

باسمه تعالی

اداره ی آموزش و پرورش شهرستان باوی
دبیرستان امام حسین (ع)
آزمون نوبت دوم درس ریاضیات گسسته

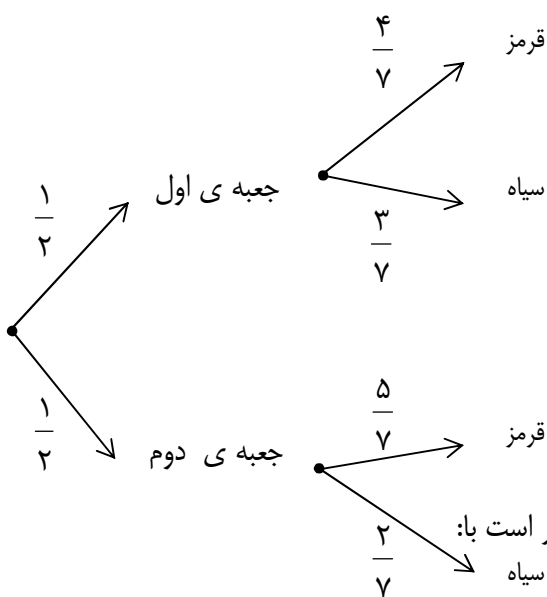


مشخصات امتحان	زمان امتحان	مشخصات دانش آموز	مهر آموزشگاه
درس: ریاضیات گسسته	ساعت: ۸ صبح	شماره ی کارت:	
رشته: ریاضی و فیزیک	روز و تاریخ: پنجشنبه ۱۳۹۳/۲/۱۸	نام:	
پایه: چهارم	مدت: ۹۰ دقیقه	نام خانوادگی:	

ردیف	سؤال	نمره
۱	<p>الف: گزینه ی ۱ (۳ دور)</p> <p>ب: گزینه ی ۳ (۶ درخت)</p> <p>ج: گزینه ی ۴ (زوج - زوج)</p> <p>د: گزینه ی ۳ (۱۵ دور)</p> <p>ه: گزینه ی ۳ (۳۱)</p> <p>و: گزینه ی ۴ (فاقد رقم صفر)</p> <p>ز: گزینه ی ۱ (۵)</p> <p>ح: گزینه ی ۱ (۵۵)</p> <p>ط: گزینه ی ۳ (۴۱)</p> <p>ی: گزینه ی ۱ (۳۰)</p> <p>هر مورد ۰/۵ نمره</p>	۵
۲	<p>تعداد تمبرهای ۹۰ و ۵۰ ریالی را به ترتیب x و y در نظر بگیریم. معادله ی سیاله ی $۹۰x + ۵۰y = ۸۵۰$ حاصل می شود.</p> $۹۰x + ۵۰y = ۸۵۰ \xrightarrow{\div ۱۰} ۹x + ۵y = ۸۵$ <p>هدف تعیین جواب های صحیح غیر منفی y و x است که در معادله ی $۹x + ۵y = ۸۵$ صدق کند.</p> <p>چون $(۹, ۵) = ۱$ و $۱ ۸۵$، لذا معادله دارای جواب است. چون ضریب y دارای قدرمطلق کوچکتر از ضریب x است پس:</p> $y = \frac{۸۵ - ۹x}{۵} = \frac{۸۵ - ۱۰x + x}{۵} = ۱۷ - ۲x + \frac{۱}{۵}x \quad \cdot/۲۵$ <p>حال $\frac{۱}{۵}x$ را برابر عدد صحیح k قرار می دهیم.</p> $\frac{۱}{۵}x = k \rightarrow x = ۵k \quad \cdot/۲۵$ <p>پس:</p> $y = ۱۷ - ۲x + \frac{۱}{۵}x = ۱۷ - ۱۰k + k = ۱۷ - ۹k \quad \cdot/۲۵$ <p>در نهایت داریم:</p> $\begin{cases} x = ۵k \\ y = ۱۷ - ۹k \end{cases}$ <p>حال برای تعیین جوابهای صحیح غیر منفی می توان نوشت:</p>	۱/۵

	$\begin{cases} x = 5k \\ y = 17 - 9k \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \rightarrow 5k \geq 0 \rightarrow k \geq 0 \\ y \geq 0 \rightarrow 17 - 9k \geq 0 \rightarrow k \leq \frac{17}{9} \rightarrow k \leq 1/88 \rightarrow 0 \leq k \leq 1/88 \end{cases}$ <p>که در این بازه ، فقط دو عدد صحیح برای k وجود دارد. این دو عدد عبارتند از : $k = 0$ و $k = 1$ لذا</p> $k = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 5k \\ y = 17 - 9k \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 17 \end{cases} \quad . / 25$ $k = 1 \rightarrow \begin{cases} x = 5k \\ y = 17 - 9k \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 8 \end{cases} \quad . / 25$	
۲	<p>تعداد اعداد طبیعی سه رقمی برابر است با $S = 9 \times 10 \times 10 = 900$. / 25</p> <p>تعداد اعداد طبیعی سه رقمی بخش پذیر بر 5 برابر است با $A = \frac{900}{5} = 180$. / 25</p> <p>تعداد اعداد طبیعی سه رقمی بخش پذیر بر 6 برابر است با $B = \frac{900}{6} = 150$. / 25</p> <p>تعداد اعداد طبیعی سه رقمی بخش پذیر بر 5 و 6 برابر است با $A \cap B = \frac{900}{5 \times 6} = 30$. / 25</p> <p>لذا :</p> $ A \cup B = A + B - A \cap B = 180 + 150 - 30 = 300 \quad . / 25$ $ \overline{A \cup B} = S - A \cup B = 900 - 300 = 600 \quad . / 25$	۳
۱/۵	<p>الف: $R_1 = \{(1, 3)\}$. / 5</p> <p>ب:</p> $R_2 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (1, 2), (2, 1), (3, 1), (1, 3)\}$ <p>$(2, 1) \in R_2, (1, 3) \in R_2 \rightarrow (2, 3) \notin R_2$. / 5</p> <p>ج:</p> $R_3 = \{(1, 2), (2, 1), (3, 2)\}$. / 5	۴
۱/۵	$M(R) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \rightarrow [M(R)]^T = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$ <p>$ROR = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4)\}$. / 5</p>	۵

۱	$(3, 100) = 1$ و $100 = 2^2 \times 5^2$ و $\Phi(100) = 100 \cdot (1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{5}) = 40$ $\cdot/25$ ${}^{\cdot/25} \Phi(100) \equiv 1 \rightarrow 3^{40} \equiv 1 \rightarrow (3^{40})^6 \equiv (1)^6 \rightarrow 3^{240} \equiv 1 \xrightarrow{\times 3^4} 3^{244} \times 3^4 \equiv 1 \times 3^4 \rightarrow 3^{244} \equiv 81$ $\cdot/25$	۶
۱/۵	$P(B' A') = \frac{P(B' \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B \cup A)'}{P(A')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)} = \frac{1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))}{1 - 0/2} = \frac{1 - (0/2 + 0/22 - 0/7)}{1 - 0/2} = \frac{1 - 0/28}{0/8} = \frac{0/72}{0/8} = 0/9$ $\cdot/25$	۷
۱	$P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))$ $\cdot/25$ $= 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A).P(B)$ $\cdot/25$ $= (1 - P(A)) - P(B)(1 - P(A)) = P(A') - P(B).P(A')$ $\cdot/25$ $= P(A')(1 - P(B)) = P(A').P(B')$ $\cdot/25$	۸
۱/۵	<p>ابتدا نمودار درختی را رسم می کنیم.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="border: 1px dashed black; padding: 10px; text-align: center;"> <p>ظرف اول</p> <p>مهره ی اول سفید $\frac{5}{9}$</p> <p>مهره ی اول سیاه $\frac{4}{9}$</p> </div> <div style="border: 1px dashed black; padding: 10px; text-align: center;"> <p>ظرف دوم</p> <p>مهره ی دوم سفید $\frac{8}{18}$</p> <p>مهره ی دوم سیاه $\frac{10}{18}$</p> <p>مهره ی دوم سفید $\frac{7}{18}$</p> <p>مهره ی دوم سیاه $\frac{11}{18}$</p> </div> </div> <p>لذا احتمال اینکه مهره ی انتخاب شده سفید باشد، برابر است با:</p> $P(A) = \frac{5}{9} \times \frac{8}{18} + \frac{4}{9} \times \frac{7}{18} = \frac{34}{81}$ $\cdot/5$	۹

۱۰	<p>ابتدا تعریف می کنیم:</p> <p>حالت نمودار درختی را رسم می کنیم.</p> <p>لذا احتمال اینکه مهره قرمز باشد برابر است با:</p> $P(A) = \left(\frac{1}{2} \times \frac{4}{7}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{5}{7}\right) = \frac{9}{14}$ <p>احتمال اینکه مهره قرمز به شرط اینکه از جعبه ی اول باشد برابر است با:</p> $P(A B) = \frac{4}{7}$ <p>همچنین احتمال اینکه مهره از جعبه ی اول ، به شرط اینکه قرمز باشد، برابر است با:</p> $P(B A) = \frac{P(B)}{P(A)} \times P(A B) = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{9}{14}} \times \frac{4}{7} = \frac{4}{9}$ 																																																																	
۱۱	<p>واضح است که فضای نمونه ای پرتاب دو تاس به شکل زیر است.</p> <table border="1" data-bbox="467 1028 1128 1406"><tr><th>بزرگترین عدد</th><th>۱</th><th>۲</th><th>۳</th><th>۴</th><th>۵</th><th>۶</th></tr><tr><td>۱۱</td><td>۱۲</td><td>۱۳</td><td>۱۴</td><td>۱۵</td><td>۱۶</td><td></td></tr><tr><td>۲۱</td><td>۲۲</td><td>۲۳</td><td>۲۴</td><td>۲۵</td><td>۲۶</td><td></td></tr><tr><td>۳۱</td><td>۳۲</td><td>۳۳</td><td>۳۴</td><td>۳۵</td><td>۳۶</td><td></td></tr><tr><td>۴۱</td><td>۴۲</td><td>۴۳</td><td>۴۴</td><td>۴۵</td><td>۴۶</td><td></td></tr><tr><td>۵۱</td><td>۵۲</td><td>۵۳</td><td>۵۴</td><td>۵۵</td><td>۵۶</td><td></td></tr><tr><td>۶۱</td><td>۶۲</td><td>۶۳</td><td>۶۴</td><td>۶۵</td><td>۶۶</td><td></td></tr></table> <p>حال پس از تعیین مجموع دو عدد بدست آمده،جدول زیر را تشکیل می دهیم.</p> <table border="1" data-bbox="389 1487 1203 1644"><tr><th>X_i</th><th>۱</th><th>۲</th><th>۳</th><th>۴</th><th>۵</th><th>۶</th><th>جمع</th></tr><tr><td>$P(X_i)$</td><td>$\frac{1}{36}$</td><td>$\frac{3}{36}$</td><td>$\frac{5}{36}$</td><td>$\frac{7}{36}$</td><td>$\frac{9}{36}$</td><td>$\frac{11}{36}$</td><td>۱</td></tr></table> $\Rightarrow P(X = X_i) = \frac{2X_i - 1}{36} \quad X_i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$	بزرگترین عدد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶		۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶		۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶		۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶		۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶		۶۱	۶۲	۶۳	۶۴	۶۵	۶۶		X_i	۱	۲	۳	۴	۵	۶	جمع	$P(X_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{11}{36}$	۱
بزرگترین عدد	۱	۲	۳	۴	۵	۶																																																												
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶																																																													
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶																																																													
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶																																																													
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶																																																													
۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶																																																													
۶۱	۶۲	۶۳	۶۴	۶۵	۶۶																																																													
X_i	۱	۲	۳	۴	۵	۶	جمع																																																											
$P(X_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{11}{36}$	۱																																																											
۲۰	جمع																																																																	

جابر عامری

موفق باشید.