌الله نوری** بود که همراه ایشان از عتبات به ایران آمد و در تهران مقیم شد. دورهٔ ابتدایی را در دبستان بدر و دورهٔ دبیرستان را در دبیرستان‌های البرز و علمیه سپری کردم و سپس در رشتهٔ ریاضی در دانشگاه تهران پذیرفته شدم. و پس از اخذ لیسانس برای ادامهٔ تحصیل به فرانسه رفتم. ابتدا فیزیک خواندم اما بعد همان رشتهٔ ریاضی را ادامه دادم. در سال ۱۳۵۸ با درجهٔ دکترای ریاضی به میهن برگشتم.

قبل از انقلاب به سبب فعالیت‌های سیاسی، به من اجازهٔ تدریس در دانشگاه ندادند و فقط در دبیرستان‌ها تدریس می‌کردم. اما بعد از انقلاب وارد دانشگاه الزهرا شدم و در آنجا تدریس می‌کردم. بعد هم که در سال ۱۳۷۱ وارد دانشگاه هرمزگان شدم.

از استاد هشترودی خاطره‌ای دارید؟

● در اینجا استاد دستی تکان می‌دهد و به مقام علمی استاد هشترودی ادای احترام می‌کند و می‌گوید: یکی از دانشمندان خارجی که الان نامش را به‌خاطر ندارم، در مورد ایشان گفته است: «هشترودی یک وجب آب روی کرهٔ زمین است.» وقتی استاد هشترودی در جلسه‌ای سخنرانی می‌کرد، دانشجویان سایر رشته‌ها هم می‌آمدند و تا آخر جلسه میخکوب می‌شدند.

و استاد فاطمی...؟

● ایشان یک معلم مسلط بر درس و متمرکز روی بحث بود. قدرت علمی بالا توأم با مهارت تدریس و ارزشیابی دقیق، از ویژگی‌های ایشان بود.

و همکار شما در مجلهٔ برهان، استاد شهریاری...؟

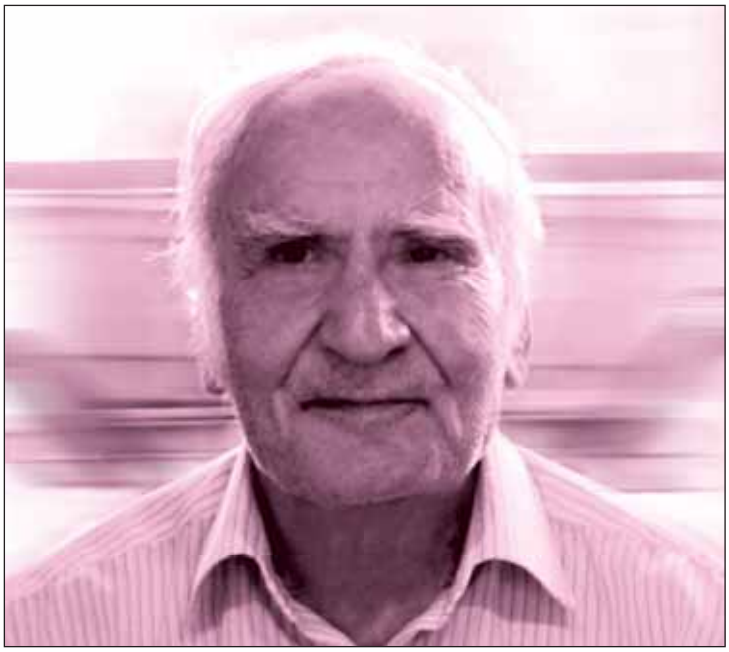
● یک ویژگی آقای شهریاری تسلط به زبان روسی بود. شوروی سابق در آن زمان صاحب ریاضیات پیشرفته‌ای بود و کتاب‌های خوبی در زمینهٔ آموزش ریاضی در آنجا تألیف می‌شد. شهریاری آن‌ها را پیدا و ترجمه می‌کرد. ویژگی دیگر شهریاری این بود که بسیار عاقل بود؛ هم در تألیف و کارهای علمی هم در برخوردهای اجتماعی.

در زمینهٔ کاری، در مسیر ایشان بسیار سنگ‌اندازی می‌کردند. اما شهریاری به‌جای درگیری و اصطکاک، فقط با کارش جواب آن‌ها را می‌داد. کار به‌جایی کشید که حتی مخالفان او زبان به مدح و تمجیدش گشودند؛ حالا یا به اجبار افکار عمومی یا اینکه واقعاً درک کردند که جایگاه علمی شهریاری کجاست. شهریاری در مسائل علمی هم خیلی موشکاف و دقیق بود.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

www.riazisara.ir



استاد در مورد مقالات شما در مجلهٔ برهان صحبت کنیم. ابتدا مقاله‌ای که در آن تساوی جبری:

$$\text{Arctg}\frac{۱}{۲}+\text{Arctg}\frac{۱}{۳}=\frac{\pi}{۴}$$

اثبات شد.

● این اثبات از استاد **ضیاء هشترودی**، برادر هشترودی بزرگ بود که در کلاس درس و در پاسخ به سؤال یکی از دانش‌آموزان ارائه شده بود. من آن را با عنوان یادی از استاد آورده بودم.

ارزش این کار و کارهایی از این دست، برای خیلی‌ها نامعلوم است. آن‌ها فکر می‌کنند با وجود راه‌حل جبری چندخطی، چه نیازی به این راه‌حل هندسی است.

● اولاً حل یک مسئله از چند روش زمینه را برای پرورش خلاقیت فراهم می‌کند. ثانیاً استفاده از قضایا و ابزار هندسی برای حل یک مسئلهٔ جبری باعث فهم بهتر آن‌ها و درک ارتباط بین هندسه و جبر می‌شود.

در جلسه‌ای که خدمت استاد کرم‌زاده ـ چهرهٔ ماندگار ریاضی ـ رسیدم، ایشان از تأسیس شاخهٔ جدیدی در ریاضی به‌نام «هندسهٔ جبر» گفت و مخصوصاً هندسه را ابزاری مهم در اثبات‌های سینماتیک (دیداری) معرفی کرد. این طریق اثبات‌ها قابل فهم‌تر و قابل درک‌ترند و جنبهٔ زیباشناختی هم دارند.

ایشان حادثه‌ای تاریخی را نقل کرد که در آن گروهی از دانشمندان روسی به سرکردگی بورباکی با شعار «خداحافظ هندسه»، شروع به نوشتن کتاب‌های قطور جبری کردند. اما در اثر اشکالاتی که در آن کار پیش آمد، دوباره هندسه ارزش خود را نمایان ساخت. حالا شعار موج جدید پژوهشگران ریاضی این است: «سلام هندسه، خداحافظ بورباکی.»

آقای کرم‌زاده حتی معتقد بود که باید در خانه‌های ریاضی را به‌صورت مثلث با ارتفاع کم ساخت تا مراجعان هنگام ورود به این خانه، ضمن خم شدن احترام بگذارند. البته تشکر اصلی از هندسه‌آفرین آسمان است که با رأس مثلث به او اشاره می‌شود.

● به‌یاد این حرف از افلاطون، مؤسس اولین آکادمی دنیا افتادم که بر سر در آکادمی نوشته بود: «هر کس هندسه نداند، داخل نیاید.» گاوس هم گفته است: «هندسه سلطان علوم و نظریهٔ اعداد ملکهٔ علوم است.»

استاد در مورد مقالهٔ دیگر شما که نامساوی زیر را از ۱۶ روش حل کرده بودید، بفرمایید.

$$x+\frac{۱}{x}\geq ۲$$

● خیلی مهم است که دانش‌آموز بفهمد، یک مسئله یک راه‌حل خاص و از پیش طراحی شده ندارد، و جست‌وجو کند شاید راه‌حل دیگر یا حتی بهتری پیدا کند. اصلاً این یکی از اهداف پنهان ریاضی است که دانش‌آموز در زندگی و در اجتماع در پی تقلید صرف از راه‌حل‌های دیگران نباشد:

خلق را تقلیدشان بر باد داد
ای دو صد نفرین بر این تقلید باد

شما مقاله‌ای با عنوان «مثال‌های ملموس» نوشته‌اید. لطفاً در مورد خود کلمهٔ «مثال ملموس» که کمتر در کتاب‌های درسی دیده می‌شود، توضیح بفرمایید.

● ارائهٔ مثال‌های ملموس، یک هنر برای مدرسان ریاضی یا حتی تمام علوم است. با استفاده از این مثال‌هاست که می‌توان مفهوم را به دانش‌آموز منتقل کرد. مثلاً استادی برای فهماندن مفهوم اختلاف پتانسیل از این مثال ملموس استفاده می‌کرد: «شخصی به بالای ساختمان بلندی می‌رود. حال، چون ارتفاع ساختمان از سطح زمین بسیار بالاتر است، اگر این فرد بیفتد، با سرعت زیاد با زمین برخورد می‌کند. پس عامل این سقوط همان گرانش ناشی از اختلاف سطح است. اختلاف پتانسیل هم نوعی اختلاف سطح الکتریکی است.»

در کتاب‌های علمی، بیشتر به خود مطلب و محتوا و ساختار موضوع علمی توجه می‌شود. اما بعضی از کتاب‌ها جنبهٔ آموزشی دارند و درجهٔ علمی بودن آن‌ها کم‌رنگ‌تر است. حتی در این کتاب‌ها از برخی اثبات‌های غیررسمی ـ اثبات‌هایی که کلیت ندارند ـ استفاده می‌شود تا ابتدا شمایی از موضوع در ذهن دانش‌آموز جای بگیرد، بعد که بحث به اتمام رسید، اثبات‌های علمی با کلیت لازم به‌عنوان پیوست

این هنر یک معلم یا مؤلف ریاضی است که نشان دهد، ریاضی، کاربردی است. یعنی نه‌تنها در علوم دیگر قابل استفاده است، بلکه لازمهٔ فهم و ابزار پیشرفت علوم و فنون است

ارائه می‌شود. درست مانند یک خرّاط که ابتدا بر یک قطعه چوب مناسب تراش‌های کلی را ایجاد می‌کند و سپس به ایجاد تراش‌های ظریف دست می‌زند.

و مقالهٔ شما در مورد «فواره‌ها و حوض‌های آب» و ارتباط دادن آن به مسئلهٔ «مقاومت‌های الکتریکی»...؟

● ریاضی به‌صورت مجرد برای تقویت ذهن و درک استدلال و فراگیری راهبردهای تفکر بسیار عالی است، اما آنچه که اهمیت دارد این واقعیت است که ریاضی در امور دیگر کاربردهای فراوانی دارد. حتی بعضی معتقدند ریاضی زبان علوم است. **کپلر** می‌گوید: «خداوند طبیعت را به زبان ریاضی نوشته است.» حتی گاهی محاسبات ریاضی روی انحراف یک جرم سماوی، به دانشمندی این آگاهی را می‌دهد که عامل گرانشی دیگری، مثلاً یک کره، در این انحراف دخیل بوده است. حتی زمانی که هیچ تلسکوپی یارای دیدن این کره را نداشته است، محاسبات ریاضی این کره را رصد می‌کرده‌اند.

پس این هنر یک معلم یا مؤلف ریاضی است که نشان دهد، ریاضی، کاربردی است. یعنی نه‌تنها در علوم دیگر قابل استفاده است، بلکه لازمهٔ فهم و ابزار پیشرفت علوم و فنون است. پس دانش‌آموز ریاضی نباید اسیر چنگال «اپسیلون» و «دلتا» باشد، بلکه باید درک کند این‌ها به چه درد می‌خورند.

الان شاخه‌ای در دانشگاه تدریس می‌شود به‌نام «ریاضی و کاربردها». البته دنیا هم به اینجا رسیده است که آموزش ریاضی را همراه با کاربردهای آن ارائه کند. قبلاً درس‌هایی در شاخهٔ ریاضی دبیرستان ارائه می‌شد، مثل هندسهٔ ترسیمی و رقومی، در حالی‌که دانش‌آموز بیچاره نمی‌دانست که این درسی است که به درد نقشه‌کشی می‌خورد. یا مثلاً کتاب مفصلی در مثلثات و معادلات کلاسیک و غیرکلاسیک وجود داشت، اما اینکه کاربرد آن چه بود، دانش‌آموز نمی‌فهمید.

البته مثلثات علمی ارجمند و کارامد در تعیین اندازه‌ها، فواصل و محاسبات نجومی است، اما دانش‌آموزان آن موقع نمی‌فهمیدند که این محاسبات و معادلات مثلثاتی به چه درد می‌خورد، چون کاربرد آن‌ها در کتاب درسی جایگاهی نداشت.

استاد در همایشی که به مناسبت سال جهانی ریاضیات ـ ۲۰۰۰ میلادی ـ برگزار شد، شما در مورد استفاده از ادبیات فارسی و هنرهای ایرانی، مانند نقوش قالی‌بافی و کاشی‌کاری مساجد در آموزش ریاضی صحبت کردید. در این زمینه توضیح می‌فرمایید؟

● دنیا در آموزش ریاضی به دنبال بومی‌سازی است. یعنی هر منطقه از جهان دارای یک بومِ زیستی یا زیست‌بوم، یک بوم اجتماعی، و یک بوم تاریخی ـ فرهنگی است. شما نمی‌توانید در هر منطقه از جهان یک نوع فیلم سینمایی بسازید، بلکه باید متناسب با همان بوم این فیلم ساخته شود.

چنین موردی هم در آموزش ریاضی وجود دارد. ما، دانشمندان ایرانی تأثیرگذاری در تاریخ ریاضی جهان داشته‌ایم. این یک ظرفیت بالاست. دانش‌آموز ایرانی باید با کارهای بزرگانی چون **خوارزمی، خیام** و... آشنا شود تا احساس غرور ملی در او به‌وجود آید و همین غرور ملی باعث افزایش علاقهٔ او به آموزش ریاضی شود. یعنی باید کاربردی دوسویه بین غرور ملی و آموزش ریاضی ایجاد شود. نقوش پرتقارن در قالی‌های ایرانی، مهندسی اماکن قدیمی، و به‌خصوص ادبیات گهرریز فارسی، از این قاعده مستثنا نیستند.

استاد دربارهٔ نقش ادبیات در ریاضی صحبت می‌فرمایید؟

● دربارهٔ نقش ادبیات در آموزش ریاضی یا خود ریاضی؟

هر دو. ما در مطالعهٔ متون ریاضی ترجمه شده، به کلمات تخصصی برمی‌خوریم که درست معادل‌سازی نشده‌اند. برای مثال، کلمهٔ «تعریف نشده» که برگردان واژه به واژهٔ «no define» است. در صورتی که «بی‌وجود» واژه‌ای مناسب‌تر به نظر می‌رسد. یا در بعضی از کتاب‌ها در یک فصل کلمهٔ «حوزهٔ تعریف» را معادل «domain» آورده‌اند و در فصل بعد، آن را «دامنه» نامیده‌اند. واژه‌هایی مانند «مجموعهٔ بسته» برگردان خوبی نیست، چون مخالف آن می‌شود «مجموعهٔ باز» و این مقصود را به ذهن متبادر نمی‌سازد. شاید کلمهٔ «پیکر» برای مجموعهٔ بسته، و «ابتر» برای مجموعهٔ غیربسته بهتر بود. روی کلمات «گروه»، «حلقه» و «میدان» هم می‌شود بحث کرد.

استاد، کلمهٔ «تعریف نشده» در کتاب «ریاضی ۱» معادل «no define» آمده اما در کتاب «هندسهٔ ۱» معادل کلمهٔ «primary concept» آورده شده است. یعنی باید دانست، در زمینهٔ آموزش ریاضی و ادبیات، انطباقی بین ریاضی و پدیده‌ای مانند شعر وجود ندارد. اما گاهی می‌توان از یک شعر در آموزش ریاضی استفاده کرد و این هم از هنرهای معلم است که شما در کتاب «ریاضی دل‌انگیز در ادب گهرریز» به این مقوله پرداخته‌اید.

● به اعتقاد من، ادبیات باید زایش و رویش جدیدی در بعضی شاخه‌ها، از جمله آموزش ریاضی داشته باشد. بیان برخی از قواعد ریاضی در قالب نظم، باعث جذابیت آموزش می‌شود. این کاری است که تاکنون مغفول مانده و شاید کتاب من مقدمه‌ای بر این کار

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

باشـد. اما در این کتاب اشعاری آمده است که با دید ریاضی می‌توان نکات لطیفی را در آن‌ها یافت.

ë استاد دربارهٔ شیخ فضل‌الله نوری و صحبت‌هایی که میان دانشجویان در مورد ارتباط خانوادهٔ شما با ایشان می‌شد، مطالبی بفرمایید.

● فامیل ما در اصل **شرف‌الدّین نوری** است و اصلیت ما از شهرستان نور استان مازندران است. پدرم از دوستان شیخ فضل‌الله نوری بود و به همراه ایشان از عتبات به تهران آمد. او از حوادثی که به اعدام این بزرگوار منجر شد، بسیار متأثر بود و چون من در آن زمان کودک بودم، بنا به مصالحی در این مورد به من چیزی نمی‌گفت. اما همیشه با برادر ارشدم و مادرم با تأسف فراوان از مرگ این بزرگ مرد صحبت می‌کرد و من هم جسته گریخته مطالبی می‌شنیدم. [در اینجا استاد به گریه افتاد و ما سعی کردیم بحث را عوض کنیم. در عین حال از احساس استاد و احترامی که بعد از گذشت این همه سال برای مقام و شخصیت شیخ قائل بود، متعجب شدیم.]

سال‌ها بعد در زمان **رضاشاه** از پدرم خواستند که در عدلیه مشغول به‌کار شود، اما پدرم با شناختی که از افکار حاکمیت داشت و نفرتی که اقدامات ضدمذهبی مانند «کشف حجاب» در وی ایجاد کرده بود، امتناع کرد. البته من هم در دانشگاه درگیر مسائل سیاسی شدم و آن‌طور که باید و شاید روی مباحث ریاضی متمرکز نشدم، وگرنه شاید نتایج علمی بهتری می‌گرفتم. ای کاش وارد مسائل سیاسی نمی‌شدم.

ë چرا استاد! با اینکه دانشجو دید سیاسی داشته باشد، مخالفید؟

● نه با دید سیاسی مخالف نیستم، بلکه معتقدم سیاست یک علم است و پیچیده‌ترین علم‌هاست. نباید با مسائل سیاسی برخورد احساسی کرد. با احساسات و غرور جوانی، اما با اطلاعات اندک سیاسی، نمی‌توان داخل این گود رفت و اشتباه هم نکرد. از طرف دیگر، من فکر می‌کنم پزشکی هم که با کشف روش‌درمان یک بیماری، به جامعهٔ خود خدمت می‌کند، در جایگاه خود یک انقلابگر است.

ë استاد سؤالات دیگری هم داشتیم، ولی به‌علت طولانی‌شدن زمان گفت‌وگو، با چند بیت از مولوی در دیوان شمس تبریزی، کلام را به پایان می‌بریم و برای شما آرزوی سلامتی و تندرستی داریم.

باز گردد عاقبت این در بلی
رام گردد یار سیمین بر بلی
آن بر سیمین و این روی چو زر
اندر آمیزند سیم و زر بلی
من خمش گردم ولیکن از دلم
تا ابد روید نی و شکّر بلی

دانش‌آموز ایرانی باید با کارهای بزرگانی چون خوارزمی، خیام و... آشنا شود تا احساس غرور ملی در او به‌وجود آید و همین غرور ملی باعث افزایش علاقهٔ او به آموزش ریاضی شود

برخی آثار استاد شرف‌الدین

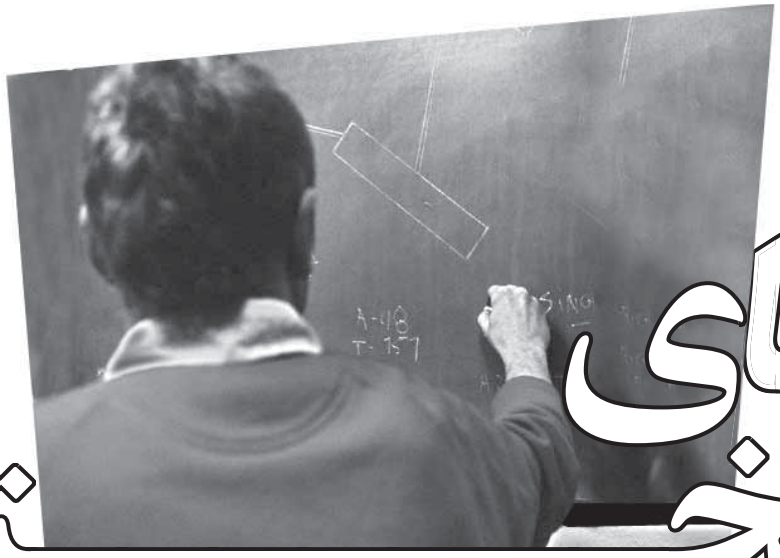
۱. طرح یک ماشین‌حساب آنالوژیک برای حل و بحث معادله‌های جبری با ضریب‌هایی که به چند پارامتر بستگی دارند.
این اثر در مجلهٔ A.I.C.A ارگان «انجمن بین‌المللی حساب آنالوژیک»
Annales de l'Association International pour le calcul Analogique.
Proceedings of the international Association for Analog Computation.
به چاپ رسیده است (ژانویه ۱۹۷۳).
۲. طرح یک خط‌کش حساب برای حل تقریبی و سریع معادلات درجهٔ سوم، از انتشارات سازمان پژوهش‌های علمی و صنعتی ایران، آذر ۱۳۶۲.
۳. مدل ریاضی برای طرح یک دفاز و ردیژیتال برنامه‌یاب، سخنرانی در کنفرانس سالانهٔ ریاضی، فروردین ۱۳۷۵، دانشگاه شیراز.
۴. کتاب «چند قضیهٔ هندسه» (اثر پژوهشی)، ۱۳۴۷.
۵. روشی برای حل معادلهٔ جبری درجه چهارم، مندرج در مجلهٔ Mathématiques Speciales، دسامبر ۱۹۷۱.
۶. کتاب «دربارهٔ معادله‌های جبری»، اثر پژوهشی، از انتشارات وزارت علوم، ۱۳۵۳.
۷. کتاب «پژوهش‌هایی در ریاضیات»، اثر پژوهشی، منتشر در سال ۱۳۵۳.
۸. کتاب «چند مسئلهٔ مشهور هندسه»، تألیف و نقد، از انتشارات امیرکبیر، ۱۳۵۳.
۹. کتاب مختصر «مقدمه بر جبر بول و کاربرد آن در زنجیره‌های اتصالی‌ها»، (ترجمه)، از انتشارات مروج، ۱۳۵۳.
۱۰. مبحثی تحت عنوان «طیف تابع‌های بول و مدل پایه‌ها»، (اثر پژوهشی)، به زبان فرانسه، دسامبر ۱۹۷۹.
۱۱. کتاب «هندسهٔ تحلیلی چندمحوری و چند رسالهٔ دیگر»، از انتشارات مدرسه، ۱۳۷۳.
۱۲. کتاب «هندسهٔ دلپذیر»، از انتشارات مدرسه، ۱۳۷۷.
۱۳. کتاب «ریاضی دلاویز در ادب گهرریز»، از انتشارات مدرسه، ۱۳۸۰.
۱۴. «تاریخ ریاضیات ایران از عهد صفوی تا تأسیس مدرسه دارالفنون»، منتشر شده در بخش اول کتاب «علوم محضه»، از انتشارات انجمن آثار و مفاخر ایران، ۱۳۸۴.
۱۵. طرح یک ماشین الکترونیک، سخنرانی در کنگره بین‌المللی ریاضی‌دان‌ها، شهریورماه ۱۳۸۵، در مادرید (اسپانیا).

* behayati110@yahoo.com

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

محرم نژاد ایردموسی*



پای تخته

مقدمه

«پای تخته» عنوان بخش ثابتی در فصل‌نامهٔ برهان است که از دو بخش داخلی «مسئله‌ها» و «راه‌حل‌ها» تشکیل شده است. در هر شماره از فصل‌نامه، تعدادی مسئلهٔ جدید مطرح می‌شود که همهٔ خوانندگان مجله را به چالش می‌طلبد. همچنین، از خوانندگان مجله دعوت می‌کنیم که مسائل خود را برای انعکاس در مجله برایمان بفرستند. توجه داشته باشید که مسائل خود را همراه با حل آن‌ها بفرستید.

شما می‌توانید مسائل و راه‌حل‌های خود را از طریق پستی (به آدرس فصل‌نامه) و یا از طریق پست الکترونیکی برایمان بفرستید که طریقهٔ دوم سریع‌تر و بهتر خواهد بود. در صورتی که خواستید از طریق پست الکترونیکی اقدام کنید، صفحات نوشته‌های خود را اسکن (با وضوح حداقل ۱۵۰dpi) و یا تایپ کنید و بفرستید. در پایان هر سال اسامی نفرات برتر در فصل‌نامه درج و به بهترین‌ها جوایز نفیسی اهدا خواهد شد.

همچنین می‌توانید با مراجعه به وبلاگ مجله که نشانی آن در صفحه فهرست مجله موجود است به مسائل شماره‌های آینده دسترسی پیدا کنید.

بخش اول:

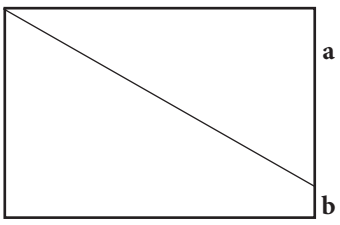
مسئله‌ها

۱۰۱. اعداد سه رقمی $\overline{ab۴}$ و $\overline{۴ab}$ در تساوی زیر صدق می‌کنند. عدد دو رقمی $\overline{ab}$ را بیابید.

$$۴۰۰-\overline{ab۴}=\overline{۴ab}-۴۰۰$$

۱۰۲. عدد ۲۰۱۳ دارای این خاصیت است که ارقام آن چهار رقم متوالی هستند. قبل از سال ۲۰۱۳، نزدیک‌ترین سالی که این خاصیت را داشته، چه سالی بوده است؟

۱۰۳. با یک خط، مستطیلی را به دو بخش افراز کرده‌ایم، به‌طوری که a>b و نسبت مساحت دو بخش ۸ به ۳ است. اگر a+b=۱۳۲، مقدار a را بیابید.



۱۰۴. از دنبالهٔ اعداد طبیعی، مضارب ۷ را حذف کرده‌ایم. در دنبالهٔ جدید، جمله nام را بیابید. برای مثال، جملهٔ هفتم این دنباله ۸ و جملهٔ پانزدهم ۱۷ است.

۱۰۵. چند مثلث متساوی‌الساقین وجود دارد که متساوی‌الاضلاع نیست و طول ساق‌های آن عددی طبیعی، کوچک‌تر یا مساوی n است؟ $(n\in N)$

۱۰۶. ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین PQRS دارای دو قاعدهٔ PQ=۶ و RS=۱۰ است. فاصلهٔ دو قاعده ۱۲ است. شعاع کوچک‌ترین دایره‌ای که ذوزنقه را می‌پوشاند، چه‌قدر است؟

۱۰۷. عدد طبیعی N را k- ویژه می‌نامیم، هرگاه مجموع ارقام N به‌علاوهٔ k برابر حاصل‌ضرب ارقام N، برابر با خود عدد N باشد. برای مثال، ۲۹، ۱- ویژه است، چون ۲+۹+۲×۹=۲۹.

الف) همهٔ اعداد دو رقمی ۱- ویژه را پیدا کنید.

ب) ثابت کنید (به روش جبری) که رقم اول همهٔ جواب‌های (الف) یکسان است.

ج) نشان دهید هیچ عدد دو رقمی وجود ندارد که ۲- ویژه باشد.

د) برای چه مقادیری از k، عدد دو رقمی k- ویژه وجود دارد؟

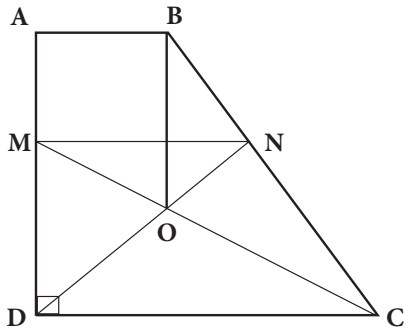
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۱۰۸. ثابت کنید سه عدد حقیقی گنگ نمی‌توان یافت که مجموع هر دوتای آن‌ها گویا باشد.

۱۰۹. چهار عدد حقیقی a، b، c و d مفروض‌اند. ثابت کنید حداکثر ۴ زوج مانند {x,y} میان آن‌ها می‌توان یافت، به‌طوری که: $1<|x-y|<2$. برای ۴ زوج یک مثال از چهار عدد حقیقی پیدا کنید.

۱۱۰. (ارائه شده توسط هوشنگ شرقی از اعضای هیئت تحریریه مجله)
در ذوزنقهٔ قائم‌الزاویهٔ ABCD، M و N روی AD و BC چنان قرار دارند که MN موازی قاعده‌های ذوزنقه است. اگر O نقطهٔ برخورد DN و CM باشد و BO||AD، ثابت کنید:

$$\frac{AD}{AM}=\left(\frac{CD}{MN}\right)^2$$



بخش دوم:

راه‌حل‌ها

۴۱. همهٔ زوج اعداد حقیقی (a,b) را بیابید، به‌طوری که: $a+b=1$ و $(a^2+b^2)(a^3+b^3)=a^4+b^4$.

● **حل:** به کمک اتحاد $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$ و با فرض $a+b=1$، داریم: $(a^2+b^2)(a^2-ab+b^2)=a^4+b^4$. پس از ساده کردن به تساوی $ab(a-b)^2=0$ می‌رسیم. در نتیجه $a=0$، یا $b=0$ و یا $a=b$. در هر یک از این سه حالت یک جواب به‌دست می‌آید. جواب‌ها عبارت‌اند از: $(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ یا $(1,0)$ یا $(a,b)=(0,1)$.

۴۲. مرکز دایرهٔ محاطی مثلث ABC از متوازی‌الاضلاع ABCD روی قطر BD واقع است. ثابت کنید ABCD لوزی است.

● **حل:** مرکز دایرهٔ محاطی مثلث ABC را O و پای عمودهای وارد بر اضلاع AB و BC از نقطهٔ O را به‌ترتیب H_1 و H_2 بنامید. چون $OH_1=OH_2$ و $BH_1=BH_2$، دو مثلث قائم‌الزاویه OH_1B و OH_2B همنهشتند و در نتیجه: $\angle DBC=\angle ABD$. از طرف دیگر، امتداد BO از D می‌گذرد و در نتیجه: $\angle ABD=\angle BDC$. در نتیجه: $\angle DBC=\angle BDC$ که نشان می‌دهد مثلث DBC متساوی‌الساقین است. بنابراین: DC=CB و در نتیجه ABCD یک لوزی است.

۴۳. قطرهای A_1A_3، A_2A_4، A_3A_5، A_4A_6، A_5A_1 و A_6A_2 از شش‌ضلعی $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$، یکدیگر را قطع می‌کنند تا شش‌ضلعی منتظم $B_1B_2B_3B_4B_5B_6$ حاصل شود. ثابت کنید $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ نیز منتظم است.

● **حل:** فرض کنید امتداد B_1B_2 به رأس A_1 و امتداد B_1B_6 به A_2 رسیده باشد. در دو مثلث حاصل، دو زاویهٔ $A_1B_1B_6$ و $A_2B_1B_2$ برابر 60° هستند. با تکرار همین استدلال در رئوس B_i نتیجه خواهد شد که مثلث‌های $A_1B_1B_6$، $A_2B_1B_2$، ... و $A_6B_5B_6$ متساوی‌الاضلاع و همنهشت هستند. در نتیجه مثلث‌های $A_1A_2B_1$، $A_2A_3B_2$، ... و $A_6A_1B_6$ به حالت دو ضلع و زاویهٔ بین با هم همنهشت خواهند شد. در نتیجه اضلاع شش‌ضلعی $A_1A_2...A_6$ با هم برابر هستند. چون زاویه‌های مجاور به ساق‌ها در مثلث‌های $A_1A_2B_1$، ... و $A_6A_1B_6$ ۳۰ درجه هستند، در نتیجه زوایای شش‌ضلعی $A_1A_2...A_6$ برابر ۱۲۰ درجه هستند و حکم ثابت می‌شود.

۴۴. در مثلث ABC با طول اضلاع $|BC|=a$، $|CA|=b$ و $|AB|=c$، ثابت کنید: $\angle ABC=60^\circ$ اگر و تنها اگر:

$$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}=\frac{3}{a+b+c}.$$

● **حل:** تساوی داده شده معادل است با تساوی $b^2=a^2+c^2-ac$. از طرف دیگر، قضیه کسینوس‌ها بیان می‌کند که: $b^2=a^2+c^2-2ac.\cos B$.
در نتیجه اگر $\angle ABC=60^\circ$، آن‌گاه: $\cos B=\frac{1}{2}$ که تساوی $b^2=a^2+c^2-ac$ را نتیجه می‌دهد. همچنین، تساوی $b^2=a^2+c^2-ac$ به همراه قضیهٔ کسینوس‌ها نتیجه می‌دهد: $\cos B=\frac{1}{2}$. بنابراین $\angle ABC=60^\circ$.

۴۵. رقم یکان عدد $S=1^1+2^2+3^3+...+2011^{2011}$ را بیابید.

● **حل:** بدیهی است که اگر r رقم یکان a باشد، رقم یکان a^n با رقم یکان r^n برابر است، بنابراین رقم یکان 1^1 و 11^{11} و 21^{21} و... و 2011^{2011} همگی برابر ۱ می‌باشد. همچنین رقم یکان 10^{10} و 20^{20} و... و 2010^{2010} همگی صفر می‌باشد. رقم یکان 2^2 و 12^{12} و 22^{22} و... و 2002^{2002} نیز با رقم‌های یکان 2^2 و 2^{12} و 2^{22} و 2^{32} و... و 2^{2002} برابر است. همچنین می‌دانیم رقم‌های یکان توان‌های ۲ به‌صورت تناوبی با دورهٔ تناوب ۴ بین ۲ و ۴ و ۸ و ۶ نوسان می‌کنند. پس رقم‌های یکان عددهای 2^{4k} و 2^{4k+1} و 2^{4k+2} و 2^{4k+3} به‌ترتیب ۶ و ۲ و ۴ و ۸ می‌باشد.
بنابراین رقم‌های یکان 2^2 و 2^{12} و 2^{22} و... و 2^{2002} به‌ترتیب مساوی ۴ و ۶ و ۴ و ۶ و... و ۴ است. با استدلالی مشابه، رقم‌های یکان 3^3 و 3^{13} و 3^{23} و... 3^{2003} به‌ترتیب ۷ و ۳ و ۷ و ۳ و... و ۷ و رقم‌های یکان 4^4 و 4^{14} و 4^{24} و... و 4^{2004}، همگی مساوی ۶ می‌باشد. و رقم‌های یکان تمام توان‌های ۵ و ۶ نیز مساوی ۵ و ۶ هستند. رقم‌های یکان 7^7 و 7^{17} و 7^{27} و... و 7^{2007} نیز به‌ترتیب برابر ۳ و ۷ و ۳ و... و ۳ و رقم‌های یکان 8^8 و 8^{18} و 8^{28} و... و 8^{2008} به‌ترتیب ۶ و ۴ و ۶ و... و ۶ و رقم‌های یکان

9^9 و 9^{19} و... و 9^{2009} نیز همگی مساوی ۹ است. به این ترتیب داریم:

$$1^1+2^2+3^3+\ldots+2011^{2011}\overset{10}{\equiv}(1+1+\ldots+1)$$
$$+(4+6+4+6+\ldots+4)+(7+3+\ldots+7)$$
$$+(6+6+\ldots+6)+(5+5+\ldots+5)+(6+6+\ldots+6)$$
$$+(3+7+3+\ldots+3)+(6+4+6+\ldots+6)$$
$$+(9+9+\ldots+9)=202+(100\times6+101\times4)$$
$$+(100\times3+101\times7)+(201\times6)+(201\times5)$$
$$+(201\times6)+(100\times7+101\times3)+(100\times4+101\times6)$$
$$+201\times9=9448$$

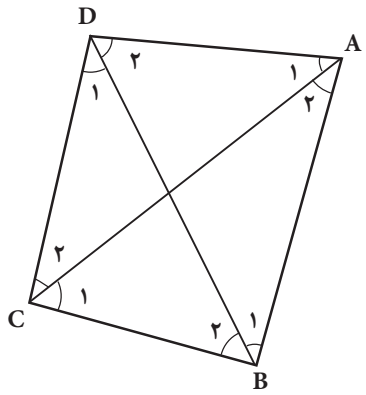
و لذا رقم یکان مساوی ۸ است.

۴۶. همهٔ اعداد طبیعی n را بیابید، به‌طوری که $1+2^2+3^3+4^n$ مربع کامل باشد.

● **حل:** باید معادلهٔ $32+2^{2n}=m^2$ را در مجموعهٔ اعداد طبیعی حل کنیم. با تبدیل معادله به شکل $(m-2^n)(m+2^n)=32$، می‌توان نتیجه گرفت برای $m-2^n$ تنها مقادیر ۲ و ۴ قابل قبول‌اند. در حالت اول $m+2^n=16$ و در حالت دوم $m+2^n=8$ خواهد شد. با حل این دو دستگاه به جواب $m=6$ و $n=1$ می‌رسیم. بنابراین، برای n تنها یک مقدار مطلوب وجود دارد.

۴۷. در چهارضلعی ABCD، داریم: $|AD|=|BD|=|CD|$ و $\angle ADB=\angle DCA=\angle BAC$. مطلوب است اندازهٔ زوایای چهارضلعی.

● **حل:** با نام‌گذاری زوایا به‌صورت زیر، از تساوی‌های داده شده داریم: $D_2=C_2=A_2$ و: $C_1+C_2=B_2$، $A_1+A_2=B_1$ و $C_2=A_1$.



در نتیجه، با فرض $A_1=x$ خواهیم داشت:

$C_1+B_2=A_1+D_2$ و $B_1=2x$ و $C_2=x=D_2=A_2$ از $C_1+B_2=2x$ و $B_2-C_1=x$ خواهیم داشت: $B_2=\frac{3x}{2}$ و $C_1=\frac{x}{2}$، در نتیجه در مثلث ABC داریم: $C_1+B+A_2=180\Rightarrow 5x=180$. بنابراین $x=36^\circ$ که از روی آن همهٔ زوایای چهارضلعی به‌دست می‌آیند.

۴۸. دو قطر ذوزنقهٔ ABCD با دو قاعدهٔ AB و CD، یکدیگر را در نقطهٔ P قطع می‌کنند. ثابت کنید مجموع مساحت دو مثلث PAB و PCD از مجموع مساحت دو مثلث PBC و PDA بیشتر است.

● **حل:** فرض کنید: $AB\le CD$. از نقطهٔ P دو عمود PH_1 و PH_2 را بر AB و CD وارد کنید. دو مثلث PH_1A و PH_2C با هم و دو مثلث PH_1B و PH_2D با هم متشابه هستند. در نتیجه: $\frac{AH_1}{H_2C}=\frac{BH_1}{DH_2}=\frac{PH_1}{PH_2}$.

بنابراین: $\frac{AB}{DC}=\frac{PH_1}{PH_2}$. پس: $PH_1\le PH_2$. در نتیجه:

$$(DC-AB)(PH_2-PH_1)\ge 0$$
$$\Rightarrow DC.PH_2+AB.PH_2\ge DC.PH_1+AB.PH_2$$
$$\Rightarrow DC.H_1H_2+AB.H_1H_2\le 2(DC.PH_2+AB.PH_1)$$
$$\Rightarrow 2S(ABCD)\le 4(S(PAB)+S(PCD))\Rightarrow \text{حکم}$$

۴۹. نامساوی زیر را ثابت کنید:

$$2010<\frac{2^2+1}{2^2-1}+\frac{3^2+1}{3^2-1}+\ldots+\frac{2010^2+1}{2010^2-1}<2010+\frac{1}{2}$$

● **حل:** با توجه به تساوی $\frac{n^2+1}{n^2-1}=1+\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}$ برای هر عدد طبیعی $n\ge 2$، مجموع داده شده برابر خواهد شد با:

$$A=(1+\frac{1}{1}-\frac{1}{3})+(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{4})+(1+\frac{1}{3}-\frac{1}{5})+\ldots$$
$$+(1+\frac{1}{2009}-\frac{1}{2011})=2009+1+\frac{1}{2}-\frac{1}{2010}$$
$$-\frac{1}{2011}=2010+\frac{1}{2}-\frac{4021}{2010\times2011}$$

که حکم را به‌راحتی نتیجه می‌دهد.

۵۰. یک ۱۳۹۲- ضلعی به تعدادی مثلث افراز شده است. حداقل تعداد مثلث‌ها را بیابید.

● **حل:** فرض کنید ۱۳۹۲-ضلعی به k مثلث افراز شده باشد. مجموع زوایای این مثلث‌ها با مجموع زوایای ۱۳۹۲-ضلعی برابر است (چون افراز داریم). در نتیجه اگر t رأس از مثلث‌ها داخل چندضلعی باشند، داریم:

$$k*180=(1392-2)*180+t*360\Rightarrow k=1390+2t$$

بنابراین کمترین مقدار k زمانی است که $t=0$ و $k=1390$. یک مثلث‌بندی با ۱۳۹۰ مثلث می‌تواند این‌گونه ساخته شود که یک رأس چندضلعی را به همهٔ رئوس دیگر وصل کنیم.

* iradmusa@yahoo.com

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir
ایستگاه اندیشه و ادب ریاضی

é **تالس ملطی** (یا میلتوسی) یکی از هفت حکیم برتر یونان باستان بود. دربارهٔ اندیشمندی و خرد او روایت‌های بسیاری به ما رسیده است. زمانی، برای آنکه به نادانانی که تصور می‌کردند، دانشمندان چون تنبل‌اند و نمی‌توانند ثروت‌اندوزی کنند به دانش‌اندوزی روی آورده‌اند، تالس ثابت کند که تصورشان نادرست است، وی چندماه قبل از فصل برداشت محصول زیتون مزارع ناحیهٔ خود، همهٔ دستگاه‌های روغن‌کشی موجود در آنجا را خریداری کرد. هنگام چیدن زیتون‌ها که رسید، همه نیازمند دستگاه روغن‌کشی بودند که در تمام شهر نایاب شده بود! در این وقت، تالس با اجاره دادن دستگاه‌های خود ثروت هنگفتی اندوخت! البته بعد همهٔ آن ثروت را صرف اشاعهٔ دانش کرد!

و باز در مورد او روایت شده است که روزی مردی به او مراجعه کرد تا از او برای مشکلی که داشت، چاره‌جویی کند. مرد گفت که کارش بار کردن نمک بر پشت الاغ و رساندن آن به مناطق اطراف است. الاغ یاد گرفته است که هنگام عبور از رودخانه، با کج کردن بارش در رودخانه، و حل کردن نمک در آب، از وزن بارش کم کند و به این ترتیب به او ضرر زیادی وارد کرده است! تالس به او توصیه کرد که یک‌بار به‌جای نمک، اسفنج دریایی بار الاغش کند! و مشکل مرد برای همیشه حل شد!

é **ارشمیدس**، ریاضی‌دان و فیزیک‌دان شهیر یونان باستان، وصیت کرده بود که روی سنگ قبرش تصویر یک کره را که در آن استوانه‌ای محاط شده است، حک کنند! و به وصیتش هم عمل کردند. جالب این است که در قرن گذشته، این سنگ قبر کشف شد و اکنون در موزهٔ شهر «سیراکیوز» یونان نگهداری می‌شود!

é **رنه دکارت**، فیلسوف و ریاضی‌دان فرانسوی قرن شانزدهم، واضع هندسهٔ تحلیلی (مختصاتی) بود. داستانی است که می‌گوید او این کشف را از مشاهدهٔ حرکت یک مگسِ نشسته بر روی دیوار اتاقش به‌دست آورد! زیرا تصور کرد که مسیر حرکت مگس نسبت مستقیمی با فاصلهٔ آن از دو طرف دیوار در هر زمان دارد!

é دربارهٔ **اسحاق نیوتون**، ریاضی‌دان و فیزیک‌دان مشهور قرن هفدهم، روایات جالب بسیاری وجود دارد که اکثر آن‌ها دربارهٔ حواس‌پرتی مفرط اوست! مانند این داستان مشهور که هنگام جوشاندن تخم‌مرغ، برای اندازه‌گیری زمان، از خدمتکارش یک ساعت گرفت. اما ساعتی بعد خدمتکار دید که نیوتون، تخم‌مرغ در دست، در حال تفکر است ولی ساعت درون آب جوش است! این می‌تواند یک قصه باشد، اما یک روایت کاملاً واقعی از زندگی نیوتون وجود دارد که طبق آن، وی زمانی یکی از دوستان نزدیکش را برای صرف ناهار دعوت کرد و خدمتکارش ناهار را که جوجهٔ پخته‌ای بود و زیر سرپوش قرار داشت، برایشان آورد و روی میز گذاشت. اما کمی بعد نیوتون از اتاق خارج شد و بی‌توجه به مهمان برای کاری از خانه بیرون رفت. ساعتی گذشت و مهمانش چون گرسنه بود، سرپوش را برداشت و تمام جوجه را خورد و استخوان‌هایش را جا گذاشت!

بعداً نیوتون برگشت و با عجله به سر میز رفت. سرپوش را برداشت و چون استخوان‌ها را دید، به مهمانش گفت: «اوه! معذرت می‌خواهم، یادم نبود که ناهار را خورده‌ایم!»

تالس ارشمیدس دکارت نیوتون

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

ترکیبات

کلیدواژه‌ها: ترکیبیات، مهرهٔ متمایز و غیرمتمایز، معادلهٔ سیاله، اعداد استرلینگ

فرزاد حمزه‌پور*
دبیر ریاضی از استان
کردستان، شهرستان بانه

مقدمه

جهان ریاضیات، جلوه‌گاه تلاش آدمی برای دست یافتن به دنیایی زیباتر و پرشکوه‌تر است. چه آن زمان که انسان‌های دوران دیرینه سنگی، با نقاشی‌های خود بر دیوارهٔ غارها، اولین تصورات ما را از عدد شکل می‌دادند و به زندگی غنا می‌بخشیدند، و چه زمانی که انسان‌های دوران نوسنگی، سرانجام به سرگردانی و خانه‌به‌دوشی پایان دادند و دهکده‌ها را پدید آوردند و مفهوم عدد را توسعه بخشیدند. و چه امروز؛ همه می‌کوشیدند و می‌کوشند تا جهانی نو را برپا دارند.

یکی از مسائل بسیار مهم در ریاضیات گسسته، دورهٔ پیش‌دانشگاهی، بحث ترکیبیات است؛ به‌ویژه مسئلهٔ انتخاب تعداد r نوع گل از n نوع گل، به شرط آنکه تکرار هم جایز باشد، و معادل بودن آن با تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی $x_1 + x_2 + \dots + x_n = r$.

بنابر تجارب خود در تدریس این کتاب و مبحث یاد شده، به نظرم رسید که این مسئله و سؤالاتی از این دست را به روش زیر و به‌گونه‌ای خوش‌فهم بیان کنم. امید که مورد قبول واقع شود.

مسائل تخصیص

● قراردادن r مهره در n جعبهٔ متمایز

n جعبه در اختیار داریم و می‌خواهیم r مهره را داخل آن‌ها قرار دهیم. بسته به اینکه مهره‌ها متمایز باشند یا خیر و قراردادن بیش از یک مهره در داخل یک جعبه مجاز باشد یا خیر، چهار حالت داریم:

الف. مهره‌ها متمایز و تکرار مجاز:

قراردادن مهرهٔ شمارهٔ ۱: n حالت
قراردادن مهرهٔ شمارهٔ ۲: n حالت
.
.
.
قراردادن مهرهٔ شمارهٔ r: n حالت
طبق اصل ضرب، تعداد کل حالات برابر است با: n^r

ب. مهره‌ها متمایز و تکرار غیرمجاز:

قراردادن مهرهٔ شمارهٔ ۱: n حالت
قراردادن مهرهٔ شمارهٔ ۲: n-۱ حالت
.
.
.
قراردادن مهرهٔ شمارهٔ r: n-(r-۱) حالت
طبق اصل ضرب، این اعمال یکی پس از دیگری به حاصل‌ضرب این حالات انجام‌پذیر است که برابر است با:

$$\text{کل حالات} = n(n-1)(n-2)\dots(n-(r-1)) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

پ. مهره‌ها غیرمتمایز و تکرار هم غیرمجاز:

$$\frac{n!}{(n-r)!} \times \frac{1}{r!} = \binom{n}{r}.$$

ت. مهره‌ها غیرمتمایز و تکرار مجاز باشد:

$$\binom{n-1+r}{n-1}.$$

دانلود از سایت ریاضی سرا

یکی از مسائل بسیار مهم در ریاضیات گسسته، دورهٔ پیش‌دانشگاهی، بحث ترکیبیات است؛ به‌ویژه مسئلهٔ انتخاب تعداد r نوع گل از n نوع گل

اثبات

برای درک کامل این مورد، ابتدا به روش زیر عمل می‌کنیم، سؤالات دیگری را مطرح می‌کنیم و سپس از روی آن‌ها به اثبات مورد (ت) می‌پردازیم:

سؤال اول: به چند طریق می‌توان n مهرهٔ سفید متمایز و m مهرهٔ سیاه متمایز دیگر را کنار هم چید؟

● **حل:** طبق جایگشت‌های متمایز به $(n+m)!$ طریق میسر است.

سؤال دوم: به چند طریق می‌توان n مهرهٔ سفید غیرمتمایز و m مهرهٔ سیاه غیرمتمایز دیگر را کنار هم چید؟

● **حل:** طبق جایگشت‌های متمایز به $\frac{(n+m)!}{m!\times n!}$ طریق میسر است.

سؤال سوم: به چند طریق می‌توان r مهرهٔ غیرمتمایز را در n جعبهٔ متمایز قرار داد، در صورتی که تکرار هم جایز باشد؟

● **حل:** با توجه به جدول زیر داریم:

۱	۲	...	n
$\underbrace{\circ\circ\dots\circ}_{r}$	۰	۰	۰
$\underbrace{\circ\circ\dots\circ}_{r-1}$	۰	۰	۰
۰ ۰	$\underbrace{\circ\circ\dots\circ}_{r-5}$ ۰ ۰	۰ ۰ ۰	۰۰۰۰۰ ۰ ۰

هر کدام از این حالات یکی از جواب‌های ماست و به‌نظر می‌رسد که تعداد r مهرهٔ غیرمتمایز با (n-۱) چوب خط غیرمتمایز در هر حالت با هم به‌صورت زیر در حال جایگشت هستند:

$$\underbrace{\circ\circ\dots\circ}_{r}\ \underbrace{|||\dots||}_{n-1}$$

طبق سؤال دوم، تعداد کل حالات برابر است با:

$\frac{(r+(n-1))!}{r!\times(n-1)!}$ که این فرمول با $\binom{n-1+r}{n-1}=\binom{n-1+r}{r}$ برابر است.

● **تمرین:** r مهرهٔ غیرمتمایز داریم. به چند طریق می‌توان این مهره‌ها را در n جعبه قرار داد، به‌طوری‌که هیچ یک از جعبه‌ها خالی نباشد $(r\geq n)$.

● **حل:** n مهره برمی‌داریم و در داخل n جعبه قرار می‌دهیم تا هیچ‌یک خالی نباشد و قرار دادن r-n مهره غیرمتمایز در n جعبه تکرار مجاز باشد.

$$\binom{n-1+r-n}{n-1}=\binom{r-1}{n-1}$$

$$\text{تعداد کل حالات}=\binom{r-1}{n-1}\times 1=\binom{r-1}{n-1}$$

www.riazisara.ir

تعداد جواب‌های معادلهٔ سیاله

تعداد کل جواب‌های صحیح و نامنفی معادله:

$x_1+x_2+...+x_n=r$

طبق مطالب قبلی، $r=\underbrace{1+1+...+1}_{r}$ برابر است با $\binom{n-1+r}{n-1}$ و تعداد جواب‌های صحیح و مثبت: $\binom{r-1}{n-1}$.

● **تمرین:** به چند طریق می‌توان r مهرهٔ متمایز را:

الف. در ۲ جعبهٔ متمایز

ب. در ۳ جعبهٔ متمایز

پ. در n جعبهٔ متمایز

قرار داد، به‌طوری‌که هیچ‌یک از جعبه‌ها خالی نباشد.

● **حل: الف.** تعداد کل: 2^r

تعداد حالاتی که جعبه‌ها خالی باشد: ۲ حالت، لذا

تعداد حالات مسئله $=2^n-2$

ب. تعداد کل حالات: 3^r

(i) دو تا خالی: ۳ حالت

(ii) یکی خالی: هر جعبهٔ خالی ۳ حالت و برای هر حالت 2^r-2

تعداد حالات مسئله $=3^r-(3(2^r-2)+3)$

پ) $n!s(r,n)=n^r-\binom{n}{1}(n-1)^r+...+(-1)^{n-1}\binom{n}{n-1}1^r$

(اعداد استرلینگ نوع دوم)

● **تمرین:** ضریب $a^4b^3c^7d^6$ در بسط: $(a+b+c+d+e)^{20}$ را بیابید.

● **جواب:** $\frac{20!}{4!3!7!6!}$

● **نکته:** تعداد جملات بسط $(x_1+x_2+...+x_n)^r$ برابر است با: $\binom{n-1+r}{n-1}$

● **مثال:** ضریب جمله $a^2b^3c^3d^4$ در عبارت $(2a-3b+2c-d)^{12}$ کدام است؟

$2a=A\ ,\ -3b=B,\ 2c=C,\ -d=D$

ضریب $A^2B^3C^3D^4$ برابر است با: $\frac{12!}{2!3!3!4!}$

جواب مسئله $=A^2B^3C^3D^4=\frac{12!}{2!3!3!4!}(2a)^2(-3b)^3(2c)^3(-d)^4$

و ضریب جمله برابر است با: $\frac{12!\times 2\times(-27)\times 8}{2!3!3!4!}$

جایگشت‌های تعمیم‌یافته

n شیء داریم که الزاماً متمایز نیستند و از k دستهٔ غیرتهی تشکیل شده‌اند؛ به‌طوری‌که تمام اشیاء یک دسته یکسان هستند و در دسته i به تعداد n_i شیء قرار دارد.

در حالتی که اشیای دسته‌های متفاوت متمایز باشند، تعداد جایگشت‌های آن‌ها برابر است با:

$$p(n,n_1,n_2,...,n_k)=\frac{n!}{n_1!n_2!...n_k!}$$

اگر مجموع اشیای (k-1) دستهٔ اول از k دستهٔ مذکور برابر r باشد $(r\le n)$ و $n_k=n-r$، در این صورت:

$$p(n;n_1,n_2,...,n_k)=\frac{p(n,r)}{n_1!n_2!...n_k!}$$

● **تعریف:** اگر $k, n_i, i=1,2,...,k$ عدد طبیعی باشند که مجموع آن‌ها r باشد $(r\le n)$:

$$p(n;n_1,n_2,...,n_k)=\frac{p(n,r)}{n_1!n_2!...n_k!}$$

● **مثال:** یک پارکینگ یک ردیفه برای خودروهای تولید شده در کارخانه، ۸۰ جای پارک دارد. می‌خواهیم ۱۵ خودروی سواری، ۲۵ جیپ و ۳۰ وانت را در این پارکینگ قرار دهیم. این کار به چند طریق امکان‌پذیر است؟ $r=15+25+30=70$

$$p(80,15,25,30)=\frac{p(80,70)}{15!25!30!}$$

در پایان

این مقاله به قصد ایجاد انگیزه و نگرشی تازه به بحث ترکیبیات و چگونگی برخورد با مسائل متنوع آن نگارش یافته است. به نظر بنده، مباحث موجود در کتاب درسی خیلی مبهم و گنگ‌اند و دانش‌آموزان را به درک واقعی از مسائل نمی‌رسانند و آن‌ها در هاله‌ای از ابهام می‌مانند. اثبات‌ها و مسائل مطرح شده در این مقاله، به‌نظر کار را برای آنان ساده می‌کند.

منابع

۱. بابلیان، اسماعیل (۱۳۷۸). **مباحثی در ریاضیات گسسته.** مبتکران. تهران. چاپ سوم.

۲. **ریاضیات گسسته پیش‌دانشگاهی** (۱۳۷۹). انتشارات متون درسی. تهران. چاپ ششم.

۳. بالا کریشنان. و.ک (۱۳۸۳). **ریاضیات گسستهٔ مقدماتی.** ترجمهٔ بیژن شمس. فاطمی. تهران. چاپ پنجم.

* farzad23h@yahoo.com

دانلود از سایت ریاضی سرا

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

غلامرضا یاسی‌پور

نقشی بر سنگ

مبانی مفهومی کامپیوتر

راز دانش را به هر گونه زبان
جمع کردند و گرامی داشتند
تا به سنگ اندر همی انگاشتند
رودکی سمرقندی

نویسنده: دانیل هیلیس[1] **مترجم:** بهروز بیات **ناشر:** فرهنگ معاصر

کتاب «*نقشی بر سنگ*»، نوشتهٔ یکی از بزرگان علم و فن رایانه است، و نویسندهٔ ارجمند آن، دانیل هیلیس، آن را با عنوان فرعی «*مبانی مفهومی کامپیوتر*» به رشتهٔ تحریر کشیده است.

نویسندهٔ کتاب گویی بعد از هزار سال این بیت **سعدی** را:

هزار سال پس از مرگ من چو باز آیی
ز خاک نعره بر آرم که مرحبا ای دوست

از زبان **رودکی** شنیده و گفتهٔ او را خوانده، و به‌همین مناسبت نام کتاب خود را به احترام آن استاد، نقشی بر سنگ گذاشته است. باری، از این مقدمه می‌گذریم و پا به میدان تنگ کتاب می‌گذاریم.

کتاب همان‌طور که گفتیم، نوشتهٔ یکی از نام‌آوران عرصهٔ رایانه است؛ نام‌آوری که در داخل جلد کتاب این‌گونه معرفی شده است: «دانیل هیلیس دانشمند، نویسنده و مخترع است. او دکترایش را در علوم کامپیوتر از «دانشگاه ام.آی.تی» دریافت کرده است. تاکنون ۴۰ اختراع به نامش ثبت شده است. وی امروزه یکی از متخصصان بین‌المللی تراز اول به‌شمار می‌آید.»

نویسندهٔ کتاب پیش‌گفتار خود را چنین آغاز می‌کند. «نقشی از اشکال هندسی بر سنگ می‌کَنَم... چند صد سال پیش در وطن من، نیوانگلند، کسی را که حرفه‌ای مانند حرفهٔ من داشت بر چوبهٔ آتش می‌سوزاندند. البته کار من جادوگری نیست، بلکه طراحی و برنامه‌سازی کامپیوتر است. منظور من از سنگ همان صفحهٔ نازک مدوّر (ویفر) سیلیسیم است و مقصودم از اوراد جادویی، همان نرم‌افزار.»

در فصل «*جزء سازندهٔ جهان شمول*» کتاب می‌خوانیم: «فکر مجموعه‌ای جهان شمول از اجزای سازنده، ایده‌ای است مهم. این بدان معناست که مجموعه آن‌قدر کلیت دارد که می‌توان با آن همه‌چیز ساخت.»

فصل سوم کتاب که «*برنامه‌سازی*» نام دارد، با این جملات آغاز می‌شود: «سحر کامپیوتر از آنجاست که می‌تواند تقریباً هر چیزی شود که شما می‌پندارید؛ به شرط آنکه بتوانید آن چیز را دقیق توصیف کنید. مشکل مسئله، توصیف چیزی است که مطلوب ماست.»

مطلب فصل چهارم با این پرسش آمده است: «حد توانایی کامپیوتر کجاست؟ همهٔ کامپیوترها باید از منطق بولی و ثبات مرکب باشند یا اینکه ممکن است انواع دیگر و توانمندتری وجود داشته باشند؟ این پرسش‌ها ما را به فلسفی‌ترین و جالب‌ترین موضوعات این کتاب هدایت می‌کند: ماشین‌های تورینگ، محاسبه‌پذیری سیستم‌های آشوبمند، قضیهٔ ناتمامیت **گودِل**، و محاسبهٔ کوانتومی. این موضوعات در مرکز مباحثاتی است که دربارهٔ توانایی‌های کامپیوتر جریان دارد.»

نویسنده در فصلی که «فراسوی مهندسی» نام دارد، از هوش مصنوعی سخن به میان می‌آورد، و در میان تعجب خواننده بر این است که ساختن این هوش به دانستن اینکه اخلاق چیست، نیاز دارد. همچنان‌که از فلسفه نیز ناگزیر است، و به این ترتیب به بسیاری از پرسش‌های دانسته یا نادانستهٔ ما پاسخ می‌دهد.

***

کتاب، جزوهٔ کوچکی است با قطع پالتویی که حدود ۲۱۰ صفحه دارد. **بهروز بیات**، مترجم کتاب، متن آن را به‌خوبی ترجمه کرده و «*فرهنگ معاصر*»، ناشر کتاب، آن را به طریقی درخور به چاپ رسانده است.

* پی‌نوشت

1. Danial Hillis

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۲

کاشی‌کاری‌های اشر و هندسی تبدیلات

دکتر مقداد قاری*

چکیده

در این مقاله، به بررسی کاشی‌کاری‌های نقاش هلندی، ام. سی. اشر و ارتباط آن‌ها با هندسهٔ کاشی‌کاری پرداخته‌ایم. روش‌هایی را معرفی کرده‌ایم که به‌وسیلهٔ آن‌ها می‌توان با استفاده از تبدیلات ایزومتری یک کاشی‌کاری مفروض را به کاشی‌کاری‌هایی شبیه به نقاشی‌های اشر تبدیل کرد. این روش‌ها عبارت‌اند از: روش انتقال، روش دوران، ترکیب روش انتقال و دوران، و روش شکاف.

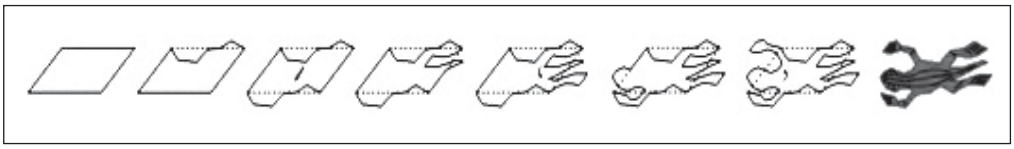
کلیدواژه‌ها: کاشی‌کاری، کاشی‌کاری‌های اشر، تبدیلات ایزومتری، انتقال، دوران.

در بخش اول این مقاله دو روش برای تبدیل کاشی‌کاری‌ها به «کاشی‌کاری‌های اشر» معرفی شد: روش انتقال و روش دوران. در ادامه مثال‌های دیگری از این دو روش ارائه می‌شوند و دو روش دیگر را نیز معرفی می‌کنیم.

ابتدا توجه کنید که روش انتقال و دوران را می‌توان هم‌زمان نیز به‌کار برد. در شکل ۱ این دو روش هم‌زمان روی یک متوازی‌الاضلاع به‌کار برده شده است.

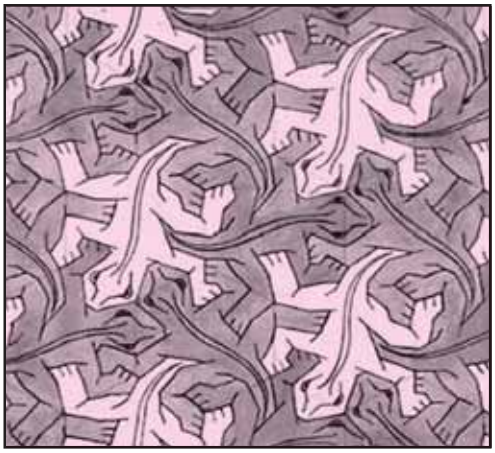
کاشی‌کاری حاصل به‌صورت شکل ۲ است.

شکل ۲



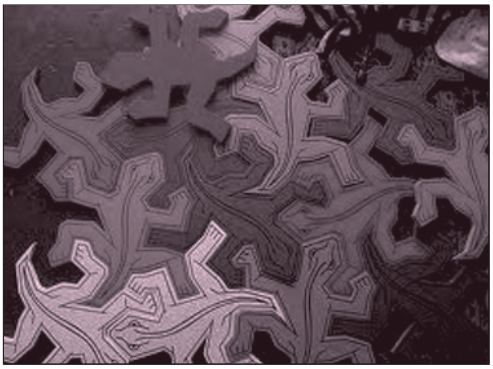
شکل ۱

سؤال ۱۲. کاشی‌کاری شکل ۳ چگونه رسم شده است؟



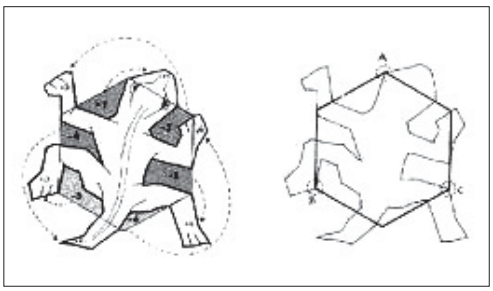
شکل ۳ کاشی‌کاری مارمولک

کاشی‌کاری مارمولک به‌صورت پازل‌های آماده (شکل ۴) نیز موجود است.



شکل ۴

در اینجا نیز اشر روش دوران را برای تبدیل شش‌ضلعی منتظم به مارمولک به‌کار برده است (روش تبدیل در منبع ۱ ذکر شده است).



شکل ۵

نقاشی معروف شکل ۶ نیز از اشر است.

شکل ۶

روش‌های متنوع دیگری برای رسم کاشی‌کاری‌های اشر وجود دارد که اساس آن‌ها انعکاس و لغزه است (به‌عنوان مثال به منابع ۴ و ۵ رجوع کنید). در شکل ۷ روش لغزه روی یک متوازی‌الاضلاع نشان داده شده است (لغزه ترکیبی است از یک انعکاس و یک انتقال موازی با خط انعکاس).

شکل ۷

کاشی‌کاری حاصل به‌صورت شکل ۸ است.

شکل ۸

روش دیگری که می‌توان با استفاده از آن به سادگی کاشی‌کاری‌هایی به سبک اشر ساخت، روش *شکاف* است. در این روش ابتدا یک شکل دلخواه (مانند مرغ ماهی‌خوار شکل ۹) رسم می‌کنیم.

شکل ۹

سپس آن شکل را به‌صورت منظم در صفحه انتقال می‌دهیم (مانند شکل ۱۰).

شکل ۱۰

شکل ۱۰ هنوز کاشی‌کاری صفحه نیست، زیرا بین مرغ‌های ماهی‌خوار فضای خالی وجود دارد. برای به‌دست آوردن یک کاشی‌کاری از صفحه کافی است، شکاف‌های بین مرغ‌های ماهی‌خوار را با یک شکل دیگر (شبیه به ماهی‌های شکل ۱۱) پر کنیم.

شکل ۱۱

در این صورت کاشی‌کاری شکل ۱۲ به‌دست می‌آید.

شکل ۱۲

تفاوت این روش با روش‌های قبلی این است که می‌توان کاشی‌کاری‌هایی با چند شکل متفاوت ساخت.

شکل‌های ۱ و ۷ به‌صورت انیمیشن در منبع ۵ موجودند. منبع ۶ نیز حاوی مثال‌ها و انیمیشن‌های زیادی از کاشی‌کاری‌های اشر است. لینک‌های بیشتر در مورد اشر را می‌توانید در منبع ۷ بیابید. همچنین، نرم‌افزارهای متفاوتی برای ایجاد کاشی‌کاری‌های اشر در اینترنت می‌توان یافت.

اشر از ایده‌های ریاضی (مانند نوار موبیوس، اجسام افلاطونی، صفحهٔ هذلولوی و...) در نقاشی‌هایش استفاده کرده است. از دانش‌آموزان بخواهید تا ایده‌های ریاضی موجود در نقاشی‌های اشر را بیابند. در پایان نقل قولی از اشر می‌آوریم: «من هرگز در ریاضی

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

نمرهٔ قبولی نیاورده‌ام. نکتهٔ خنده‌آور این است که به‌نظر می‌رسد، به نظریه‌های ریاضی سفت چسبیده‌ام، بدون اینکه بفهمم چه اتفاقی در حال وقوع است. در واقع، من در مدرسه شاگرد درس‌خوانی نبودم، اما حالا تصور کنید که ریاضی‌دانان از نقاشی‌های من برای آراستن کتاب‌هایشان استفاده می‌کنند! کار مرا جذاب یافته‌اند، و من با همه این دانشمندان هم‌نشین شده‌ام، گویی برادر گمشدهٔ آن‌ها بوده‌ام. حدس می‌زنم آن‌ها خبر ندارند که من در مورد همه‌چیز نادانم.»

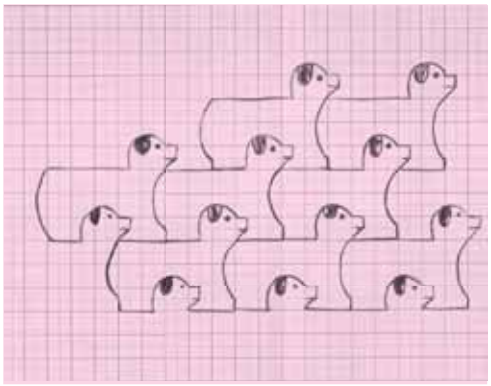
سخنی با معلمان

در این مقاله یکی از کاربردهای کاشی‌کاری در آموزش مفاهیم ریاضی بررسی شد. به‌طوری که با به‌کارگیری آن‌ها دانش‌آموزان می‌توانند به تمرین روی تبدیلات هندسی بپردازند. مسلماً کاشی‌کاری یکی از شاخه‌های گسترده و جذاب در هندسه است که می‌تواند از یک طرف مورد استفادهٔ معلمان در سطوح متفاوت برای آموزش مفاهیم ریاضی قرار گیرد و از طرف دیگر، باعث ایجاد انگیزه و علاقه در دانش‌آموزان شود.

محتوای این مقاله را می‌توان به‌صورت یک یا دو کارگاه برای دانش‌آموزانی که با کاشی‌کاری آشنایی مقدماتی دارند، اجرا کرد (پیش از اجرای این کارگاه بهتر است کارگاه توصیف شده در منابع ۲ و ۳ اجرا شود). در هر نوبت یک شکل، مانند شکل‌های ۴ یا ۸، به دانش‌آموزان داده می‌شود (همچنین می‌توان مهره‌هایی مانند شکل ۱۱ به دانش‌آموزان داد و از آن‌ها خواست تا با مهره‌ها صفحه را فرش کنند). سپس از آن‌ها می‌خواهیم که حدس بزنند، این کاشی‌کاری از تغییر شکل کدام کاشی‌کاری با شکل‌های هندسی به‌دست آمده است. پس از اینکه مثال‌ها و روش‌های متنوعی به دانش‌آموزان آموزش داده شد، از آن‌ها می‌خواهیم که خودشان کاشی‌کاری‌هایی مانند کاشی‌کاری‌های اشر رسم کنند. دقت کنید که روش‌های بیان شده در این مقاله تنها برخی از روش‌های موجود برای تبدیل کاشی‌کاری‌ها به کاشی‌کاری‌های به سبک اشر هستند و می‌توان از دانش‌آموزان خواست که با ارائهٔ روش‌های جدید، کاشی‌کاری‌ها با شکل‌های گوناگون را به کاشی‌کاری‌های به سبک اشر تبدیل کنند. این کارگاه از سال ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۱ بارها برای دانش‌آموزان راهنمایی و دبیرستان در «خانهٔ ریاضیات اصفهان» توسط نگارنده اجرا شده است. کاشی‌کاری‌های شکل‌های ۱۵-۱۳، نمونه‌هایی از کاشی‌کاری‌هایی هستند که توسط دانش‌آموزان خانهٔ ریاضیات اصفهان رسم شده است.

شکل ۱۳ کاشی‌کاری از عارفه طاهری

شکل ۱۴ کاشی‌کاری از لیلا سادات ابوسبا کاظمینی



شکل ۱۵ کاشی‌کاری از دلارام طغرایی

پی‌نوشت

* meghdadghari@gmail.com

منابع

۱. تابش، یحیی؛ حاجی‌بابایی، جواد؛ رستگار، آرش (۱۳۷۹). **آموزش هنر حل مسئله** (ریاضیات تکمیلی)، شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران.

۲. قاری، مقداد (۱۳۹۱). **«کاشی‌کاری با چندضلعی‌های منتظم»**. نشریهٔ آموزشی پژوهشی اتحاد، وابسته به اتحادیهٔ نمایندگان انجمن‌های علمی و آموزشی و معلمان ریاضی ایران. شماره‌های ۸ و ۹.

۳. قاری، مقداد (۱۳۹۱). **کاشی‌کاری‌های ارشمیدسی**. مجلهٔ فرنود، نشریهٔ انجمن علمی آموزشی معلمان ریاضی استان اصفهان، شمارهٔ ۱۹.

4. Teeters, Joseph L. (1974). *How to Draw Tessellations of the Escher Type*, Mathematics Teacher, vol. 67. No. 4, pages 307-310.

5. http://britton.disted.camosun.bc.ca/jbescher.htm. Escher in the Classroom.

6. http://library.thinkquest.org/16661/escher.html. Totally Tessellated.

7. http://www.artcyclopedia.com/artists/escher_mc.html. M.C. Escher Works Online.

دانلود از سایت ریاضی سرا

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

حل یک مسئلهٔ هندسی با چند راه حل

محمدکریم نائل*
دانشگاه آزاد اسلامی
واحد آبادان

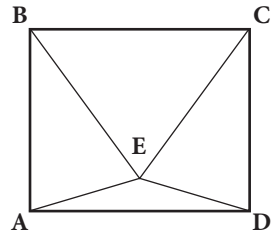
کلیدواژه‌ها: حل مسئله، یادگیری ریاضی، مسئلهٔ هندسه

مقدمه

یکی از ابزارهای یادگیری ریاضی حل مسئله است. در ریاضیات مسئله و حل آن از جایگاه ویژه‌ای برخوردار است (پولیا، ۱۳۸۵). مسئله‌ها قلب ریاضی هستند و حل مسئله قلب یادگیری ریاضی است (بیگدلی، ۱۳۸۷: ۶۱-۵۸). مسئله حل کردن همچون خلاقیتِ هنری است. آشنایی با روش‌های متفاوت حل یک مسئله می‌تواند روش آموزشی مناسبی باشد. بعضی از ریاضی‌دان‌ها هدف اصلی آموزش ریاضی را توسعهٔ قدرت ریاضی دانش‌آموزان در کشف کردن، حدسیه‌سازی و استدلال منطقی، به اضافهٔ توانایی استفادهٔ مؤثر از روش‌های گوناگون ریاضی برای حل مسئله می‌دانند (مکینتاش، ۱۳۹۱: ۲۱-۳). به کمک مسئله می‌توان فکر خود را تنظیم کرد و موضوع مشخصی را مدنظر قرار داد. این کار باعث می‌شود، ریزه‌کاری‌های ریاضی را به‌طور عمیق‌تر درک کنیم. لذا حل یک مسئله به روش‌های غیرمتعارف می‌تواند در یادگیری ریاضی مثمرثمر باشد. در ادامه مسئله‌ای می‌آید که با روش‌ها و ابزارهای متفاوت قابل حل است و چند راه ابتکاری برای حل آن ارائه شده که می‌تواند جنبهٔ آموزشی داشته باشد.

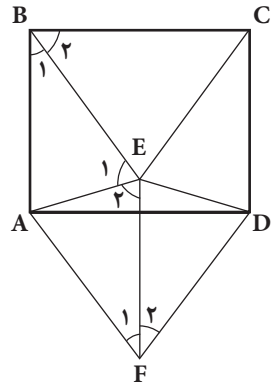
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

صورت مسئله: در مربع ABCD دو زاویهٔ ۱۵ درجه روی ضلع AD به داخل مربع رسم می‌کنیم تا همدیگر را در نقطه E قطع کنند. سپس نقطهٔ E را به دو رأس دیگر مربع، یعنی B و C وصل می‌کنیم. ثابت کنید مثلث EBC متساوی‌الاضلاع است (شکل ۱).



شکل ۱

- **راه‌حل اول** با توجه به فرضیات مسئله به راحتی می‌توان نتیجه گرفت که دو مثلث EAB و EDC به حالت «ض‌زض» همنهشت هستند. در نتیجه، مثلث EBC متساوی‌الساقین است. روی ضلع AD مثلث متساوی‌الاضلاع AFD را بنا و از نقطهٔ F به نقطهٔ E وصل می‌کنیم (شکل ۲).



شکل ۲

به‌راحتی دیده می‌شود که دو مثلث ABE و FAE به حالت «ض‌زض» با یکدیگر همنهشتند:

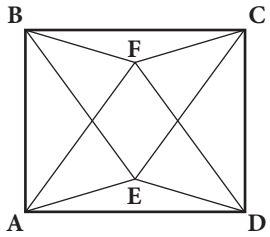
$$AB = FA,\ F\hat{A}E = E\hat{A}B = ۷۵^\circ,\ AE = AE$$

در نتیجه $\hat{E}_۱ = \hat{E}_۲$ و $\hat{F}_۱ = \hat{B}_۱$، از طرف دیگر دو مثلث EFD و EFA به حالت سه ضلع با یکدیگر همنهشتند و داریم:

$$\hat{E}_۱ = \hat{E}_۲ = ۷۵^\circ,\ \hat{F}_۱ = \hat{F}_۲ = ۳۰^\circ$$

در نتیجه $\hat{B}_۱ = ۳۰$ و $\hat{B}_۲ = ۶۰$ و ثابت می‌شود که مثلث EBC متساوی‌الاضلاع است.

- **راه‌حل دوم** با توجه به فرضیات مسئله به‌راحتی می‌توان نتیجه گرفت که دو مثلث EAB و EDC به حالت «ض‌زض» همنهشت هستند. در نتیجه، مثلث EBC همچون مثلث EAD متساوی‌الساقین است (EB=EC). روی ضلع AD مثلث متساوی‌الاضلاع AFD را به سمت داخل بنا و از نقطهٔ F به نقاط B و C وصل می‌کنیم تا مثلث FAD به‌دست آید (شکل ۳).



شکل ۳

به‌راحتی دیده می‌شود که: $C\hat{D}F = F\hat{A}B = ۳۰^\circ$، $D\hat{F}C = D\hat{C}F = ۷۵^\circ$، $A\hat{F}B = A\hat{B}F = ۷۵^\circ$ و دو مثلث DCF و ABF به حالت «ض‌زض» همنهشتند؛ زیرا:

$$\left.\begin{array}{r} AB = DC \\ AF = DF \\ B\hat{A}F = C\hat{D}F = ۳۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta ABF \cong \Delta DCF$$

در نتیجه: CF=FB و دو مثلث FBC و AED به حالت «ض‌زض» همنهشتند. پس: BF=AE

$$\left.\begin{array}{r} AB = AB \\ F\hat{B}A = E\hat{A}B = ۷۵^\circ \\ AE = BF \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta ABF \cong \Delta BAE$$

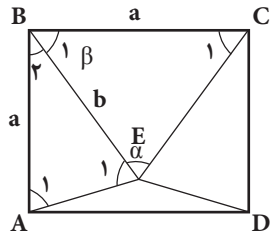
در نتیجه AF=BE. یعنی ثابت می‌شود که مثلث EBC متساوی‌الاضلاع است.

- **راه‌حل سوم** با توجه به فرضیات مسئله به‌راحتی می‌توان نتیجه گرفت که دو مثلث EAB و EDC به حالت «ض‌زض» همنهشت هستند. در نتیجه مثلث EBC همچون مثلث EAD متساوی‌الساقین است.

اکنون فرض کنید AB=a، $B\hat{E}C = \alpha$، CE=BE=b و $\hat{B}_۱ = \hat{C}_۱ = \beta$ (شکل ۴). در نتیجه:

$$۲\beta + \alpha = \pi \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{۲} - \frac{\alpha}{۲}$$

به کمک مسئله می‌توان فکر خود را تنظیم کرد و موضوع مشخصی را مدنظر قرار داد. این کار باعث می‌شود ریزه‌کاری‌های ریاضی را به‌طور عمیق‌تر درک کنیم



شکل ۴

با توجه به رابطهٔ سینوس‌ها در مثلث BCE داریم:

$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin(\frac{\pi}{۲}-\frac{\alpha}{۲})}=\frac{b}{\cos\frac{\alpha}{۲}}$$

$$\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{\sin\alpha}{\cos\frac{\alpha}{۲}}=۲\sin\frac{\alpha}{۲}\qquad(۱)$$

در مثلث ABE داریم: $\hat{B}_۲=\frac{\alpha}{۲}$ ، $\hat{A}_۱=\frac{۵\pi}{۱۲}$ و $\hat{E}_۱=\frac{۷\pi}{۱۲}-\frac{\alpha}{۲}$. با توجه به رابطهٔ سینوس‌ها در مثلث ADE داریم:

$$\frac{a}{\sin(\frac{۷\pi}{۱۲}-\frac{\alpha}{۲})}=\frac{b}{\sin(\frac{۵\pi}{۱۲})}\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{\sin(\frac{۷\pi}{۱۲}-\frac{\alpha}{۲})}{\sin(\frac{۵\pi}{۱۲})}\qquad(۲)$$

از رابطه‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم که:

$$۲\sin\frac{\alpha}{۲}=\frac{\sin(\frac{۷\pi}{۱۲}-\frac{\alpha}{۲})}{\sin(\frac{۵\pi}{۱۲})}$$

در نتیجه داریم:

$$\sin(\frac{\alpha}{۲}).\sin(\frac{۵\pi}{۱۲})=\frac{۱}{۲}\sin(\frac{۷\pi}{۱۲}-\frac{\alpha}{۲})$$

$$=\sin\frac{\pi}{۶}.\sin(\frac{۷\pi}{۱۲}-\frac{\alpha}{۲})$$

با تبدیل حاصل‌ضرب سینوس دو کمان به کسینوس داریم:

$$\cos(\frac{\alpha}{۲}-\frac{۵\pi}{۱۲})-\cos(\frac{\alpha}{۲}+\frac{۵\pi}{۱۲})$$

$$=\cos(-\frac{۵\pi}{۱۲}+\frac{\alpha}{۲})-\cos(\frac{۹\pi}{۱۲}-\frac{\alpha}{۲})$$

در نتیجه داریم:

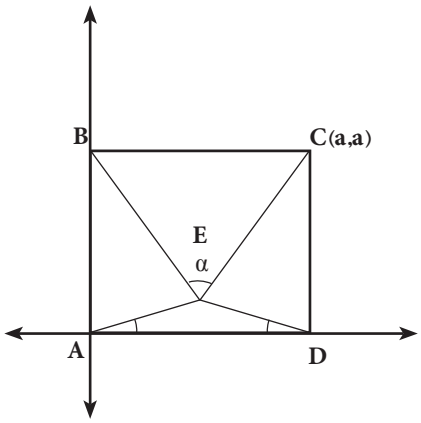
$$\cos(\frac{\alpha}{۲}+\frac{۵\pi}{۱۲})=\cos(\frac{۹\pi}{۱۲}-\frac{\alpha}{۲})$$

$$\Rightarrow\frac{\alpha}{۲}+\frac{۵\pi}{۱۲}=\frac{۹\pi}{۱۲}-\frac{\alpha}{۲}$$

و $\alpha=\frac{\pi}{۳}$ و بنابراین حکم ثابت و مثلث EBC متساوی‌الاضلاع است.

● **راه‌حل چهارم** روی صفحهٔ مختصات دکارتی مربع را به مختصات‌های زیر رسم می‌کنیم:

$A(۰,۰)$، $B(۰,a)$، $C(a,a)$ و $D(a,۰)$ (شکل ۵).



شکل۵

مختصات نقطهٔ E برابر است با: $E(\frac{a}{۲},\frac{a}{۲}\tan ۱۵)$.

زیرا معادلهٔ خط AE برابر $y=(\tan ۱۵)x$ است. معادلهٔ خط EC برابر است با:

$$y=(۲-\tan ۱۵)x+(\tan ۱۵-a)$$

به‌همین ترتیب معادلهٔ خط EB برابر است با:

$$y=(\tan ۱۵-۲)x$$

زاویهٔ بین دو خط EB و EC برابر است با:

$$\tan\alpha=\left|\frac{(۲-\tan ۱۵)-(\tan ۱۵-۲)}{۱+(۲-\tan ۱۵)(\tan ۱۵-۲)}\right|$$

$$=\left|\frac{۴-۲\tan ۱۵}{۴\tan ۱۵-\tan^۲ ۱۵-۳}\right|$$

از طرف دیگر $\tan ۱۵=۲-\sqrt{۳}$، در نتیجه:

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

$$\tan\alpha = \left|\frac{۴-۴+۲\sqrt{۳}}{۸-۴\sqrt{۳}-۴-۳+۴\sqrt{۳}-۳}\right| = \left|\frac{۲\sqrt{۳}}{-۲}\right| = \sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{۳}$$

با توجه به فرضیات مسئله به‌راحتی می‌توان نتیجه گرفت که دو مثلث EAB و EDC به حالت «ض‌زض» همنهشت هستند. در نتیجه مثلث EBC متساوی‌الساقین است (EB=EC) و بنابراین حکم ثابت و مثلث EBC متساوی‌الاضلاع است.

● راه‌حل پنجم با توجه به شکل ۵، طول EB را به‌دست می‌آوریم:

$$EB = \sqrt{(\frac{a}{۲}-۰)^۲ + (\frac{a}{۲}\tan ۱۵ - a)^۲}$$

$$= \sqrt{\frac{a^۲}{۴} + \frac{a^۲}{۴}(۲-\sqrt{۳}-۲)^۲} = \sqrt{\frac{a^۲}{۴} + \frac{۳a^۲}{۴}} = a$$

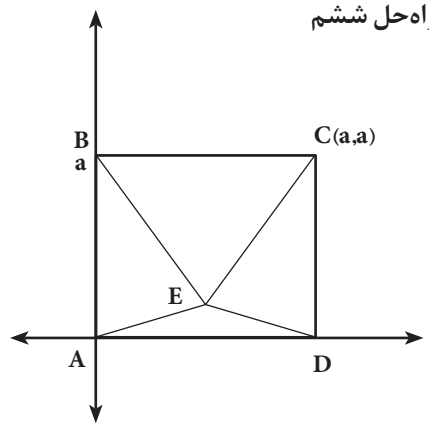
به‌همین ترتیب طول EC برابر است با:

$$EC = \sqrt{(\frac{a}{۲}-a)^۲ + (\frac{a}{۲}\tan ۱۵ - a)^۲}$$

$$= \sqrt{\frac{a^۲}{۴} + \frac{a^۲}{۴}(۲-\sqrt{۳}-۲)^۲} = \sqrt{\frac{a^۲}{۴} + \frac{۳a^۲}{۴}} = a$$

طول BC نیز برابر است با a. بنابراین حکم ثابت و مثلث EBC متساوی‌الاضلاع است.

● راه‌حل ششم



شکل ۶

با توجه به شکل ۶، معادلهٔ دایره‌ای به مرکز $E(\frac{a}{۲}, \frac{a}{۲}\tan ۱۵)$ و شعاع a برابر است با:

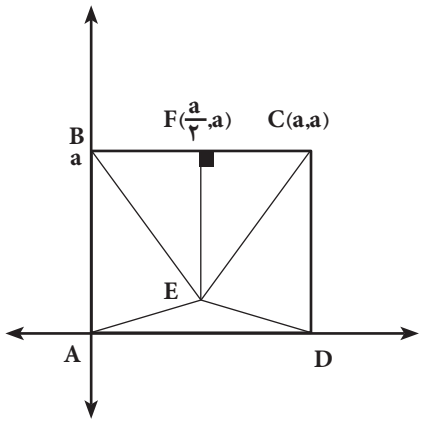
$$(x-\frac{a}{۲})^۲ + (y-\frac{a}{۲}\tan ۱۵)^۲ = a^۲$$

با توجه به اینکه $\tan ۱۵ = ۲-\sqrt{۳}$، در نتیجه معادلهٔ دایره برابر است با:

$$(x-\frac{a}{۲})^۲ + (y-a(۱-\frac{\sqrt{۳}}{۲}))^۲ = a^۲$$

به‌راحتی دیده می‌شود که مختصات نقاط B(۰,a) و C(a,a) در معادلهٔ دایره صدق می‌کند در نتیجه EB=EC=a بنابراین حکم ثابت و مثلث EBC متساوی‌الاضلاع است.

● راه‌حل هفتم



شکل ۷

با توجه به فرضیات مسئله به‌راحتی می‌توان نتیجه گرفت که دو مثلث EAB و EDC به حالت «ض‌زض» همنهشت هستند (شکل ۷). در نتیجه مثلث EBC همچون مثلث EAD متساوی‌الساقین است. مختصات نقطهٔ F وسط ضلع BC برابر است با: $F(\frac{a}{۲}, a)$. بنابراین EF در مثلث EBC ارتفاع و طول آن برابر است با:

$$EF = \sqrt{(\frac{a}{۲}-\frac{a}{۲})^۲ + (a-\frac{a(۲-\sqrt{۳})}{۲})^۲}$$

$$= \sqrt{\frac{۳a^۲}{۴}} = \frac{a\sqrt{۳}}{۲}$$

با توجه به فرمول مساحت مثلث (قاعده ضرب در نصف ارتفاع)، مساحت مثلث EBC برابر است با:

$$S_{EBC} = \frac{۱}{۲}EF \times BC = \frac{۱}{۲}\frac{a\sqrt{۳}}{۲} \times a = \frac{a^۲\sqrt{۳}}{۴}$$

و چون در هر مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a، مساحت برابر است با: $\frac{a^۲\sqrt{۳}}{۴}$، بنابراین حکم ثابت و مثلث EBC متساوی‌الاضلاع است.

*** منابع**

۱. پولیا. جورج (۱۳۸۵). *چگونه مسئله را حل کنیم*. ترجمه احمد آرام. انتشارات کیهان. تهران.

۲. بیگدلی، منیر (۱۳۸۷). «*یک مسئله و چند راه‌حل*». رشد برهان ریاضی دورهٔ هیجدهم. شمارهٔ ۱. صفحات ۶۱-۵۸.

۳. مکیناتش، رابرت (۱۳۹۱). «*آموزش حل مسئلهٔ ریاضی*». ترجمهٔ زهرا گویا. رشد آموزش ریاضی. شمارهٔ ۸۷. تابستان. صفحات ۲۱-۳.

* m_k_nael@yahoo.com

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

تأثیر ریاضیات اسلامی در تمدن غرب

معصومه خلیلی
دبیر ریاضی
منطقه البرز ـ استان قزوین

چکیده

ریاضیات را در چشم‌انداز اسلامی، همچون دروازه‌ای میان جهان محسوس و جهان معقول می‌شمارند (نصر، ۱۳۵۰: ۱۴۴). عشق مسلمانان به ریاضیات و مخصوصاً به هندسه و رقم، مستقیماً به جوهر پیام اسلامی مربوط می‌شود که آموزهٔ توحید است: خدا یکی است. بنابراین عدد یک، در سلسلهٔ اعداد، مستقیم‌ترین و معقول‌ترین نماد مبدأ است و سلسلهٔ اعداد، خود همچون نردبانی است که انسان به میانجیگری آن از جهان کثرت به واحد می‌رسد (آرام، ۱۳۶۶: ۸۷).

برای آوردن خلاصه‌ای از کارهایی که علمای مسلمان در ریاضیات کرده‌اند باید گفت که مسلمانان قبل از هر چیز نظریهٔ اعداد را، هم از لحاظ ریاضی و هم از لحاظ مابعدالطبیعی، تکمیل کردند. مفهوم عدد را به ماورای آنچه شناختهٔ یونانیان بود، گسترش دادند و نیز روش‌های محاسبهٔ عددی نیرومندی طرح ریختند. همچنین در رشته‌های عددی و کسرهای اعشاری و شاخه‌های مشابهی از ریاضیات وابسته به عدد کار کردند. علم جبر را گسترش دادند و به آن نظم و ترتیب علمی بخشیدند؛ گو اینکه پیوسته رشتهٔ ارتباط آن را با هندسه محفوظ نگاه داشتند. کارهای یونانیان را در هندسهٔ مسطحه و هندسهٔ مجسمه ادامه دادند. مثلثات مسطحه و مجسمه* را تکمیل کردند و برای توابع مثلثاتی، جدول‌های صحیح فراهم آوردند و چند تابع مثلثاتی کشف کردند. از این گذشته، با آنکه علم مثلثات از آغاز پیدایش با علم نجوم رشد و توسعه پیدا کرده بود، نخستین‌بار توسط نصیرالدین طوسی به حد کمال رسید و عنوان علم مستقلی پیدا کرد و این خود پیشرفت بزرگی را در ریاضیات قدیم نمایش می‌دهد (نصر، ۱۳۵۰: ۱۵۱).

بارون کارا دو وو در کتاب «میراث اسلام» می‌نویسد: «مسلمانان موفقیت‌های بزرگی در علوم گوناگون به‌دست آوردند. آن‌ها استعمال اعداد را به مردم آموختند... جبر و مقابله را به‌صورت علم صحیحی درآوردند و آن را ترقی دادند. سپس اساس هندسهٔ تحلیلی را به‌جا گذاشتند. بدون شک آن‌ها مخترع مثلثات سطحی و کروی بودند که در حقیقت در یونان وجود نداشت. در دورانی که دنیای مسیحی مغرب، با بربریت در جنگ و جدال بود، اعراب (مسلمان) همچنان سرگرم مطالعهٔ علوم بودند و در حفظ معنویات خویش می‌کوشیدند.»

مسلمانان ظرف مدتی کوتاه در علوم ریاضی، ترقیات فراوان کردند و در هندسه، جبر، مثلثات و غیره به کشفیات بسیاری رسیدند. مسلم است که قسمت عمدهٔ علوم ریاضی امروز، از جامعهٔ مسلمانان به اروپا رفت و بهترین دلیل آن هم این است که اصطلاحات فنون مزبور هنوز به‌صورت عربی باقی مانده‌اند. چنان که لغت «Algebra»، یعنی «جبر»، عربی است و ارقام معمولی حساب را در زبان فرانسوی «Cipher» یعنی «رقم» عربی می‌خوانند.

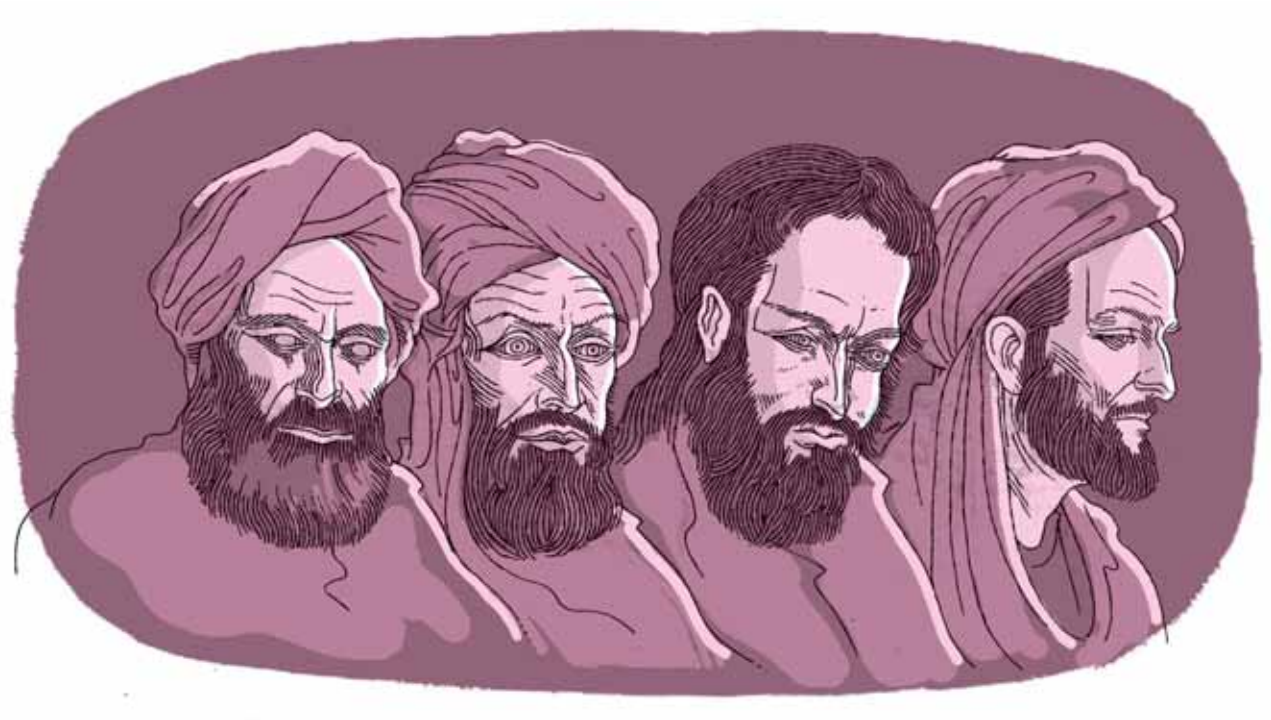
علمای ریاضی بزرگی در اسلام پیدا شدند و کشف‌های مهمی کردند که هنوز نیز در دنیا مورد توجه است «اسطرلاب»[1] را مسلمانان تکامل بخشیدند و مثلثات و اصطلاحات آن را علمای ریاضی عرب یا ایرانی پدید آوردند. بزرگانی نظیر ابوریحان بیرونی و خیام از میان ایرانیان مسلمان برخاستند و در فنون ریاضی، آثار بسیاری از خود به‌جای نهادند. ولز انگلیسی در کتاب «آزمایش در تاریخ عمومی» می‌گوید: «تمام علوم ریاضی را از مسلمانان داریم» (موسوی لاری، ۱۳۸۰: ۱۷۵-۱۷۴)است و سلسلهٔ اعداد، خود همچون نردبانی است که انسان به میانجیگری آن از جهان کثرت به واحد می‌رسد (آرام، ۱۳۶۶: ۸۷).

کلیدواژه‌ها: ریاضیات اسلامی، لئوناردو فیبوناتچی، محمدبن موسی خوارزمی، غیاث‌الدین جمشید کاشانی، ابوالوفا بوزجانی، خواجه نصیر طوسی، ابن‌هیثم، بنوموسی، ثابت بن قره، کندی، شیخ بهایی، جرارد کرمونایی

مقدمه

افرادی که در برابر پیشرفت‌های اخیر صنعتی اروپا خود را باخته‌اند، ذخایر فنی، فرهنگی و تحقیقات علمی مسلمانان و اثر قاطع آن را در جنبش اخیر غرب فراموش کرده‌اند و یا نادیده می‌گیرند. حرکتی که اسلام به بشریت داد، چنان نیرومند و سازنده بود که در کوتاه‌ترین مدت، عقب‌افتاده‌ترین ملل روی زمین را پیش‌افتاده‌تر از همه نمود

دانلود از سایت ریاضی سرا



و امواج آن تا مدت‌ها به جهانیان، حیات تازه، ترقی و روشـــنی بخشید (لاری، ۱۳۸۰: ۱۵۰).

در دورهٔ تاریک قرون وســطا که اروپــا در چنگال نظام تحمیلی و فشار کلیسا دست و پا می‌زد و وحشیگری، ظلمت و پراکندگی، سراسر اروپا را دربرگرفته بود، اسلام تمدن همه جانبه‌ای آورد که طرح تکامل صنعتــی و علمی دورهٔ پس از رنســانس را پی‌ریــزی کرد (همان، ص ۱۵۲).

زمانی که در سرتاســر اروپــا یک مرکز فرهنگی یافت نمی‌شــد، مسلمان‌ها در سرزمین‌های خود، دارای مراکز علمی و فرهنگی فراوان بودند و در تمام شــعبه‌های علوم، متخصص و افراد ورزیده داشتند. با آغاز جنگ‌های صلیبی، امواج درخشان فکری و تمدن اسلامی به خارج از مرزهای اسلام سرازیر شد و اروپا از سرچشمهٔ علوم مسلمین سیراب گردید (همان، ص ۱۵۵).

از جمله علومی که مســلمانان در آن وارد شــده و پیشــرفت‌های چشمگیری نمودند ریاضیات بوده است، نقش درهم آمیزنده ریاضیات اســلامی بین مکتب‌های ریاضی شــرق و غرب، یعنــی بین ریاضیات یونان و هند، از ارزنده‌ترین دســتاوردهای ریاضیات اســلامی برای نوع بشر به‌حســاب می‌آمد. این نقش بسیار مهم ریاضیات اسلامی بود که توانست دانسته‌های ریاضیات هندسی و از همه مهم‌تر شیوه عددنویسی دهدهی را با دیگر مفاهیم ریاضی طرح شده در یونان درهم آمیزد و از آن صورت واحدی درآورد و به غرب ارائه دهد (ولایتی، ۱۳۸۴: ۳۷).

تمدن غرب به گواهی صدها ســند و مدرک، وجود خود را مدیون تمدن اسلامی است، اما ریاکارانه سعی در پنهان کردن این دِین و کم اهمیــت جلوه دادن تمدن بزرگ اســلامی داشــته و دارد. غربی‌ها جز اندکی از دانشــمندان منصف آن‌ها، سعی دارند چنین جلوه دهند که تنها نقشــی که تمدن ۷۰۰ سالهٔ اسلامی دارد، همانا محافظت از علوم یونانی و انتقال آن‌ها به اروپاســت که توهینی بس بزرگ به این تمدن شــکوهمند و دروغی کاملاً آشکار اســت. نمونهٔ این بی‌انصافی‌ها را در کتاب‌های «تاریخ ریاضیات» **هاوارد د.ایوز** و **دیوید اسمیت** می‌توان مشاهده کرد.

در مقالــهٔ حاضــر برآنیم با مــروری بــر خدمــات و فعالیت‌های ریاضی‌دانان مســلمان در عرصهٔ این علم، به تأثیر ریاضیات اسلامی در تمدن غرب بپردازیم.

نگاهی به وضعیت غرب در اوج دوران تمدن اسلامی

تمدن اســلامی همان قدر که در مشرق تأثیر بخشیده، در مغرب نیز مؤثر بوده و اروپا را به تمدن وارد کرده اســت. آری تأثیر این تمدن بر مغرب کمتر از تأثیر آن بر مشــرق نبوده اســت، لیکن تفاوتی که در این زمینه وجود دارد، فقط در نوع این دو اثر است. به این معنی که اثر آن در مشرق بیشتر در قسمت مذهب، زبان، صنایع و فنون بوده است. برخلاف آن در مغرب، اولاً در قسمت مذهبی هیچ مؤثر واقع نشده و در قسمت صنایع و حِرَف و زبان هم تأثیر آن خیلی کم بوده است. ولی در قسمت علوم، ادبیات و اخلاق، اثر آن بی‌حد و حصر بوده است.

اگر بخواهیم تأثیری را که تمدن اســلامی بر مغرب گذاشته است روشن کنیم، باید ببینیم که پیش از ورود تمدن مزبور به غرب حالات مغرب و اوضاع زندگانی اروپاییان چه بوده است.

در قرن‌های نهم و دهم میلادی، یعنی همان وقتی که تمدن اسلامی در اندلس در نهایت درجهٔ ارتقا و اعتلا بود، در مغرب زمین مراکز علمی عبارت بودند از قلاع بدوضعی که در آن‌ها ارباب‌ها و اُمرا به حالت نیمه‌وحشــی به‌سر می‌بردند و افتخار می‌کردند که دارای خط و سواد نیستند. در میان نصاری، عالم‌تر از همه راهبان نادان بودند که تمام اوقات خود را صرف این کار می‌کردند که از میان کتابخانه‌های کلیساها و خانقاه‌ها، کتب قدیمی یونان و روم را بیرون آورند و عبارات و کلمات آن‌ها را حک کنند و روی آن اوراق پوستی، کلمات و اوراد مذهبی مُهمل خود را بنویسند.

حالت بربریت اروپا تا مدتی طولانی و در واقع خیلی بیش از این بود که خود بتوانند آن را احساس کنند. البته در قرن یازدهم و بعد در قرن دوازدهم، احساســات مختصری در مردم پیدا شــد، ولی از همان وقت اشخاص حساس و روشن‌خیال احساس کردند که باید کفن جهالت را درید و به طرف مســلمانان که از هر جهت برتر و استاد بودند، متوجه شدند و به آن‌ها مراجعه کردند.

علوم اســلامی نه به‌وســیلهٔ جنگ صلیبی، بلکــه از طریق اندلس و جزیــرهٔ «صقلیه» و ایتالیا در اروپا انتشــار یافت. چنان که در ســال ۱۱۳۰ میلادی، دارالترجمه‌ای در «طُلَیطُلَه» تحت ریاست اسقف اعظم **ریموند**، تأســیس شد و شــروع به ترجمهٔ کتب مشهور عرب به زبان لاتینی کردند. از این ترجمه‌ها موفقیت کاملی حاصل شد. یعنی از این کتب چشــم‌های اروپاییان به دنیای تازه‌ای باز شد. انجام این ترجمه‌ها تا قرن چهاردهم ادامه داشت. در اینجا نه فقط کتب **رازی، البقاسس،**

www.riazisara.ir

ابن‌سینا و **ابن‌رشد** را به لاتینی ترجمه کرده، بلکه مصنّفات **جالینوس، ذیمقراطیس، افلاطون، ارسطو، اقلیدس، ارشمیدس** و **بطلمیوس** را که مسلمین ترجمه کرده بودند، تمام آن‌ها را هم به زبان لاتین ترجمه کردند (لوبون، ۱۳۸۰: ۷۰۷-۷۰۶).

تا قرن پانزدهم، قولی را که مأخوذ و مقتبس از مصنّفین اسلام نبود، مستند و معتبر نمی‌شمردند. **رُژر باکن، لئوناردو پیزایی، آرنو ویلانو، ریموند لول، سِن توماس، آلبرت بزرگ** و **آلفونس دهم**، تمام آن‌ها یا شاگرد علمای اسلام بودند و یا ناقل احوال آن‌ها. مسیو **رنان** می‌نویسد که آلبرت بزرگ هرچه داشت، از **بوعلی‌سینا** فرا گرفته، و تمام فلسفهٔ سِن توماس مأخوذ از ابن‌رشد بود.

دارالعلوم‌های اروپا تا ۵۰۰ الی ۶۰۰ سال روی همین ترجمه‌ها دایر می‌شدند و مدار علوم آن‌ها فقط علوم مسلمانان بود. این روش در بعضی از اقسام علوم، مثل طب می‌توان گفت که تا زمان ما هم باقی‌مانده است. چه در فرانسه مصنّفات بوعلی‌سینا تا آخر قرن گذشته باقی بود و روی آن‌ها شروح نوشته می‌شد.

تسلط علوم عرب در دارالعلوم‌های اروپا تا این درجه بود که در آن علمی هم که مسلمین ماهر نبودند، باز به تصانیف آن‌ها رجوع می‌شد. از ابتدای قرن سیزدهم، فلسفهٔ ابن‌رشد در مدارس عالیهٔ آن‌ها جزو دستور بود و تدریس می‌شد. در سال ۱۴۷۳ میلادی، **لویی یازدهم** در زمینهٔ تعلیم حکم کرد که در فلسفه باید همان تصنیفات ابن‌رشد و ارسطو تدریس شوند (همان، ص ۷۱۰).

از اطلاعات دست اول دربارهٔ تمدن و به‌ویژه علم اسلامی، «وضع ممتاز» ریاضیات در سنت اسلامی آشکار می‌شود. جوانب هندسی و بلورین هنر و معماری اسلامی، و علاقه‌مندی به نمادی‌گری حسابی و عددی، هم در هنر تجسمی و هم در هنر سمعی ـ بالخاصه شعر و موسیقی ـ و «جبر و مقابلهٔ» زبان و اندیشه که به وضوح در زبان عربی و زبان‌های دیگر اسلامی منعکس شده است و نمودارهای ملموس دیگر، نقش اساسی ریاضیات سنتی را در هنر و تمدن اسلامی، و ترازی عالی‌تر در «سبک» روحانی اسلام که مستقیماً در هنر مقدس آن تجلی پیدا کرده است، آشکار می‌سازد (نصر، ۱۳۵۰: ۸۷).

ریاضیات اسلامی و تأثیر آن در غرب

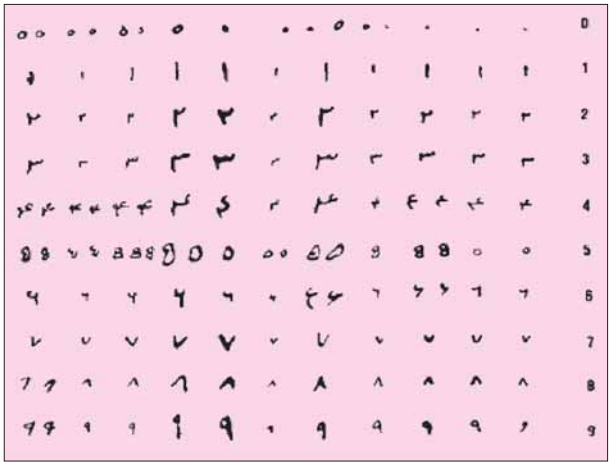
ریاضیات جزو نخستین علومی بود که به همراه علم نجوم در قرن دوم هجری به جهان اسلام انتقال یافت. در دورهٔ **منصور**، دومین خلیفهٔ عباسی (۱۵۸-۱۳۶ هـ.ق/ ۷۷۵-۷۵۴ م/) نخستین کتاب ریاضی و نجوم هند، یعنی «سِند هِند»، تألیف **براهماگوپتا**، توسط **ابراهیم فزاری** (متوفی ۱۶۱ هـ) به زبان عربی ترجمه شد. با ورود این کتاب، ارقام هندی نیز که پایه و اساس علوم ریاضی را تشکیل می‌داد، به‌دست اندیشمندان اسلامی افتاد و آن‌ها را سخت شیفتهٔ ریاضیات کرد (محمدی، ۱۳۷۳: ۲۷۱).

در جریان نهضت ترجمه، آثار بسیاری از ریاضی‌دانان یونانی به عربی برگردانده شدند و به سرعت ریاضی‌دانان اسلامی از سطوح دانسته‌های ریاضی‌دانان یونان گذشتند. بر آثار آنان شرح‌های بسیاری نوشتند و بسیاری از دانسته‌های آنان را توسعه بخشیدند. مهم‌ترین اثر ریاضی به زبان یونانی که در این دوران به عربی ترجمه شد و بر آن شرح‌های بسیاری نوشتند، کتاب «*اصول*» نوشته **اقلیدس** بود (ولایتی، ۱۳۸۴: ۳۷).

به دوران **هارون‌الرشید** و **مأمون**، در نتیجهٔ ترجمه آثار یونانی و اسکندریه، بر اهمیت این علم افزوده شد و جایگاه ویژه‌ای در تمدن اسلامی پیدا کرد. دانشمندان اسلامی تحت تأثیر افکار ریاضی‌دانان اسکندریه، به‌ویژه **فیثاغورس**، به این موضوع اعتقاد پیدا کردند که برای ماهر شدن در فلسفه و پزشکی، راهی جز مطالعه و کنجکاوی در رشته‌های علوم ریاضی چون حساب، هندسه، هیئت و موسیقی وجود ندارد. حتی **کندی** در این زمینه کتابی نیز با عنوان «*أنّه لا تنال الفلسفه الّا بعلم الریاضیات*» تألیف کرد و گفت که انسان تا ریاضی‌دان نباشد، نمی‌تواند فیلسوف شود.

معروف‌ترین شخصیت ریاضی دورهٔ مأمون، **محمدبن موسای خوارزمی** (متوفی ۲۳۲ هـ.ق/ ۸۴۷ م) است که در آثار خود، افکار ریاضی یونانی و هندی را با هم ترکیب کرد. با اینکه قبل از وی نیز ریاضی‌دانان شایسته‌ای وجود داشتند، اما به قول برخی از محققین، به حق باید تاریخ ریاضیات در اسلام را از خوارزمی شروع کرد که در آثار وی سنت‌های ریاضی یونانی و هندی با هم ترکیب شده‌اند (محمدی، ۱۳۷۳: ۲۷۲-۲۷۱). زیرا که وی علاوه بر ریاضیات، مؤسس علم جبر نیز بود و با تألیف کتاب «*الجبر و المقابله*» که نخستین تألیف اسلامی دربارهٔ علم جبر بود (نصر، ۱۳۵۰: ۳۹)، نام خود را در جهان اسلام و غرب تا به امروز جاودانه ساخت. دکتر **گوستاو لوبون** می‌نویسد: «جبر و مقابله تا این حد مورد توجه غرب بوده که مأمون عباسی در قرن نهم میلادی، به محمدبن موسی، یکی از ریاضی‌دان‌های دربار خود، امر کرد کتاب ساده و عامّ الفهمی در جبر و مقابله تألیف نماید» (لوبون، ۱۳۸۰: ۵۶۷).

وی ارقام هندی را وارد جهان اسلامی کرد و از طریق تألیف ریاضی وی، این ارقام به باختر زمین راه یافت و به نام ارقام «عربی» شناخته شد. هر وقت که مردم مغرب زمین دربارهٔ تمدن اسلامی بیندیشند، یکی از نخستین اموری که به ذهن ایشان می‌رسد، ارقام و اعداد عربی است که در قرن چهارم هجری قمری/ دهم میلادی، به باختر رسید و دگرگونی عمیقی در آنجا پدید آورد (آرام، ۱۳۶۶: ۸۹). شاهدی از تأثیر وی در مغرب زمین، این امر است که صورت لاتینی شدهٔ نام وی، «آلگوریسم»[۲] مدت درازی در اغلب زبان‌های اروپایی به معنی علم حساب بوده است. هم‌اکنون این کلمه برای بیان روش دُوری از محاسبه می‌آید که صورت قاعده‌ای را پیدا کرده باشد. حتی وارد مصطلحات فنی ریاضی‌دانان جدید نیز شده است (نصر، ۱۳۵۰: ۲۹).



تکامل ارقام عربی

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

در قرن سوم هجری باید از نقش **ابویوسف یعقوب ابن اسحاق کندی** که به‌نام «فیلسوف‌العرب» شهرت یافت (همان، ص ۲۷) نیز در ریاضیات یاد کرد. علی‌رغم اینکه شهرت کندی بیشتر به جهت تألیفات فلسفی‌اش بود، اما در زمینهٔ علوم دیگر نیز کتاب‌های زیادی نوشته است که **ابن‌الندیم** تنها کتب ریاضی وی را با ذکر نام آن‌ها بیش از ۳۵ جلد دانسته است (ابن‌الندیم، بی‌تا: ۴۶۷-۴۶۶). یعقوب بن اسحاق کندی از تمام اطلاعات و علوم عقلی عهد خود برخوردار بود و درباره اغلب آن‌ها تألیفاتی نیز داشت و به‌همین سبب، اثر و نفوذ او در ریاضیات و فلسفه در تمام قرن سوم و چهارم ادامه داشت (شریف‌زاده، ۱۳۸۵: ۷۹).

همچنین، از ریاضی‌دانان معروف قرن سوم هجری می‌توان فرزندان **موسی بن شاکر**، یعنی **محمد، احمد** و **حسن** را نام برد که نزد مأمون عزت و احترام خاصی داشتند. محمد که بزرگ‌ترین آن‌ها بود، در علم هندسه و نجوم شهرت داشت و کتاب‌های اقلیدس و «*مجِسطی*» بطلمیوس را به‌خوبی می‌دانست. احمد برادر دومی بود که علاوه بر ریاضی، فیزیک‌دان نیز بود. اما حسن در هندسه، یگانهٔ زمان خود بود. به‌هر حال از این سه شخصیت علمی، کتاب‌های زیادی دربارهٔ هندسه، نجوم، ریاضیات و فیزیک باقی‌مانده است که در کتاب «*الفهرست*» ابن‌الندیم از آن‌ها یاد شده است.

در قرن چهارم هجری نیز ریاضی‌دانان شایسته‌ای در جهان اسلام درخشیدند که برجسته‌ترین آن‌ها **ثابت بن قُرّه** بود. وی «مخروطات آپولونیوس» و تعداد زیادی از کتب و رسالات **ارشمیدس** و «*مدخل علم حساب*» **نیکوماخوس** را ترجمه کرد و خود نیز در علم ریاضی به تألیفاتی دست زد. (محمدی، ۱۳۷۳: ۲۷۳).

در این قرن **ابوالحسن اقلیدسی**، ریاضی‌دان دمشقی‌الاصل، کسرهای اعشاری را در کتاب خود دربارهٔ ریاضیات هندی، با نام «*الفصول فی الحساب الهندی*» که در آن روش‌های هندی با روش‌های انگشت‌شماری تلفیق شده بودند، ابداع کرد (ولایتی، ۱۳۸۴: ۳۸).

ریاضی‌دان دیگر این قرن، **ابوالوفا بوزجانی** (متوفی به سال ۳۸۸ هـ.ق) است که شارح کتاب «جبر» خوارزمی نیز بود. برای نخستین‌بار در عالم اسلام، ابوالوفا بوزجانی در بخش دوم از رسالهٔ بسیار مهم خود، کتاب «*فی ما یحتاج الیه الکتّاب و العمّال من علم‌الحساب*» اعداد منفی را ابداع کرد. او برای نامیدن این اعداد از واژهٔ «دِین» استفاده کرده است (همان، ص ۳۹-۳۸). همچنین در این قرن از **ابن‌هیثم، اخوان الصفا** و **ابوسهل** نیز باید یاد کرد که هر کدام در علم ریاضی، کارهای مهمی انجام داده‌اند. با اینکه شهرت ابن‌هیثم بیشتر در علم فیزیک و نورشناسی است، ولی بنا به گفتهٔ **ابن ابی اصیبعه**، به دوران ابن‌هیثم، در ریاضیات هیچ‌کس به پای او نمی‌رسید.

اما معروف‌ترین چهرهٔ ریاضی قرن چهارم هجری، **ابوریحان بیرونی** (۴۴۰-۳۶۲ هـ.ق) است که بیش از ۱۰۳ کتاب و رساله در علوم مختلف، به‌ویژه در ریاضیات، هندسه و مثلثات باقی گذاشته است.

در قرن‌های پنجم و ششم هجری قمری، شخصیت بارز ریاضی، حکیم **عمر خیام نیشابوری** است که با همکاری گروهی از ریاضی‌دانان و منجمان اسلامی، «تقویم جلالی» را به‌وجود آورد.

بغداد تا سه قرن پس از عصر زرین سه خلیفهٔ نخستین خود، همچنان مرکز فعالیت علمی بود؛ علی‌رغم اینکه پس از مرگ مأمون (۸۳۳ م) اعتبار سیاسی آن رو به انحطاط نهاده بود.

مقارن سال ۱۰۰۰ میلادی، تفوق معنوی این شهر سپری شد و مراکز علمی مسلمانان غربی بر پایتخت خلفای بین‌النهرین پیشی گرفت. ترکان سلجوقی و قبایل ستیزه‌جوی تاتار بر بسیاری از مناطقی که پیش از این زیر فرمان خلفا بود، دست یافتند. در سال ۱۲۸۵ م. مغولان بغداد را گرفتند و پس از چندی از آن شهر جز نامی باقی نماند (اسمیت، ۱۳۵۶: ۲۶۲). خان‌های مغول دربارهٔ ادبیات محلی و پیش از اسلام آوردنشان، نسبت به کلام اسلامی بی‌تفاوت بودند، اما به‌خاطر علائق مادی خویش، به بازسازی زندگی شهری و صنعت و تجارت یاری رساندند. به‌علاوه، حمایت خویش را از آن شاخه‌های دانش که به‌نظر آن‌ها فایدهٔ عملی داشت، دریغ نکردند؛ از جمله پزشکی، ریاضیات به‌خاطر نقشی که در دقیق بودن امور دفتری و حساب و کتاب‌ها داشت، و نجوم به‌خاطر اعتقاداتشان به طالع‌بینی (بارتلد، ۱۳۸۳: ۱۱۹).

اما در قرن هفتم هجری، با ظهور خواجه نصیرالدین طوسی، همهٔ دانشمندان قبلی تحت‌الشعاع قرار گرفتند. خواجه با تألیف کتاب «*تحریر اقلیدس*» و کتاب‌های دیگر در زمینهٔ ریاضیات، دوباره این علم و شاخه‌های آن چون هندسه، مثلثات و جبر را زنده کرد (محمدی، ۱۳۷۳: ۲۷۳). و این همان زمان پس از حمله مغولان است که در آن بار دیگر علوم ریاضی، جوانی از سر گرفته بود. تأثیر وی در جهان اسلامی، به‌ویژه قسمت شرقی آن بسیار عظیم بوده است. در مغرب زمین، تنها آثار نجومی و ریاضی او ترجمه شدند و همین‌ها نیز در قرون وسطا و دورهٔ رنسانس، تأثیر فراوان داشته‌اند (نصر، ۱۳۵۰: ۴۱).

در قرن نهم هجری، تحقیق در اعداد و رشته‌های عددی و نیز عمل محاسبه، با **غیاث‌الدین جمشید کاشانی**، ریاضی‌دان برجستهٔ ایرانی که کارهای شگفت‌انگیز او در زمینهٔ علم اعداد، تنها در این اواخر پس از قرن‌ها مورد غفلت قرار گرفتن، شناخته شده است، به اوج خود رسید. کاشانی نه‌تنها مخترع کسرهای دهدهی و روش تقریبی برای محاسبهٔ مسائل فاقد جواب صحیح و روش محاسبهٔ تکراری است و عدد π را با دقتی هرچه تمام‌تر اندازه گرفت، بلکه وی را نیز باید نخستین مخترع ماشین محاسبه دانست. وی همچنین نخستین کسی است که بسط دوجمله‌ای را که اکنون به **نیوتن** نسبت داده می‌شود، به‌دست آورد. بسط دوجمله‌ای:

$$(a+b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}a^{n-3}b^3 + \ldots + nab^{n-1} + b^n$$

در کتاب «*مفتاح الحساب*» او موجود است که مهم‌ترین اثر اسلامی در علم اعداد به‌شمار می‌رود. کاشانی همچنین کتابی به‌نام «*الرسالة المحیطیه*» دارد که شاهکاری در حساب مبتنی بر نظام ستینی (شصت‌تایی) است و توسط **لوکی** به لاتین ترجمه شده است (آرام، ۱۳۶۶: ۹۱).

آخرین ریاضی‌دان مسلمان که طی قرون وسطا و پس از آن آثاری از وی به لاتین ترجمه شد، **بهاءالدین عاملی** (۹۵۳-۱۰۳۰ هـ.ق) مشهور به **شیخ بهایی** است که کتاب او با نام «*خلاصة الحساب*» به انگلیسی، فرانسوی و آلمانی ترجمه شد. پرداختن به جنبه‌های عملی ریاضیات، از جمله طرح انواع شکل‌های چندضلعی منتظم و نامنتظم، انواع راه‌حل‌های عددی و هندسی معادلات جبری، دستیابی به میزان بسیار دقیقی از عدد π و سرانجام، روش‌های متعدد برای تعیین محیط و مساحت انواع چندضلعی‌ها و مواردی مانند این، دستاوردهای دانشمندان ریاضی اسلام بود که به غرب منتقل شد (ولایتی، ۱۳۸۴: ۱۲۲).

در اسپانیا نیز دانشمندان بزرگی در ریاضیات ظهور کردند که از همه معروف‌تر **مسلمة بن احمد مجریطی** (متوفی ۳۹۸ هـ.ق/ ۱۰۰۷ م) بود. او را «امام الریاضیین»، یعنی پیشوای ریاضی‌دانان می‌خواندند. مجریطی همان شخصیتی است که برای نخستین‌بار برخی از علوم اسلامی و آثار دانشمندان ممالک شرقی در زمینهٔ ریاضیات، نجوم، کیمیا و سحر را وارد اندلس کرد. وی شاگردان زیادی نیز در نجوم و ریاضی تربیت کرد که از آن جمله **ابوالحکم عمرو کرمانی** (۴۵۹ هـ.ق/ ۱۰۶۶ م) بود. کرمانی در هندسه و ریاضیات تخصص وافی داشت و گفته‌اند که او حلال مشکلات ریاضی و فلکی اندلس بود (آل‌علی، ۱۳۷۰: ۳۳۰).

هندسه

به‌طوری که گفته شد، دانشمندان اسلامی علاوه بر ریاضیات و حساب، در شاخه‌های آن نیز تلاش جدی کردند. در زمینهٔ هندسه، آثار اقلیدس را مبنای کار خود قرار دادند و کتاب‌های فراوانی نیز در آن موضوع، تألیف کردند. پیشرفت این علم در جهان اسلام، بیشتر مدیون فرزندان موسی ـ بنو موسی ـ (محمد، احمد و حسن) است. آن‌ها با تألیف کتاب «*معرفة مساحة الاشکال*» هندسه را رونق بخشیدند. بعدها خواجه نصیرالدین طوسی بر همین کتاب، شرحی نوشت و خود نیز به تألیف کتاب «*تحریر اقلیدس*» پرداخت. خواجه با تدوین این کتاب، هندسه را از گرو نجوم بیرون آورد و مستقل ساخت (محمدی، ۱۳۷۳: ۲۷۴).

مثلثات

مثلثات، شاخه‌ای دیگر از ریاضیات بود که بدون تردید توسط دانشمندان اسلامی اختراع شد. **بارون کارا دو وو** در این‌باره می‌نویسد: «می‌دانیم که نزد یونانیان، علم مثلثات به معنی خاص وجود نداشته است. بدین معنی که دانشمندان هندسهٔ یونانی، از روش حل مسائل از طریق حل مثلث‌ها بی‌خبر بودند. خطوط یا توابع مثلثاتی جِیب (سینوس) و ظلّ (تانژانت) که اکنون آن‌ها را می‌شناسیم، برای یونانیان ناشناخته بود. آنچه نزد دانشمندان اسلامی می‌بینیم کاملاً چیزی دیگر است» (کارا دو وو، ۱۳۶۳: ۱۴۷-۱۴۶).

نخستین کسی که مثلثات را در آثار نجومی خود به‌کار برد، **ابوعبدا... محمدبن جابربن سنان**، معروف به «بتّانی» متوفی به سال ۳۱۷ هجری است. بعد از وی **حَبَش بن حاسب** بود که برای نخستین‌بار، ظلّ (تانژانت) را در کتاب خود مطرح کرد. او از جیب (سینوس) و جیب تمام (کسینوس) و ظلّ تمام (کتانژانت) نیز آگاهی داشت (آرام، ۱۳۶۶: ۹۵).

با این حال، ترقی اصلی مثلثات با کارهای **ابوالوفای بوزجانی**، متوفی به سال (۳۸۸ هـ.ق/ ۹۸۸ م) صورت گرفت که کتاب «المجِسطی» او که نباید با کتابی به‌همین نام از **بطلمیوس** اشتباه شود، بیشتر از مثلثات بحث می‌کند. وی نخستین کسی بود که قضیهٔ جیب‌ها را در مثلث کروی به اثبات رساند. وی از معادلات زیر، آگاه بود (پیشین):

$$\sin(a \pm b) = \sin a.\cos b \pm \cos a.\sin b$$

$$2\sin^2 \frac{a}{2} = 1 - \cos a$$

$$\sin 2a = 2\sin a \cos a$$

ولی در این زمینه نقش **ابوریحان بیرونی** بیش از همه است. کتاب «*مقالید علم الهیئة*» وی، نخستین اثر مستقل دربارهٔ مثلثات بوده است. بیرونی همچنین مقدار تقریبی جَیب یک درجه را به‌دست آورده است. او نخستین کسی است که صحت رابطهٔ زیر (قانون سینوس‌ها) را در مثلث مستقیم‌الخط به اثبات رساند:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

اوج ترقی علم مثلثات در دورهٔ **خواجه نصیرالدین طوسی** است کتاب «*شکل القَطّاع*» وی در تاریخ این علم اهمیت خاص دارد. خواجه آثار گذشتگانی چون بوزجانی و بیرونی را با یکدیگر تلفیق کرد. وی توابع مثلثاتی را مستقل از علم نجوم مورد مطالعه قرار داد.

به هر صورت چه این کار به‌دست بیرونی صورت گرفته باشد و چه به‌دست طوسی، در این شک نیست که علم مثلثات حتی بدان صورت که اکنون مورد بحث قرار می‌گیرد، به‌دست ریاضی‌دانان مسلمان به‌وجود آمده و راه کمال پیموده است (همان، ص ۹۶).

چگونگی تأثیر ریاضیات اسلامی در تمدن غرب

پس از بررسی مراحل تطور و تکامل ریاضیات در جهان اسلام، اکنون جای این سؤال باقی است که: آثار و افکار ریاضی‌دانان اسلامی چگونه و از چه طریق به اروپا انتقال یافت و میزان تأثیر آن چه اندازه بوده است؟

در پاسخ به این پرسش باید گفت اطلاعات ریاضی مسلمانان از دو طریق و در دو مقطع زمانی در اروپا نفوذ کرد. مردم اروپا نخست در اسپانیا با آثار ریاضی دانشمندان اسلامی آشنا شدند و سپس از طریق ایتالیا و سیسیل به معلومات وسیع‌تری دست یافتند. نخستین شخص اروپایی که به یادگیری این علم پرداخت، **ژربر فرانسوی** (۳۹۴-۳۹۰ هـ.ق/ ۱۰۰۳-۹۹۹ م) بود که بعدها به مقام پاپی رسید و «سیلوستر دوم» لقب گرفت. ژربر به اسپانیا مسافرت کرد و بعد از اخذ روش‌های به‌کارگیری ریاضی مردم آن منطقه، به اروپا بازگشت و به ترویج ارقام عربی پرداخت. می‌گویند ژربر نخستین‌بار استعمال چرتکه را در حل مسائل ریاضی اروپا متداول کرد، اما وی هنوز عدد «صفر» را نمی‌شناخت. با این حال رواج همین ارقام سادهٔ مسلمانان اسپانیا در اروپا تحول بزرگی ایجاد کرد و نظام محاسبات آن‌ها را آسان‌تر ساخت.

دومین گام انتشار علوم ریاضی مسلمانان در اروپا در نهضت ترجمهٔ اسپانیا برداشته شد و آثار ریاضی‌دانان اسلامی به زبان لاتین ترجمه شدند.

رابرت چستر انگلیسی، با ترجمهٔ کتاب «*المختصر فی حساب الجبر و المقابله*» خوارزمی به سال ۱۱۴۵ م، نه‌تنها علم جبر را به مردم اروپا شناساند، بلکه لفظ (الجبر) عربی را نیز به مغرب‌زمین انتقال داد. همین کتاب یک‌بار دیگر توسط مترجم معروف اسپانیا، **جرارد کرمونایی** به لاتین ترجمه شد و تا قرن ۱۶ میلادی به‌عنوان معتبرترین کتاب درسی در دانشگاه‌های اروپا تدریس می‌شد. به قول استاد **زرین‌کوب** در کتاب «*کارنامهٔ اسلام*»، «این کتاب تا زمان ویت[۳] مبنای مطالعات ریاضی اروپاییان بود.» این کتاب چندین‌بار به‌نام «*لیبر الگوریسمی*»[۴]، یعنی کتاب *الخوارزمی* به لاتینی ترجمه شده است (نصر، ۱۳۵۰: ۱۴۷).

گذشته از آن، اثر دیگر خوارزمی، «*الجمع و التفریق بحساب الهند*» بود که توسط **ریموند**، اسقف اعظم طلیطله و بنیان‌گذار نهضت ترجمهٔ

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

اسپانیا، به زبان لاتین برگردانده شد. ریموند این کتاب را تحت عنوان «*ارقام هندی الخوارزمی*» ترجمه کرد و اساس کارهای علمی خود قرار داد. او سیستم اعداد خوارزمی را جانشین میز محاسبهٔ ژربر، یعنی محاسبه روی خاک و شن کرد. با ورود این کتاب، نخستین‌بار ارقام هندی به اروپا انتقال یافت و اثر عمیقی در آن منطقه باقی گذاشت. همچنین از طریق آن، اصطلاح الگوریسم و کلمهٔ «صیفر» وارد زبان‌های اروپایی شد.

علاوه بر خوارزمی، آثار ریاضی **بنی موسی** (محمد، احمد و حسن) به‌ویژه کتاب «*قسمة الزاویه الی ثلاثة اقسام متساویه*» در قرن ۱۲ به‌وسیلهٔ جرارد کرمونایی، ترجمه و در افکار ریاضی‌دانان اروپا مؤثر واقع شد. به قول کارا دو وو «مغرب‌زمین، برخی از آثار خود را به این سه برادر مدیون است.»

همچنین، کتاب‌های ریاضی ابوریحان بیرونی، عمر خیام و خواجه نصیرالدین طوسی نیز در طول قرون وسطا به زبان لاتین ترجمه شدند و دانشمندان اروپایی از آن‌ها بهرهٔ فراوانی گرفتند.

به‌غیر از اسپانیا، ایتالیا هم در انتقال علوم ریاضی به اروپا نقش برجسته‌ای داشت. در ایتالیا باید از نابغهٔ ریاضی آن عصر، یعنی **لئوناردو فیبوناتچی** یاد کرد. فیبوناتچی در کودکی به همراه پدر بازرگانش به ممالک اسلامی به‌خصوص سوریه، مصر و سیسیل مسافرت کرد و نزد استادان ریاضی مناطق مذکور، علوم ریاضی را به نحو احسن یاد گرفت. وی بعد از بازگشت به ایتالیا، نخستین کتاب جبر خود را در سال ۱۲۰۲ م با عنوان «*لیبر آباکی*» (کتاب محاسبه) تألیف کرد و روش‌های محاسبات جبری را برای اولین‌بار به مردم اروپا نشان داد. وی با آثار خوارزمی، از جمله کتاب «*الجبر و المقابله*» او کاملاً آشنا بود و در کتاب خود، شش قسمت از معادلات درجهٔ دوم را عیناً مانند خوارزمی به‌کار برد. فیبوناتچی در همان کتاب آباکی، از اعداد هندی ـ عربی از جمله «صفر» نیز سخن گفت. وی کتاب دیگری با عنوان «هندسهٔ عملی» تدوین کرد که مدت‌ها مرجع اروپاییان به‌شمار می‌رفت. چنان که گفته‌اند، تألیفات لئوناردو زیربنای پیشرفت ریاضیات در اروپا به‌حساب می‌آمد.

اکثر قریب به اتفاق محققان معتقدند که لئوناردو نخستین کسی بود که سیستم به‌کارگیری اعداد هندی، از جمله عدد صفر را در اروپا مرسوم کرد. با ورود این عدد به ظاهر ناچیز اما پرمحتوا، تحول بزرگی در ریاضیات اروپا ایجاد شد.

اما در پاسخ به این پرسش که: چرا ارقام عربی، دیرتر از علوم اسلامی دیگر در اروپا متداول شد؟ باید گفت دانشمندان و ریاضی‌دانان سنتی اروپا در قرن‌های یازدهم و دوازدهم میلادی، در برابر استعمال این ارقام، مقاومت می‌کردند و ترجیح می‌دادند که همان ارقام رومی بدون وجود صفر را استعمال کنند (آل‌علی، ۱۳۷۰: ۳۳۴). شکی نیست که نقش عدد صفر در این میان بسیار چشم‌گیر بود و به قول **فیلیپ**: حتی «اگر صفر نبود، می‌باید ارقام را در ستون‌های جدا به آحاد و عشرات و مئات و غیره مرتب می‌کردیم و به‌عبارت دیگر، می‌باید برای هر محاسبه‌ای، جدول یا لوح خاص حساب به‌کار می‌بردیم» (محمدی، ۱۳۷۳: ۲۷۸-۲۷۵).

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

دورهٔ تاریخ ریاضیات اسلامی، از سدهٔ دوم هجری تاکنون، ریاضی‌دانان بسیاری را به تاریخ علم جهان هدیه داده است (ولایتی، ۱۳۸۴: ۳۹).

به‌طور کلی، دستاوردهای ریاضی‌دانان اسلامی را در شاخه‌های گوناگون دانش ریاضیات، چنین می‌توان عنوان کرد: اصلاح دستگاه عددنویسی هندی با تکمیل حساب دستگاه اعشاری آن، از جمله ابداع کسرهای اعشاری؛ به‌وجود آوردن مفاهیم جدید در تئوری اعداد و به‌وجود آوردن علم جبر؛ کشفیات مهم و جدید در دانش مثلثات و نیز علم کُره‌ها و ابداع روش‌های گوناگون برای یافتن پاسخ‌های عددی معادلات درجهٔ دو و سه (همان، ص ۳۷).

به‌طور حتم می‌توان گفت مغرب زمین کنونی که داعیه‌دار پیشرفت‌های روزافزون در زمینهٔ علوم متعدد و به‌ویژه ریاضیات و شاخه‌های گوناگون آن است، شالودهٔ ترقی خود را به خدمات مسلمانان به بسیاری از دانش‌های امروز بشر و به‌خصوص دانش ریاضیات مدیون است.

بر ماست که ضمن حفظ میراث گران‌قدر گذشتگانمان، در جهت شناساندن اصالت حقیقی آن‌ها و خدماتی که در عرصهٔ علوم گوناگون و مخصوصاً ریاضیات به دنیا کرده‌اند که متأسفانه در موارد متعددی این خدمات و ابداعات اندیشمندان مسلمان، به متفکران غربی نسبت داده شده‌اند، در راستای گسترش فعالیت‌های آن‌ها گام برداریم. همچنین، با تکیه بر فرهنگ و تمدن غنی گذشتهٔ خود، امروز نیز سهم خود را در پیشرفت علوم ادا کنیم و از این طریق، مانع گسترش نظریات غیرمنصفانهٔ برخی از نویسندگان و صاحب‌نظران غربی، دربارهٔ خدمات مسلمانان به انواع علوم، به‌ویژه ریاضیات شویم.

پی‌نوشت‌ها

1. Astrolabe

یکی از ابزارهای مهم نجوم که مسلمین این وسیله را به بهترین وجه مورد استفاده قرار دادند (صرفی، ۱۳۷۴: ۸۳).

2. Algorism

۳. فرانسوا ویت، ریاضی‌دان فرانسوی که سهم زیادی در بسط جبر و مثلثات داشت.

4. Liber Algorismi

* منظور از هندسهٔ مجسمه، هندسهٔ فضایی و منظور از مثلثات مجسمه، مثلثات کروی است.

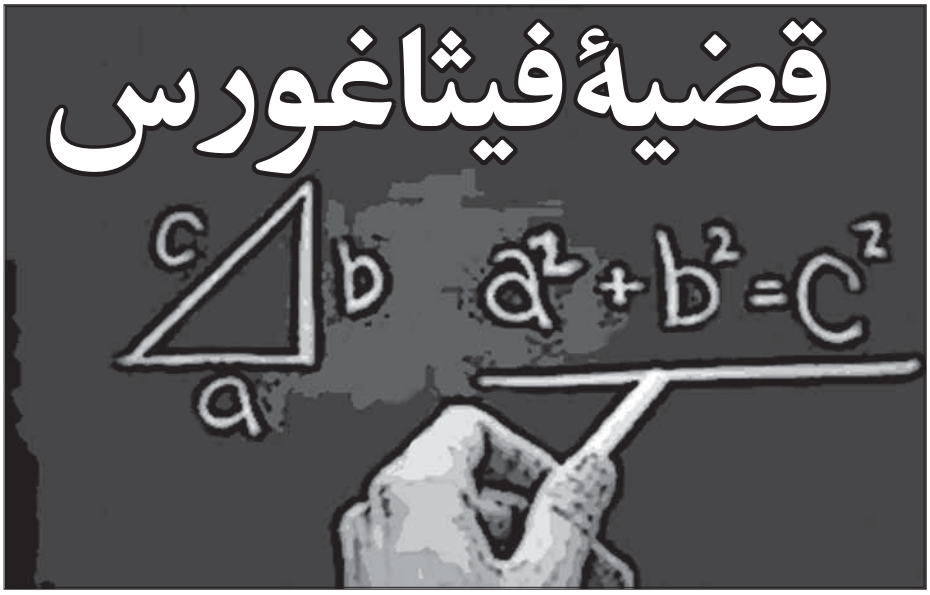
منابع

۱. آرام، احمد (۱۳۶۶). **علم در اسلام**. انتشارات سروش. تهران. چاپ اول.
۲. آل‌علی، نورالدین (۱۳۷۰). **اسلام در غرب**. دانشگاه تهران. چاپ اول. تهران ۱۳۷۰.
۳. اسمیت، دیوید یوجین (۱۳۵۶). **تاریخ ریاضیات** (ج ۱). ترجمهٔ غلام‌حسین صدری افشار. انتشارات توکا. تهران. چاپ اول.
۴. شریف‌زاده، منصور (۱۳۸۵). **خوارزمی**. انتشارات مدرسه. تهران. چاپ سوم.
۵. صرفی، محمدتقی (۱۳۷۴). **تمدن اسلام از زبان بیگانگان**. دفتر نشر برگزیده. تهران. چاپ اول.
۶. کارا دو وو، بارون (۱۳۶۳). **متفکران اسلام** (ج ۱ و ۲). ترجمهٔ احمد آرام. دفتر نشر فرهنگ اسلامی. تهران.
۷. گوستاو لوبون (۱۳۸۰). **تاریخ تمدن اسلام و عرب**. ترجمهٔ سیدمحمدتقی فخر داعی گیلانی. انتشارات افراسیاب. تهران. چاپ دوم.
۸. محمدی، ذکرا... (۱۳۷۳). **نقش فرهنگ و تمدن اسلامی در بیداری غرب**. دانشگاه بین‌المللی امام خمینی(ره). تهران. چاپ اول.
۹. موسوی لاری، سیدمجتبی (۱۳۸۰). **اسلام و سیمای تمدن غرب**. دفتر انتشارات اسلامی وابسته به جامعهٔ مدرسین حوزهٔ علمیه قم. چاپ هشتم.
۱۰. نصر، سیدحسین (۱۳۵۰). **علم و تمدن در اسلام**. ترجمهٔ احمد آرام. نشر اندیشه. تهران. چاپ اول.
۱۱. بارتلد، واسیلی؛ ولادیمیرو ویچ (۱۳۸۳). **فرهنگ و تمدن اسلامی**. ترجمهٔ عباس به‌نژاد. شرکت چاپ و نشر بین‌الملل وابسته به انتشارات امیرکبیر. تهران. چاپ اول.
۱۲. ولایتی، دکتر علی‌اکبر (۱۳۸۴). **فرهنگ و تمدن اسلامی**. دفتر نشر معارف. قم. چاپ چهارم.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

اثباتی برای قضیهٔ فیثاغورس



محمد طبیعی
دانش‌آموز رشتهٔ ریاضی دبیرستان
علامه طباطبایی تهران

کلیدواژه‌ها: قضیهٔ فیثاغورس

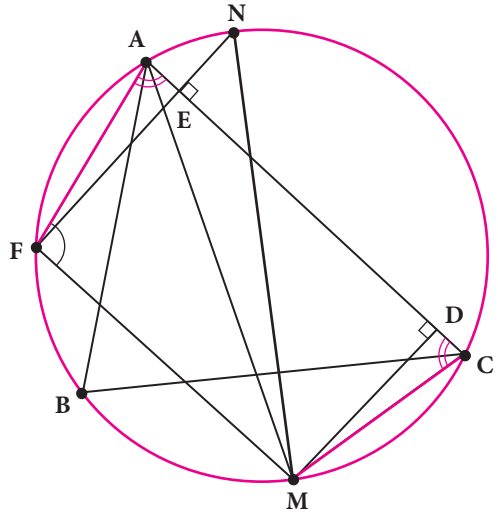
مقدمه

«قضیهٔ فیثاغورس» معروف‌ترین و یکی از مهم‌ترین قضایای هندسی است که تاکنون بیش از ۳۷۰ اثبات برای آن ارائه شده است. در این مقاله قصد داریم اثبات جدیدی به‌وسیلهٔ یک لم کاربردی برای این قضیه مطرح کنیم.

لم

در شکل ۱، در مثلث ABC AC>AB و M و N به‌ترتیب وسط کمان‌های BC و BAC هستند. از M و N بر AC عمود می‌کنیم تا آن را به‌ترتیب در D و E قطع کنند. آن‌گاه خواهیم داشت:

$$CD = AE = \frac{b-c}{۲}$$



شکل ۱

اثبات لم

NE را امتداد می‌دهیم تا بار دیگر دایره را در F قطع کند. از آنجا که N وسط کمان $\widehat{BAC}$ است، پس: $\widehat{AN} = \hat{B} - \hat{C}$ (چرا؟). در نتیجه: $A\hat{F}E = \frac{\hat{B}-\hat{C}}{۲}$ و: $F\hat{A}E = ۹۰ - (\frac{\hat{B}-\hat{C}}{۲})$.

از طرف دیگر می‌دانیم که M وسط کمان BC است، پس: $\widehat{BM} = \hat{A}$. در نتیجه: $M\hat{C}D = \frac{\hat{A}}{۲} + \hat{C}$ (چرا؟). همچنین می‌دانیم: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ$، پس: $\frac{\hat{A}}{۲} + \hat{C} = ۹۰ - (\frac{\hat{B}-\hat{C}}{۲})$ در نتیجه $F\hat{A}E = M\hat{C}D$.

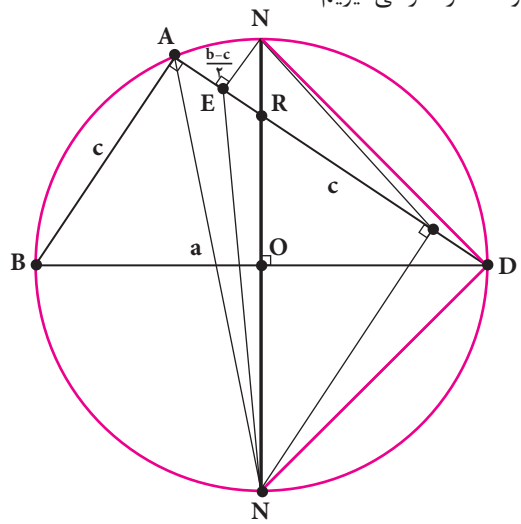
یعنی چهارضلعی AFMC ذوزنقه است (چرا؟) و از آنجا که محاطی است، پس: AF=MC و در نتیجه: $\boxed{AE = CD}$

حال با توجه به آنکه: $M\hat{A}C = \frac{\hat{A}}{۲}$، پس: $F\hat{A}M = F\hat{A}E - M\hat{A}C = \hat{C}$. بنابراین: FM=AB و با توجه به

اینکــه AFMC ذوزنقــه اســت، پــس: ED=FM=AB. و از آنجــا که: AE+CD+ED=۲AE+ED=AC، پس: $AE=\frac{b-c}{۲}$ و لم اثبات می‌شود.

اثبات قضیهٔ فیثاغورس

مثلث قائم‌الزاویه ABC (AC>AB) مفروض است. M و N به‌ترتیب وسط کمان‌های $\widehat{BC}$ و $\widehat{BAC}$، و D و E به‌ترتیب پای عمودهای وارد از M و N بر AC هستند. O را نیز مرکز دایرهٔ محیطی و R را محل برخورد MN و AC در نظر می‌گیریم.



شکل ۲

از آنجا که چهارضلعی ENDM ذوزنقه است، پس:

مساحت $\overset{\Delta}{NRD}$ = مساحت $\overset{\Delta}{ERM}$ (۱).

حال مساحت مثلث $\overset{\Delta}{NCM}$ را در نظر می‌گیریم. می‌دانیم که:

مساحت $\overset{\Delta}{CRM}$ + مساحت $\overset{\Delta}{NRD}$ + مساحت $\overset{\Delta}{NCD}$ = مساحت $\overset{\Delta}{NCM}$

با توجه به تساوی (۱) می‌توان نوشت:

مساحت $\overset{\Delta}{NDC}$ + مساحت $\overset{\Delta}{CME}$ = مساحت $\overset{\Delta}{NCM}$ (۲)

حال اگر داشــته باشــیم: AB=c، AC=b و BC=a، آن‌گاه خواهیم داشت:

$$\text{مساحت } \overset{\Delta}{NCM} = \frac{CO\times MN}{۲} = \frac{\frac{a}{۲}\times a}{۲} = \frac{a^۲}{۴}$$

می‌دانیــم: $N\hat{A}C = A\hat{N}E = ۴۵^\circ$، پس: $\underbrace{NE = AE = \frac{b-c}{۲}}_{\text{طبق لم گفته شده}}$ و همچنین: $D\hat{A}M = A\hat{M}D = ۴۵^\circ$.

بنابراین: $\underbrace{AD = DM = \frac{b+c}{۲}}_{\text{طبق نتیجهٔ لم گفته شده}}$. یعنی می‌توان گفت:

$$\text{مساحت } \overset{\Delta}{CME} + \text{مساحت } \overset{\Delta}{NDC} = \frac{MD\times CE}{۲} + \frac{NE\times DC}{۲}$$

$$= \frac{\frac{b+c}{۲}\times\frac{b+c}{۲}}{۲} + \frac{\frac{b-c}{۲}\times\frac{b-c}{۲}}{۲} = \frac{b^۲+c^۲}{۴}$$

حــال طبــق تســاوی (۲) می‌تــوان نوشــت: $\frac{b^۲+c^۲}{۴} = \frac{a^۲}{۴}$، پس: $b^۲+c^۲=a^۲$.

پی‌نویس

در اثبات ارائه شــده، مثلث قائم‌الزاویهٔ ما نمی‌تواند متساوی‌الساقین باشد، لذا باید در مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین نیز اثباتی برای قضیهٔ فیثاغورس ارائه شود.

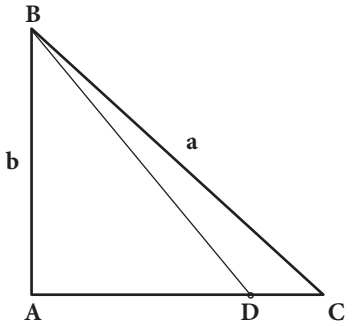
برای اثبات قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین، از برهان خلف استفاده می‌کنیم.

فــرض کنیــد: AB=AC=b و BC=a. همچنیــن، فــرض کنیــد: $a \neq b\sqrt{۲}$.

پس می‌توان فرض کرد که: $a > b\sqrt{۲}$

نقطــهٔ D را روی AC به‌گونــه‌ای انتخــاب می‌کنیم که: $BD = b\sqrt{۲}$.

حال با توجه به اینکه $\overset{\Delta}{BAD}$ قائم‌الزاویه متساوی‌الســاقین نیست، پس قضیهٔ فیثاغورس در آن صدق می‌کند، یعنی: $b^۲+AD^۲=۲b^۲$.



شکل ۳

در نتیجه: AD=b و این تناقض اســت. زیرا فرض بر این اســت که: AD<AC=b. بنابرایــن a نمی‌تواند بزرگ‌تر از $b\sqrt{۲}$ باشــد و به طریق مشابه، a نمی‌تواند کوچک‌تر از $b\sqrt{۲}$ باشد. پس: $a = b\sqrt{۲}$ و حکم برای تمامی مثلث‌ها ثابت می‌شود.

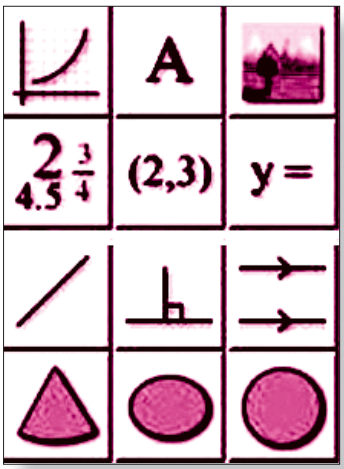
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

کروکودیل ریاضی
CROCODILE Mathematics

مریم شاه‌محمدی*
دبیر ریاضی و کامپیوتر
شهر تهران

چکیده

در عصر حاضر، با توجه به پیشرفت فناوری و هوشمندسازی مدارس، به کار بردن روش‌های سنتی و معلم‌محور، به تنهایی پاسخ‌گوی نیاز فراگیرندگان نخواهد بود. یکی از راهکارهای اساسی برای مشارکت فعال دانش‌آموزان در امر یاددهی ـ یادگیری، استفاده از نرم‌افزارهای کاربردی و برگزاری کارگاه‌های فعال آموزشی است. در راستای تحقق هدف مذکور، در این مقاله به معرفی یکی از نرم‌افزارهای کاربردی تخصصی ریاضی با عنوان «کروکودیل ریاضی» و کاربردهای موردی آن پرداخته شده است. با استفاده از این نرم‌افزار می‌توان انواع نمودارها را با رنگ‌های متنوع رسم و اثر ضرایب گوناگون را بر نمودار تابع آزمایش کرد. همچنین، این نرم‌افزار یکی از جدیدترین و بهترین ابزارها برای آموزش و ساخت شکل‌های سه‌بعدی است. به منظور نمایش فضایی، رنگ و اندازهٔ شکل‌ها را بعد از ساختن می‌توان تغییر داد و این موضوع کمک می‌کند، تصور بهتری از شکل‌ها حاصل شود. حتی می‌توان متن یا پرسش‌هایی را به آن‌ها اضافه کرد. برخلاف دیگر نرم‌افزارها، کار کردن با نرم‌افزار کروکودیل و ساختن شکل‌های سه‌بعدی با آن، بسیار آسان است، زیرا کتابخانهٔ کاملی از شکل‌های سه‌بعدی دارد.



تصویر ۱. قابلیت کاربرد آموزشی (هندسه و ریاضی متوسطهٔ ۱ و ۲)

کلیدواژه‌ها: مدل‌های ریاضی، نرم‌افزار کاربردی، اشکال سه‌بعدی هندسی، تجسم شهودی، کروکودیل ریاضی، کاربردهای آموزشی

مقدمه

کروکودیل ریاضی ابزاری برای ساختن مدل‌های ریاضی است. به‌وسیلهٔ این ابزار هم معلم و هم دانش‌آموز می‌توانند به راحتی و به سرعت، مفاهیم ریاضی را با استفاده از اشکال، اعداد، معادلات و گراف‌ها مدل‌سازی کنند. مدل ریاضی کروکودیل، با به‌کار بردن یک یا چند گزینه که به فضای ریاضی فعالیت موردنظر در صفحه اضافه می‌شود، ایجاد خواهد شد. عناصر ساختاری پایه را اشکالی که شامل خطوط، دایره‌ها و کمان‌ها، مثلث‌ها، مربع‌ها، چندضلعی‌های منتظم و نامنتظم هستند، تشکیل می‌دهند. با استفاده از ارتباطی ساده بین اشکال، به راحتی می‌توان

برای یک مفهوم انتزاعی (مجرد)، نظیر قضیهٔ تناسب و قضیه فیثاغورث، یک نمایش تجسمی و عینی به‌وجود آورد.
پس از نصب و ایجاد آیکن در «دسک‌تاپ» و باز کردن برنامه، پنجرهٔ تصویر ۲ ظاهر می‌شود.

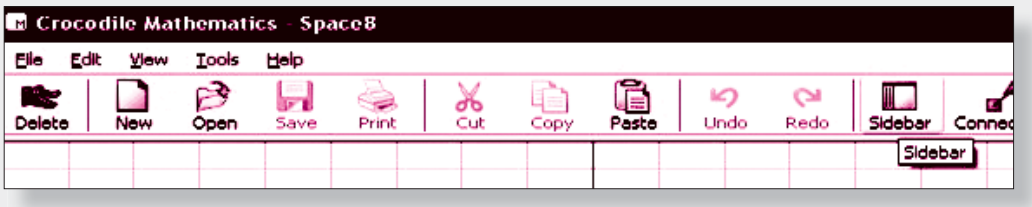
یکی از راهکارهای اساسی برای مشارکت فعال دانش‌آموزان در امر یاددهی ـ یادگیری، استفاده از نرم‌افزارهای کاربردی و برگزاری کارگاه‌های فعال آموزشی است

تصویر ۲

از طریق این پنجره، امکان ایجاد مدل ریاضی جدید و اســتفاده از مدل‌های آماده و راهنمای شــروع کار فراهم می‌شود.

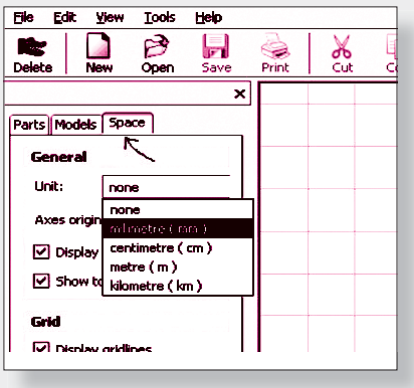
تنظیمات اولیه

در صورتی که نوار ابزار در سمت چپ پنجرهٔ جاری نمایان نباشد، ابتدا با کلیک بر ابزار -- آن را نمایان می‌سازیم.

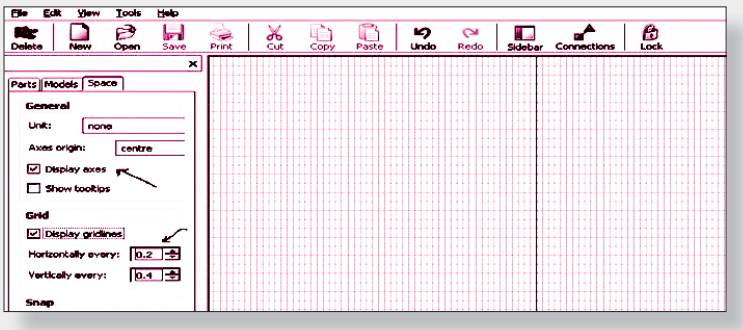


تصویر ۳

با فشردن «space» امکان استفاده از تنظیمات صفحهٔ کاری، از قبیل انتخاب واحد فاصله، آشکار یا پنهان کردن مبدأ مختصات، شطرنجی کردن صفحه، قفل کردن صفحهٔ کاری، و... فراهم خواهد شد (تصویرهای ۴ و ۵).



تصویر ۴



تصویر ۵

معرفی عناصر ساختاری

پردهٔ اصلی برنامه شامل سه قسمت است:

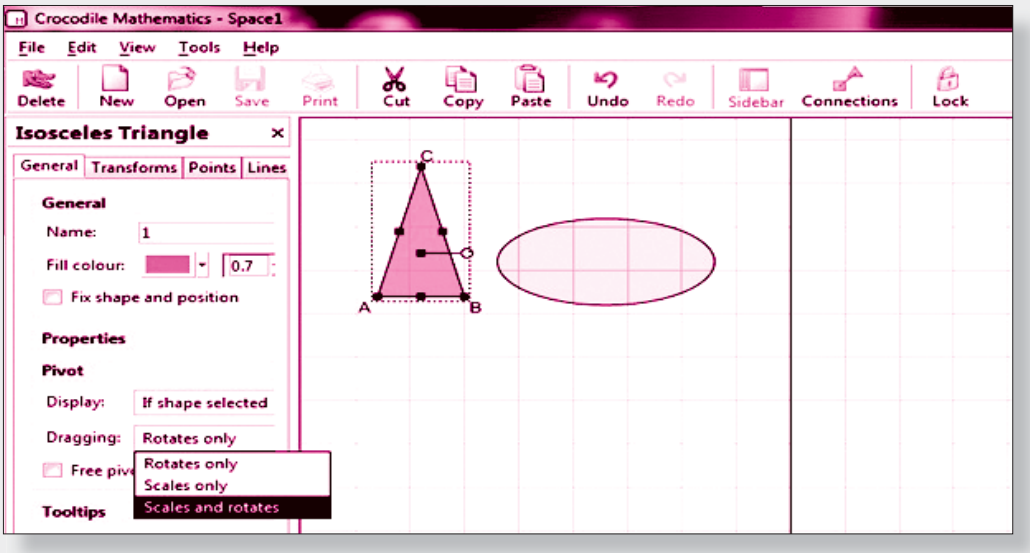
۱. «صفحهٔ ریاضی» که مدل در آن جای می‌گیرد.

۲. «نوار کناری» که اجازهٔ دسترسی به مدل‌های نرم‌افزار و اضافه کردن به صفحهٔ ریاضی را فراهم می‌سازد.

۳. «نوار ابزار فوقانی» که توابعی پایه‌ای نظیر باز کردن فایل‌ها، ذخیره کردن، کپی کردن و... را در اختیار کاربر قرار می‌دهد.

تصویر ۶

برای ایجاد یک مدل، کافی است یکی از عناصر تب «parts» را از نوار کنار صفحه انتخاب و با کشیدن آن با ماوس و رها کردن، آن را روی صفحهٔ ریاضی مستقر کنیم. برای تغییر خصوصیات یک شکل مستقر در صفحه، با انتخاب آن در صفحه، پنجرهٔ مربوط به خصوصیات آن در نوار کناری برنامه ظاهر خواهد شد. برچسب‌های بالای نوار کناری برنامه، امکان تغییر ویژگی‌های متفاوتی را فراهم می‌کنند. برای مثال در برچسب «General» می‌توان خصوصیات مدل، نظیر رنگ، اندازه، نقاط و محل تقاطع شکل، و... را تنظیم کرد.



تصویر ۷. نمایش دوران شکل حول محور مکانی به‌طور اتوماتیک (متحرک‌سازی)

یکی از **مفاهیم درس هندسهٔ ۲ (پایهٔ سوم ریاضی)**، مفهوم «دوران» است. با ساختن یک مدل ریاضی ساده می‌توان به سادگی تبدیل دوران را توصیف کرد و خصوصیات آن را به‌طور شهودی نمایش داد.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

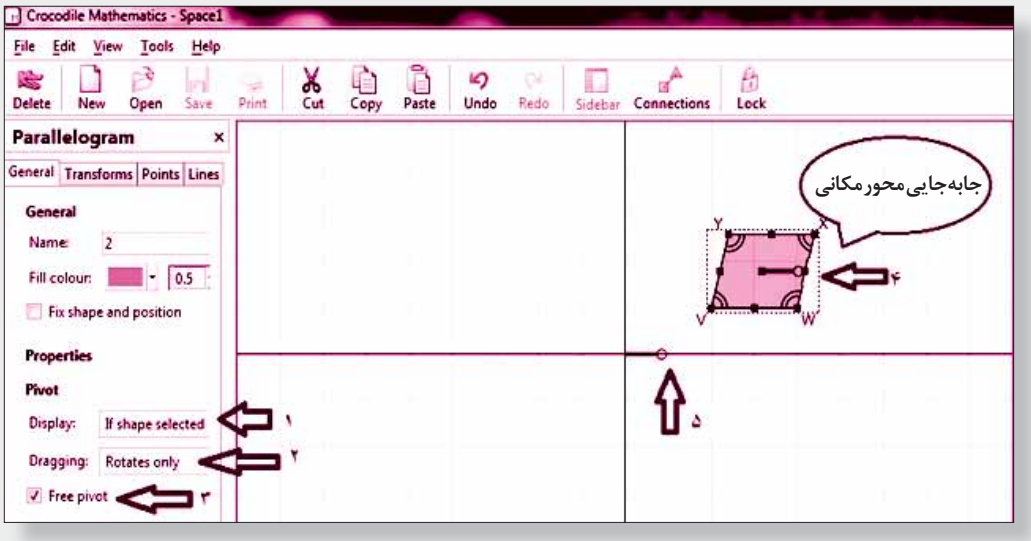
www.riazisara.ir

مراحل انجام فعالیت

۱. ایجاد یک شکل مانند متوازی‌الاضلاع در صفحهٔ ریاضی؛

۲. تهیهٔ یک کپی از آن (انتخاب شکل، انتخاب گزینهٔ «copy» و سپس گزینهٔ «paste» در نوار ابزار فوقانی)؛

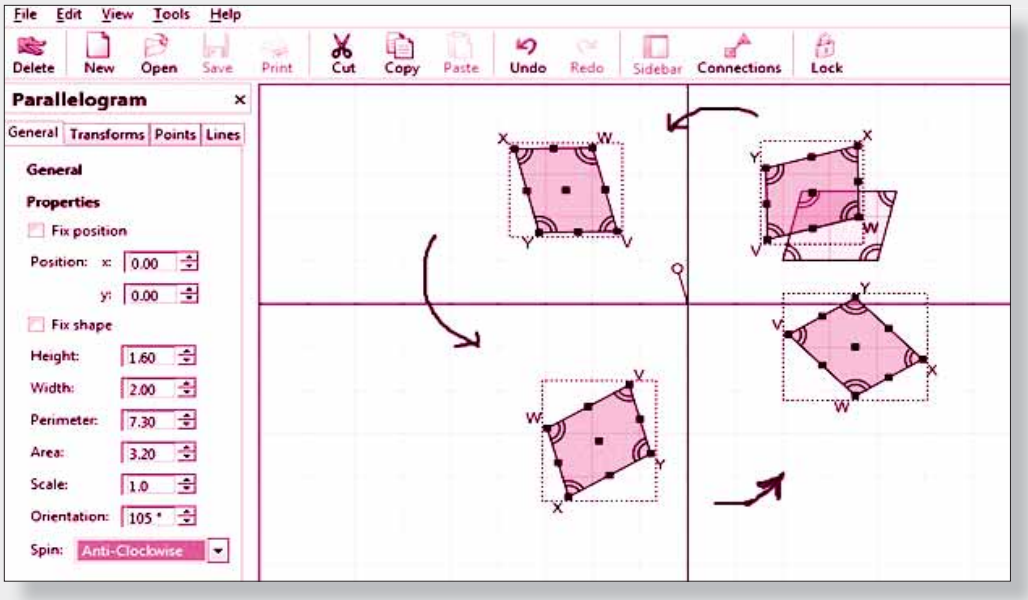
۳. اعمال تنظیمات در شکل کپی شده (مطابق شکل ۸)؛



تصویر ۸

۴. انتخاب گزینهٔ «Anti-Clockwise» یا «Clockwise» در زبانهٔ «spin» در منوی «properties» (تصویر ۹).

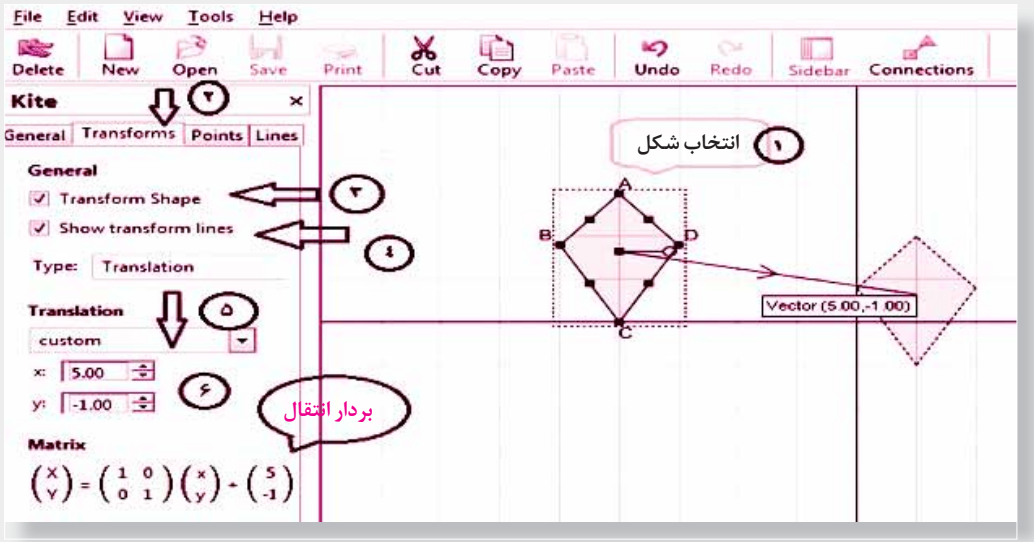
بدین ترتیب با یک متحرک‌سازی ساده،خواص دوران حول مبدأ قابل نمایش است.



تصویر ۹

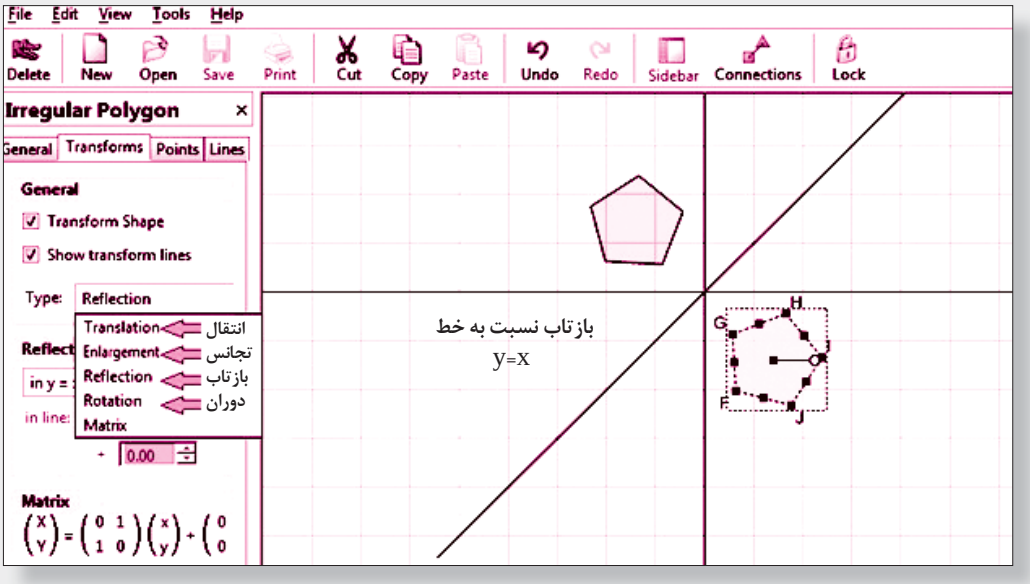
نمایش مفهوم انتقال و تبدیل‌های هندسی

برای نمایش انتقال یک شکل کافی است پس از انتخاب آن، روی گزینهٔ «transforms» از نوار منوی کنار صفحه کلیک کنیم و تنظیمات زیر را انجام دهیم تصویر ۹:



تصویر ۱۰

با انتخاب **نوع تبدیل (انتقال، تجانس، بازتاب یا دوران)** و تنظیمات مربوط به هر کدام، می‌توان اثر تغییرات آن‌ها را با ضرایب متفاوت بر شکل موردنظر مشاهده کرد. برخی ضرایب به‌طور پیش‌فرض در نرم‌افزار تعریف شده‌اند و تنها با انتخاب گزینهٔ موردنظر به راحتی و به سرعت اعمال خواهند شد. برای مثال، در تبدیل بازتاب، به‌صورت پیش‌فرض، محورهای مختصات و نیم‌سازهای ربع اول و دوم صفحه، به‌عنوان محور بازتاب در نظر گرفته شده است. تصویر ۱۱

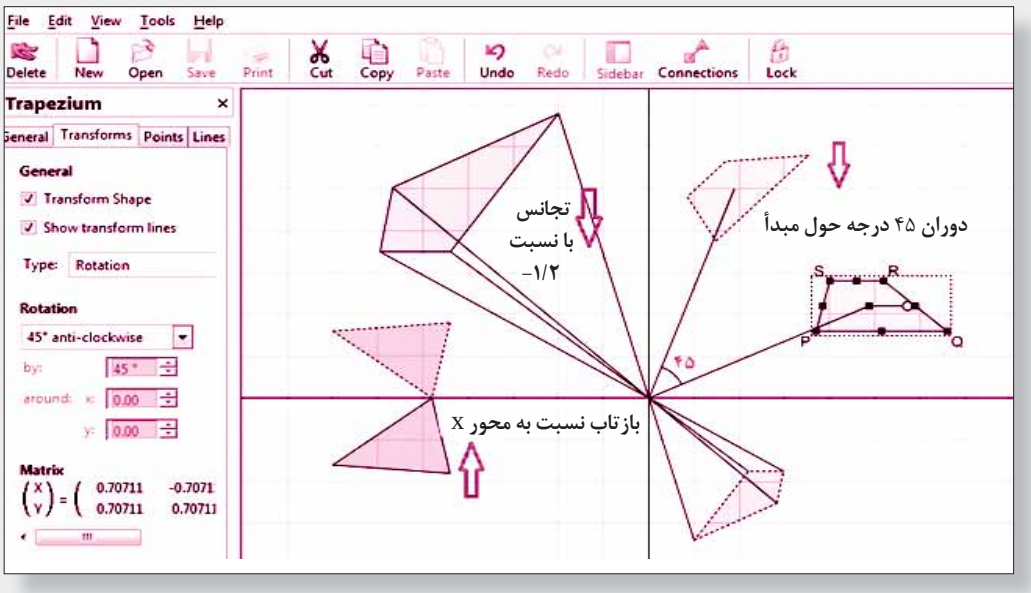


تصویر ۱۱

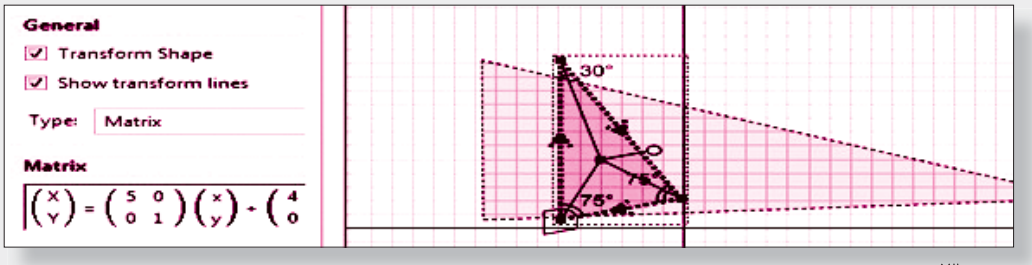
با توجه به اینکه هر تبدیل مشـــخصه‌های خاص خود را دارد، با انتخاب گزینهٔ «custom» از فهرست کشویی، اعمال پارامترهای دلخواه امکان‌پذیر خواهد بود. تصویر ۱۲

بـــا انتخاب گزینهٔ «matrix» از زبانهٔ «type» در تـــب «General» و تعریف ماتریس دلخواه، می‌توان به‌صورت ماتریسی، تبدیل موردنظر را اعمال و اثر ضرایب مختلف را به‌صورت عینی و شهودی بررسی و مقایسه کرد (کاربرد آموزشی: **تدریس ماتریس‌های تبدیل در هندسهٔ تحلیلی و جبر خطی**) تصویر ۱۳.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir



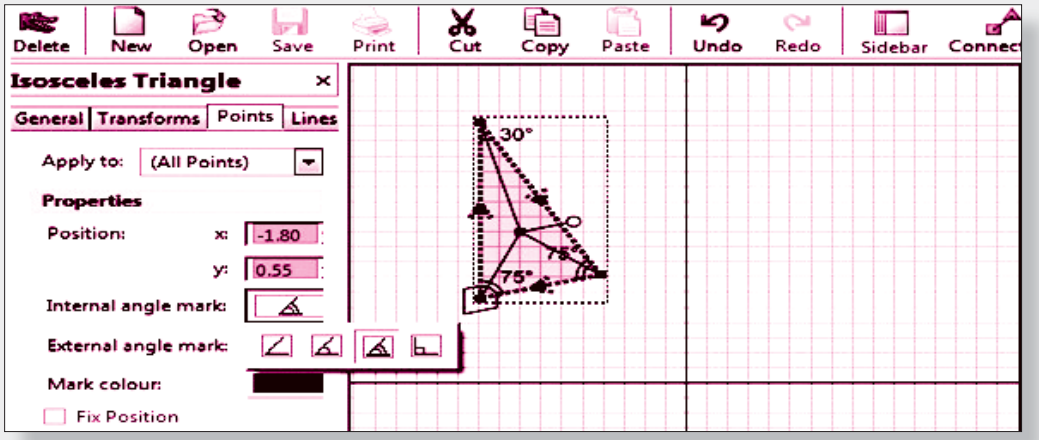
تصویر ۱۲



تصویر ۱۳

خصوصیات نقاط و یال‌ها

برچسب «points» مربوط به خصوصیات نقاط شکل است. در منوی «Apply to» امکان انتخاب و تغییر خصوصیات هر یک از نقاط شکل فراهم شده است. در این قسمت می‌توان کمان‌های مربوط به زوایای شکل را نمایان ساخت. همچنین، در قسمت «label» می‌توان خصوصیاتی نظیر نام، اندازهٔ زوایای داخلی، زوایای خارجی و مختصات نقاط را آشکار کرد. به‌همین ترتیب، برچسب «lines» مربوط به خصوصیات یال‌های شکل است و در این قسمت نیز می‌توان تنظیمات دلخواه را ایجاد نمود.

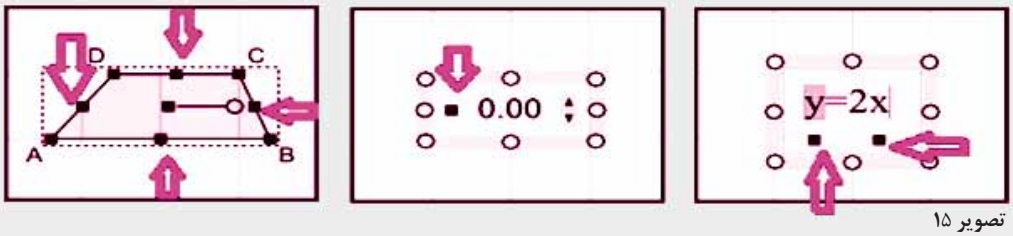


تصویر ۱۴

اتصال و پیوند

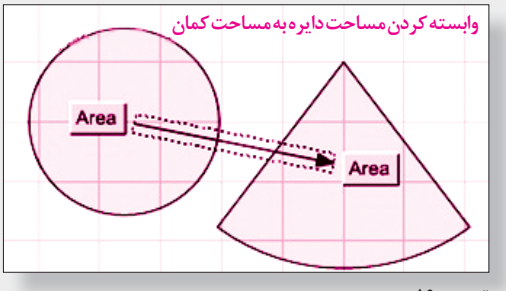
برقراری ارتباط بین عناصر (شکل‌ها، معادلات و اعداد) با یک فناوری قوی اتصال در کروکودیل امکان‌پذیر است. ابزار اتصال به کاربر اجازه می‌دهد که مقدار عددی یک خصوصیت را به مقدار دیگر مرتبط سازد. این ارتباط‌ها ممکن است پنهان باقی بمانند و یا توسط فلش‌های دوسویه آشکار شوند. کاربرد اصلی اتصال، لینک کردن ضرایب معادلات، بخش اعداد و یا مشخصه‌های اشیا به رئوس شکل موردنظر است. همچنین، برای ثابت کردن رئوس یک شکل در صفحهٔ اصلی، می‌توان از اتصال استفاده کرد.

اتصال به راحتی با انتخاب یک لبهٔ اتصال و کلیک و با گرفتن ماوس و کشیدن روی لبه‌های اتصال مربوطه ایجاد خواهد شد. لبه‌های اتصال (مربع‌های کوچک سیاه‌رنگ) هنگامی که یک معادله، قسمت عددی و یا شکلی انتخاب شده باشد، نمایان خواهند شد. عناصر عددی، یک لبهٔ اتصال دارند که معرف ارزش عددی آن‌هاست. معادلات برای هر یک از متغیرهایشان لبه‌های اتصال دارند و لبه‌های اتصال هر شکل، نشان‌دهندهٔ یکی از خصوصیات آن شکل هستند



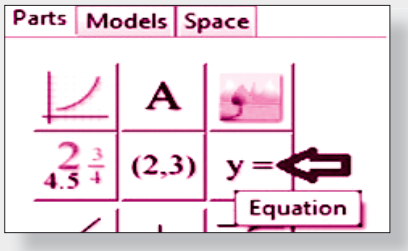
تصویر ۱۵

به منظور مدل‌سازی یک ارتباط ساده، کافی است روی یک لبهٔ اتصال از یک شکل کلیک کنید، با نگه داشتن ماوس و کشیدن ان روی لبهٔ اتصال شکل دیگر، دو لبه را به یکدیگر متصل کنید. با انتخاب خط اتصال، امکان تنظیمات لازم فراهم خواهد شد و شما باید خصوصیاتی از دو شکل را که موردنظر اتصال هستند، انتخاب کنید. (تصویر ۱۶)



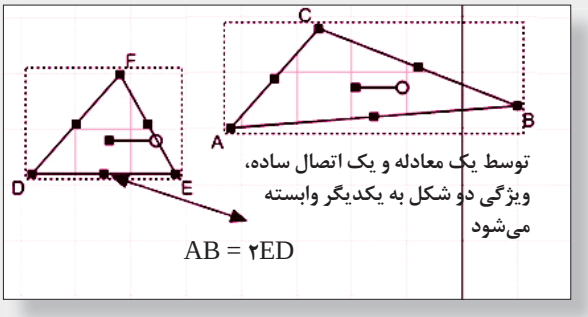
تصویر ۱۶

یک اتصال در حقیقت صورت شهودی یک معادلهٔ ساده را به نمایش می‌گذارد. ابزار معادله امکان ایجاد ارتباط قوی‌تر بین شکل‌ها را فراهم می‌سازد.



تصویر ۱۷

در تصویر ۱۸ مفهوم انتزاعی معادله، به‌صورت هندسی به نمایش گذاشته شده است. اگر یکی از رأس‌های مثلث ABC به‌طور تصادفی حرکت داده شود، نسبت بین اضلاع در معادله و شکل تغییر یافته، ثابت خواهد ماند.



تصویر ۱۸

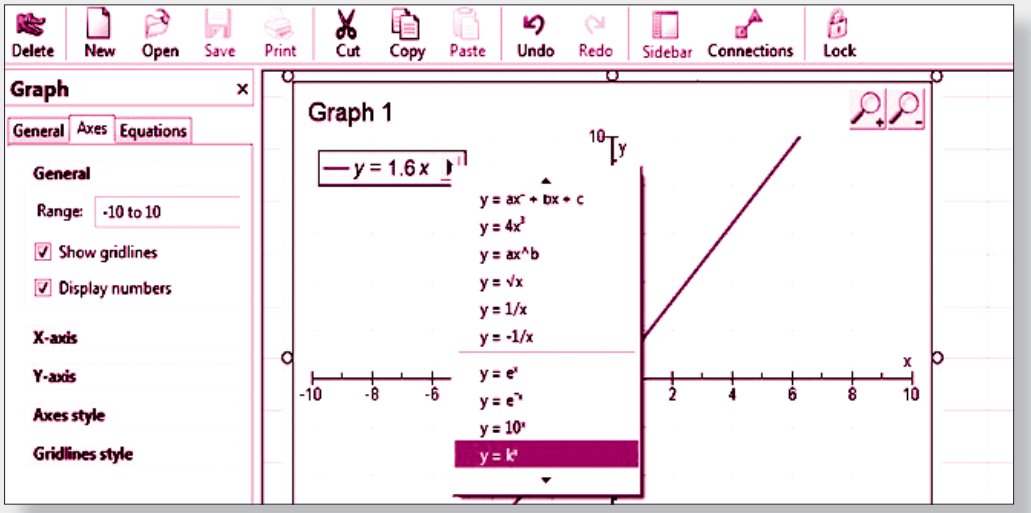
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

www.riazisara.ir

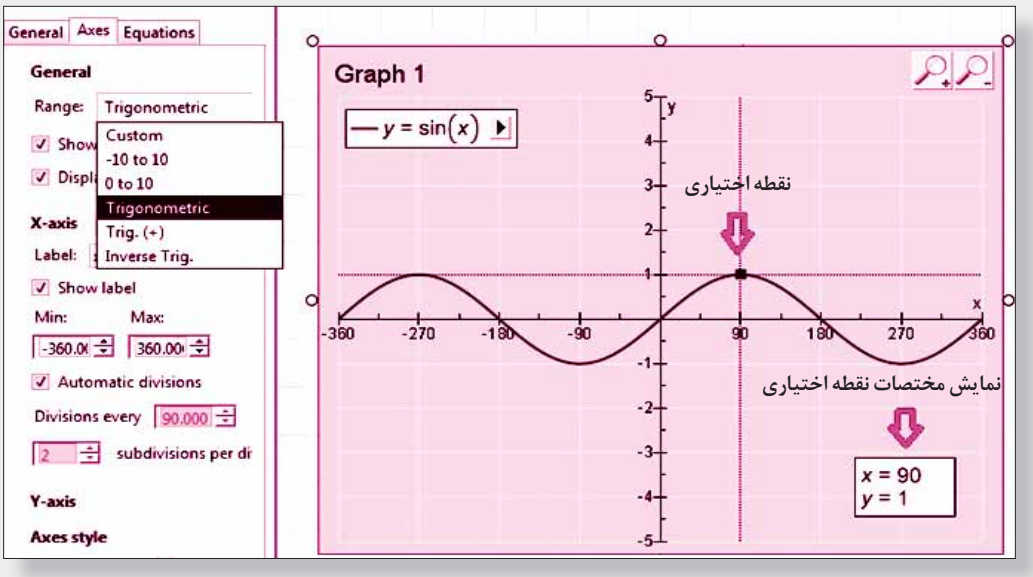
ابزار گراف

با استفاده از ابزار --- «Graph» در منوی «parts» می‌توان نمودارهای متفاوت را با توجه به معادلهٔ آن‌ها فراهم کرد. امکان رسم چند نمودار با تنظیمات دلخواه و شخصی کردن صفحهٔ کاری نیز وجود دارد (تصویر ۱۹).



تصویر ۱۹

در تب «General» می‌توان تنظیمات اولیهٔ صفحه نظیر رنگ، نمایش نقاط دلخواه روی نمودار، و... را معین کرد. تب «Axes» شامل تنظیمات محورهاست. برای مثال، در رسم توابع مثلثاتی بهتر است در منوی «Range»، در تب «General»، گزینهٔ «Trigonometric» را انتخاب کرد. برای شخصی کردن نمودار و تنظیمات دیگر، می‌توان از تب «Equations» استفاده کرد.



تصویر ۲۰

یکی از **موارد آموزشی در تدریس حسابان**، مبحث «انبساط و انقباض نمودار توابع با توجه به اثر ضرایب متفاوت» است. با یک فعالیت ساده به سرعت می‌توان تغییرات نمودارهای توابع مختلف را با ضرایب دلخواه و پیوسته آزمایش کرد.

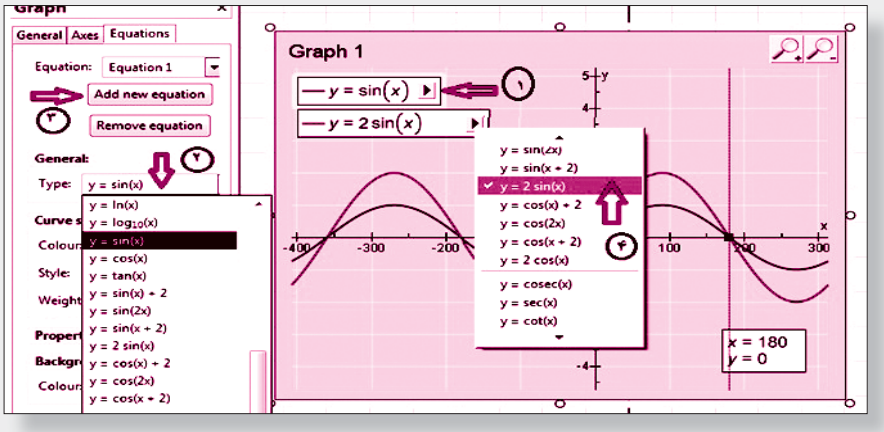
مراحل انجام فعالیت

۱. انتخاب و قرار دادن ابزار گراف در صفحهٔ ریاضی نرم‌افزار؛

۲. انتخاب معادلهٔ نمایان شده در صفحه و تعیین تابع موردنظر از منوی کشویی در قسمت «Type»؛

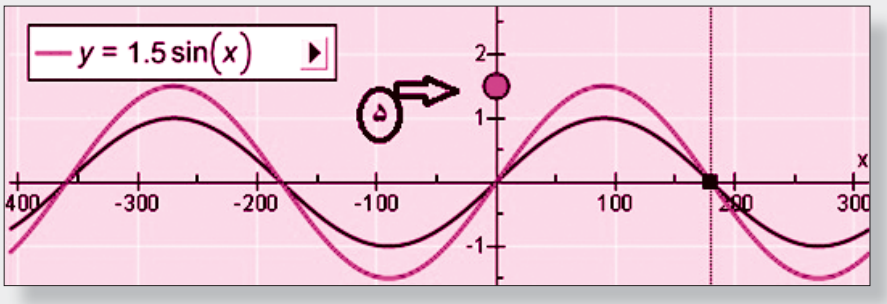
۳. اضافه کردن معادلهٔ موردنظر با استفاده از گزینهٔ «Add new equation»؛

۴. تعیین معادله با توجه به ضرایب دلخواه از زبانهٔ کشویی طبق تصویر ۲۱؛



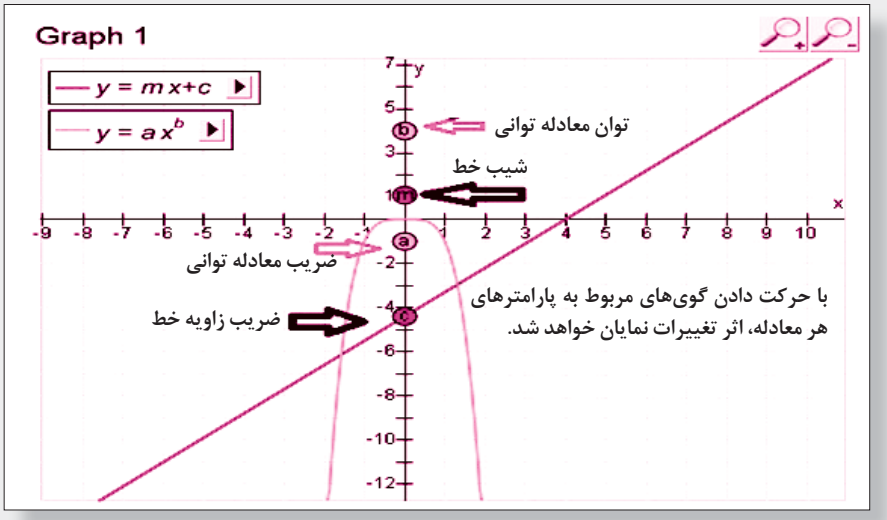
تصویر ۲۱

۵. کلیک بر گوی پارامتری ظاهر شده در صفحه و حرکت دادن آن برای مشاهدهٔ تغییرات و اثر ضرایب پیوسته.



تصویر ۲۲

با به‌کارگیری نرم‌افزار و ایجاد یک کارگاه فعال، ضمن تدریس معادلات، خصوصاً معادلات پارامتری، انگیزهٔ لازم برای یادگیری و فعالیت دانش‌آموزان مهیا خواهد شد (کاربرد آموزشی: ریاضی سوم رشتهٔ علوم انسانی، نمایش خیز و رفت و عرض از مبدأ در ترسیم خط ـ رسم توابع توانی).



تصویر ۲۳

* mary.shahmohamadi@gmail.com

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

ایستگاه سوم:
لطیفه‌های ریاضی

لطیفهٔ اول:

روزی کشاورزی، از یک ریاضی‌دان، یک فیزیک‌دان و یک مهندس برای محصور کردن یک زمین کشاورزی به کمک یک توری فلزی، کمک خواست. او گفت که می‌خواهد زمینش به‌وسیلهٔ مقدار (طول) ثابتی از توری فلزی محصور شود، به‌طوری که حداکثر مساحت ممکن را داشته باشد.

مهندس با کمی محاسبه نتیجه گرفت که باید زمین را به شکل دایره در نظر گرفت تا طول توری فلزی مساوی محیط آن باشد و گفت که این بهترین شکل ممکن است.

فیزیک‌دان با مقداری محاسبهٔ بیشتر، به کمک یک بیل‌خطی روی زمین کشید و گفت: «با محاسباتی که من انجام داده‌ام، این خط روی یکی از نصف‌النهارهای کرهٔ زمین واقع است، و چون این خط ابتدا و انتها ندارد، پس توری فلزی را روی آن نصب می‌کنیم و یک طرف آن که نصف سطح کرهٔ زمین است، زمین کشاورزی تو است!»

ریاضی‌دان بلافاصله گفت: «احتیاجی به این کارها نیست و این همه توری فلزی هم مورد نیاز نیست.» او مقدار کمی از توری را برید و یک دایرهٔ کوچک دور خودش و کشاورز کشید و گفت: «طبق تعریف من، ما الان بیرون زمین کشاورزی هستیم!»

لطیفهٔ دوم:

یک روز از گروهی از دانشمندان خواستند که ثابت کنند: «همهٔ اعداد فرد بزرگ‌تر از ۲، اول هستند.» در ادامه استدلال هر یک از آن‌ها را می‌خوانید:

ریاضی‌دان: ۳ اول است، ۵ اول است و ۷ هم اول است. پس به روش استقرا می‌توان نتیجه گرفت: همهٔ اعداد فرد، اول هستند!

فیزیک‌دان: ۳ اول است، ۵ اول است، ۷ هم اول است، ۹ یک خطای تجربی است، و ۱۱ هم اول است. برای اطمینان چند عدد دیگر را هم به‌طور تصادفی امتحان می‌کنیم: ۱۷، ۱۹، ۲۳ و ۲۹ همگی اول هستند. پس مطمئن می‌شویم که حکم درست است!

مهندس: ۳ اول است، ۵ اول است و ۷ هم اول است. ۹ تقریباً عدد اول است! ۱۱ و ۱۳ هم که اول هستند، پس کار تمام است!

برنامه‌نویس (در حالی‌که به خروجی برنامه‌اش روی صفحهٔ نمایش رایانه‌اش خیره شده بود): ۳ اول است، ۳ اول است، ۳ اول است!

زیست‌شناس: ۳ اول است، ۵ اول است و ۷ اول است. در مورد ۹ هنوز نتیجه‌ای به‌دست نیامده است!

شیمی‌دان: عدد اول یعنی چه؟

سیاستمدار: بعضی از اعداد، اول هستند ولی هدف ما ساختن مجموعه‌ای آرمانی است که در آن همهٔ اعداد، اول باشند!

روان‌شناس: ۳ اول است، ۵ اول است و ۷ اول است. ۹ هم اول است، ولی وانمود می‌کند که نیست!

ریاضی‌دانی مسابقه‌ای ترتیب داد و جایزهٔ آن را هم مقدار نامتناهی پول تعیین کرد! وقتی برنده برای دریافت جایزه‌اش مراجعه کرد، ریاضی‌دان گفت: نحوهٔ پرداخت جایزه این‌طور است: یک دلار الان می‌گیری، $\frac{1}{2}$ دلار فردا، $\frac{1}{3}$ دلار پس‌فردا، $\frac{1}{4}$ دلار روز بعد و...!

سؤال: فرق بین یک ریاضی‌دان، یک بیمار روانی و یک بیمار عصبی چیست؟

جواب: بیمار روانی فکر می‌کند که: ۲+۲=۵. بیمار عصبی می‌داند که ۲+۲=۴، ولی دلش نمی‌خواهد اعتراف کند، ولی که ۲+۲ ریاضی‌دان به سراغ تیمارستان را خواهد می‌کشد، ولی که ۲+۲ بیمار عصبی ۴ و نه ۵ می‌کند!

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir
مجلات ریاضی ایران

رشد آموزش ریاضی ۸

کلیدواژه‌ها: جلیل‌الله قراگزلو، محسن هشترودی، خواجه نصیرالدین طوسی، حسین غیور، مهدی نثری

غلامرضا یاسی‌پور*

به شمارهٔ **۲۳** می‌رویم. این شماره با «*قضیهٔ آخر فرما*» آغاز می‌شود. یکی از مقاله‌های خواندنی این شماره «*مباحث ریاضی در رمزنگاری*» است. این مقاله چنین آغاز می‌شود:

«**مقدمه:** موضوع ارتباطات و ارسال پیام از نقطه‌ای به نقطه دیگر، موضوعی است که از هزاران سال پیش مطرح بوده است. غالباً نیز هدف اصلی این بوده است که یک پیام با سرعت هرچه بیشتر و با صرف هزینه‌ای کمتر مخابره شود. در این بین حالاتی وجود داشته که محتوای پیام تاحدودی محرمانه بوده است. با این موارد در هر دوره به نحو خاصی برخورد می‌شود. هم اینک نیز افراد بسیاری در این زمینه مشغول فعالیت هستند تا بتوانند از محتوای یک پیام خاص به نهایت درجه حراست کنند. البته میزان دقت در پاسداری از محتوای یک پیام نیز متفاوت است و برحسب آنکه این محتوا تا چه اندازه محرمانه باشد، باید روش‌های متفاوتی برای ارسال آن برگزید.

هرگاه بخواهیم پیامی را به‌گونه‌ای محرمانه به اطلاع دیگری برسانیم، اولین راهی که به‌نظر می‌رسد این است که از قاصد استفاده کنیم. این روش در موارد خاص می‌تواند کارساز باشد، لیکن در صورت زیاد بودن پیام‌ها، عملاً پرخرج و غیرعملی خواهد بود. راه دیگری که به‌نظر مفید می‌آید آن است که قبل از مخابره یا ارسال پیام، الفاظ آن را به‌صورتی تغییر دهیم که محتوای آن به سادگی از ظاهرش مشخص نشود. این روش اساس مبحث رمزنویسی و رمزگشایی را تشکیل می‌دهد. هدف از طراحی سیستم‌هایی که این منظور را برآورده می‌کنند[1]، این است که این تبدیل و مخابره به روشی انجام گیرد که تا حد ممکن بیگانگان از محتوای پیام مطلع نشوند. دانش و در واقع هنری که برای طراحی چنین سیستم‌هایی به‌کار می‌رود، **رمزنگاری**[2] نامیده می‌شود.»

