هندسه (۲) سؤالات امتحانی هماهنگ کشوری- شهریور ماه ۱۳۸۴

۱- الف) سه پاره‌خط با طول‌های $6x$ ، $x+7$ ، $4(x-1)$ مفروض‌اند:

اگر مجموع این طول‌ها ۳۶ باشد، آیا این پاره‌خط‌ها می‌توانند ضلع‌های یک مثلث باشند؟ چرا؟

ب) در مثلث PAK نقطه‌ی M روی ضلع PK قرار دارد.

ثابت کنید اگر $PM = AK$ آن‌گاه $AP > MK$.

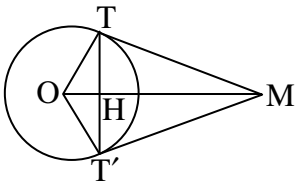
۲- قضیه: ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، آن‌گاه زاویه‌ی مقابل به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر از زاویه‌ی مقابل به ضلع کوچک‌تر است.

۳- با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید مجموع فاصله‌های هر نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن مقداری ثابت است.

۴- مثلث ABC را با معلوم بودن اندازه‌های ضلع $BC = a$ میانه‌های $BB' = m_b$ و $CC' = m_c$ رسم کنید. (روش رسم را توضیح دهید.)

۵- قضیه: ثابت کنید اندازه‌ی هر زاویه‌ی ظلی برابر نصف کمان روبه‌روی آن است.

۶- دو خط MT و MT' در نقطه‌های T و T' بر دایره‌ی $C(O,R)$ مماس هستند. H نقطه‌ی برخورد وتر TT' با خط OM است. ثابت کنید:

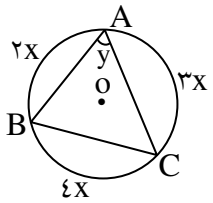


الف) خط OM نیمساز زاویه‌های TMT' و TOT' است.

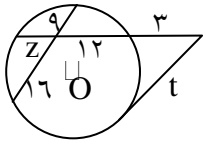
ب) $OH.OM = R^2$

۷- در شکل‌های زیر اندازه‌های t ، z ، y و x را به‌دست آورید.

الف)



ب)



۸- هر یک از عبارت‌های زیر را چنان کامل کنید که هر قسمت به گزاره‌ای درست تبدیل شود:

الف) دوران یافته‌ی نقطه‌ی $A(4,3)$ با زاویه‌ی 90° حول مبدأ نقطه‌ی ..... است.

ب) دوران به مرکز O و زاویه‌ی 180° را ..... می‌نامند و در این حالت نقطه‌ی O را ..... می‌گویند.

ج) تبدیلی که فاصله‌ی بین نقاط را حفظ کند ..... است.

۹- معادله‌ی تصویر خط $y = \frac{1}{2}x - 4$ را تحت بازتاب نسبت به محور x ها بنویسید.

۱۰- $A(2,0)$ ، $B(2,3)$ ، $C(4,3)$ و $D(4,0)$ رأس‌های یک مستطیل هستند:

الف) مستطیل و تصویر مجانس آن را با در نظر گرفتن $O(0,0)$ به‌عنوان مرکز تجانس و ۲ به‌عنوان عامل مقیاس رسم کنید.

ب) نوع تجانس را مشخص کنید.

ج) نسبت $\frac{OB'}{OB}$ را به‌دست آورید.

۱۱- با استفاده از تبدیل‌ها ثابت کنید اگر خط موربی دو خط موازی را قطع کند، زاویه‌های نظیر برابر خواهند بود.

۱۲- قضیه: ثابت کنید اگر خط L با صفحه‌ی P موازی باشد، هر صفحه که از L بگذرد و با P متقاطع باشد، P را در یک خط موازی L قطع می‌کند.

۱۳- الف) حالت‌های مختلف دو خط نسبت به هم در فضا را نام ببرید.

ب) از نقطه‌ی A خارج از صفحه‌ی P، یک صفحه‌ی موازی صفحه‌ی P بگذرانید. (روش رسم را شرح دهید.)

۱۴- اگر دو نقطه‌ی متمایز A و B از صفحه‌ی P به یک فاصله و A و B هر دو در یک طرف صفحه‌ی P باشند، ثابت کنید خط AB با صفحه‌ی P موازی است.

۱۵- واژه‌های فوق را تعریف کنید:

الف) صفحه‌ی عمود منصف یک پاره‌خط

ب) فصل مشترک دو صفحه

دانلود از سایت ریاضی سرا
WWW.RIAZISARA.IR

پاسخ سؤالات امتحانی هماهنگ کشوری- شهریور ماه ۱۳۸۴

۱- الف) خیر

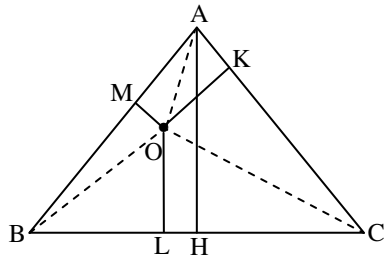
$$4x-4+x+7+6x=36 \Rightarrow x=3$$

چون $x=3$ به‌دست می‌آید پس مجموع دو ضلع $x+7$ و $4(x-1)$ برابر با ۱۸ می‌شود که طبق نامساوی مثلث‌ها باید مجموع دو ضلع در هر مثلث بزرگ‌تر از ضلع سوم باشد.

$$\left.\begin{array}{l} A\hat{M}P > M\hat{A}K \\ AM = AM \\ PM = AK \end{array}\right\} \xRightarrow{\text{قضیه‌ی لولا}} AP > MK$$

۲- قضیه‌ی صفحه‌ی ۱۹ کتاب درسی.

۳-



$$S_{AOB}+S_{AOC}+S_{BOC}=S_{ABC} \quad , \quad AB=AC=BC$$

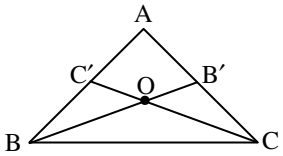
$$\frac{1}{2}OM.AB+\frac{1}{2}OK.AC+\frac{1}{2}OL.BC=\frac{1}{2}BC.AH$$

$$\frac{1}{2}OM.BC+\frac{1}{2}OK.BC+\frac{1}{2}OL.BC=\frac{1}{2}BC.AH$$

$$\frac{1}{2}BC(OM+OK+OL)=\frac{1}{2}BC.AH \Rightarrow OM+OK+OL=AH$$

۴- در مثلث BOC، $BO=\frac{2}{3}m_b$ و $CO=\frac{2}{3}m_c$

پس مثلث BOC را با معلوم بودن سه ضلع رسم می‌کنیم.

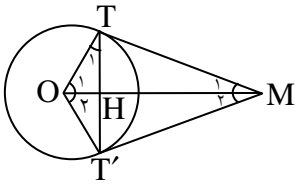


از نقطه‌ی O، BO را به اندازه‌ی $\frac{1}{3}m_b$ و OC را به اندازه‌ی $\frac{1}{3}m_c$ امتداد می‌دهیم تا نقاط C' و B' به‌دست آید. سپس از B به C' و از C به B' وصل کرده و امتداد می‌دهیم تا یکدیگر را در نقطه‌ی A قطع کند.

۵- قضیه صفحه‌ی ۶۰ کتاب درسی.

۶-

الف)
$$\left.\begin{array}{l} OT=OT'=R \\ MT=MT' \\ OM=OM \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{MT'O} \cong \overset{\Delta}{MTO} \Rightarrow \hat{O}_1=\hat{O}_2 \quad , \quad \hat{M}_1=\hat{M}_2$$

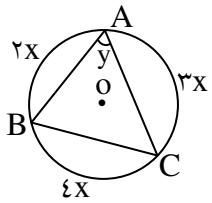


ب) $M\hat{T}O=\hat{H}=90^\circ \quad , \quad \hat{T}_1=\hat{M}_1 \Rightarrow \overset{\Delta}{OTH} \approx \overset{\Delta}{OTM}$

$$\Rightarrow \frac{OT}{OM}=\frac{OH}{OT} \Rightarrow OH.OM=OT^2=R^2$$

۷-

الف)

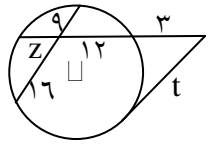


$$2x+3x+4x=360^\circ$$

$$9x=360^\circ \Rightarrow x=40^\circ$$

$$y=\frac{1}{2}(4x)=\frac{1}{2}\times 4\times 40^\circ=80^\circ$$

ب)



$$z\times 12=9\times 16 \Rightarrow z=12$$

$$t^2=3(3+12+12) \Rightarrow t=9$$

۸- الف) $(-3,4)$ ب) بازتاب مرکزی- مرکز تقارن ج) ایزومتری

۹- روش اول:

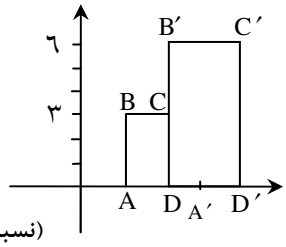
$$y \to -y \Rightarrow -y = \frac{۱}{۲}x - ٤ \Rightarrow y = -\frac{۱}{۲}x + ٤$$

روش دوم:

$$A(۰,-٤) \Rightarrow A'(۰,٤) \quad , \quad B(۸,۰) \Rightarrow B'(۸,۰)$$

$$m = -\frac{۱}{۲} \qquad y - ۰ = -\frac{۱}{۲}(x - ۸) \Rightarrow y = -\frac{۱}{۲}x + ٤$$

۱۰- الف)



ب) از آنجا که $K > ۱$ است، تجانس انبساط می‌باشد.

ج)

$$OB = \sqrt{۲^۲ + ۳^۲} = \sqrt{٤ + ۹} = \sqrt{۱۳}$$

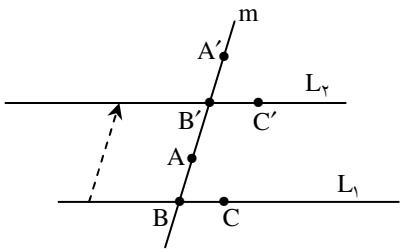
$$OB' = \sqrt{٤^۲ + ٦^۲} = \sqrt{۱٦ + ۳٦} = \sqrt{٥۲} = ۲\sqrt{۱۳}$$

(نسبت تجانس = $\frac{\text{فاصله‌ی مرکز تجانس از نقطه‌ی تصویر}}{\text{فاصله‌ی مرکز تجانس از نقطه‌ی اصلی}}$) $\qquad \frac{OB'}{OB} = ۲$

۱۱- تحت انتقالی به موازات خط مورب m که خط $L_۱$ را بر روی $L_۲$ می‌نگارد،

خواهیم داشت: $A \to A' \quad , \quad B \to B' \quad , \quad C \to C'$

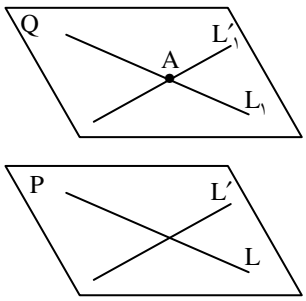
بنابراین $A\hat{B}C \to A'\hat{B}'C'$ یعنی زاویه‌های متناظر برابرند.



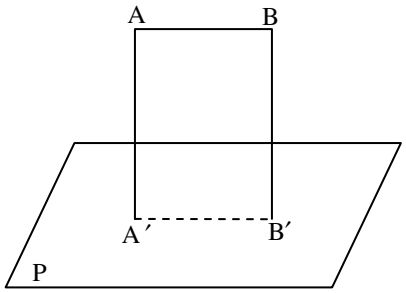
۱۲- قضیه‌ی صفحه‌ی ۱۳۸ کتاب درسی.

۱۳- الف) موازی- متقاطع- متنافر (انطباق حالت خاصی از توازی است.)

ب) روی صفحه‌ی P دو خط متقاطع دلخواه L' و L را رسم می‌کنیم. از نقطه‌ی A دو خط به موازات این دو خط رسم کرده و $L'_۱$ و $L_۱$ می‌نامیم. از $L'_۱$ و $L_۱$ صفحه‌ی Q می‌گذرد که با صفحه‌ی P موازی است. زیرا اگر دو خط متقاطع از یک صفحه با دو خط متقاطع از صفحه‌ی دیگر موازی باشد آن دو صفحه موازیند.



۱۴- AA' و BB' فاصله‌های نقاط A و B از صفحه‌ی P می‌باشد.



$$\left.\begin{array}{l} AA' \perp P \\ BB' \perp P \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{صفحه با هم موازیند}]{\text{دو خط عمود بر یک}} \left.\begin{array}{l} AA' \parallel BB' \\ AA' = BB' : \text{طبق فرض مسئله} \\ \hat{A}' = ۹۰^\circ \end{array}\right\} \to$$

$ABB'A'$ مستطیل است. $\leftarrow AB \parallel A'B'$

از آنجا که طبق قضیه، هر خط موازی با یک خط در صفحه، با خود صفحه موازی است لذا $AB \parallel P$

۱۵- الف) مکان هندسی نقطه‌هایی از فضا را که از دو سر یک پاره‌خط به یک فاصله باشند، صفحه‌ی عمودمنصف آن پاره‌خط می‌گویند.

ب) محل تقاطع دو صفحه را فصل مشترک دو صفحه می‌گویند.

WWW.RIAZISARA.IR
دانلود از سایت ریاضی سرا