

<p>باسمه تعالی</p> <p>وزارت آموزش و پرورش جمهوری اسلامی ایران</p> <p>مجتمع آموزشی امام جعفر صادق (ع)</p> <p>نام و نام خانوادگی: نام کلاس: چهارم ریاضی نام دبیر: محمد جواد کاظمی تاریخ امتحان: ۹۴/۱۰/۱۴ مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه</p>		
ردیف	سؤالات حساب دیفرانسیل و انتگرال	استفاده از ماشین حساب مجاز نیست
۱	الف) ثابت کنید عضو صفر از R منحصر به فرد است	۲
۲	ب) فرض کنیم برای هر h مثبت داشته باشیم $0 \leq a < h$ ثابت کنید $a=0$	۱/۵
۳	دنباله $\left\{ \frac{3n-1}{n+2} \right\}$ را در نظر بگیرید حداقل مقدار n را به گونه ای تعیین کنید که فاصله جملات دنباله از حد آن کمتر از 0.01 باشد	۱
۴	دنباله $\left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \right\}$ را در نظر بگیرید الف) آیا این دنباله کراندار است ب) این دنباله صعودی است یا نزولی ج) این دنباله همگراست یا واگرا	۱
۴	نشان دهید دنباله $\{n^2\}$ واگراست	۱

۱/۵	۵	اگر $a_1 = 2$ و $a_{n+1} = \sqrt{3 + 2a_n}$ باشد آنگاه $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ را بدست آورید
۱	۶	نمودار $f(x) = \operatorname{sgn}(x)$ را رسم کنید و حدهای چپ و راست و کلی تابع را در $x = 0$ در صورت وجود مشخص کنید
۱/۵	۷	به کمک دنباله ها ثابت کنید که $\lim_{x \rightarrow 0} \cos\left(\frac{1}{x}\right)$ وجود ندارد
۱/۵	۸	به کمک قضیه فشردگی $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$ را حساب کنید

۳	<p>حد های زیر را حساب کنید</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \tan \left(\frac{\pi x}{2} \right)$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos^2(x)}{\sin^2(x)}$</p>	۹
۲	<p>عده های a, b را چنان تعیین کنید که تابع زیر در $x=0$ پیوسته باشد</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \cos^2 x}} & , x < 0 \\ a & , x = 0 \\ [x] + b & , x > 0 \end{cases}$	۱۰
۱	<p>نشان دهید معادله $x^3 - x - 1 = 0$ در بازه $[1, 2]$ جواب دارد</p>	۱۱

۱	تمام مجانب های $y = \sqrt{x^2 - 4x + 2} - x$ را بدست آورید	۱۲
۱	به کمک تعریف مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ را در $x = 0$ بررسی کنید	۱۳
۱	خط $y = 2x + 1$ در نقطه $x = 1$ بر منحنی پیوسته $y = f(x)$ مماس است مقدار حدزیر را حساب کنید $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)^2 + 3f(x) - 18}{x - 1}$	۱۴