



**درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات**

**دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور**

**دانلود نرم افزارهای ریاضیات**

**و...**

**سایت ویژه ریاضیات** [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

نمونه سوالات نهایی جبر و احتمال آموزش و پرورش منطقه ۲ تهران تهیه و تنظیم: عادل نقدی

۱	با استفاده از اصل استقرای ریاضی، ثابت کنید که رابطه ی زیر به ازای هر عدد طبیعی $n$ برقرار است:	خ ۹۰
	$\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$	
۲	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را با ذکر دلیل بررسی کنید. الف) به ازای هیچ دو عدد اول $a$ و $b$ ، عدد $a+b$ اول نیست. ب) اگر $x$ فرد باشد، آنگاه $(x+2)x$ هم فرد می باشد.	خ ۹۰
۳	$S$ یک زیر مجموعه ی ۶۵ عضوی از اعداد طبیعی است، اگر اعضای $S$ را بر عدد ۱۶ تقسیم کنیم، نشان دهید دست کم ۵ عضو از $S$ دارای باقیمانده ی یکسانی بر ۱۶ می باشند.	خ ۹۰
۴	ثابت کنید اگر $a, b$ دو عدد حقیقی باشند که $a+b > 0$ ، آنگاه رابطه ی زیر برقرار می باشد.	خ ۹۰
	$\frac{a^3 + b^3}{a + b} \geq ab$	
۵	با استدلال استقرای ریاضی، برای هر عدد طبیعی $n$ ، ثابت کنید که رابطه ی زیر برقرار است.	ش ۹۰
	$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$	
۶	با استدلال استنتاجی، نشان دهید حاصل ضرب دو عدد صحیح زوج متوالی، مضرب ۸ است.	ش ۹۰
۷	با ذکر دلیل بنویسید آیا $(4 + 3^n)$ همیشه یک عدد اول است؟	ش ۹۰
۸	اگر $n$ عدد طبیعی و $(3n+2)$ عددی فرد باشد، با استدلال برهان خلف، نشان دهید که $n$ نیز عددی فرد است.	ش ۹۰
۹	نشان دهید که اگر هر زیر مجموعه ۶ عضوی از مجموعه $S = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ را در نظر بگیریم، حداقل دو عضو وجود دارد که مجموع آنها برابر ۱۰ باشد.	ش ۹۰
۱۰	با استدلال استقرای ریاضی، برای هر عدد طبیعی $n$ ، ثابت کنید که رابطه ی زیر برقرار است.	دی ۹۰
	$\frac{1}{9 \times 11} + \frac{1}{11 \times 13} + \frac{1}{13 \times 15} + \dots + \frac{1}{(2n+7)(2n+9)} = \frac{n}{9(2n+9)}$	
۱۱	با استدلال استنتاجی، ثابت کنید تفاضل مربعات دو عدد فرد همواره مضرب چهار است.	دی ۹۰
۱۲	می دانیم که $\sqrt{5}$ و $\sqrt{2}$ اعدادی گنگ هستند، با استدلال برهان خلف ثابت کنید $3\sqrt{2} + \sqrt{5}$ نیز گنگ است.	دی ۹۰

نمونه سوالات نهایی جبر و احتمال آموزش و پرورش منطقه ۲ تهران تهیه و تنظیم: عادل نقدی

۹۰ دی	فصل ۱ اگر $x$ و $y$ دو عدد حقیقی مثبت باشند، درستی رابطه ی زیر را ثابت کنید: $x^4 + y^4 \geq x^3y + xy^3$	۱۳
۹۰ دی	گروه خونی دانش آموزان یک کلاس ۳۱ نفری، $A$ یا $B$ یا $O$ است، حداقل چند نفر از دانش آموزان گروه خونی یکسانی را دارند و چرا؟	۱۴
۹۱ خ	با استدلال استقرای ریاضی، برای هر عدد طبیعی $n$ ، ثابت کنید: $(1 + \sqrt{3})^n \geq 1 + n\sqrt{3}$	۱۵
۹۱ خ	کدام یک از عبارات های زیر درست و کدام یک نادرست است؟ (با ذکر دلیل) الف) اگر $a, b$ دو عدد صحیح و فرد به طوری که هر دو مضربی از ۵ باشند آنگاه مجموع آنها مضرب ۱۰ است. ب) اگر $a$ یک عدد حقیقی و $a^2 > 0$ آنگاه $a > 0$ است. پ) اگر $a, b, c$ اعداد طبیعی باشند آنگاه $b\sqrt{ac}$ یک عدد گنگ است.	۱۶
۹۱ خ	۵۰ عدد طبیعی متمایز را در نظر گرفته و هر یک از این اعداد را بر عدد ۲۴ تقسیم کرده ایم، حداقل چند تا از آنها باقیمانده ی یکسانی را بر ۲۴ خواهند داشت و چرا؟	۱۷
۹۱ خ	اگر $a, b, c$ سه عدد حقیقی باشند، ثابت کنید: $a^2 + b^2 + c^2 + 3 \geq 2(a + b + c)$	۱۸
۹۱ خ	با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید اگر $n$ یک عدد طبیعی و $(5n + 3)$ زوج باشد آنگاه $n$ یک عدد فرد است.	۱۹
۹۱ ش	با استدلال استقرای ریاضی، برای هر عدد طبیعی $n$ ، ثابت کنید: $1 \times 2 + 2 \times 5 + \dots + n(3n - 1) = n^2(n + 1)$	۲۰
۹۱ ش	با استدلال استنتاجی ثابت کنید که اگر $x$ یک عدد صحیح و مضرب ۳ باشد، آنگاه $x(x + 3)$ مضرب ۱۸ است.	۲۱
۹۱ ش	می دانیم که $\sqrt{2}$ گنگ است، با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $\sqrt{1 + \sqrt{2}}$ نیز گنگ می باشد.	۲۲
۹۱ ش	اگر $a, b$ اعداد حقیقی باشند بطوریکه $(ab < 0)$ ، ثابت کنید: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \leq -2$	۲۳
۹۱ ش	مدرسه ای ۶۰۱ نفر دانش آموز دارد، حداقل چند نفر از آنها ماه تولدشان یکسان است و چرا؟	۲۴

نمونه سوالات نهایی جبر و احتمال آموزش و پرورش منطقه ۲ تهران تهیه و تنظیم: عادل نقدی

۲۵	جاهای خالی را با یکی از کلمات (شهودی - تمثیلی - استقرایی - استنتاجی) کامل کنید: الف) استدلال ..... روش نتیجه گیری کلی بر مبنای مجموعه محدودی از مشاهدات است. ب) استدلال ..... روش نتیجه گیری کلی با استفاده از حقایقی است که درستی آنها را پذیرفته ایم. با استفاده از اصل استقرای ریاضی، برای هر عدد طبیعی $n$ ، ثابت کنید:	دی ۹۱
۲۶	$2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2) = 2n^2$	دی ۹۱
۲۷	کدام یک از عبارات های زیر درست و کدام یک نادرست است؟ برای عبارات های نادرست مثال نقض بیاورید. الف) حاصل ضرب هر دو عدد گنگ، عددی گویاست. ب) مربع هر عدد فرد به اضافه یک، عددی زوج است. پ) برای هر عدد طبیعی $n$ آنگاه $2^n + 3$ عددی اول است.	دی ۹۱
۲۸	پنج نقطه داخل مربعی به ضلع ۲ مفروض اند، ثابت کنید حداقل فاصله دو نقطه از این پنج نقطه کمتر از $\sqrt{2}$ است.	دی ۹۱
۲۹	اگر $a, b$ دو عدد حقیقی باشند، با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید: $2a^2 + b^2 + 1 \geq 2(a - ba)$	دی ۹۱
۳۰	با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید اگر $\sqrt{3}$ گنگ باشد آنگاه $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ نیز عددی گنگ است.	دی ۹۱
۳۱	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید: الف) شهود می تواند یک ..... یا احساس بدون استدلال باشد. ب) اگر مجموعه $A$ دارای ۳ عضو باشد، مجموعه $A \times A$ دارای ..... زیر مجموعه است.	خ ۹۲
۳۲	با استفاده از اصل استقرای ریاضی، برای هر عدد طبیعی $n$ ، ثابت کنید: $P(n): 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	خ ۹۲
۳۳	پنج نقطه داخل مربعی به ضلع ۲ مفروض اند، ثابت کنید حداقل فاصله دو نقطه از این پنج نقطه کمتر از $\sqrt{2}$ است.	خ ۹۲
۳۴	اگر $x, y$ دو عدد حقیقی باشند، با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید: $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$	خ ۹۲
۳۵	با استفاده از برهان خلف، نشان دهید $\sqrt{2}$ عددی گنگ است.	خ ۹۲
۳۶	با استفاده از اصل استقرای ریاضی، برای هر عدد طبیعی $n$ ، ثابت کنید: $P(n): 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$	ش ۹۲

نمونه سوالات نهایی جبر و احتمال آموزش و پرورش منطقه ۲ تهران تهیه و تنظیم: عادل نقدی

ش ۹۲	در یک کلاس ۳۰ نفری حداقل چند دانش آموز در یک روز هفته متولد شده اند؟ چرا؟	۳۷
ش ۹۲	اگر $x$ عددی حقیقی و مثبت باشد، با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید: $x + \frac{1}{x} \geq 2$	۳۸
ش ۹۲	با استفاده از برهان خلف، نشان دهید اگر $n^2$ عددی فرد باشد، آنگاه $n$ نیز فرد است.	۳۹
دی ۹۲	با استفاده از اصل استقرای ریاضی برای هر عدد طبیعی $n$ ، ثابت کنید: $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$	۴۰
دی ۹۲	برای احکام نادرست زیر مثال نقض بیاورید. الف) مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) برای هر عدد طبیعی $n$ آنگاه $2 + 3^n$ عددی اول است.	۴۱
دی ۹۲	پنج نقطه داخل مثلث متساوی الاضلاع به ضلع واحد مفروض اند، ثابت کنید حداقل دو نقطه وجود دارد که فاصله آنها کمتر از $\frac{1}{4}$ است.	۴۲
دی ۹۲	اگر $a, b$ دو عدد حقیقی مثبت باشند، با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید: $\sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a+b}$	۴۳
دی ۹۲	با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید اگر $\sqrt{3}$ گنگ باشد آنگاه $2 + \sqrt{3}$ نیز عددی گنگ است.	۴۴
خ ۹۳	با استفاده از اصل استقرای ریاضی برای هر عدد طبیعی $n > 6$ ، ثابت کنید: $n! > 3^n$	۴۵
خ ۹۲	با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید مجموع مربعات هر دو عدد فرد همواره عددی زوج است.	۴۶
خ ۹۲	یک مدرسه حداقل چه تعداد دانش آموز باید داشته باشد تا دست کم ۱۳ دانش آموز در یک ماه از سال متولد شده باشند.	۴۷
خ ۹۲	اگر $a, b$ دو عدد حقیقی مثبت باشند، با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید: $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$	۴۸

نمونه سوالات نهایی جبر و احتمال آموزش و پرورش منطقه ۲ تهران تهیه و تنظیم: عادل نقدی

۴۹	کدام یک از احکام زیر درست و کدام یک نادرست است؟ برای احکام نادرست مثال نقض بیاورید. (الف) برای هر دو مجموعه دلخواه $A, B$ داریم: $A \times B = B \times A$ (ب) اگر $n^2$ مضرب ۳ باشد آنگاه $n$ نیز مضرب ۳ است.	خ ۹۲
۵۰	جاهای خالی را با یکی از گزینه‌های داخل پرانتز کامل کنید: (الف) اگر $B \subseteq A$ ولی ..... ، آنگاه $B$ زیر مجموعه سره $A$ نامیده می‌شود. ( $B \neq A$ ، $B = A$ ) (ب) اگر $A$ و $B$ دو پیشامد باشند به طوریکه $A \cap B = \emptyset$ در این صورت دو پیشامد را ..... می‌نامیم. ( سازگار ، ناسازگار )	خ ۹۳
۵۱	با استفاده از اصل استقرای ریاضی برای هر عدد طبیعی $n$ ، ثابت کنید: $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$	خ ۹۳
۵۲	کدام یک از احکام زیر درست است؟ احکام درست را اثبات کنید و برای رد احکام نادرست یک مثال نقض بیاورید. (الف) توان دوم یک عدد همیشه از آن عدد بزرگتر است. (ب) حاصلضرب دو عدد صحیح زوج متوالی مضرب ۸ است.	خ ۹۳
۵۳	اگر $a$ و $b$ دو عدد حقیقی باشند، با استفاده از استدلال بازگشتی ثابت کنید: $a^2 + b^2 \geq 2(b - 1)$	خ ۹۳
۵۴	با استفاده از برهان خلف ثابت کنید اگر $x$ و $y$ دو عدد حقیقی، $x \neq 3$ و $x + 4y^2 = 7$ آنگاه $y \neq -1$ است.	خ ۹۳
۵۵	$S$ یک زیر مجموعه ۴۰ عضوی از اعداد طبیعی است. اگر اعضای $S$ را بر عدد ۳۹ تقسیم کنیم، نشان دهید حداقل دو عضو از این مجموعه دارای باقیمانده یکسانی بر ۳۹ هستند.	خ ۹۳
۵۶	با استفاده از اصل استقرای ریاضی برای هر عدد طبیعی $n$ ، ثابت کنید: $2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2) = 2n^2$	دی ۹۳
۵۷	با استفاده از استدلال استنتاجی، ثابت کنید مجموع هر سه عدد طبیعی متوالی همواره مضربی از ۳ است.	دی ۹۳
۵۸	قضیه شرطی « اگر $a$ و $b$ دو عدد گویا باشند آنگاه $a+b$ گویا است. » را در نظر بگیرید: (الف) عکس قضیه شرطی را بنویسید. (ب) آیا عکس آن نیز یک قضیه شرطی است؟ چرا؟	دی ۹۳
۵۹	اگر $x$ و $y$ دو عدد حقیقی مثبت باشند، با استفاده از استدلال بازگشتی درستی رابطه زیر را ثابت کنید: $\frac{1}{4}(x+y) \geq \sqrt{xy}$	دی ۹۳
۶۰	با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید اگر $n$ عدد صحیح و $n^2$ عددی فرد باشد آنگاه $n$ نیز فرد است.	دی ۹۳

نمونه سوالات نهایی جبر و احتمال آموزش و پرورش منطقه ۲ تهران تهیه و تنظیم: عادل نقدی

۹۳ دی	۶۱	پنج نقطه داخل مربعی به ضلع ۲ واحد مفروض اند. ثابت کنید حداقل فاصله دو نقطه از این پنج نقطه کمتر از $\sqrt{2}$ است.
۹۴ خ	۶۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید: الف) اگر $A \subseteq \emptyset$ باشد، آنگاه مجموعه A برابر ..... است. ب) اگر $A = \{1, 2, 3\}$ باشد، آنگاه مجموعه A دارای تعداد ..... افرز است.
۹۴ خ	۶۳	با استفاده از اصل استقرای ریاضی درستی رابطه زیر را ثابت کنید: $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n} \quad (n \in \mathbb{N})$
۹۴ خ	۶۴	با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید، اگر به سه برابر عددی فرد یک واحد اضافه شود، عددی زوج بدست می آید.
۹۴ خ	۶۵	قضیه شرطی "اگر $x > 1$ آنگاه $ x  > 1$ است." را در نظر بگیرید: الف) عکس قضیه شرطی را بنویسید. ب) آیا عکس آن نیز یک قضیه شرطی است؟ در صورت نادرستی، مثال نقض بیاورید.
۹۴ خ	۶۶	اگر $a, b$ دو عدد حقیقی باشند، با استفاده از استدلال بازگشتی درستی رابطه زیر را بررسی کنید: $a^{2n+1} \geq b(2-b)$
۹۴ خ	۶۷	با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید اگر $x$ گویا و $y$ گنگ باشد، آنگاه $(x+y)$ گنگ است.
۹۴ خ	۶۸	در یک کلاس ۳۰ نفر دانش آموز حضور دارند. حداقل چند نفر از دانش آموزان این کلاس در یک فصل از سال متولد شده اند؟ چرا؟
۹۴ ش	۶۹	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید: الف) اگر مجموعه A دارای زیر مجموعه سره نباشد، در این صورت مجموعه A برابر ..... است. ب) نقطه ای مانند $x$ را به طور تصادفی در بازه $(1, 4)$ انتخاب می کنیم. احتمال اینکه $2 < x < 3$ باشد برابر ..... است.
۹۴ ش	۷۰	با استفاده از اصل استقرای ریاضی برای هر عدد طبیعی $n$ ، ثابت کنید $2^n - 1$ بر ۶ بخش پذیر است.
۹۴ ش	۷۱	کدام یک از احکام زیر درست است؟ احکام درست را اثبات کنید و برای رد احکام نادرست یک مثال نقض بیاورید. الف) اگر $x > 2$ ، آنگاه $x > \frac{5}{2}$ ب) اگر $x$ و $y$ هر دو گویا باشند، آنگاه $x + y$ گویا است.
۹۴ ش	۷۲	با استفاده از استدلال بازگشتی، ثابت کنید حاصل ضرب هر دو عدد حقیقی کوچکتر یا مساوی نصف مجموع مربع های آن ها است.
۹۴ ش	۷۳	با استفاده از استدلال برهان خلف، ثابت کنید که با فرض صحیح بودن $n$ ، اگر $2^n$ زوج باشد، $n$ نیز زوج است.
۹۴ ش	۷۴	مثلث متساوی الاضلاع ABC به ضلع ۲ مفروض است. پنج نقطه را داخل مثلث در نظر می گیریم. نشان دهید حداقل دو نقطه وجود دارند که فاصله آن ها کمتر از ۱ است.

نمونه سوالات نهایی جبر و احتمال آموزش و پرورش منطقه ۲ تهران تهیه و تنظیم: عادل نقدی

خ ۹۰	فصل ۲ اگر مجموعه ی $A = \{x, \{x\}, \{x, \{x\}\}\}$ باشد ، کدامیک از عبارات زیر درست و کدامیک نادرست است؟ (الف) $\{x\} \subseteq A$ (ب) $\{\{x\}\} \in A$	۷۵
خ ۹۰	اگر $A$ و $B$ و $C$ هر کدام یک مجموعه باشند : (الف) با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید : $A - (A - B) = A \cap B$ (ب) اگر $C \neq \emptyset$ و داشته باشیم : $A \times C = B \times C$ ، آنگاه ثابت کنید : $A = B$	۷۶
خ ۹۰	اگر $A = \{1, 2, 4\}$ و $B = \{2, 3, 5\}$ و $R$ رابطه ای از $A$ به روی $B$ باشد که به صورت زیر تعریف شده است : ابتدا $A \times B$ را محاسبه کرده و سپس اعضای رابطه ی $R$ را تعیین کنید . $R = \left\{ (x, y) \mid \frac{x+y}{3} \in \mathbb{N} \right\}$	۷۷
خ ۹۰	رابطه ی $R$ روی $R \times R - \{*\}$ بصورت زیر تعریف شده است: $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow \frac{2a-3}{b} = \frac{2c-3}{d}$ (الف) ثابت کنید رابطه ی $R$ یک رابطه هم ارزی است . (ب) کلاس هم ارزی $[(-1, 7)]$ را به دست آورید .	۷۸
ش ۹۰	مجموعه های زیر را به صورت ریاضی (گزاره نما) نشان دهید . $A = \{ \dots \text{ و } 27 \text{ و } 8 \text{ و } 1 \text{ و } 0 \text{ و } -1 \}$ و $B = \{ \sqrt{2} \text{ و } -\sqrt{2} \}$	۷۹
ش ۹۰	اگر $A$ زیر مجموعه $B$ باشد ، با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ، درستی رابطه ی زیر را ثابت کنید . $B - (B - A) = A$	۸۰
ش ۹۰	نمودار رابطه ی زیر را رسم کنید . $R = \{ (x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \leq 4, y \leq x^2 \}$	۸۱



نمونه سوالات نهایی جبر و احتمال آموزش و پرورش منطقه ۲ تهران تهیه و تنظیم: عادل نقدی

۸۲	رابطه ی $R$ روی اعداد صحیح $(Z)$ ، به صورت $a R b \Leftrightarrow a^2 + 2b = b^2 + 2a$ تعریف شده است : الف) ثابت کنید $R$ یک رابطه ی هم ارزی است . ب) کلاس هم ارزی $[2]$ را محاسبه کنید .	ش ۹۰
۸۳	کدام یک از عبارات های زیر درست و کدام یک نادرست است . الف) مثال نقض ، برای اثبات درستی یک قضیه کلی به کار می رود . ب) اگر $(A \cap B) \neq \emptyset$ آنگاه $x \in B'$ یا $x \in A'$ . ج) حاصل ضرب دکارتی $A \times B = \emptyset$ آنگاه $A = \emptyset$ و $B = \emptyset$ . د) اگر $A$ و $B$ دو پیشامد از فضای نمونه ای $S$ باشند به طوری که $A \subseteq B$ ، آنگاه داریم : $P(B - A) = P(B) - P(A)$	ش ۹۰
۸۴	اگر $A = \{x^2 - 1 \mid x \in N, x < 4\}$ باشد ، مجموعه $A$ و مجموعه توانی $A$ را با نوشتن اعضا مشخص کنید.	دی ۹۰
۸۵	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ، درستی رابطه ی زیر را ثابت کنید : $(A - B) \cup (A \cap C) = A - (B - C)$	دی ۹۰
۸۶	اگر مجموعه های $A$ و $B$ به صورت $A = \{x \in R \mid x^2 \leq 1\}$ و $B = \{x \in R \mid  x  \leq 2\}$ باشند ، نمودار $B \times A$ را رسم کنید.	دی ۹۰
۸۷	اگر رابطه ی $R$ روی اعداد صحیح $\{(0, 0)\} - Z^2$ ، به صورت زیر تعریف شده باشد : $(x, y) R (z, t) \Leftrightarrow x^2 t = z^2 y$ الف) ثابت کنید $R$ یک رابطه ی هم ارزی است . ب) کلاس هم ارزی $[(-2, 1)]$ را مشخص کنید .	دی ۹۰
۸۸	مجموعه های $A = \{2^k \mid k \in N, k \leq 2\}$ و $B = \{x^2 \mid x \in N, x \leq 3\}$ مفروضند : الف) $A, B$ را با نوشتن اعضا مشخص کنید. ب) $A \Delta B$ را مشخص کنید. ج) $(A \Delta B) \times A$ را مشخص کرده و نمودار آن را رسم کنید.	خ ۹۱

نمونه سوالات نهایی جبر و احتمال آموزش و پرورش منطقه ۲ تهران تهیه و تنظیم: عادل نقدی

۸۹	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ، ثابت کنید :	خ ۹۱
	الف) $(C \cap A \cap B) \cup (A - C) \cup (A - B) = A$ ب) $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$	
۹۰	رابطه ی $R$ روی $R^2$ به صورت زیر تعریف شده است: $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow ab = cd$ الف) نشان دهید که این رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-1, 2)]$ را مشخص کنید.	خ ۹۱
۹۱	اگر $A = \{2^n \mid n \in N, n < 4\}$ و $B = \{2k+1 \mid k \in Z,  k  \leq 1\}$ دو مجموعه باشند : الف) $A, B$ را با نوشتن عضوها مشخص کنید و سپس اعضای $A \times B$ را بنویسید. ب) اگر $R$ یک رابطه از $A$ در $B$ به صورت زیر باشد : $R = \{(x, y) \in A \times B \mid x + y < 6\}$ عضوهای رابطه ی $R$ را مشخص کنید.	ش ۹۱
۹۲	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ، ثابت کنید :	ش ۹۱
	$(A \cup B) - (B \cup C) = (A - B) - C$	
۹۳	اگر $A_n = \{x \in Z \mid -n \leq x \leq n\}$ مطلوب است : $A_2 - (A_1 \cap A_3)$	ش ۹۱
۹۴	رابطه ی $R$ روی $R^2$ به صورت زیر تعریف شده است: $(x, y) R (z, t) \Leftrightarrow x^2 - z^2 = y - t$ الف) نشان دهید رابطه ی $R$ هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-1, 2)]$ را مشخص کنید.	ش ۹۱
۹۵	مجموعه های $A = \{2k+1 \mid k \in Z, -2 < k < 2\}$ و $B = \{x \in N \mid x^2 \leq 4\}$ مفروضند : الف) مجموعه های $A, B$ را با نوشتن عضوها مشخص کنید. ب) اعضای مجموعه $A \Delta B$ را معین کنید. ج) اعضای مجموعه $B^2 - (A \times B)$ را مشخص کنید.	دی ۹۱
۹۶	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ، ثابت کنید :	دی ۹۱
	$(A - B) \cap (B - A) = \Phi$	

نمونه سوالات نهایی جبر و احتمال آموزش و پرورش منطقه ۲ تهران تهیه و تنظیم: عادل نقدی

۹۷	رابطه ی $R$ روی $Z^2 - \{(0,0)\}$ به صورت زیر تعریف شده است: $(x,y) R (z,t) \Leftrightarrow x^2 + 5y^2 = z^2 + 5t^2$ <p>الف) نشان دهید که <math>R</math> یک رابطه هم ارزی است.          ب) کلاس هم ارزی <math>[(-2,1)]</math> را مشخص کنید.</p>	دی ۹۱
۹۸	مجموعه های $A = \{x^2 \mid x \in N, x < 3\}$ و $B = \{x \in Z \mid  x  \leq 1\}$ مفروضند: الف) مجموعه های $A, B$ را با نوشتن اعضا مشخص کنید. ب) مجموعه $(B \times A)$ را به صورت زوج های مرتب بنویسید.	خ ۹۲
۹۹	اگر $A = [-i, 2-i]$ و $i \in N$ باشد، مطلوب است $\bigcap_{i=1}^4 A_i$ و $\bigcup_{i=1}^4 A_i$	خ ۹۲
۱۰۰	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها، ثابت کنید: $(A \Delta B) \cup (A \cap B) = A \cup B$	خ ۹۲
۱۰۱	رابطه ی $R$ روی $Z^2 - \{(0,0)\}$ به صورت زیر تعریف شده است: $(x,y) R (z,t) \Leftrightarrow xt = yz$ <p>الف) نشان دهید که <math>R</math> یک رابطه هم ارزی است.          ب) کلاس هم ارزی <math>[(-3,2)]</math> را مشخص کنید.</p>	خ ۹۲
۱۰۲	مجموعه های $A = \{1,3\}$ و $B = \{-1,0,2\}$ مفروضند: الف) $(A \times B)$ را به صورت زوج های مرتب بنویسید. ب) نمودار $(A \times B)$ را رسم کنید.	ش ۹۲
۱۰۳	مقادیر $x$ و $y$ را طوری بیابید که دو زوج مرتب $(x^2 - y^2, 3)$ و $(15, x - y)$ با هم برابر باشند.	ش ۹۲
۱۰۴	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها، ثابت کنید: $A - B = A - (A \cap B)$	ش ۹۲
۱۰۵	رابطه ی $R$ روی $R^2$ به صورت زیر تعریف شده است: $(x,y) R (z,t) \Leftrightarrow (y-t) = 3(x-z)$ <p>الف) نشان دهید که <math>R</math> یک رابطه هم ارزی است.          ب) کلاس هم ارزی <math>[(2,3)]</math> را مشخص کنید.</p>	ش ۹۲

نمونه سوالات نهایی جبر و احتمال آموزش و پرورش منطقه ۲ تهران تهیه و تنظیم: عادل نقدی

دی ۹۲	مجموعه های $A = \{x^2 \mid x \in \mathbb{N}, x < 3\}$ و $B = \{x-1 \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 0\}$ مفروضند: الف) مجموعه های $A, B$ را با نوشتن عضوها مشخص کنید. ب) اعضای مجموعه $(A \times B) \cap (B \times A)$ را مشخص کنید.	۱۰۶
دی ۹۲	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها، ثابت کنید: $(A \cup B) - A = B - A$	۱۰۷
دی ۹۲	رابطه ی $R = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq x\}$ روی $R$ تعریف شده است، نمودار آن را رسم کنید.	۱۰۸
دی ۹۲	رابطه ی $R$ روی $\mathbb{Z}^2 - \{(0, 0)\}$ به صورت زیر تعریف شده است: $(x, y) R (z, t) \Leftrightarrow \frac{x}{y^2} = \frac{z}{t^2}$ الف) نشان دهید که $R$ یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(2, -1)]$ را مشخص کنید.	۱۰۹
خ ۹۳	مجموعه های $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 < 1\}$ و $B = \{\frac{1-x}{2} \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 2\}$ مفروضند: الف) مجموعه های $A, B$ را با نوشتن عضوها مشخص کنید. ب) اعضای مجموعه $A \Delta B$ را مشخص کنید.	۱۱۰
خ ۹۳	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها، ثابت کنید اگر $A \cup B = A \cap B$ آنگاه $A = B$	۱۱۱
خ ۹۳	اگر $A = (-\infty, -1]$ و $B = [-2, 2]$ باشد، نمودار حاصل ضرب دکارتی $B \times A$ را رسم کنید.	۱۱۲
خ ۹۳	رابطه ی $R$ روی $\mathbb{Z}$ به صورت ذیل تعریف شده است: $x R y \Leftrightarrow 4 \mid x - y$ الف) نشان دهید که $R$ یک رابطه هم ارزی است. ب) رابطه ی $R$ مجموعه $\mathbb{Z}$ را به چند کلاس هم ارزی افراز می کند؟	۱۱۳
خ ۹۳	اگر رابطه ی $R$ بر روی $A = \{1, 2, 3, 4\}$ به صورت زیر تعریف شده باشد: $x R y \Leftrightarrow -10 \leq x + 5y \leq 10$ رابطه ی $R$ را به صورت زوج های مرتب مشخص کنید.	۱۱۴
ش ۹۳	اگر $A_n = \{m \in \mathbb{N} \mid n-1 < m < n+1\}$ باشد، آنگاه مجموعه $A_1$ و مجموعه توانی $A_1$ را با نوشتن عضوها مشخص کنید.	۱۱۵
ش ۹۳	مجموعه های $A = \{1\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = x\}$ مفروضند: الف) مجموعه $B$ را با نوشتن عضوها مشخص کنید. ب) اعضای مجموعه $A^2 - (B \times A)$ را مشخص کنید و نمودار آن را در صفحه مختصات رسم کنید.	۱۱۶

نمونه سوالات نهایی جبر و احتمال آموزش و پرورش منطقه ۲ تهران تهیه و تنظیم: عادل نقدی

ش ۹۳	اگر $A$ و $B$ دو مجموعه باشند به طوریکه $B \subseteq A$ ، به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $(A - B) \cup B = A$	۱۱۷
ش ۹۳	رابطه ی $R$ روی $\mathbb{R}^2$ به صورت زیر تعریف شده است: $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$ الف) نشان دهید که $R$ یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-1, 0)]$ را مشخص کنید.	۱۱۸
دی ۹۳	مجموعه های $A = \{\emptyset, \mathbb{Z}\}$ و $B = \{\emptyset, \{\emptyset, \mathbb{Z}\}\}$ مفروض است: الف) مجموعه $A \cap B$ را با اعضا مشخص کنید. ب) مجموعه توانی $A$ را با اعضا مشخص کنید.	۱۱۹
دی ۹۳	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید: $A - (A \cap B) = A - B$	۱۲۰
دی ۹۳	مجموعه های $A = \{k^2 \mid k \in \mathbb{N}, k \leq 2\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 = x\}$ مفروض اند. الف) $A$ و $B$ را با نوشتن عضوها مشخص کنید. ب) مجموعه های $B^2$ و $(A \times B)$ و $(A \times B) - B^2$ را با اعضا مشخص کنید.	۱۲۱
دی ۹۳	رابطه $R = \{(x, y) \mid x \mid y\}$ روی مجموعه $A = \{2, 3, 4\}$ تعریف شده است، رابطه $R$ را به صورت زوج های مرتب نشان دهید.	۱۲۲
دی ۹۳	رابطه $R$ روی $\mathbb{R}^2$ به صورت زیر تعریف شده است: $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow ab = cd$ الف) ثابت کنید $R$ یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-1, 2)]$ را مشخص کنید.	۱۲۳
خ ۹۴	اگر $n \in \mathbb{N}$ و $A_n = \{k \in \mathbb{Z} \mid -n < k, 2^k < 2\}$ باشد، آنگاه: الف) مجموعه های $A_1$ ، $A_2$ را با اعضا مشخص کنید. ب) مجموعه $\bigcap_{i=1}^2 A_i$ را با اعضا مشخص کنید.	۱۲۴
خ ۹۴	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها، درستی رابطه زیر را ثابت کنید. $(A - B) \cup (A \cup B)' = B'$	۱۲۵
خ ۹۴	مجموعه های $A = \{1\}$ و $B = \{1, 2\}$ مفروضند: الف) مجموعه های $A^2$ و $A \times B$ و $(A \times B) - A^2$ را با اعضا مشخص کنید. ب) نمودار مجموعه $(A \times B) - A^2$ را در دستگاه مختصات رسم کنید.	۱۲۶

نمونه سوالات نهایی جبر و احتمال آموزش و پرورش منطقه ۲ تهران تهیه و تنظیم: عادل نقدی

خ ۹۴	<p>رابطه <math>R</math> روی مجموعه <math>R^2</math> به صورت زیر تعریف شده است:</p> $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a^2 + d = c^2 + b$ <p>الف) نشان دهید رابطه <math>R</math> هم ارزی است.          ب) کلاس هم ارزی <math>[(-1, 0)]</math> را مشخص کنید.</p>	۱۲۷
ش ۹۴	<p>مجموعه های <math>A = \{\emptyset, 2\}</math> و <math>B = \{\emptyset, \{2\}\}</math> مفروض اند:</p> <p>الف) مجموعه <math>A-B</math> را با نوشتن اعضا مشخص کنید.          ب) مجموعه توانی <math>A</math> را با نوشتن اعضا مشخص کنید.</p>	۱۲۸
ش ۹۴	<p>با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید:</p> $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$	۱۲۹
ش ۹۴	<p>مجموعه های <math>A = \{2k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}, -2 &lt; k \leq 0\}</math> و <math>B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 \leq 2\}</math> را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) مجموعه های <math>A</math> و <math>B</math> را با نوشتن اعضا مشخص کنید.          ب) مجموعه های <math>B^2</math> و <math>A \times B</math> و <math>(A \times B) \cap B^2</math> را با اعضا مشخص کنید.</p>	۱۳۰
ش ۹۴	<p>رابطه <math>R = \{(a, b) \mid a^2 \leq b\}</math> روی مجموعه <math>A = \{1, 2, 5\}</math> تعریف شده است، کدام یک از گزینه های زیر <u>نادرست</u> است؟</p> <p>الف) <math>2 R 2</math>      ب) <math>5 R 2</math>      ج) <math>(5, 1) \notin R</math>      د) <math>(2, 1) \in R</math></p>	۱۳۱
ش ۹۴	<p>رابطه <math>R</math> روی مجموعه <math>\mathbb{Z}</math> به صورت زیر تعریف شده است:</p> $mRn \Leftrightarrow m^2 + n = n^2 + m$ <p>الف) ثابت کنید <math>R</math> یک رابطه هم ارزی است.          ب) کلاس هم ارزی <math>[2]</math> را مشخص کنید.</p>	۱۳۲