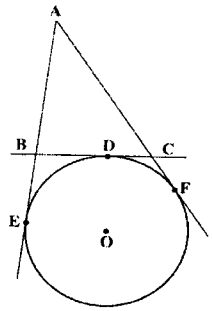
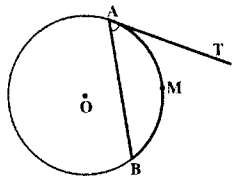
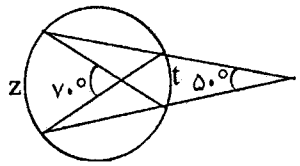
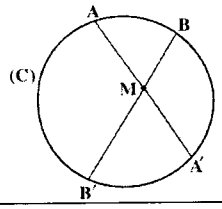
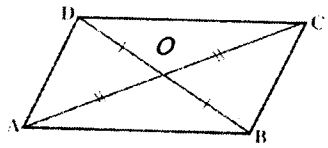
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع:۸ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۳/ ۳	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	الف) یک مثلث متساوی الاضلاع به دقت رسم نمایید . وسط ضلع ها را پیدا کرده و به هم وصل کنید . ب) سه مثلثی را که در گوشه ایجاد می شود ، نگه دارید و مثلث میانی را با سیاه کردن حذف کنید . این فرایند را روی سه مثلث باقی مانده تکرار کنید و با استفاده از استدلال استقرایی جدول زیر را کامل کنید. (در مرحله دوم شکل را رسم کنید.) مرحله: ۰ ، ۱ ، ۲ ، ... ، n تعدادمثلث ها: ۱ ، ؟ ، ؟ ، ... ، ؟	۱
۲	درستی یا نادرستی نتایج زیر را معلوم کنید. الف) هر مربعی متوازی الاضلاع است . چهار ضلعی ABCD مربع است . نتیجه : چهار ضلعی ABCD متوازی الاضلاع است. ب) تجانس طول پاره خط را با ضریب k (ضریب تجانس) تغییر می دهد. نتیجه : طول تصویر پاره خط AB در یک تجانس بزرگتر می شود. ج) : چند صفحه در فضا روی دو خط ، پاره خط های متناظر متناسب ایجاد کرده اند. نتیجه : آن صفحه ها با هم موازیند. د) P وQ دو صفحهٔ عمود برهم می باشند. نتیجه : هر کدام شامل خطی است که بر دیگری عمود است.	۱
۳	با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید مجموع فاصله های هر نقطه درون مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع آن مقداری ثابت است. سپس آن مقدار ثابت را به دست آورید.	۱
٤	قضیه : با استفاده از برهان خلف ثابت کنید اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند ، ضلع رو به رو به زاویه بزرگتر ، بزرگتر از ضلع رو به رو ی زوایه کوچکتر است .	۱/۲۵
۵	ثابت کنیدنیمسازیک زاویه،مکان هندسی نقطه ای درصفحهٔآن زاویه است که فاصلهٔ آن ازدوضلع زاویه برابر باشد .	۱/۵
٦	خط های AE ، AF و BC به ترتیب در نقطه های E، F و D بر دایره (O) مماس هستند.مماس BC ، خطهای AE و AF را به ترتیب در نقطه های B و C قطع کرده است . ثابت کنید با تغییر مکان نقطه ی D روی دایره بین دو نقطه ی ثابت E و F ، محیط مثلث ABC ثابت می ماند.  	۱
	«ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع:۸ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۳ / ۳	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۷	قضیه: باتوجه به شکل ثابت کنید در دایره (O) اندازه هر زاویه ی ظلی برابربا نصف کمان رو به روی آن است .  	۱/۲۵
۸	در شکل زیر مقدار z و t را بیابید.  	۱
۹	قضیه : از نقطه ی M واقع در داخل دایره (C) دو وتر دلخواه AA' و BB' رسم شده اند . ثابت کنید: $MA \times MA' = MB \times MB'$  	۱/۲۵
۱۰	طول خط المرکزین دردو دایره متقاطع به شعاع های ٤ و۳ سانتی متر برابر ٦سانتی متر است . طول مماس مشترک خارجی دو دایره را به دست آورید.	۰/۵
۱۱	نقاط $P=(۴,۲)$ و $Q=(۲,۲)$ و $R=(۲\ ,\ -۲)$ راسهای یک مثلث هستند . الف) مثلث PQR و تصویر مجانس آن را با در نظر گرفتن $O(۰\ ,۰)$ به عنوان مرکز تجانس ،تحت تبدیل تجانس $D(x\ ,\ y)=(۳x\ ,\ ۳y)$ را رسم کنید. ب)مساحت مثلث PQR و تصویرش را محاسبه وآنها را با هم مقایسه کنید.	۱/۷۵
۱۲	معادله تصویر خط $l: ۲x+۶y-۱۲=۰$ را تحت بازتاب نسبت به محور x ها به دست آورید .	۱/۲۵
۱۳	قطرهای چهار ضلعی ABCD یکدیگر را نصف کرده اند. با استفاده از ویژگی های تبدیل دوران ثابت کنید ABCD یک متوازی الاضلاع است.  	۱/۵
	«ادامه ی سؤالات در صفحه ی سوم »	

www.riazisara.ir ریاضی سرا

باسمه تعالی

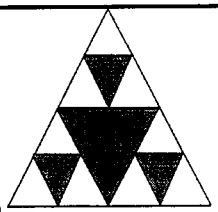
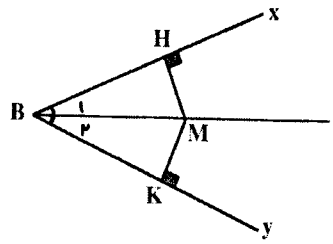
سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع:۸ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۳/ ۳	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱٤	جاهای خالی را به طور مناسب پرکنید. الف) در تبدیل انتقال $T(x\ ,\ y)=(x-۳\ ,y+۲)$ بردار انتقال برابر با . . . . . است. ب) در هر صفحه حد اقل . . . . . نقطه وجود دارد که بر یک خط قرار ندارند. ج) اگر دو صفحه متمایز یک نقطه مشترک داشته باشند ، آنگاه در یک . . . . . مشترک خواهند بود.	۰/۷۵
۱۵	قضیه: ثابت کنید اگر خط L با یکی از خطهای صفحه P موازی باشد ، آنگاه، خط L با صفحه P موازی است.	۱/۲۵
۱٦	اگر O نقطه ای خارج از صفحه ای مانندP باشد ، ثابت کنید کلیه خطهای گذرنده از O که با P موازی هستند دریک صفحه موازی P قرار دارند.	۱/۲۵
۱۷	ثابت کنید اگر L و L' دو خط متنافر باشند ، از هر نقطه A یک و تنها یک خط می گذرد که بر L و L' عمود است .	۱/۵
	«موفق باشید» جمع نمره	۲۰

www.riazisara.ir ریاضی سرا

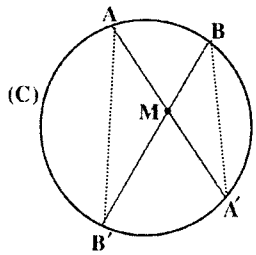
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع:۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۹۰/۳/۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	 رسم شکل (۰/۲۵) مرحله: ۰ ، ۱ ، ۲ ، ... ، n تعدادمثلث ها: ۱ ، ۳ ، ۹ ، ... ، 3^n (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱
۲	الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) ج) نادرست (۰/۲۵) د) درست (۰/۲۵)	۱
۳	فرض کنیم M نقطه ای دلخواه درون مثلث متساوی الاضلاع $\triangle ABC$ باشد از M به رأس های A ، B و C وصل می کنیم . (۰/۲۵)اگر h ارتفاع مثلث $\triangle ABC$ باشد داریم . $S_{ABC} = S_{AMC} + S_{AMB} + S_{BMC}$ (۰/۲۵) پس : (۰/۲۵) $\frac{1}{2}h \times BC = \frac{1}{2}MH \times BC + \frac{1}{2}MH' \times AC + \frac{1}{2}MH'' \times AB$ چون $AB = AC = BC$ پس $h = MH + MH' + MH''$ (۰/۲۵) بنابراین مجموع فواصل نقطه ی M از اضلاع ، مقدار ثابت h می باشد	۱
٤	فرض: $\hat{A} > \hat{B}$ حکم : $BC > AC$ برهان خلف : فرض می کنیم $AC \geq BC$ (۰/۲۵) دو حالت زیر را در نظر می گیریم : الف) $AC = BC$ در این حالت مثلث متساوی الساقین است . پس $\hat{A} = \hat{B}$ که این خلاف فرض است . (۰/۵) ب) $AC > BC$ در این حالت با توجه به قضیه لولا $\hat{A} < \hat{B}$ که این نیز خلاف فرض است. (۰/۵) پس فرض خلف باطل است و حکم درست می باشد.	۱/۲۵
۵	مرحله اول :نقطه M را روی نیمساز زاویه $X\hat{B}Y$ در نظر می گیریم از M خطهایی بر ضلع های BX و BY عمود می کنیم (۰/۲۵) تا آنها را به ترتیب در H و K قطع کنند دو مثلث $\triangle BMH$ و $\triangle BMK$ به حالت (وتر ویک زاویه تند) همنهشت هستند، پس $MH = MK$ (۰/۵) مرحله دوم : اگر نقطه ی M از دو ضلع BX و BY به فاصله ی یکسان باشد (۰/۲۵) چون دو مثلث قائم الزوایه ی $\triangle BMH$ و $\triangle BMK$ به حالت تساوی وتر و یک ضلع قائمه همنهشت هستند پس $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ (۰/۵) یعنی خطی که از B و M می گذرد نیمساز زاویه $X\hat{B}Y$ است .  	۱/۵
	«ادامه در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

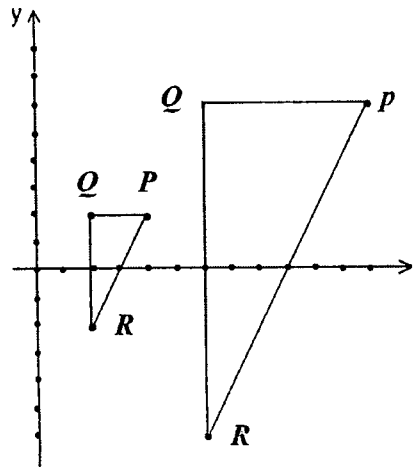
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع:۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۳ / ۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
٦	می دانیم که طول مماس های رسم شده از نقطه ای خارج یک دایره با هم برابر است . محیط مثلث $= AB + AC + BC = AB + \underset{(۰/۲۵)}{AC + BD} + DC = AB + AC + BE + CF$ (۰/۵) $= \underset{(۰/۲۵)}{AE + AF} = ۲AE$ بنابراین محیط مثلث ABC مستقل از نقطه ی D بوده و مقدار آن ثابت است .	۱
۷	زاویه ی ظلی $B\hat{A}T$ را در دایره ی به مرکز O در نظر می گیریم قطر AD از این دایره را رسم می کنیم و از D به نقطه B وصل می نمائیم (۰/۲۵) زاویه ی $A\hat{B}D$ محاطی روبرو به قطر مساوی ۹۰° است پس (۱) (۰/۲۵) $A\hat{D}B + D\hat{A}B = ۹۰$ از طرفی (۲) (۰/۲۵) $D\hat{A}B + B\hat{A}T = ۹۰^\circ$ از رابطه (۱)و(۲) نتیجه می شود $B\hat{A}T = A\hat{D}B$ (۰/۲۵) اما می دانیم $A\hat{D}B = \frac{\overset{\frown}{AB}}{۲}$ پس $B\hat{A}T = \frac{\overset{\frown}{AB}}{۲}$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۸	$۷۰^\circ = \frac{z+t}{۲}(۰/۲۵) \Rightarrow z+t = ۱۴۰^\circ$ و $۵۰^\circ = \frac{z-t}{۲}(۰/۲۵) \Rightarrow z-t = ۱۰۰^\circ$ $z = ۱۲۰^\circ(۰/۲۵)$ و $\Rightarrow t = ۲۰^\circ(۰/۲۵)$	۱
۹	برهان : از A به B' واز B به A' وصل می کنیم ، دو مثلث $\overset{\triangle}{MAB'}$ و $\overset{\triangle}{MA'B}$ متشابهند (۰/۲۵) زیرا :  $\left.\begin{array}{l} A\hat{M}B' = A'\hat{M}B \\ \hat{A} = \hat{B} = \frac{A'B'}{۲} \end{array}\right\}$ (۰/۵) $\Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MB'}{MA'}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow MA \times MA' = MB \times MB'$ تکمیل شکل (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱۰	$TT' = \sqrt{d^۲ - (R-R')^۲}(۰/۲۵) \Rightarrow TT' = \sqrt{۳۶-۱}(۰/۲۵) \Rightarrow TT' = \sqrt{۳۵}$	۰/۵
	«ادامه در صفحه ی سوم»	

