

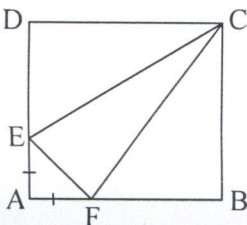
سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۱۰/۱۶		
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		

ردیف	سؤالات	نمره
------	--------	------

۱	وسط ضلع های چهارضلعی های زیر را به طور متوالی به هم وصل کنید و با استفاده از استدلال استقرایی، ویژگی های شکل حاصل را حدس بزنید. الف) مستطیل ب) مربع ج) متوازی الاضلاع د) لوزی	۱
۲	قضیه ی لولا: ثابت کنید اگر دو ضلع از مثلثی با دو ضلع از مثلث دیگر نظیر به نظیر مساوی باشند و زاویه ی بین این دو ضلع در مثلث اول بزرگ تر از زاویه ی بین دو ضلع نظیر از مثلث دوم باشد، آن گاه ضلع سوم از مثلث اول بزرگ تر از ضلع سوم از مثلث دوم است.	۱/۷۵
۳	در مثلث ABC و A'B'C' اگر $AB = A'B'$ و $AC = A'C'$ و $\hat{A} \neq \hat{A}'$ ، ثابت کنید $BC \neq B'C'$. (برهان خلف)	۱
۴	قضیه: ثابت کنید نیمساز یک زاویه، مکان هندسی نقطه ای در صفحه ی آن زاویه است که فاصله ی آن از دو ضلع زاویه برابر باشد.	۱/۲۵
۵	قضیه: ثابت کنید در یک دایره، از دو وتر نابرابر، آن که بزرگ تر است، به مرکز دایره نزدیک تر است، و بعکس.	۱/۲۵
۶	زاویه ی بین دو مماس رسم شده از نقطه ی A بر دایره ی C(O, ۵)، برابر 60° است. طول پاره خط OA را به دست آورید.	۰/۷۵
۷	قطر CD در نقطه ی M بر وتر AB از دایره ای به مرکز O عمود است. اگر $\widehat{AC} = 2x^\circ$ ، $\widehat{BC} = y^\circ$ و $\widehat{BD} = (3x + 10)^\circ$ باشد، x و y را محاسبه کنید.	۱
۸	قضیه: ثابت کنید اگر از یک نقطه، یک مماس و یک قاطع نسبت به یک دایره رسم کنیم، قطعه ای از خط مماس محصور بین آن نقطه و نقطه تماس، واسطه ی هندسی بین دو قطعه ی قاطع است.	۱
۹	مقدار a را چنان بیابید که اندازه ی مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع های ۸ و ۳ و خط المکرزین $d = 13$ ، برابر $5a - 3$ باشد.	۱
	«ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم»	

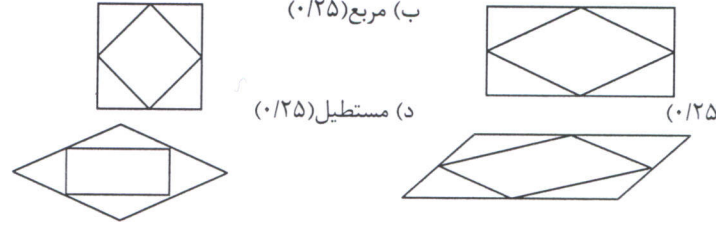
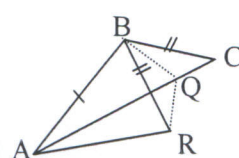
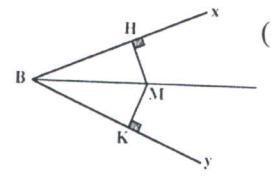
سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۱۰/۱۶		
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		

ردیف	سؤالات	نمره
------	--------	------

۱۰	نقاط $A(1,1)$, $B(4,2)$, $C(3,5)$ و $D(0,4)$ رأس‌های یک مربع هستند. الف) مربع و تصویرش را تحت انتقالی که رأس A را بروی رأس B تصویر می‌کند، رسم کنید. ب) قاعده‌ی نگاشت این انتقال را بنویسید.	۱/۵
۱۱	نقاط $A(6,0)$, $B(6,6)$ و $C(0,6)$ رأس‌های یک مثلث هستند. الف) مثلث و تصویر مجانس آن را با در نظر گرفتن $(0,0)$ به عنوان مرکز تجانس و $\frac{1}{3}$ به عنوان عامل مقیاس رسم کنید. ب) این تجانس انبساط است یا انقباض؟ چرا؟	۱/۵
۱۲	تحت یک بازتاب، تصویر خط $x + y - 3 = 0$ ، خط $x + y + 3 = 0$ است، معادله‌ی محور تقارن را بنویسید.	۱
۱۳	چهار ضلعی $ABCD$ یک مربع است و $AE = AF$ ، با استفاده از ویژگی‌های تبدیل بازتاب ثابت کنید: $CE = CF$	۱
		
۱۴	قضیه ثابت کنید اگر خط L با یکی از خط‌های صفحه‌ی P موازی باشد، آنگاه، خط L با صفحه‌ی P موازی است.	۱/۲۵
۱۵	ثابت کنید اگر صفحه‌ای با یکی از دو خط موازی، موازی باشد با دیگری هم موازی است.	۱
۱۶	ثابت کنید اگر L و L' دو خط متناظر باشند، از هر نقطه‌ی A یک و تنها یک خط می‌گذرد که بر L و L' عمود است.	۱/۵
۱۷	درستی یا نادرستی جملات زیر را تعیین کنید. الف) دو خط در فضا که یکدیگر را قطع نکنند لزوماً موازی هستند. ب) اگر خطی بر صفحه‌ای عمود باشد، بر هر خط از آن صفحه نیز، عمود است. ج) اگر خطی بر یکی از دو صفحه‌ی موازی عمود باشد، بر دیگری هم عمود است. د) اگر سه خط در فضا دو به دو متقاطع باشند لزوماً هم‌رسانند. ه) از هر نقطه خارج یک خط در فضا، یک و تنها یک خط به موازات آن خط می‌گذرد.	۱/۲۵
۲۰	جمع نمره	۲۰

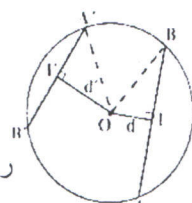
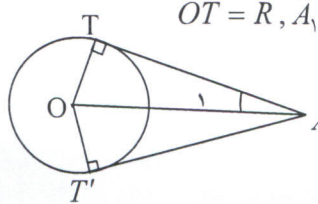
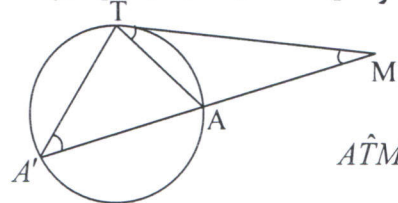
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸:۳۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۱۰ / ۱۶	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش	http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	<p>(الف) لوزی (۰/۲۵)</p> <p>(ب) مربع (۰/۲۵)</p> <p>(ج) متوازی الاضلاع (۰/۲۵)</p> <p>(د) مستطیل (۰/۲۵)</p> 	۱
۲	<p>برهان: چون $\hat{ABC} > \hat{DEF}$، از رأس B پاره خط BR را طوری رسم می‌کنیم که $\hat{ABR} = \hat{DEF}$ و $BR = EF$ باشد. (۰/۲۵) اگر AR را رسم کنیم، چون $\hat{ABR} = \hat{DEF}$ و $BR = EF$ و $AB = DE$ (فرض) بنابر این $\triangle ABR \cong \triangle DEF$ (ض ض ض) پس $AR = DF$ (۰/۲۵). از طرفی $BC = EF$ پس $BC = BR$ (۰/۲۵) حال نیمساز زاویه \hat{RBC} را رسم می‌کنیم تا ضلع AC را در نقطه Q قطع کند. (۰/۲۵) بارسم QR چون $\triangle BQR \cong \triangle BCR$ (ض ض ض) پس $QR = QC$ (۰/۲۵). حال می‌توان نوشت:</p> <p>$\triangle AQR \rightarrow AQ + QR > AR$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{QR=QC} AQ + QC > DF$ $\rightarrow AC > DF$ (۰/۲۵)</p> 	۱/۷۵
۳	<p>فرض کنیم $BC = B'C'$ (فرض خلف) (۰/۲۵)</p> <p>$\begin{cases} BC = B'C' \\ AC = A'C' \end{cases}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ (ض ض ض) $\Rightarrow \hat{A} = \hat{A}'$ (۰/۲۵)</p> <p>طبق فرض $\hat{A} \neq \hat{A}'$ پس به تناقض رسیدیم یعنی فرض خلف باطل و حکم درست است پس $BC \neq B'C'$ (۰/۲۵)</p>	۱
۴	<p>مرحله اول: نقطه M را روی نیمساز زاویه \hat{XBY} در نظر می‌گیریم از خطهایی بر ضلع‌های BX و BY عمود می‌کنیم تا آنها را به ترتیب در H و K قطع کنند دو مثلث قائم الزوایه $\triangle BMH$ و $\triangle BMK$ به حالت تساوی وتر و یک زاویه تند همنهشت هستند، پس $MH = MK$ (۰/۵)</p> <p>مرحله دوم: اگر نقطه M از دو ضلع BX و BY به فاصله‌ی یکسان باشد. چون دو مثلث قائم الزوایه $\triangle BMH$ و $\triangle BMK$ به حالت تساوی وتر و یک ضلع قائمه همنهشت هستند. پس $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ (۰/۵) یعنی خطی که از B و M می‌گذرد نیمساز زاویه \hat{XBY} است.</p> <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p> 	۱/۲۵
	«ادامه در صفحه‌ی دوم»	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸:۳۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۱۰ / ۱۶	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

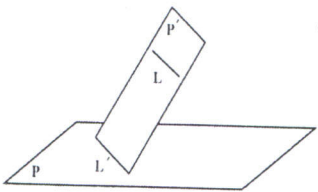
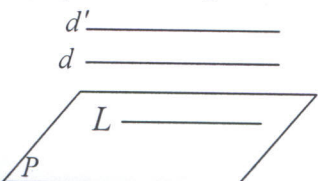
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۵	<p>برهان: از مرکز دایره عمودهای OH و OH' را به وترهای $AB = l$ و $A'B' = l'$ وارد می‌کنیم. می‌دانیم شعاع عمود بر یک وتر آن را نصف می‌کند ($OH = d$ و $OH' = d'$)</p>  <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p> $\triangle OHB : OB^2 = OH^2 + HB^2 \Rightarrow R^2 = d^2 + \frac{l^2}{4} \quad (۰/۲۵)$ $\triangle OH'A' : OA'^2 = OH'^2 + H'A'^2 \Rightarrow R^2 = d'^2 + \frac{l'^2}{4}$ $l > l' \Leftrightarrow l^2 > l'^2 \quad (۰/۲۵) \Leftrightarrow R^2 - \frac{l^2}{4} < R^2 - \frac{l'^2}{4} \quad (۰/۲۵) \Leftrightarrow d^2 < d'^2 \Leftrightarrow d < d' \quad (۰/۲۵)$ <p>(در صورتی که اثبات یک طرفه نوشته شده باشد (۰/۲۵) کسر شود.)</p>	۱/۲۵
۶	<p>$OT = R, \hat{A}_1 = 30^\circ \quad (۰/۲۵) \Rightarrow OT = \frac{OA}{2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow OA = 2R \Rightarrow OA = 10 \quad (۰/۲۵)$</p> 	۰/۲۵
۷	<p>$2x = y$</p> <p>$2(3x + 10) + 4x = 360^\circ \quad (۰/۵) \Rightarrow 10x = 340 \Rightarrow x = 34^\circ \quad (۰/۲۵) \quad \text{و} \quad y = 68^\circ \quad (۰/۲۵)$</p>	۱
۸	<p>برهان: دایره‌ی C و نقطه‌ی M را خارج آن در نظر می‌گیریم. مماس MT و قاطع MAA' را نسبت به این دایره رسم می‌کنیم، از T به A و A' وصل می‌کنیم. دو مثلث MAT و $MA'T$ متشابه‌اند زیرا:</p>  <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p> $\left. \begin{aligned} \hat{ATM} = \hat{AA'T} = \frac{\hat{AT}}{2} \\ \hat{M} = \hat{M} \end{aligned} \right\} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \frac{MT}{MA} = \frac{MA'}{MT} \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow MT^2 = MA \cdot MA' \quad (۰/۲۵)$	۱
۹	<p>$R = 3 \quad TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \quad (۰/۲۵)$</p> <p>$R' = 8 \quad 5a - 3 = \sqrt{13^2 - (8 - 3)^2} \quad (۰/۲۵)$</p> <p>$d = 13 \quad 5a - 3 = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12 \quad (۰/۲۵)$</p> <p>$\Rightarrow a = 3 \quad (۰/۲۵)$</p>	۱
	«ادامه در صفحه‌ی سوم»	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸:۳۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۱۰ / ۱۶	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش	http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۰	<p>الف) $\vec{AB} = (3, 1)$ (۰/۲۵)</p> <p> $A(1, 1) \rightarrow A'(4, 2)$ $B(4, 2) \rightarrow B'(7, 3)$ $C(3, 5) \rightarrow C'(6, 6)$ $D(0, 4) \rightarrow D'(3, 5)$ </p> <p>(۰/۵)</p> <p>ب) $\vec{AB} = (3, 1) \rightarrow T(x, y) = (x + 3, y + 1)$ (۰/۲۵) (بردار انتقال) (ب)</p> <p>رسم شکل (۰/۵)</p>	۱/۵
۱۱	<p>رسم شکل (۰/۵)</p> <p> $D(x, y) = (\frac{1}{3}x, \frac{1}{3}y)$ $A(6, 0) \rightarrow A'(2, 0)$ $B(6, 6) \rightarrow B'(2, 2)$ $C(0, 6) \rightarrow C'(0, 2)$ </p> <p>(۰/۵)</p> <p>ب) تجانس انقباض است (۰/۲۵) زیرا $0 < K < 1$ (۰/۲۵)</p>	۱/۵
۱۲	<p>نقطه‌های $A(0, 3)$ و $A'(0, -3)$ به ترتیب دو نقطه‌ی دلخواه از دو خط داده شده هستند. (۰/۲۵) و محور تقارن از نقطه‌ی P وسط AB موازی این دو خط می‌گذرد و چون دو خط موازیند پس:</p> <p>شیب محور تقارن $m = m' = -1$ (۰/۲۵)</p> <p>$P = (\frac{X_A + X_B}{2}, \frac{Y_A + Y_B}{2}) = (0, 0)$ (۰/۲۵)</p> <p>معادله محور تقارن: $Y - Y_P = (-1)(X - X_P) \rightarrow Y - 0 = (-1)(X - 0)$ (۰/۲۵) $\rightarrow Y = -X$</p>	۱
۱۳	<p>فرض $ABCD$ مربع و $AE = AF$ حکم: $CE = CF$</p> <p>برهان: قطر AC که نیمساز زاویه‌ی مربع نیز می‌باشد را رسم می‌کنیم. (۰/۲۵) در مثلث متساوی الساقین AEF نیمساز عمود منصف قاعده‌ی EF نیز هست. (۰/۲۵) بنابراین طبق این تبدیل داریم:</p> <p> $C \rightarrow C$ $E \rightarrow F$ </p> <p>(۰/۲۵) $\Rightarrow CE \rightarrow CF$</p> <p>چون بازتاب محوری ایزو متری است (۰/۲۵) پس $CE = CF$</p>	۱
«ادامه در صفحه‌ی چهارم»		

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸:۳۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۱۰ / ۱۶	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	<p>اگر خط L در صفحه P باشد حکم برقرار است (۰/۲۵)</p> <p>فرض کنیم خط L در صفحه P قرار ندارد. اگر L' خطی از صفحه P باشد که با L موازی است و L' متمایزند. صفحه‌ای را که از این دو خط موازی می‌گذرد P' می‌نامیم (۰/۲۵).</p>  <p>فصل مشترک دو صفحه P و P' همان خط L' است. (۰/۲۵)</p> <p>اگر خط L صفحه P را قطع کند محل تقاطع روی فصل مشترک این دو صفحه قرار دارد، (۰/۲۵) یعنی دو خط L و L' متقاطع خواهند شد که خلاف فرض است. پس خط L صفحه P را قطع نمی‌کند و با آن موازی است. (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۱۵	<p>فرض کنیم صفحه P با خط d موازی باشد، در این صورت خط d با یک خط صفحه P مانند L موازی است. (۰/۲۵)</p>  <p>چون $d' \parallel d$ و $d \parallel L$ پس $d' \parallel L$ (۰/۵)</p> <p>بنابراین خط d' موازی با صفحه P است. (۰/۲۵)</p>	۱
۱۶	<p>از نقطه A صفحه P را عمود بر خط L رسم می‌کنیم. (۰/۲۵) همچنین از نقطه A صفحه Q را بر خط L' عمود رسم می‌کنیم. (۰/۲۵) فصل مشترک صفحه‌های P و Q یعنی خط Δ جواب مسئله است. (۰/۲۵) زیرا</p> $\left. \begin{array}{l} L \perp P \Rightarrow L \perp \Delta \\ L' \perp Q \Rightarrow L' \perp \Delta \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta \text{ بر هر دو خط } L \text{ و } L' \text{ عمود است. (۰/۲۵)}$ <p>صفحه‌های P و Q برهم منطبق نیستند زیرا در غیر این صورت L و L' متناظر نیستند و این خلاف فرض است. (۰/۲۵)</p> <p>خط Δ منحصر به فرد است زیرا صفحه‌های P و Q منحصر به فرد هستند. (۰/۲۵)</p>	۱/۵
۱۷	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) ج) درست (۰/۲۵) د) نادرست (۰/۲۵) ه) درست (۰/۲۵)	۱/۲۵
	جمع نمره	۲۰
	«موفق باشید»	

مصححین محترم: لطفاً به راه حل‌های درست و منطبق بر کتاب درسی با رم به تناسب منظور شود.

دانلود نمونه سؤالات از سایت ریاضی سرا

www.riazisara.ir