در مقالهٔ «*چرا آن‌ها را خواندم*» که از **جرج پولیا** به ترجمهٔ دکتر **علیرضا جمالی** است، با پاره‌ای از سخنان دانشمندان آشنا می‌شویم. این سخنان به‌صورت زیر تنظیم شده‌اند:

«**۱.** ایده‌ها باید در ذهن متعلم متولد شوند، و معلم صرفاً باید نقش یک قابله را داشته باشد (**سقراط**).

۲. دموکریت اولین کسی بود که به بیان حکم پرداخت، بدون آنکه به برهان آن نائل شود (فقط آن را حدس زد). بدین اعتبار نباید سهم او را اندک دانست... روشی که من به‌کار بستم، اثباتی واقعی به‌دست نداد (فقط یک پیشنهاد و یک حدس بود... معهذا) پیش‌بینی می‌کنم که این روش برای کشف سایر قضیه‌هایی که هنوز با آن‌ها مواجه نشده‌ام، به توسط ریاضی‌دانانی که در عصر حاضر زندگی می‌کنند، یا آنانی که هنوز متولد نشده‌اند، به‌کار گرفته خواهد شد (**ارشمیدس**).

(ابتدا حدس بزن، سپس ثابت کن؛ راه و رسم این است.)

۳. شهود، ادراکِ یک ذهن دقیق است؛ به‌قدری واضح، روشن و بی‌زحمت است که نمی‌توان در مُدرَک شک کرد (**دکارت**).

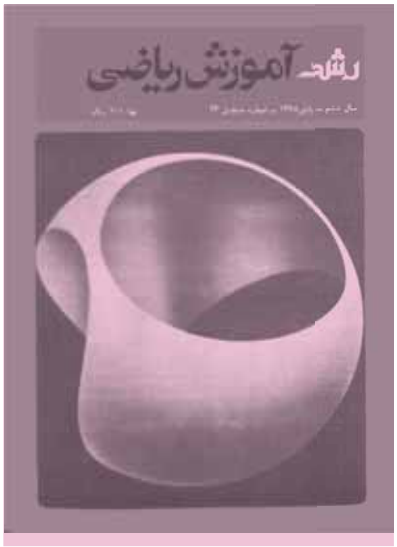
(زیبایی در ریاضیات دیدن واقعیت‌ها بی‌هیچ کوشش است.)

۴. آن چیزهایی که منطقیون می‌پندارند که به توسط آن قادر به کنترل ذهن بشرند، برای من ارزش چندانی ندارد (**دکارت**).

(منطق خوبی که در زمان یا مکان نامناسب به‌کار گرفته شود، ممکن است بدترین دشمن برای یک تعلیم خوب باشد.)

۵. هیچ‌چیز مهم‌تر از پی‌بردن به سرچشمه‌های ابداعات نیست که [این] به عقیدهٔ من، از خود آن‌ها جالب‌تر است (**لایب‌نیتس**).

۲۳



۶. ریاضیات علمی است که بهترین مجال را جهت مُداقّهٔ کار ذهن فراهم می‌کند ... [و] دارای این مزیت است که با پرورش آن می‌توان عادت یک روش استدلال را تحصیل نمود که بعداً می‌تواند در مطالعهٔ هر موضوع، و نیز به‌عنوان راهنمایی در پیگیری مسائل زندگی به‌کار گرفته شود **(کندورسه)**.

(در اظهارنظر نسبت به کارهای **اویلر**).

۷. بنابراین همهٔ معرفت بشری با شهود آغاز می‌شود، و از آنجا به ادراک منجر شده و به ایده ختم می‌شود **(کانت)**.

(آموختن با فعل و عمل و ادراک حسی شروع می‌شود و از آنجا به عبارت‌ها و مفاهیم می‌انجامد و باید به عادت عقلانی مطلوب منتهی شود.)

۸. تعلیم خوب چیست؟ دادن فرصت به متعلم که چیزها را خود کشف کند **(هربرت اسپنسر)**.

۹. موضوع دقت ریاضی، تصدیق و مشروعیت دادن به نتایج شهود است، و هرگز هدف دیگری برای آن در بین نبوده است **(ج ـ آدامار)**.

۱۰. اگر **اقلیدس** در برانگیختن ذوق عهد شباب شما دچار شکست شود، در این صورت به‌عنوان یک متفکر دانشمند زاده نشده‌اید **(آلبرت اینشتین)**.»

مقالهٔ «*اثبات شرکت‌پذیری جمع متقارن مجموعه‌ها به روشی ساده*» یکی دیگر از مقاله‌های خواندنی این شماره است. مجله طبق روش معمول خود، با مسائلی برای حل و مسائلی حل شده همراه است. علاوه بر این مسائل مسابقهٔ ریاضی دانشجویی فروردین ۱۳۶۸ نیز در آن موجود است. در *اخبار ریاضی* این شماره سه کتاب جدید معرفی شده که عبارت‌اند از:

۱. مسائل مسابقه‌های ریاضی مجارستان (۱)، گردآوری: یوزف کورشاک، ترجمهٔ سعید فاریابی، از مجموعه کتاب‌های ریاضیات پیش‌دانشگاهی، ناشر: مرکز نشر دانشگاهی، ۲۵۰ ریال.

۲. *مسائل مسابقه‌های ریاضی مجارستان (۲)*، گردآوری: یوزف کورشاک، ترجمهٔ محمدمهدی ابراهیمی، از مجموعه کتاب‌های ریاضیات پیش‌دانشگاهی، ناشر: مرکز نشر دانشگاهی، ۵۰۰ ریال.

۳. *اعداد: گویا و گنگ*، نوشتهٔ ایوان نیون، ترجمهٔ غلامحسین اخلاقی‌نیا، از مجموعه کتاب‌های پیش‌دانشگاهی، ناشر: مرکز نشر دانشگاهی، ۵۰۰ ریال.

***

ششمین سال انتشار مجلهٔ *رشد آموزش ریاضی* است. از پاییز گذشته‌ایم و به زمستان ۱۳۶۸ رسیده‌ایم. با شمارهٔ مسلسل **۲۴**، و بهای همچنان ۱۰۰ ریال.

سردبیر این شماره دکتر **محمدحسن بیژن‌زاده** است و اعضای هیئت تحریریهٔ آن عبارت‌اند از: **حسین غیور**، دکتر **علیرضا جمالی**، **ابراهیم دارابی**، دکتر **اسماعیل بابلیان**، **جواد لآلی**، **محمود نصیری** و دکتر **محمدقاسم وحیدی‌اصل**. این شماره با مقاله‌ای تحت عنوان «*آموزش ریاضی برای دنیای فردا*» آغاز می‌شود. این مقاله به قلم **میرزا جلیلی**، یکی از دبیران دانشمند ایران است و در آن چنین می‌خوانیم:

«دانش‌آموزان امروز در قرن بیست‌ویکم زندگی و کار خواهند کرد، عصری که تحت سلطهٔ کامپیوتر، رسانه‌های گروهی عالم‌گیر و اقتصاد جهانی خواهد بود. کسانی که برای مشاغلی آماده می‌شوند که به این اقتصاد کمک می‌کند لازم است ایده‌های تازه را جذب و طرح‌های نو در مسائل غیرسنتی را حل کنند. ریاضیات کلید مناسبی برای آمادگی جهت انجام این شغل‌ها است. در نتیجهٔ پیشرفت تکنولوژی، ریاضی در محل کار نیز نفوذ کرده و آمار در بحث‌های کلی سیاست رسوخ پیدا نموده است. لذا، علوم ریاضی تنها لازمهٔ کار متخصصان آینده نیست، بلکه جزء لاینفک تعلیم‌وتربیت عموم مردم به‌شمار می‌رود.»

مقالهٔ بعدی مجله از دکتر علیرضا جمالی با عنوان «*اصل حجره‌ها و موارد استعمال آن*» است که این‌گونه آغاز می‌شود:

«ذیلاً اصلی را ذکر می‌کنیم که گرچه بنا به اصل جمع بدیهی است، ولی در صورتی که به موقع به‌کار برده شود، وسیله‌ای مناسب برای حل بعضی از مسائل ریاضی خواهد بود. این اصل که ضمناً به اصل لانهٔ کبوتر هم معروف است، به‌طور ساده این حکم را بیان می‌کند که هرگاه بخواهم ۲۰ کبوتر را در ۱۵ لانه آشیان دهیم، باید حداقل یکی از این لانه‌ها حاوی بیش از یک کبوتر باشد. صورت کلی این حکم که به سبب بداهت شهودی آن به اصل موسوم است، چنین است:

اصل حجره‌ها: فرض کنیم m و n دو عدد طبیعی باشند و $m<n$. در این صورت اگر n شیء را در m حجره قرار دهیم ـ به هر طریقی که این کار صورت گیرد، و اعم از اینکه حجره‌ای خالی بماند یا نه ـ حداقل یکی از این حجره‌ها حاوی دو شیء یا بیشتر از این اشیا خواهد بود.

به مناسبت اینکه نخستین‌بار **دیریکله** قدرت این اصل را در استدلال آشکار ساخت، آن را **اصل دیریکله** نیز می‌گویند.»

مطلب بعدی «*معمای تعیین مهره‌ای خاص از بین k مهرهٔ مشابه*» است. نویسندهٔ این مقاله، دکتر **بابلیان**، عضو هیئت علمی دانشگاه تربیت معلم است. مقاله شروعی این چنین دارد:

«فرض کنید k مهرهٔ کاملاً مشابه داریم که $k-1$ تای آن‌ها هم‌وزن هستند و یک مهره از بقیه سنگین‌تر است. معمولاً این مسئله به‌طور معما مطرح می‌شود که از بین k مهره با km بار توزین، مهرهٔ سنگین‌تر را

۲۴

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

پیدا کنید. مثلاً آیا از بین ۱۵ مهره با ۲بار توزین می‌توان مهرهٔ سنگین‌تر را یافت؟ با سه‌بار توزین چه‌طور؟ آیا می‌توان از بین ۷۰ مهره با فقط چهاربار توزین مهرهٔ سنگین‌تر را یافت؟

مقالهٔ «*خلق ریاضیات نو*» از دکتر **محمدحسن بیژن‌زاده**، دانشیار دانشگاه تربیت معلم، با این مقدمه آغاز می‌شود:

«**مقدمه:** با یک حساب آماری ساده تخمین زده می‌شود که سالی قریب به یک صدهزار قضیهٔ ریاضی خلق و ابداع می‌شود. در اینکه بسیاری از این قضایا تعمیم قضیه‌های قبلی هستند، جای بحثی نیست. شاید ادعا می‌گردد که تفکر ریاضی چیزی جز تعمیم حقایق ساده نیست و اصولاً جایی برای خلق و کشف در این رشته از علوم وجود ندارد. ما هیچ بحثی در مورد اینکه ریاضیات نو خلق و کشف می‌شود یا نتیجهٔ تعمیم است، نداریم و اصولاً آن‌را جایز نمی‌دانیم. آنچه از نظر تحقیق و فرایند یادگیری باید مورد توجه و امعان نظر قرار گیرد، روند کشف و خلق (یا به تعبیری تعمیم) ریاضیات است. هدفمان در این مقاله عبارت از تحلیل این روند است. این تحلیل در نهایت با ماهیت ریاضیات و فلسفه‌های ریاضی در ارتباط است.

بین فلسفه‌های متفاوت ریاضی، فلسفهٔ نیمه‌تجربی بودن ریاضیات از نظر آموزشی اهمیت بسزایی دارد. در این فلسفه، به عوض آنکه ریاضیات مجموعه‌ای از فرمول‌های صوری از پیش ساخته شده تلقی شود، به‌عنوان علمی نیمه‌تجربی فرض می‌شود که در آن با کاوش‌های مستمر بر مسائلی ساده، قضیه‌ها و تئوری‌های جدید و نو خلق و کشف می‌شوند. اهمیت آموزشی این دیدگاه آن است که متعلم خود را در کشف و فراگیری مطالب سهیم می‌داند و لذا از جریان فراگیری لذت بیشتری می‌برد و به ریاضیات علاقه‌مندی ریشه‌داری پیدا می‌کند.

با بررسی مثالی از **تئوری مقدماتی اعداد**، فرایند خلق قطعه‌ای از ریاضیات را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

با یک حکم اولیه که آن‌را **نهال** می‌نامیم شروع می‌کنیم. متذکر می‌شویم که منظور ما از حکم صرفاً گزاره‌ای است که راست یا نادرست است. هدف معلم آن است که دانشجو نهال را آبیاری کند، به‌طوری که رشد کند و به درختی تنومند تبدیل شود. بهتر است انواع مختلفی از نهال‌ها را به کلاس ارائه دهیم تا دانشجویان به تناسب تجربه‌شان یکی را انتخاب و آبیاری کنند.»

از «*حل مسئلهٔ مسابقه*» و «*ضرب عضو به‌عضو دو ماتریس*» که دو مقالهٔ دیگرند، با همین ذکر نام می‌گذریم و به «*بازی و ریاضی*» از دکتر **مسعود فرزان** می‌رسیم که حل مسئلهٔ آن در همین شماره آمده است. از *مسائل شمارهٔ ۲۴* و *حل مسائل شمارهٔ ۲۱*، *مسائل مرحلهٔ اول المپیاد کشور*، و *مسائل ماکسیمم و مینیمم در هندسه* نیز می‌گذریم، زیرا در این مرحله به کارمان نمی‌آید.

مجله مقاله‌ای دارد با عنوان: «*به‌یاد استاد دکتر مسعود فرزان*» که این‌گونه آغاز می‌شود:

«در ظلمت نیمه‌شبی غم‌بار و دهشت‌زا، در کمرگاه سفری ناتمام، شمع وجودش به خاموشی گرایید و محیطی را که با دریایی از خصال نیک انسانی‌اش روشنی می‌بخشید، در اندوهی بس عمیق فرو برد. در عزایش خون گریستند همهٔ آن‌هایی که حتی پرتوی از فرزانگی‌اش را، بلوغ و پختگی‌اش را، در طول عمر کوتاه و پرثمرش دریافت کرده بودند.

استاد دکتر فرزان، ساده و بی‌پیرایه زیست، به آب و رنگ‌ها دل نباخت، و وجودش یکسره شوق و اشتیاق به آموزش و آموختن دانش بود؛ دانشی که راهگشای زندگی انسان‌ها و خادم پاکی، صمیمیت و انسانیت است. او در ۱۱ اردیبهشت ۱۳۲۲ در شهر کرد دیده به جهان گشود. گویی خداوند ارمغانی از مهر و محبت را به جهان بشری ارائه داد. همین چشمهٔ جوشان محبت توانست مسیر زندگی پرتلاشش را روشن سازد. او را غم‌خوار و یار و مددکار هر آشنایی سازد و چنان ارادهٔ استواری بدو بخشد تا علی‌رغم تمام مشکلات و مسائل، از میان کوره راه‌های مختلف، راه تکامل و تعالی را بجوید و بپیماید. مشعل فروزان علم و آگاهی را در دست گیرد، بیاموزد و به دیگران بیاموزاند. کمبود کتاب و محرومیت‌های آموزشی شهر کوچک زادگاهش را با جست‌وجویی خستگی‌ناپذیر دریافتن و مطالعهٔ هر نوشته یا کتابی یا گفتاری که بیانگر نکته‌ای علمی بود، پر سازد.

او از اوایل دوران تحصیل، هم محصل بود، هم معلم و تا پایان نیز چنین بود و به آن افتخار می‌کرد. در سال ۱۳۴۱ در رشتهٔ ریاضی دانشکدهٔ علوم دانشگاه تهران به ادامهٔ تحصیل پرداخت و در سال ۱۳۴۴ به اخذ درجهٔ لیسانس نائل آمد. پس از انجام خدمت وظیفه، به کاری که بی‌صبرانه انتظارش را می‌کشید پرداخت. او دبیر، دبیرستان‌های شهر کرد شده بود؛ کاری که برایش لذت و شوری وصف‌ناپذیر به همراه داشت. با محصلین زندگی می‌کرد، دوستشان می‌داشت و دوستش می‌داشتند. فقط یک درس ریاضی طی یک‌سال کافی بود تا چهرهٔ مهربانش سال‌ها در خاطر شاگردانش باقی بماند. ولی عطش خالصانه‌اش به آموختن و یاد گرفتن را بیش از یک سال نتوانست مهار کند.»

در آخرین صفحات این شماره دو قسمت «*معرفی مجلات و نشریات*» و «*اشتباه در کجاست*» آمده است. مجله با جواب نامه‌ها همراه با تاریخچهٔ ریاضی ما در این مرحله پایان می‌پذیرد.

پی‌نوشت‌ها

1. cipher systems
2. cryptography

aban_mehr@yahoo.com

هر کس می‌تواند ریاضیات را یاد بگیرد، به شرطی که بخواهد

زنده‌یاد پرویز شهریاری

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

پاسخ به نامه‌ها و پیام‌نگارها

خدای بزرگ را سپاس‌گزاریم که لطفش شامل حال ما شد و دوستان خوبی همچون شما خوانندگان عزیز «مجلهٔ برهان» را نصیب ما کرد. باز هم نامه‌ها و ایمیل‌های زیادی از شما به ما رسیده است که از میان آن‌ها به مواردی اشاره می‌کنیم و بررسی بقیه را به شماره‌های آتی موکول می‌کنیم.

● آقای **امیرحسین وکیلی**

نامهٔ شما به همراه دو مقاله با عنوان‌های «شاید عدد صفر زوج نباشد» و «چگونه بدون شمارش بشماریم» به دستمان رسید. از لطف شما سپاس‌گزاریم. باید یادآور شویم که انتظار ما از خوانندگان خوب مجله، بسیار بیش از این‌هاست. از شما می‌خواهیم که به نیازهای خوانندگان مجله توجه بیشتری نشان دهید و با ارسال مطلب خوبتان، ما را در ارائهٔ خدمت به دانش‌آموزان یاری فرمایید.

● همکار گرامی، آقای **هیثم دیناروند**، از شهرستان شوش دانیال

با سپاس از شما، مطلب خوبتان با عنوان «استفاده از مثال‌های نقض» به دستمان رسید. حتماً از آن استفاده خواهیم کرد. از شما می‌خواهیم با ارسال مطالب بیشتر و مناسب برای دانش‌آموزان، یاری‌رسان مجلهٔ خودتان باشید.

● همکاران گرامی، آقای **روح‌الله حسنی** و سرکار خانم **لیلا قدیمی**، از استان فارس

مقالهٔ مشترکتان با عنوان «نقش برخی توابع بر اعداد گنگ و گویا» به‌دست ما رسید. قبلاً هم مطالبی از شما داشته‌ایم. ضمن سپاس از شما، ان‌شاءالله سعی می‌کنیم از مطلبتان در شماره‌های آینده استفاده کنیم. اما یادآور می‌شویم که مخاطب اصلی ما دانش‌آموزان دبیرستانی هستند، لذا تقاضا می‌کنیم که سطح مطالب ارسالی را با توجه به دانش آن‌ها تنظیم کنید و از ارسال مطالب کاملاً تخصصی و یا دانشگاهی بپرهیزید.

● همکار گرامی خانم **سیمین افروزان**، دبیر ریاضی منطقهٔ ۲ تهران

مطالب ارسالی‌تان با عنوان «تابع ضمنی و مشتق آن» و «یک روش آسان و سریع برای تعیین علامت» به دستمان رسید. با تشکر فراوان از محبت شما ان‌شاءالله در شماره‌های بعد از آن‌ها استفاده می‌شود. باز هم برای ما از این دست مطالب که برای دانش‌آموزان مفید است، بفرستید.

اقتصاد و فرهنگ با عزم ملی و مدیریت جهادی

برگ اشتراک مجله‌های رشد

نحوهٔ اشتراک:

شما می‌توانید پس از واریز مبلغ اشتراک به شمارهٔ حساب ۳۹۶۶۲۰۰۰ بانک تجارت، شعبهٔ سه‌راه آزمایش کد ۳۹۵، در وجه شرکت افست از دو روش زیر، مشترک مجله شوید:

۱. مراجعه به وبگاه مجلات رشد به نشانی: www.roshdmag.ir و تکمیل برگهٔ اشتراک به همراه ثبت مشخصات فیش واریزی.

۲. ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شدهٔ اشتراک با پست سفارشی (کپی فیش را نزد خود نگه‌دارید).

◆ نام مجلات درخواستی: .....

◆ نام و نام خانوادگی: ..... ◆ میزان تحصیلات: .....

◆ تاریخ تولد: .....

◆ تلفن: .....

◆ نشانی کامل پستی: .....

استان: ..... شهرستان: ..... خیابان: .....

شمارهٔ فیش بانکی: ..... مبلغ پرداختی: .....

پلاک: ..... شمارهٔ پستی: .....

◆ اگر قبلاً مشترک مجله بوده‌اید، شمارهٔ اشتراک خود را بنویسید: .....

امضا:

● نشانی: تهران، صندوق پستی امورمشترکین: ۵۹۵۶۱/۱۱۱

● وبگاه مجلات رشد: www.roshdmag.ir

● اشتراک مجله: ۰۲۱-۷۷۳۳۶۶۵۶ / ۷۷۳۳۵۱۱۰/۷۷۳۳۹۷۱۳-۱۴

◆ هزینهٔ اشتراک یکساله مجلات عمومی (هشت شماره): ۳۰۰/۰۰۰ ریال

◆ هزینهٔ اشتراک یکساله مجلات تخصصی (چهار شماره): ۲۰۰/۰۰۰ ریال

دانلود از سایت ریاضی سرا

● آقای **عین‌الله رحمانی**، دانشجوی دکترای منطق ریاضی
مقالـهٔ کوتاهتان با عنـوان «کاربرد عـدد دو در ضرب و تقسیم» به دستمان رسـید. مطلب مناسبی است و از آن در یکی از شماره‌های بعد استفاده می‌کنیم. اما از شما می‌خواهیم که با توجه به توانایی‌هایتان در زمینهٔ تاریخ و فلسفهٔ ریاضی، مطالب بیشـتری برایمان بفرسـتید. با تشـکر از شما منتظر کارهایتان هستیم.

● آقای **محمد مهدوی**، از شهرستان میانه
مطالبتان به‌دسـت ما رسید. بسیار خوب و مفید است. از یکی از آن‌ها در همین شـماره اسـتفاده شده است و دیگری بـا عنوان «رسـم نمودارهای ریاضـی در Word» در یکی از شـماره‌های بعد خواهد آمد. باز هم مـا را مورد لطفتان قرار دهید.

● آقای **بهرام دسـتوریان**، دانشـجوی دکتـرای ریاضی از دانشگاه فردوسی مشهد
مطلبتان با عنوان «مسئلهٔ برج هانوی» به دستمان رسید. از شما می‌خواهیم که با توجه به تخصص‌هایتان در زمینهٔ مسـائل ریاضی و مسـئلهٔ مزبور، دربارهٔ ریشه‌های تاریخی و نیز جایگاه این مسئله، مطلب کامل‌تری تهیه و برایمان ارسال کنید. حل این مسئله تازگی ندارد و در برهه‌ای، در کتاب ریاضیات گسسـتهٔ پیش‌دانشگاهی نیز وجود داشته است. انتظار داریم که با تحقیقی مستقل، بتوانید مطلبی جامع و کامل دربارهٔ آن تهیه و برایمان بفرستید. در این صورت و به یقین از آن استقبال می‌کنیم و سپاس‌گزارتان خواهیم بود.

● آقایان **میلاد ضیایی** و **اسماعیل ابراهیمی**
مقالهٔ خوبتان با عنوان «مهندسـی شانس در آزمون‌های چهارگزینـه‌ای» کـه برخلاف نـام آن (!) هیـچ ارتباطی با روش‌های رایج و بازاری برای تسـت‌زنی نـدارد، و یک مقالهٔ تحلیلی خوب در رابطه با بحث احتمال اسـت، به دسـتمان رسید. با سپاس از شما حتماً از آن در آینده استفاده خواهیم کرد.

با تشکر و عذرخواهی از سایر دوستانی که برایمان مطلب فرستاده‌اند و امکان پاسخ‌گویی به همهٔ آن‌ها در این شماره میسر نشد، این دفتر را در همین‌جا می‌بندیم و پاسخ‌گویی به این بزرگواران را به شماره‌های بعد موکول می‌کنیم. شادباد روزگارتان.

پاسخ ایستگاه اندیشه و ادب ریاضی (ایستگاه اول)

با کمی آزمون و خطا به این حدس استقرایی می‌رسید: به ازای $n=2$ همیشه نفر دوم برنده است. به ازای $n=3$ و به ازای هر مقدار زوج $n\geq 4$، همیشـه نفر اول برنده اسـت. به ازای هر مقدار فرد n نیز، همواره نفر اول برنده اسـت؛ مگر در حالت خاصی که مربع وسط سیاه باشد که در این حالت هم همیشه نفر دوم برنده می‌شود. در مورد جدول‌های 2×2، 2×3، 2×4 و... و $2\times n$ که البته فقط یک خانهٔ سیاه داشته باشند نیز به طریق مشابه و با توجه به نتایج به‌دست آمده از جدول $1\times n$، می‌توانید حدس‌های مشابهی بزنید و از آنجا به الگوهایی در مورد جدول‌های $m\times n$ برسید.

یک مسئلهٔ جالب هم در این مورد برایتان مطرح می‌کنیم: در جدول 3×3، یکی از خانه‌ها را به تصادف سیاه می‌کنیم و دو نفر بازی فوق را اجرا می‌کنند. احتمال برد کدام‌یک بیشتر است؟ اولی یا دومی؟ اگر در مورد بازی فوق تحقیق جامعی به‌عمل آوردید، حتماً ما را هم باخبر کنید! منتظر مقاله‌های تفصیلی شما در این زمینه می‌مانیم.

www.riazisara.ir

با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های دانش‌آموزی
(به صورت ماهنامه و نه شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود)

رشد کودک (برای دانش‌آموزان آمادگی و پایهٔ اول دورهٔ آموزش ابتدایی)
رشد نوآموز (برای دانش‌آموزان پایه‌های دوم و سوم دورهٔ آموزش ابتدایی)
رشد دانش‌آموز (برای دانش‌آموزان پایه‌های چهارم، پنجم و ششم دورهٔ آموزش ابتدایی)

مجله‌های دانش‌آموزی
(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود)

رشد نوجوان (برای دانش‌آموزان دورهٔ آموزش متوسطه اول)
رشد جوان (برای دانش‌آموزان دورهٔ آموزش متوسطه دوم)

مجله‌های بزرگسال عمومی
(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):
◆ رشد آموزش ابتدایی ◆ رشد تکنولوژی آموزشی
◆ رشد مدرسه فردا ◆ رشد مدیریت مدرسه ◆ رشد معلم

مجله‌های بزرگسال و دانش‌آموزی تخصصی
(به صورت فصل‌نامه و چهار شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):
◆ رشد برهان آموزش متوسطه اول (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه اول) ◆ رشد برهان آموزش متوسطه دوم (مجله ریاضی برای دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه دوم) ◆ رشد آموزش قرآن ◆ رشد آموزش معارف اسلامی ◆ رشد آموزش زبان و ادب فارسی ◆ رشد آموزش هنر ◆ رشد آموزش مشاور مدرسه ◆ رشد آموزش تربیت‌بدنی ◆ رشد آموزش علوم اجتماعی ◆ رشد آموزش تاریخ ◆ رشد آموزش جغرافیا ◆ رشد آموزش زبان ◆ رشد آموزش ریاضی ◆ رشد آموزش فیزیک ◆ رشد آموزش شیمی ◆ رشد آموزش زیست‌شناسی ◆ رشد آموزش زمین‌شناسی ◆ رشد آموزش فنی و حرفه‌ای و کار و دانش ◆ رشد آموزش پیش دبستانی

مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران، مربیان، مشاوران و کارکنان اجرایی مدارس، دانش‌جویان مراکز تربیت معلم و رشته‌های دبیری دانشگاه‌ها و کارشناسان تعلیم و تربیت تهیه و منتشر می‌شود.

◆ نشانی: تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شمارهٔ ۴ آموزش و پرورش، پلاک ۲۶۶، دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی.
◆ تلفن و نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸ - ۰۲۱

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...

www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات