

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۹۴/۱۰/۲۴	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴			
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir			

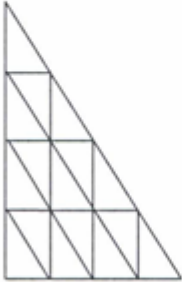
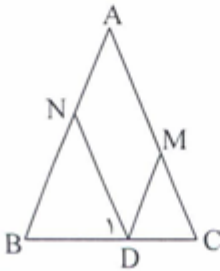
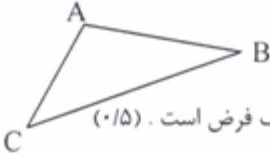
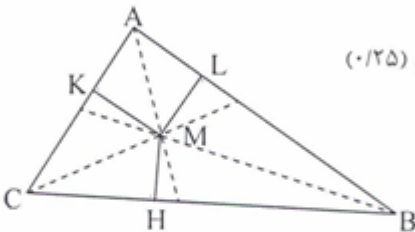
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

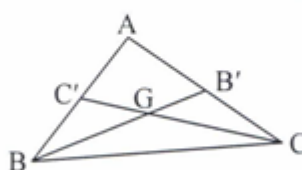
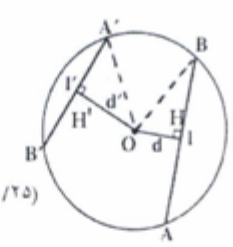
توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.																
۱	<p>مثلثهای شکلهای ۱، ۲، ۳ باهم متشابه و مثلثهای کوچک همه باهم هم‌نهشت هستند. رسم مثلثهای متشابه را تا چهارمین شکل ادامه دهید. سپس با توجه به شکل ها و با استفاده از استدلال استقرایی جدول زیر را کامل کنید.</p> <table><tr><td>شماره شکل</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>...</td><td>n</td></tr><tr><td>تعداد مثلثهای کوچک</td><td>۱</td><td>۴</td><td>۹</td><td>۱۶</td><td>...</td><td>؟</td></tr></table>  <p>(۱) (۲) (۳)</p>	شماره شکل	۱	۲	۳	۴	...	n	تعداد مثلثهای کوچک	۱	۴	۹	۱۶	...	؟	۰/۷۵
شماره شکل	۱	۲	۳	۴	...	n										
تعداد مثلثهای کوچک	۱	۴	۹	۱۶	...	؟										
۲	با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید اگر از یک نقطهٔ اختیاری روی قاعده یک مثلث متساوی الساقین دو خط به موازات دو ساق رسم کنیم تا آنها را قطع کند، آنگاه مجموع طول پاره های ایجاد شده برابر طول ساق مثلث خواهد بود.	۱/۲۵														
۳	قضیه: با استفاده از برهان خلف ثابت کنید اگر در مثلثی دو زاویه ناهم‌پای باشند، ضلع رو به رو به زاویهٔ بزرگتر، بزرگتر از ضلع رو به رو به زاویهٔ کوچکتر است.	۱														
۴	قضیه: ثابت کنید سه نیمساز زاویه های داخلی هر مثلث همرسند.	۱														
۵	مثلث ABC را با معلوم بودن اندازه های: $BC = a$ ، میانه های $BB' = m_b$ و $CC' = m_c$ ، رسم کنید.	۱														
۶	عبارت های زیر را تعریف کنید: الف) چند ضلعی محیطی ب) خط عمود بر صفحه	۱														
۷	قضیه: ثابت کنید در یک دایره، از دو وتر ناهم‌پای، آن که بزرگتر است، به مرکز دایره نزدیکتر است، و بعکس.	۱/۵														
۸	در شکل زیر مقدار x را محاسبه کنید.	۱														
																
۹	قضیه: ثابت کنید اندازهٔ زاویه ای که از برخورد دو وتر در یک دایره ایجاد می شود، برابر نصف مجموع اندازهٔ دو کمانی از دایره است که به ضلع ها و امتداد ضلع های آن زاویه محدودند.	۱														
ادامهٔ پرسش ها در صفحهٔ دوم»																

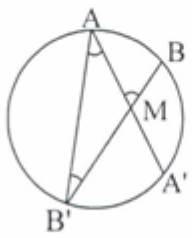
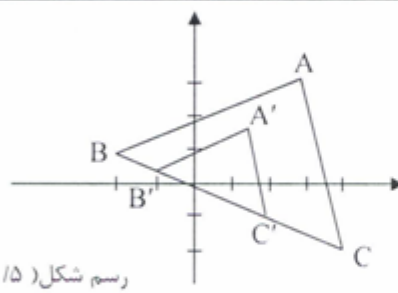
سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۹۴/۱۰/۲۴	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴			
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
نمره			
۱۰	دو دایره به شعاع ۱ و ۴ سانتی متر، مماس برون هستند. مقدار x را چنان بیابید که اندازه مماس مشترک خارجی آنها برابر $3x + 1$ باشد.		
۱۱	تبدیل تصویر قائم نیم دایره داده شده روی محور x ها را در نظر بگیرید. الف) تصویر $(0, 1)$ و $(-1, 0)$ چیست؟ ب) $(\frac{1}{4}, 0)$ تصویر چه نقطه ای است؟		
۱/۲۵			
۱۲	نقاط $A(3, 3)$ ، $B(-2, 1)$ و $C(4, -2)$ رأس های یک مثلث هستند. الف) مثلث ABC و تصویرش را تحت تجانس $D(x, y) = (\frac{1}{4}x, \frac{1}{4}y)$ رسم کنید. ب) نسبت مساحت تصویر مثلث ABC را به مساحت مثلث ABC بنویسید. ج) این تجانس انقباض است یا انبساط؟		
۱/۷۵	معادله تصویر خط $L: 2x + y = 6$ تحت دوران $R(x, y) = (-y, x)$ را به دست آورید.		
۱	قضیه: با استفاده از ویژگیهای تبدیل انتقال، ثابت کنید اگر خط موربی دو خط موازی را قطع کند، زاویه های نظیر برابر خواهند بود.		
۱۵	عبارت های زیر را با کلمات مناسب پر کنید: الف) در هر صفحه حد اقل نقطه وجود دارد که بر یک خط قرار ندارند. ب) از هر دو نقطه متمایز در فضا صفحه می گذرد. ج) اگر دو خط متقاطع از صفحه ای با دو خط متقاطع از صفحه دیگری دوجه موازی باشند، آن دو صفحه هستند. د) اگر دو صفحه P و P' بر هم عمود باشند، هر خط عمود بر صفحه P با صفحه P' است.		
۱/۲۵	اگر سه خط L_1 ، L_2 و L_3 دو به دو متقاطع باشند، ثابت کنید این سه خط در یک صفحه قرار دارند و یا همسرند.		
۱۷	ثابت کنید، اگر دو صفحه با صفحه سوم موازی باشند، خودشان با هم موازیند.		
۱/۲۵	اگر L و L' دو خط متناظر باشند، از هر نقطه A یک و تنها یک خط می گذرد که بر L و L' عمود است.		
۲۰	موفق باشید		
جمع نمره			

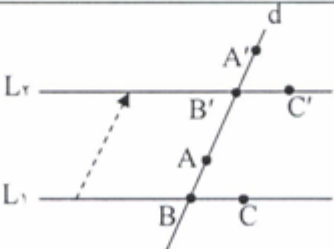
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۱۰/۲۴
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۰/۷۵	 <table border="1" data-bbox="566 551 1361 654"> <tr> <td>شماره شکل</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>.....</td> <td>n</td> </tr> <tr> <td>تعداد مثلث های کوچک</td> <td>۱</td> <td>۴</td> <td>۹</td> <td>۱۶</td> <td>.....</td> <td>n^۲</td> </tr> </table> <p>(۰/۲۵) رسم شکل (۰/۲۵)</p>	شماره شکل	۱	۲	۳	۴	n	تعداد مثلث های کوچک	۱	۴	۹	۱۶	n ^۲	۱
شماره شکل	۱	۲	۳	۴	n										
تعداد مثلث های کوچک	۱	۴	۹	۱۶	n ^۲										
۱/۲۵	 <p> $ND \parallel AC, BC \text{ مورب} \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{C} \text{ (۰/۲۵)}$ $\hat{B} = \hat{C} \text{ (طبق فرض)} \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{B} \Rightarrow \triangle BND \text{ (متساوی الساقین)} \Rightarrow BN = DN \text{ (۰/۵)}$ $ANDM \text{ (متوازی الاضلاع)} \Rightarrow AN = DM \text{ (۰/۲۵)}$ $\Rightarrow DN + DM = AN + BN \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow DN + DM = AB$ </p>	۲														
۱	 <p>الف) فرض: $\hat{A} > \hat{B}$ حکم: $BC > AC$ برهان خلف: فرض می کنیم $AC \geq BC$ دو حالت زیر را در نظر می گیریم: (۱) $AC = BC$ در این حالت مثلث متساوی الساقین است. پس $\hat{A} = \hat{B}$ که این خلاف فرض است. (۰/۵) (۲) $AC > BC$ در این حالت $\hat{A} < \hat{B}$ که این نیز خلاف فرض است. (۰/۵) پس فرض خلف باطل است و حکم درست می باشد. ص ۲۴</p>	۳														
۱	 <p>در مثلث ABC نیمسازهای زاویه های B و C را رسم می کنیم تا یکدیگر را در M قطع کنند. از M برضلع های AB, AC و BC عمود می کنیم (۰/۲۵) تا به ترتیب آنها را در نقاط L, K و H قطع نمایند.</p> <p> $M \text{ روی نیمساز زاویه B است} \Rightarrow MH = ML$ $M \text{ روی نیمساز زاویه C است} \Rightarrow MH = MK$ </p> <p>(۰/۲۵) $\Rightarrow ML = MK$ (۰/۲۵)</p> <p>بنا بر این نقطه M روی نیمساز \hat{A} نیز قرار دارد. (۰/۲۵) یعنی M نقطه همرسی هر سه نیمساز است. ص ۳۵</p>	۴														
	«ادامه در صفحه دوم»															

رشته : ریاضی فیزیک		راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/ ۱۰/ ۲۴		سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
۱	<p>۵ اگر G محل تلاقی میانه های مثلث ABC آنگاه مثلث GBC با معلوم بودن سه ضلع قابل رسم است. زیرا:</p>  <p>$BC = a$, $GC = \frac{2}{3}m_c$, $GB = \frac{2}{3}m_b$ (۰/۲۵)</p> <p>GB را به اندازه نصف خودش امتداد می دهیم تا به نقطه B' برسیم. (۰/۲۵)</p> <p>سپس از C به B' وصل کرده به اندازه خودش امتداد می دهیم تا به نقطه A برسیم. (۰/۲۵)</p> <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p> <p>ABC مثلث مورد نظر است. ص ۴۲</p>		
۱	<p>۶ الف) هر گاه همه ضلعهای یک چندضلعی بر یک دایره مماس باشند، چندضلعی را محیطی می نامند. (۰/۵) ص ۵۲</p> <p>ب) خط L بر صفحه P عمود است، هرگاه صفحه P را قطع کند و بر هر خط صفحه P که از نقطه تقاطع می گذرد، عمود باشد. (۰/۵) ص ۱۴۹</p>		
۱/۵	<p>۷ برهان: از مرکز دایره عمودهای OH و OH' را به وترهای AB و A'B' و $AB = l$ و $A'B' = l'$ وارد می کنیم. می دانیم شعاع عمود بر یک وتر آن وتر را نصف می کند (۰/۲۵)</p> <p>$(OH' = d'$, $OH = d)$</p>  <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p> $\Delta OHB : OB^2 = OH^2 + HB^2 \Rightarrow R^2 = d^2 + \frac{l^2}{4} \quad (۰/۲۵)$ $\Delta OH'A' : OA'^2 = OH'^2 + H'A'^2 \Rightarrow R'^2 = d'^2 + \frac{l'^2}{4}$ $l > l' \Leftrightarrow l^2 > l'^2 \Leftrightarrow R^2 - \frac{l^2}{4} < R'^2 - \frac{l'^2}{4} \quad (۰/۵) \Leftrightarrow d^2 < d'^2 \Leftrightarrow d < d' \quad (۰/۲۵)$ <p>(در صورتی که اثبات یک طرفه نوشته شده باشد، (۰/۲۵) کسر شود.) ص ۵۰</p>		
۱	<p>۸ $x(x+3) = 4 \times 10 \quad (۰/۵) \Rightarrow x^2 + 3x - 40 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 & (ق ق) (۰/۲۵) \\ x = -8 & (غ ق ق) (۰/۲۵) \end{cases}$</p> <p>ص ۷۶</p>		
«ادامه در صفحه سوم»			

رشته: ریاضی فیزیک		راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۱۰/۲۴		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱	<p>وترهای AA' و BB' از دایره C در نقطه M یکدیگر را قطع کرده اند. پاره خط AB' را رسم</p>  <p>می کنیم. زاویه های $AB'B$ و $A'AB'$ محاطی هستند. (۰/۲۵)</p> $\begin{cases} \widehat{AB'B} = \frac{\widehat{AB}}{2} \\ \widehat{A'AB'} = \frac{\widehat{A'B'}}{2} \end{cases}$ <p>(زاویه خارجی مثلث $\Delta AMB'$) $\widehat{AMB} = \widehat{AB'B} + \widehat{A'AB'}$ (۰/۲۵)</p> <p>ص ۶۸ $\Rightarrow \widehat{AMB} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{A'B'}}{2}$ (۰/۲۵)</p> <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p>	۹
۱	<p>$R = ۴$ $R' = ۱ \Rightarrow d = ۵$ (۰/۲۵) $TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$ (۰/۲۵)</p> <p>$3x + 1 = \sqrt{5^2 - (4 - 1)^2}$ $3x + 1 = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 1$ (۰/۲۵)</p> <p>ص ۸۲</p>	۱۰
۱/۲۵	<p>$T(x, y) = (x, 0) \Rightarrow T(0, 1) = (0, 0)$ (۰/۲۵) و $T(-1, 0) = (-1, 0)$ (۰/۲۵) (الف)</p> <p>$T(x, y) = (\frac{1}{y}, 0) = (x, 0) \Rightarrow x = \frac{1}{y}$ (۰/۲۵) $x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{\sqrt{3}}{2} & (۰/۲۵) \text{ (ب)} \\ y = -\frac{\sqrt{3}}{2} & (۰/۲۵) \text{ غ ق ق} \end{cases}$ (۰/۲۵)</p> <p>ص ۹۰</p>	۱۱
۱/۷۵	<p>الف) $D(x, y) = (\frac{1}{y}x, \frac{1}{y}y)$</p> <p>$\left. \begin{aligned} A(3, 3) &\rightarrow A'(\frac{3}{3}, \frac{3}{3}) \\ B(-2, 1) &\rightarrow B'(-1, \frac{1}{1}) \\ C(4, -2) &\rightarrow C'(2, -1) \end{aligned} \right\}$ (۰/۷۵)</p> <p>ب) $\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = k^2 = \frac{1}{4}$ (۰/۲۵)</p>  <p>رسم شکل (۰/۵)</p> <p>ص ۱۱۶ (ج) این تجانس انقباض است. (۰/۲۵)</p>	۱۲
ادامه در صفحه چهارم»		

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)		رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۱۰/۲۴
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دی ماه سال ۱۳۹۴		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	<p>$L: 2x + y = 6 \quad R(x, y) = (-y, x)$</p> <p>$A(0, 6) \xrightarrow{R} A'(-6, 0)$ $B(3, 0) \xrightarrow{R} B'(0, 3)$ } (۰/۵)</p> <p>$m_{AB'} = \frac{3-0}{0+6} = \frac{1}{2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow L': y - 0 = \frac{1}{2}(x + 6) \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 2y = x + 6$</p>	۱۲۲ ص
۱۴	<p>با توجه به شکل، تحت انتقالی به موازات خط مورب d که خط L_1 را بر L_2 می نگارد (۰/۲۵) خواهیم داشت $A \rightarrow A'$ و $B \rightarrow B'$ و $C \rightarrow C'$ (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین $\hat{ABC} = \hat{A'B'C'}$ (۰/۲۵) $\hat{ABC} \rightarrow \hat{A'B'C'}$</p> <p>یعنی زاویه های متناظر برابرند (۰/۲۵) ص ۱۲۴</p> 	
۱۵	<p>الف) سه (۰/۲۵) ص ۱۳۱ ب) بی شمار (۰/۲۵) ص ۱۳۲ ج) موازی (۰/۲۵) ص ۱۴۳ د) موازی (۰/۲۵) ص ۱۵۷</p>	
۱۶	<p>از دو خط L_1 و L_2 صفحه P را می گذرانیم (۰/۲۵) اگر L_3 در صفحه P باشد، حکم برقرار است (۰/۲۵)</p> <p>در صورتی که L_3 در صفحه P نباشد. چون L_3 با L_1 و L_2 متقاطع است. پس صفحه P را در نقطه مشترک L_1 و L_2 قطع می کند. (۰/۲۵) زیرا در غیر این صورت باید صفحه را در دو نقطه متمایز قطع کند. (۰/۲۵)</p> <p>یعنی L_3 به تمامی در صفحه P قرار می گیرد. که این خلاف فرض است. (۰/۲۵) ص ۱۳۸</p>	۱/۲۵
۱۷	<p>فرض کنیم دو صفحه P و Q با صفحه R موازی باشند. فرض خلف اگر P با Q موازی نباشد (۰/۲۵)</p> <p>آنگاه P صفحه Q را قطع می کند. از طرفی چون صفحه Q موازی با R است. پس صفحه P صفحه R را نیز قطع می کند. (۰/۵)</p> <p>و این خلاف فرض است. (۰/۲۵) پس $P \parallel Q$. ص ۱۴۷</p>	۱
۱۸	<p>از نقطه A صفحه P را عمود بر خط L و صفحه Q را عمود بر خط L' رسم می کنیم (۰/۲۵).</p> <p>فصل مشترک صفحه های P و Q یعنی خط Δ جواب مسئله است. (۰/۲۵) زیرا:</p> <p>$\left. \begin{aligned} L \perp P &\Rightarrow L \perp \Delta \\ L' \perp Q &\Rightarrow L' \perp \Delta \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta \text{ بر هر دو خط } L \text{ و } L' \text{ عمود است. (۰/۲۵)}$</p> <p>صفحه های P و Q بر هم منطبق نیستند زیرا در غیر این صورت L و L' متناظر نیستند و این خلاف فرض است. (۰/۲۵)</p> <p>خط Δ منحصر به فرد است زیرا صفحه های P و Q منحصر به فرد هستند. (۰/۲۵) ص ۱۵۵</p>	۱/۲۵
۲۰	جمع نمره	

مصححین محترم: لطفاً به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود.