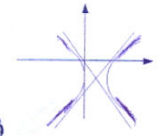


باسمه تعالی

سؤالات امتحان هماهنگ درس: هندسه تحلیلی و جبرخطی		رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: $۱۰\frac{۱}{۳}$	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دوره ی پیش دانشگاهی (۱۵ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۶ / ۱۰ / ۱۳۸۶		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول سال تحصیلی ۱۳۸۶-۸۷		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		
ردیف	سؤالات	نمره		
۱	بردارهای $u = (۱, ۲, ۰)$ و $v = (-۱, ۱, ۲)$ مفروضند: الف) تصویر بردار u را در امتداد بردار $u + v$ بدست آورید. ب) مساحت مثلثی که توسط دو بردار $u + v$ و $۲u - v$ تولید شده است را بیابید. ج) بردار جهت $W = ۲u - v$ را بدست آورید.	۲/۲۵		
۲	فرض کنید دو بردار a ، b برهم عمود باشند، ثابت کنید: $ a - b ^2 = a ^2 + b ^2$	۰/۵		
۳	فاصله ی نقطه $A = (-۱, ۲, ۲)$ را از خط $z = \frac{y-۱}{۲} = \frac{x+۲}{۲}$ بدست آورید.	۱		
۴	معادله صفحه ای را بنویسید که با دو خط $L: x = \frac{y}{۳} = \frac{z}{۳}$ ، $L': \frac{x-۱}{۳} = -y = ۱-z$ موازی باشد و محور طولها را در نقطه ای به طول ۳ قطع کند.	۱		
۵	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن روی خط $x = y + ۲$ بوده و در نقطه ای به طول ۵ بر محور طولها مماس باشد.	۱		
۶	ابتدا با استفاده از تعریف سهمی معادله یک سهمی را پیدا کنید که کانون آن نقطه $F = (-۱, ۲)$ و خط هادی آن $y = ۴$ باشد سپس مختصات رأس این سهمی را بنویسید.	۱		
۷	نقاط $F = (۱ + \sqrt{۲}, -۲)$ ، $F' = (۱ - \sqrt{۲}, -۲)$ دو کانون یک هذلولی هستند و داریم $a = b$ معادله هذلولی را بنویسید و نمودار آن را رسم کنید.	۱/۵		
۸	با استفاده از دوران محورهای مختصات نوع مقطع مخروطی مقابل را تعیین کنید: $۷x^2 + ۲\sqrt{۳}xy + ۹y^2 = ۳۰$	۱/۲۵		
۹	اگر $A = \begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ ۳ & ۴ \end{bmatrix}$ ، $A^{-۱}$ ، مطلوبست محاسبه ماتریس $A^{-۱}$.	۰/۵		
۱۰	الف) اگر A ، B دو ماتریس باشند ثابت کنید: $(AB)^t = B^t A^t$ ب) ماتریس زیر را به صورت مجموع یک ماتریس متقارن و یک ماتریس پادمتقارن بنویسید: $A = \begin{bmatrix} ۵ & ۷ & ۲ \\ -۱ & ۴ & ۲ \\ ۲ & ۰ & ۶ \end{bmatrix}$	۲		
۱۱	بدون بسط و با استفاده از ویژگی های دترمینان ثابت کنید: $\begin{vmatrix} ۱+x & y & z \\ x & ۱+y & z \\ x & y & ۱+z \end{vmatrix} = ۱+x+y+z$	۱		
۱۲	اگر A یک ماتریس مربعی وارون پذیر باشد، ثابت کنید: $ A^{-۱} = \frac{۱}{ A }$	۰/۵		
۱۳	دستگاه مقابل را به روش حذفی گاوس حل کنید: $\begin{cases} x + ۲y = ۵ \\ ۲x - y + z = -۱ \\ ۷x - y + z = ۴ \end{cases}$	۱/۵		
۱۵	جمع نمره	۱۵	« موفق باشید »	

ساعت شروع : ۱۰:۳۰	رشته : علوم ریاضی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان هماهنگ درس : هندسه تحلیلی و جبر خطی
تاریخ امتحان : ۱۶ / ۱۰ / ۱۳۸۶		دوره ی پیش دانشگاهی (۱۵ نمره ای)
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	۱۳۸۶ - ۸۷	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول سال تحصیلی

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۲/۲۵	<p>الف) $u' = \frac{u \cdot (v+u)}{ v+u ^2} \cdot (v+u) = \frac{u \cdot (0, 3, 2)}{ (0, 3, 2) ^2} \cdot (0, 3, 2) = \frac{6}{13} \cdot (0, 3, 2)$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $s = \frac{1}{2} (u+v) \times (vu-v) = \frac{1}{2} 3v \times u = \frac{3}{2} v \times u = \frac{3}{2} (-4, 2, -3) = \frac{3\sqrt{29}}{2}$ (۰/۲۵)</p> <p>ج) $w = 2u - v = (-3, -3, 2) \Rightarrow w = \sqrt{22}$ $e_w = \frac{1}{ w } \times w = (\frac{3}{\sqrt{22}}, \frac{3}{\sqrt{22}}, \frac{-2}{\sqrt{22}})$ (۰/۲۵)</p>	۱
۰/۵	$a \perp b \Rightarrow a \cdot b = 0 \quad a-b ^2 = a ^2 + b ^2 - 2(a \cdot b) = a ^2 + b ^2$ (۰/۲۵)	۲
۱	$P \in L \rightarrow P = (0, 3, 1) \rightarrow PA = (-1, -1, 1), U = (2, 2, 1)$ (۰/۲۵) $D = \frac{ U \times PA }{ U } = \frac{ (-3, 3, 0) }{ (2, 2, 1) } = \sqrt{2}$ (۰/۲۵)	۳
۱	$A(3, 0, 0), n \parallel u \times u' \Rightarrow n = (1, 2, 3) \times (2, -1, -1) = (1, 7, -5)$ (۰/۲۵) $x + 7y - 5z = 3$ (۰/۲۵)	۴
۱	$w \begin{cases} \alpha \\ \beta \end{cases} \begin{cases} \alpha \\ \beta \end{cases} \Rightarrow \beta = \alpha - 2 = r$ (۰/۲۵) $\alpha = 5 \Rightarrow \beta = 5 - 2 = 3 = r \Rightarrow (x-5)^2 + (y-3)^2 = 9$ (۰/۲۵)	۵
۱	$M(x, y) \in \text{سه می}$ $\rightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} = y-4 $ (۰/۵) $\rightarrow (x+1)^2 = -4(y-3)$ (۰/۲۵) $\rightarrow S = (-1, 3)$ (۰/۲۵)	۶
۱/۵	$W(1, -2)$ (۰/۲۵), $F(1+c, -2) \Rightarrow c = \sqrt{2}$ (۰/۲۵) $FF' = 2c = 2\sqrt{2}$ $\begin{cases} c^2 = a^2 + b^2 \\ a = b \end{cases} \Rightarrow c^2 = 2a^2 \Rightarrow a^2 = b^2 = 1$ (۰/۲۵) $(x-1)^2 - (y+2)^2 = 1$ (۰/۲۵)	۷
	 <p>(۰/۵)</p>	
	« ادامه در صفحه دوم »	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان هماهنگ درس : هندسه تحلیلی و جبر خطی	رشته : علوم ریاضی	ساعت شروع : ۱۰ : ۳۰
دوره ی پیش دانشگاهی (۱۵ نمره ای)	تاریخ امتحان : ۱۶ / ۱۰ / ۱۳۸۶	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول سال تحصیلی ۸۷ - ۱۳۸۶	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	$\tan \varphi \theta = \frac{b}{a-c} \Rightarrow \tan \varphi \theta = -\sqrt{3} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3} \quad x = \frac{1}{\sqrt{3}}(x' - \sqrt{3}y') \quad , \quad y = \frac{1}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}x' + y')$ $\frac{3}{4}(x' - \sqrt{3}y')^2 + \frac{2\sqrt{3}}{4}(x' - \sqrt{3}y')(\sqrt{3}x' + y') + \frac{9}{4}(\sqrt{3}x' + y')^2 = 30 \quad (0/25)$ $10x'^2 + 6y'^2 = 30 \rightarrow \frac{x'^2}{3} + \frac{y'^2}{5} = 1 \quad (0/25)$	۱/۲۵
۹	$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = -2I \quad (0/25) \quad , \quad A^{-1} = 2^{-1}I = \begin{bmatrix} 2^{-1} & 0 \\ 0 & 2^{-1} \end{bmatrix} \quad (0/25)$	۰/۵
۱۰	<p>(الف)</p> $A = [a_{ij}]_{n \times n}, B = [b_{jk}]_{n \times n} \quad AB = [c_{ik}]_{n \times n} = \left[\sum_{j=1}^n a_{ij} b_{jk} \right] \quad (0/25)$ $\Rightarrow (AB)^t = \left[\sum_{j=1}^n b_{kj} a_{ji} \right] = B^t \times A^t \quad (0/25)$ <p>(ب)</p> $\frac{1}{2}(A + A^t) + \frac{1}{2}(A - A^t) = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 4 & 0 \\ -4 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (0/25)$	۲
۱۱	$\begin{vmatrix} 1+x & y & z \\ x & 1+y & z \\ x & y & 1+z \end{vmatrix} \xrightarrow[\begin{smallmatrix} R_2 - R_1 \rightarrow R_2 \\ R_3 - R_1 \rightarrow R_3 \end{smallmatrix}]{(0/5)} \begin{vmatrix} 1+x & y & z \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \xrightarrow[\begin{smallmatrix} C_1 + C_2 + C_3 \rightarrow C_1 \end{smallmatrix}]{(0/25)} \begin{vmatrix} 1+x+y+z & y & z \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1+x+y+z \quad (0/25)$	۱
۱۲	$AA^{-1} = I \Rightarrow AA^{-1} = 1 \Rightarrow A A^{-1} = 1 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ A } \quad (0/25)$ <p>A وارون پذیر است پس A^{-1} موجود است:</p>	۰/۵
۱۳	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ 7 & -1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow[\begin{smallmatrix} R_2 - 2R_1 \rightarrow R_2 \\ R_3 - 7R_1 \rightarrow R_3 \end{smallmatrix}]{(0/25)} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 0 & -5 & 1 & -11 \\ 0 & -15 & 1 & -31 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 - 3R_1 \rightarrow R_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 \\ 0 & -5 & 1 & -11 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \end{bmatrix} \quad (0/25)$ $-2Z = 2 \Rightarrow Z = -1 \xrightarrow{-5Y + Z = -11} Y = 2 \xrightarrow{X + 2Y = 5} X = 1 \quad (0/5)$	۱/۵
۱۵	جمع نمره	