

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۰۶/۰۵	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۴		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.		
ردیف	سؤالات	نمره

۱	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید: الف) اگر مجموعه A دارای زیر مجموعه سره نباشد، در این صورت مجموعه A برابر است. ب) نقطه ای مانند x را به طور تصادفی در بازه (۱,۴) انتخاب می کنیم. احتمال اینکه $2 < x < 3$ باشد برابر است.	۰/۵
۲	با استفاده از اصل استقرای ریاضی برای هر عدد طبیعی n، ثابت کنید $1 - 7^n$ بر ۶ بخش پذیر است.	۱/۵
۳	کدام یک از احکام زیر درست است؟ احکام درست را اثبات کنید و برای رد احکام نادرست یک مثال نقض بیاورید. الف) اگر $x > 2$ ، آنگاه $x > \frac{5}{2}$ ب) اگر x و y هر دو گویا باشند، آنگاه $x + y$ گویا است.	۱/۲۵
۴	با استفاده از استدلال بازگشتی، ثابت کنید حاصل ضرب هر دو عدد حقیقی کوچکتر یا مساوی نصف مجموع مربع های آن ها است.	۱
۵	با استفاده از استدلال برهان خلف، ثابت کنید که با فرض صحیح بودن n، اگر n^2 زوج باشد، n نیز زوج است.	۰/۷۵
۶	مثلث متساوی الاضلاع ABC به ضلع ۲ مفروض است. پنج نقطه را داخل مثلث در نظر می گیریم. نشان دهید حداقل دو نقطه وجود دارند که فاصله آن ها کمتر از ۱ است.	۱
۷	مجموعه های $A = \{\emptyset, 2\}$ و $B = \{\emptyset, \{2\}\}$ مفروض اند: الف) مجموعه $A - B$ را با نوشتن اعضا مشخص کنید. ب) مجموعه توانی A را با نوشتن اعضا مشخص کنید.	۰/۷۵
۸	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید: $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$	۱
۹	مجموعه های $A = \{2k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}, -2 < k \leq 0\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 \leq 2\}$ را در نظر بگیرید. الف) مجموعه های A و B را با نوشتن اعضا مشخص کنید. ب) مجموعه های B^2 و $A \times B$ و $(A \times B) \cap B^2$ را با اعضا مشخص کنید.	۱/۵
۱۰	رابطه $R = \{(a, b) \mid a^2 \leq b\}$ روی مجموعه $A = \{1, 2, 5\}$ تعریف شده است، کدام یک از گزینه های زیر <u>نادرست</u> است؟ الف) $1 R 2$ ب) $5 \not R 2$ ج) $(5, 1) \notin R$ د) $(2, 1) \in R$	۰/۵
۱۱	رابطه R روی مجموعه Z به صورت زیر تعریف شده است: $m R n \Leftrightarrow m^2 + n = n^2 + m$ الف) ثابت کنید R یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی [۳] را مشخص کنید.	۱/۵
« ادامه سؤالات در صفحه دوم »		

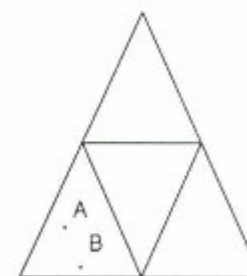
باسمه تعالی

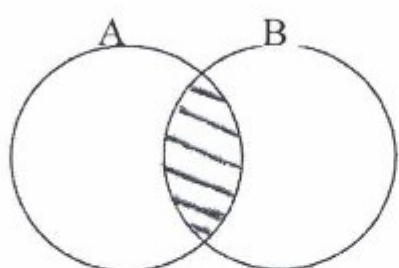
سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴ / ۰۶ / ۰۵	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۴		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.		
ردیف	سؤالات	نمره
۱۲	اگر A و B دو پیشامد معین باشند، پیشامد "پیشامد A و پیشامد B هر دو باهم اتفاق بیفتد" را با یک عبارت مجموعه ای مناسب بنویسید و آن را با استفاده از نمودار ون نشان دهید.	۰/۵
۱۳	هر یک از اعداد طبیعی فرد کوچکتر از ۱۲ را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت ها یکی را به طور قرعه برمی داریم. مطلوب است: الف) فضای نمونه ای ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت بر ۳ بخش پذیر باشد. ج) پیشامد B که عدد روی کارت عددی اول و بزرگتر از ۵ باشد.	۱/۵
۱۴	از یک جعبه محتوی ۴ لامپ سالم و ۵ لامپ معیوب، ۳ لامپ به طور تصادفی بیرون می آوریم. مطلوب است احتمال آن که : الف) هر سه لامپ سالم باشد. ب) حداقل دو لامپ سالم باشد.	۱/۵
۱۵	سکه سالمی را ۱۵ بار پرتاب می کنیم، احتمال آنکه ۷ بار برآمد سکه رو باشد چقدر است؟(ساده کردن جواب الزامی نیست).	۱
۱۶	تاس به گونه ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد کوچکتر از ۴، سه برابر احتمال وقوع هر عدد بزرگتر یا مساوی ۴ است. اگر در یک پرتاب این تاس، A پیشامد وقوع عددی زوج باشد، P(A) را بیابید.	۱/۵
۱۷	دو عدد حقیقی x و y را در بازه [-۱ , ۱] به تصادف انتخاب می کنیم، مطلوب است احتمال آنکه $x^2 + y^2 \leq ۱$ باشد.	۱/۵
۱۸	برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S داریم: $P(A) = P(B) = ۱$ ، نشان دهید: $P(A \cap B) = ۱$	۱/۲۵
	جمع نمره	۲۰
	« موفق باشید »	

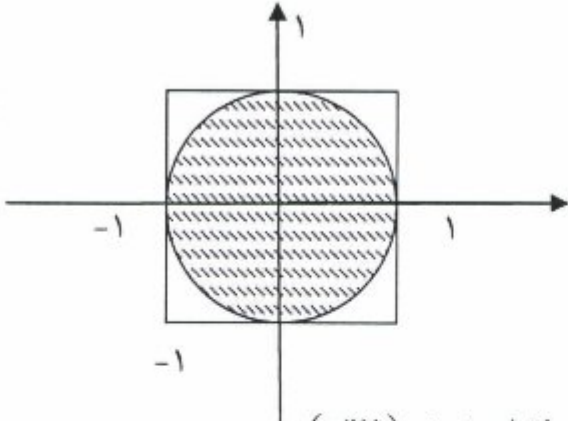
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴ / ۰۶ / ۰۵	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۴	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) $A = \emptyset$ (۰/۲۵) ص ۴۱ ب) $\frac{1}{3}$ (۰/۲۵) ص ۱۰۹	۰/۵
۲	(۰/۲۵) که بر ۶ بخش پذیر است پس درست است. $P(1): 7-1=6=6 \times 1$: آزمون استقراء ص ۱۵ (۰/۲۵) $P(K): 7^k - 1 = 6a, k \in N$ فرض استقراء (۰/۲۵) $P(K+1): 7^{k+1} - 1 = 6a'$ حکم استقراء (۰/۲۵) $7(7^k - 1) = 7 \times 6a \Rightarrow 7(7^k - 1) = 7 \times 6a$ اثبات (۰/۲۵) $7^{k+1} - 7 = 7 \times 6a \rightarrow 7^{k+1} - 1 - 6 = 7 \times 6a$ (۰/۲۵) $\rightarrow 7^{k+1} - 1 = 6(7a + 1) = 6a'$ بنابراین حکم برقرار است.	۱/۵
۳	الف) نادرست (۰/۲۵) - ارائه مثال نقض (۰/۲۵) ص ۲۸ ب) ص ۲۷ (۰/۲۵) فرض: $\begin{cases} x = \frac{a}{b} \\ y = \frac{c}{d} \end{cases}, a, b, c, d \in Z, (b, d \neq 0)$ (۰/۲۵) $x + y = \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$ صورت و مخرج کسر عددی صحیح است و $bd \neq 0$ در نتیجه $x + y$ گویا است. (۰/۲۵)	۱/۲۵
۴	ص ۲۸ (۰/۲۵) $a^2 + b^2 - 2ab \geq 0$ (۰/۲۵) $a, b \leq \frac{a^2 + b^2}{2}$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow (a - b)^2 \geq 0$ به یک رابطه بدیهی رسیدیم و چون همه ی روابط برگشت پذیر است در نتیجه حکم برقرار است. (۰/۲۵)	۱
۵	فرض کنیم n فرد باشد: $n = 2k + 1$ (۰/۲۵) ص ۲۸ (۰/۲۵) $n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1$ n^2 فرد می شود که خلاف فرض است. (۰/۲۵) پس فرض خلف باطل و حکم برقرار است.	۰/۷۵
۶	سطح مثلث را به ۴ مثلث مساوی تقسیم می کنیم. ۴ مثلث را ۴ لانه و ۵ نقطه را ۵ کبوتر در نظر می گیریم (۰/۲۵) بنابر اصل لانه کبوتری حداقل دو تا از نقطه ها به یکی از مثلث های کوچک تعلق دارند. (۰/۲۵) طول هر ضلع مثلث کوچک ۱ می باشد بنابر این حداقل دو نقطه وجود دارد که فاصله آنها کمتر از ۱ است. (۰/۲۵)	۱
	رسم شکل (۰/۲۵) ص ۳۳	
	«ادامه راهنما در صفحه دوم»	



راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح	
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۴ / ۰۶ / ۰۵			
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۴		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir			
ردیف	راهنمای تصحیح				
نمره					
۷	الف) $A - B = \{2\}$ (۰/۲۵) ص ۵۶	ب) $P(A) = \{\emptyset, \{2\}, A\}$ (۰/۵) (هر دو عضو مجموعه (۰/۲۵) ص ۴۱)			
۸	ص ۵۷ $A - (B \cap C) = A \cap (B \cap C)'$ (۰/۲۵) $= A \cap (B' \cup C')$ (۰/۲۵) $= (A \cap B') \cup (A \cap C')$ (۰/۲۵) $= (A - B) \cup (A - C)$ (۰/۲۵)				
۹	ص ۶۱ الف) $A = \{-1, 1\}$ (۰/۲۵) $B = \{1\}$ (۰/۲۵) ب) $B^c = \{(1, 1)\}$ (۰/۲۵), $A \times B = \{(-1, 1), (1, 1)\}$ (۰/۵) $(A \times B) \cap B^c = \{(1, 1)\}$ (۰/۲۵)				
۱۰	گزینه «د» نادرست است. (۰/۵) ص ۶۶				
۱۱	برقرار است. (۰/۲۵) $\forall m \in Z : mRm \Leftrightarrow m^2 + m = m^2 + m$ تقارنی: $mRn \Rightarrow m^2 + n = n^2 + m \Rightarrow n^2 + m = m^2 + n \Rightarrow nRm$ (۰/۲۵) ص ۶۶ عدی: $\begin{cases} mRn \Rightarrow m^2 + n = n^2 + m \\ nRt \Rightarrow n^2 + t = t^2 + n \end{cases}$ (۰/۲۵) $m^2 + t = t^2 + m \Rightarrow mRt$ (۰/۲۵) بنا بر این R یک رابطه هم ارزی است. ب) $[3] = \{x \in Z xR3\}$ (۰/۲۵) $x^2 + 3 = 3^2 + x$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x^2 - x - 6 = 0$				
۱۲	ص ۸۱				
۰/۵	 (۰/۲۵) $A \cap B$ (۰/۲۵)				
۱۳	ص ۸۳ الف) $S = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ (۰/۵) ب) $A = \{3, 9\}$ (۰/۵) ج) $B = \{7, 11\}$ (۰/۵)				
«ادامه راهنما در صفحه سوم»					

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴ / ۰۶ / ۰۵	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۴	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	<p>ص ۸۷ $n(A) = \binom{4}{2} \quad (۰/۲۵)$ $n(S) = \binom{9}{2} = \frac{9!}{2! \times 7!} = ۸۴ \quad (۰/۲۵)$ الف)</p> <p>$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{2}}{۸۴} \quad (۰/۲۵) = \frac{۶}{۸۴} = \frac{۱}{۱۴}$</p> <p>ب) $n(B) = \binom{4}{2} \times \binom{5}{1} \quad (۰/۲۵) + \binom{4}{3} \quad (۰/۲۵) = ۳۴$ $p(B) = \frac{۳۴}{۸۴} \quad (۰/۲۵) = \frac{۱۷}{۴۲}$</p>	۱/۵
۱۵	<p>ص ۹۱ $P(\gamma \text{ بار رو بیاید}) = \frac{\binom{۱۵}{\gamma} \quad (۰/۲۵)}{۲^{۱۵} \quad (۰/۲۵)} \quad (۰/۵)$</p>	۱
۱۶	<p>ص ۹۹ $\begin{cases} P(۱) = P(۲) = P(۳) = ۳\omega \\ P(۴) = P(۵) = P(۶) = \omega \end{cases} \quad (۰/۵)$</p> <p>$A = \{۲, ۴, ۶\}$</p> <p>$P(۱) + P(۲) + P(۳) + P(۴) + P(۵) + P(۶) = ۱ \quad (۰/۲۵) \Rightarrow ۱۲\omega = ۱$</p> <p>$\Rightarrow \omega = \frac{۱}{۱۲} \quad (۰/۲۵)$</p> <p>$P(A) = P(۲) + P(۴) + P(۶) \quad (۰/۲۵) = \frac{۳}{۱۲} + \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۱۲} = \frac{۵}{۱۲} \quad (۰/۲۵)$</p>	۱/۵
۱۷	<p>$a_S = ۲ \times ۲ = ۴ \quad (۰/۲۵)$ مساحت مربع به ضلع ۲</p>  <p>$a_A = \pi R^2 = \pi \times ۱ = \pi \quad (۰/۲۵)$ مساحت دایره ای به شعاع ۱</p> <p>$P(A) = \frac{a_A}{a_S} \quad (۰/۲۵) = \frac{\pi}{۴} \quad (۰/۲۵)$</p> <p>رسم فضای نمونه $(۰/۲۵)$</p> <p>رسم پیشامد $(۰/۲۵)$</p> <p>ص ۱۰۲ و ۱۰۸</p>	۱/۵
۱۸	<p>$P(A \cap B) \leq ۱ \quad (۰/۲۵)$ می دانیم</p> <p>$P(A \cup B) \leq ۱ \quad (۰/۲۵) \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq ۱ \quad (۰/۲۵)$</p> <p>$\Rightarrow ۱ + ۱ - P(A \cap B) \leq ۱ \Rightarrow P(A \cap B) \geq ۱ \quad (۰/۲۵)$</p> <p>ص ۱۲۱ $P(A \cap B) \leq ۱$ و $P(A \cap B) \geq ۱ \Rightarrow P(A \cap B) = ۱ \quad (۰/۲۵)$ بنابراین</p>	۱/۲۵
۲۰	جمع نمره	۲۰

مصححین گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید.