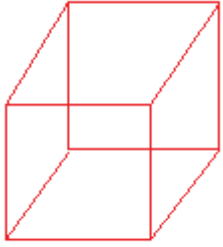



| | | |
|---|--|--------------------------------|
| نام و نام خانوادگی : | تیر الا بذكر الله تطمئن القلوب (با یاد خدا دلها آرام می گیرد .) | نام درس : ریاضیات گسسته |
| نام کلاس : | سئوالات امتحانی نوبت پایانی - خرداد ۹۳ | تاریخ آزمون : / ۲ / ۱۳۹۳ |
| امضاء : _____ نمره ^{۱۰۰} / _{۱۰۰} | مرکز پیش دانشگاهی شهید باهنر سال چهارم رشته ریاضی | مدت آزمون : ۹۰ دقیقه |

***** طراح سئوالات : داراب حسن پور *****

| ردیف | سئوالات | نمره |
|------|--|------|
| ۱ | <p>مفاهیم زیر را تعریف کنید؟</p> <p>الف (گراف منتظم :</p> <p>ب)درخت :</p> | ۱ |
| جواب | <p>الف (گراف G را یک گراف منتظم می گوئیم در صورتی که درجه تمام راس های آن برابر باشند .</p> <p>ب (هر گراف همبند بدون دور را درخت می گوئیم .</p> | |
| ۲ | <p>در یک گراف ۳ منتظم از مرتبه ی p داریم : $q + 4 = 2p$</p> <p>الف) مقدار p و q را بدست آورید ؟</p> <p>ب) یک گراف همبند و یک گراف نا همبند با این شرایط رسم کنید؟</p> | ۲ |
| جواب | <p>الف ($pr = 2q \Rightarrow 3p = 2q \Rightarrow p = \frac{2q}{3}$</p> <p>$q + 4 = 2(\frac{2q}{3})$</p> <p>$4q = 3q + 12 \rightarrow q = 12$</p> <p>$p = \frac{2(12)}{3} = 8$</p> <p>ب)</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  گراف نا همبند </div> <div style="text-align: center;">  گراف همبند </div> </div> | |
| ۳ | <p>ثابت کنید : $3 \mid 3^{52} - 2^{26}$</p> | ۱ |
| جواب | <p>$3^{52} - 2^{26} = (3^4)^{13} - (2^2)^{13} = (81 - 4)(q) = 77q \Rightarrow 77q \mid 3^{52} - 2^{26}$</p> | |
| ۴ | <p>اگر $a \mid bc$ و $(a,b)=1$ در اینصورت ثابت کنید : $a \mid c$</p> | ۲ |
| جواب | <p>$(a,b)=1 \rightarrow \exists m,n \in \mathbb{Z}; ma + nb = 1 \xrightarrow{\times c} mac + nbc = c$</p> <p>$a \mid bc \Rightarrow bc = aq \Rightarrow mac + mag = c$</p> <p>$\Rightarrow a(q') = c \Rightarrow a \mid c$</p> | |
| ۵ | <p>باقی مانده 500^{500} بر ۷ کدام است؟</p> | ۱ |
| جواب | <p>ابتدا باقیمانده ی 500 بر ۷ را معلوم می کنیم ، پس میتوان نوشت:</p> <p>$500 \equiv 3^7$</p> <p>$\Rightarrow 500^{500} \equiv 3^{500} \equiv (3^2)^{250} \equiv 9^{250} \equiv 3^{250} \Rightarrow 500^{500} \equiv (3^3)^{83} \times 3^1 \equiv 8^{83} \times 3 \equiv 1 \times 2 = 2$</p> | |
| ۶ | <p>در یک تقسیم خارج قسمت برابر ۷ و باقی مانده برابر ۱۵ است ، اگر مقسوم ثابت باشد حداکثر چند واحد باید به مقسوم عیله اضافه کرد تا خارج قسمت تغییر نکند؟</p> | ۲ |

| | |
|---------------------------------|--------------------------------|
| نام و نام خانوادگی : | نام درس : ریاضیات گسسته |
| نام کلاس : | تاریخ آزمون : / ۲ / ۱۳۹۳ |
| نمره ^{امضاء} : امضاء : | مدت آزمون : ۹۰ دقیقه |

لا بذكر الله تطمئن القلوب (با یاد خدا دلها آرام می گیرد .)
 سؤالات امتحانی نوبت پایانی - خرداد ۹۳
 مرکز پیش دانشگاهی شهید باهنر
سال چهارم رشته ریاضی

***** طراح سؤالات : داراب حسن پور *****

| | | | |
|---|--|---|------|
| | | $\left. \begin{aligned} \Rightarrow a &= 7b + 51, \quad 0 \leq 51 \leq b \\ \Rightarrow a &= (b+k)7 + r', \quad 0 \leq r' \leq b+k \end{aligned} \right\} \Rightarrow 7b + 51 = 7(b+k) + r'$ $\Rightarrow 51 = 7k + r' \Rightarrow 51 - 7k - r' \geq 0$ $\Rightarrow 51 - 7k \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{51}{7}$ | جواب |
| ۷ | معادلات زیر را حل کنید؟ | $11k \equiv 1 \pmod{4} \quad (الف) \quad 13k \equiv 1 \pmod{3} \quad (ب)$ | ۱ |
| | | <p>(الف) می دانیم وارون ۱۱ به پیمانه ۷ عدد ۲ است یعنی : $4^{-1} = 7$</p> $11k \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow 4k \equiv 1 \xrightarrow{\times 2} \Rightarrow 2 \times 4k \equiv 1 \times 2$ $\Rightarrow k \equiv 2 \pmod{4} \Rightarrow k - 2 = 4t \Rightarrow k = 4t + 2, \quad t \in \mathbb{Z}$ $\Rightarrow k = 2, 6, 10, \dots$ <p>(ب) می دانیم وارون ۳ به پیمانه ۱۳ عدد ۹ است یعنی : $3^{-1} = 9$</p> $13k \equiv 1 \xrightarrow{\times 9} \Rightarrow 9 \times 13k \equiv 9 \times 1 \Rightarrow k \equiv 9$ $\Rightarrow k - 9 = 13t \Rightarrow k = 13t + 9, \quad t \in \mathbb{Z}$ $\Rightarrow k = 9, 22, \dots$ | جواب |
| ۸ | به چند طریق میتوان با ۱۰۵۰ ریال تمبرهای ۱۴ و ۱۵ ریالی خرید؟ | <p>باید معادله سیالیه : $15x + 14y = 1050$</p> <p>با توجه به اینکه : $1050 \div 14 = 75$, $(15, 14) = 1$ پس معادله سیاله داده شده دارای جواب صحیح است .</p> $15x + 14y = 1050 \Rightarrow 14y = 1050 - 15x \Rightarrow y = \frac{1050 - 15x}{14} \Rightarrow y = 75 - x - \frac{x}{14}$ $\frac{x}{14} = k \Rightarrow x = 14k \xrightarrow[y=75-x-k]{k \in \mathbb{N}} \begin{cases} x = 14 \\ y = 60 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 28 \\ y = 45 \end{cases}, \dots$ | جواب |
| ۹ | معادله سیاله $200x + 500y = 5100$ را در \mathbb{Z} حل کنید . | <p>با توجه به اینکه : $5100 \div 100 = 51$, $(200, 500) = 100$ پس معادله سیاله داده شده دارای جواب صحیح است .</p> $200x + 500y = 5100 \xrightarrow{+100} 2x = 51 - 5y \Rightarrow x = \frac{51 - 5y}{2} \Rightarrow x = 25 - 2y + \frac{1-y}{2}$ $\frac{1-y}{2} = k \Rightarrow y = 1 - 2k \xrightarrow[x=25-2y-k]{k \in \mathbb{N}} \begin{cases} k = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 23 \\ y = 1 \end{cases} \\ k = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 26 \\ y = -1 \end{cases}, \dots $ | جواب |

| | |
|---------------------------------|--------------------------------|
| نام و نام خانوادگی : | نام درس : ریاضیات گسسته |
| نام کلاس : | تاریخ آزمون : / ۲ / ۱۳۹۳ |
| نمره ^{امضاء} : امضاء : | مدت آزمون : ۹۰ دقیقه |

لا بذكر الله تطمئن القلوب (با یاد خدا دلها آرام می گیرد .)
 سؤالات امتحانی نوبت پایانی - خرداد ۹۳
 مرکز پیش دانشگاهی شهید باهنر
سال چهارم رشته ریاضی

طراح سؤالات : داراب حسن پور

| | | |
|-----|---|------|
| ۱/۵ | <p>رابطه ی R در مجموعه $A = \{-2, 0, 2, 1, 3\}$ به صورت زیر تعریف شده است:</p> $R = \{(-2, 2), (0, 0), (2, 2), (1, 1), (3, 3)\}$ <p>الف) گراف جهت دار متناظر با R را رسم کنید .</p> <p>ب) ماتریس متناظر با این گراف را بنویسید .</p> <p>ج) با استفاده از گراف جهت دار بررسی کنید این رابطه پادتقارنی است یا خیر ؟</p> | ۱۰ |
| | <p>الف) </p> <p>ب) $M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$</p> <p>ج) رابطه پادمتقارن هست</p> | جواب |
| ۱/۵ | <p>تعداد اعداد ۲ رقمی را پیدا کنید که :</p> <p>الف) مضرب ۳ باشند .</p> <p>ب) مضرب ۳ یا ۵ باشند .</p> <p>ج) نه مضرب ۳ و نه مضرب ۵ باشند .</p> | ۱۱ |
| | <p>ابتدا فرض می کنیم :</p> $A = \{10, 11, 12, \dots, 99\} \Rightarrow A = \frac{99-10}{1} + 1 = 90$ <p>الف) مضرب های ۳ عبارتند از :</p> $B = \{12, 15, 18, \dots, 99\} \Rightarrow B = \frac{99-12}{3} + 1 = 30$ <p>ب) مضربهای ۵ عبارتند از :</p> $C = \{10, 15, 20, \dots, 95\} \Rightarrow C = \frac{95-10}{5} + 1 = 18$ <p>مضربهای ۳ و ۵ یعنی مضارب ۱۵ عبارتند از :</p> $B \cap C = \{15, 30, \dots, 90\} \Rightarrow B \cap C = \frac{90-15}{15} + 1 = 6$ <p>و بالاخره مضربهای ۳ یا ۵ عبارتند از :</p> $ B \cup C = B + C - B \cap C = 30 + 18 - 6 = 42$ <p>ج) نه مضرب ۳ و نه مضرب ۵ :</p> $ \overline{B \cup C} = A - B \cup C = 90 - 42 = 48$ | جواب |
| ۱ | <p>احتمال موفقیت فرشید ، احمد و میلاد در امتحانات پایان ترم به ترتیب ۰/۸ و ۰/۷ و ۰/۹ است احتمال آنکه حداقل یکی از آنها در امتحانات موفق شوند را محاسبه کنید؟</p> | ۱۲ |

| | |
|---------------------------------|--------------------------------|
| نام و نام خانوادگی : | نام درس : ریاضیات گسسته |
| نام کلاس : | تاریخ آزمون : / ۲ / ۱۳۹۳ |
| نمره ^{امضاء} : امضاء : | مدت آزمون : ۹۰ دقیقه |

بسم الله الرحمن الرحيم
 لا بذكر الله تطمئن القلوب (با یاد خدا دلها آرام می گیرد .)
 سؤالات امتحانی نوبت پایانی - خرداد ۹۳
 مرکز پیش دانشگاهی شهید باهنر
 سال چهارم رشته ریاضی

***** طراح سؤالات : داراب حسن پور *****

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----|----|----|----------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| اگر فرض کنیم : موفقیت فرشید = A و موفقیت احمد = B و موفقیت میلاد = C | | جواب | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $P(A \cup B \cup C) = 1 - P(A' \cap B' \cap C') = 1 - P(A') \times P(B') \times P(C')$ $= 1 - (0/2)(0/3)(0/1) = 0/994$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | در پرتاب ۲ تاس متغیر تصادفی عبارت است از "مجموع ۲ عدد ظاهر شده " جدول توزیع احتمال را نوشته و آن را به شکل تابع جبری بیان کنید؟ | ۱۳ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| فرض کنیم : مجموع دو عدد ظاهر شده $X_i =$ در این صورت داریم : $X_i = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$ <table><tr><td>X_i</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۵</td><td>۶</td><td>۷</td><td>۸</td><td>۹</td><td>۱۰</td><td>۱۱</td><td>۱۲</td></tr><tr><td>$P(X_i)$</td><td>$\frac{1}{36}$</td><td>$\frac{2}{36}$</td><td>$\frac{3}{36}$</td><td>$\frac{4}{36}$</td><td>$\frac{5}{36}$</td><td>$\frac{6}{36}$</td><td>$\frac{5}{36}$</td><td>$\frac{4}{36}$</td><td>$\frac{3}{36}$</td><td>$\frac{2}{36}$</td><td>$\frac{1}{36}$</td></tr></table> و تابع احتمال به صورت زیر خواهد بود : $P(x_i) = \begin{cases} \frac{x_i - 1}{36} & i = 2, 3, 4, 5, 6, 7 \\ \frac{-x_i + 13}{36} & i = 8, 9, 10, 11, 12 \end{cases}$ | | | X_i | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ | ۱۱ | ۱۲ | $P(X_i)$ | $\frac{1}{36}$ | $\frac{2}{36}$ | $\frac{3}{36}$ | $\frac{4}{36}$ | $\frac{5}{36}$ | $\frac{6}{36}$ | $\frac{5}{36}$ | $\frac{4}{36}$ | $\frac{3}{36}$ | $\frac{2}{36}$ | $\frac{1}{36}$ |
| X_i | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ | ۱۱ | ۱۲ | | | | | | | | | | | | | | | |
| $P(X_i)$ | $\frac{1}{36}$ | $\frac{2}{36}$ | $\frac{3}{36}$ | $\frac{4}{36}$ | $\frac{5}{36}$ | $\frac{6}{36}$ | $\frac{5}{36}$ | $\frac{4}{36}$ | $\frac{3}{36}$ | $\frac{2}{36}$ | $\frac{1}{36}$ | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱/۵ | جعبه ای دارای ۱۲ لامپ است می دانیم ۳ تای آنها معیوب است . از این جعبه یک لامپ بر می داریم سپس بدون جایگذاری لامپ دیگری را بر می داریم احتمال اینکه هر ۲ لامپ معیوب باشند چقدر است؟ | ۱۴ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| اگر فرض کنیم : لامپ اول معیوب باشد = A و لامپ دوم معیوب باشد = B $P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} , \quad P(B A) = \frac{2}{11}$ $P(A \cap B) = P(B A)(P(A)) = \frac{2}{44}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | جدول توزیع احتمال متغیر تصادفی X به صورت زیر است : مقدار a را به دست آورید . <table><tr><td>X_i</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>P_i</td><td>۲a</td><td>۳a</td><td>$\frac{1}{6}$</td></tr></table> | X_i | ۱ | ۲ | ۳ | P_i | ۲a | ۳a | $\frac{1}{6}$ | ۱۵ | | | | | | | | | | | | | | | | |
| X_i | ۱ | ۲ | ۳ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| P_i | ۲a | ۳a | $\frac{1}{6}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $2a + 3a + \frac{1}{6} = 1 \Rightarrow 5a = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \Rightarrow a = \frac{1}{6}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲۰ | موفق و سربلند باشید | جمع نمرات | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

به امید روزی که احتمال پیروزیمان به ۱ میل کند و گراف رفتارهایمان فاقد دور باشد
 و مهربانیمان بر همه بخشیدار باشد .