www.riazisara.ir ریاضی سرا

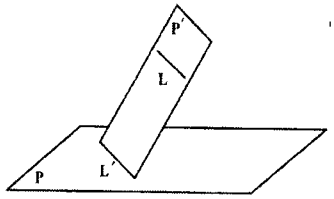
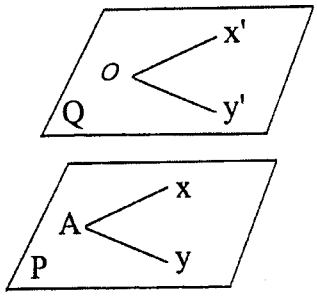
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع:۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۳/ ۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۱	$R(۲,-۲)\xrightarrow{D}R'(۶,-۶)$ $\quad Q(۲,۲)\xrightarrow{D}Q'(۶,۶)$ $\quad (۰/۵)$ $\quad P(۴,۲)\xrightarrow{D}P'(۱۲,۶)$ $S_{PQR}=\frac{۲\times۴}{۲}=۴(۰/۲۵)$ $S_{P'Q'R'}=\frac{۶\times۱۲}{۲}=۳۶(۰/۲۵)$ $\Rightarrow$ $S_{P'Q'R'}=۹S_{PQR}(۰/۲۵)$  رسم شکل (۰/۵)	۱/۷۵
۱۲	$T(x,y)=(x,-y)$ $\quad (۰/۲۵)$ $A\in l\Rightarrow A=(۰,۲)\xrightarrow{T}A'=(۰,-۲)$ $\quad (۰/۲۵)$ $B\in l\Rightarrow B=(۶,۰)\xrightarrow{T}B'=(۶,۰)$ $\quad (۰/۲۵)$ $m_{A'B'}=\frac{y_{A'}-y_{B'}}{x_{A'}-x_{B'}}=\frac{-۲-۰}{۰-۶}(۰/۲۵)=\frac{۱}{۳}\Rightarrow y-۰=\frac{۱}{۳}(x-۶)(۰/۲۵)$ $\quad \Rightarrow y=\frac{۱}{۳}x-۲$	۱/۲۵
۱۳	$\begin{cases}OC=OA\\A\hat{O}C=۱۸۰^\circ\end{cases}\Rightarrow$ (تحت دوران ۱۸۰ به مرکز O) $A\longrightarrow C$ و $C\longrightarrow A$ $\quad (۰/۲۵)$ $\begin{cases}OB=OD\\B\hat{O}D=۱۸۰^\circ\end{cases}\Rightarrow$ (تحت دوران ۱۸۰ به مرکز O) $B\longrightarrow D$ و $D\longrightarrow B$ $\quad (۰/۲۵)$ بنابراین $(۰/۲۵)$ $B\hat{A}C\longrightarrow D\hat{C}A$ چون دوران اندازه زاویه راثابت نگه می داردپس $B\hat{A}C=D\hat{C}A$ $(۰/۲۵)$ بنابراین $(۰/۲۵)$ $AB\parallel CD$ به همین ترتیب $D\hat{A}C=B\hat{C}A$ می باشد بنابراین $AD\parallel CB$ $(۰/۲۵)$ پس چهار ضلعی $ABCD$ متوازی الاضلاع است.	۱/۵
۱۴	الف)(۲و۳-) (۰/۲۵) $\quad$ ب) سه (۰/۲۵) $\quad$ ج) خط (۰/۲۵)	۰/۷۵
	«ادامه در صفحه ی چهارم »	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع:۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۹۰/۳/۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسرکشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	اگر خط L در صفحه P باشد حکم برقرار است (۰/۲۵) فرض کنیم خط L در صفحه P قرار ندارد . اگر L' خطی از صفحه P باشد که با L موازی است L و L' متمایزند .صفحه ا ی را که از این دو خط موازی می گذرد P' می نامیم (۰/۲۵).  فصل مشترک دو صفحه P و P' همان خط L' است . (۰/۲۵) اگر خط L صفحه P را قطع کند محل تقاطع روی فصل مشترک این دو صفحه قرار دارد ، (۰/۲۵) یعنی دو خط L و L' متقاطع خواهند شد که خلاف فرض است .پس خط L صفحه P را قطع نمی کندوبا آن موازی است. (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱۶	دو خط AX و AY را در صفحه ی P در نظر می گیریم . (۰/۲۵) از نقطه O خطوط OX' و OY' را موازی خطوط AX و AY رسم می کنیم سپس صفحه Q گذرنده از دو خط OX' و OY' را رسم می نماییم (۰/۲۵) بنابراین صفحه P با صفحه Q موازی خواهد بود. (۰/۲۵) هر خطی که از نقطه O بگذرد با صفحه P موازی باشد در صفحه Q قرار می گیرد (۰/۲۵) زیرا درغیراین صورت صفحه Q را قطع می کند. بنابراین صفحه P راکه موازی باصفحه Q است نیز قطع می کند (۰/۲۵)  	۱/۲۵
۱۷	از نقطه A صفحه P را عمود بر خط L رسم می کنیم. (۰/۲۵) همچنین از نقطه A صفحه Q را بر خط L' عمود رسم می کنیم. (۰/۲۵) فصل مشترک صفحه های P و Q یعنی خط Δ جواب مسئله است. (۰/۲۵) زیرا $\left.\begin{array}{l} L\perp P\Rightarrow L\perp\Delta \\ L'\perp Q\Rightarrow L'\perp\Delta \end{array}\right\}\Rightarrow$ (۰/۲۵) Δ برهر دو خط L و L' عمود است. صفحه های P و Q بر هم منطبق نیستند زیرا درغیر این صورت L و L' متنافر نیستندواین خلاف فرض است. (۰/۲۵) خط Δ منحصر به فرد است زیرا صفحه های P و Q منحصر به فرد هستند. (۰/۲۵)	۱/۵
	«موفق باشید» جمع نمره	۲۰