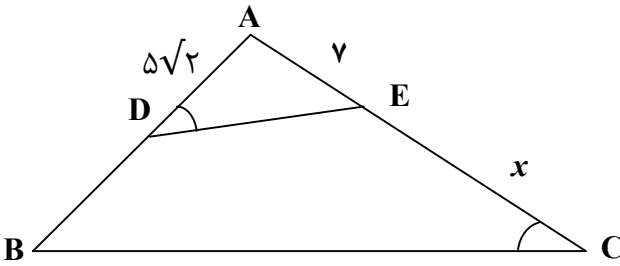
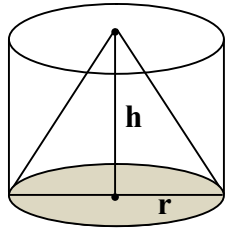
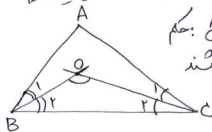


ردیف	شرح سوالات	بارم
۱-	الف) استدلال استنتاجی را تعریف کنید. ب) با کمک استدلال استنتاجی ثابت کنید در هر مثلث زاویه بین دو نیمساز داخلی دو راس مثلث برابر نصف زاویه راس سوم مثلث بعلاوه ۹۰ درجه می باشد.	۱/۵
۲-	در شکل مقابل $IN = AN$ و $SH = SA$ و $\widehat{HAI} = \alpha$ می باشد. اندازه زاویه E را بر حسب α بست آورید.	۱
۳-	اگر طول ضلع شش ضلعی منتظم روبرو ۶ سانتیمتر باشد الف) مساحت هاشور خورده چند سانتیمتر مربع است ؟ ب) این مساحت چه کسری از مساحت کل شش ضلعی است ؟	۱/۵
۴-	اگر AH ارتفاع وارد بر وتر BC از مثلث قائم الزاویه ABC باشد؛ ثابت کنید: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$	۱
۵-	عکس قضیه تالس را بیان و آن را اثبات کنید.	۲
۶-	در شکل زیر، محیط مثلث ABC ، $\frac{38}{5}$ واحد می باشد. اگر پاره خط MN با BC موازی باشد، طول پاره خط MN را بیابید.	۱/۵
۷-	قضیه: ثابت کنید اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند آن دو مثلث متشابه اند.	۱/۵

۱	۸- طول وتر مثلث قائم الزاویه ای ۱۰ سانتی متر است. اگر ارتفاع وارد بر وتر، آن را به نسبت ۱ به ۴ تقسیم کند؛ مساحت مثلث چند سانتی متر مربع است؟	
۱/۵	۹- در شکل زیر $\widehat{ADE} = \widehat{C}$ و $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{DECB}} = \frac{2}{7}$ است. طول پاره خط $CE = x$ را پیدا کنید.	
۲	۱۰- الف) تعریف دو صفحه عمود بر هم را بنویسید. ب) مساحت کل یک مکعب مستطیل ۹۲ سانتی متر مربع و مجموع ابعاد آن ۲۴ سانتی متر است، اندازه قطر این مکعب مستطیل را بدست آورید.	
۱/۵	۱۱- قاعده یک منشور مایل، مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع ۴ واحد است. طول یال های جانبی منشور ۶ واحد، و زاویه ی یال ها با صفحه ی قاعده 60° است؛ حجم این منشور را محاسبه کنید.	
۱/۵	۱۲- در شکل مقابل ارتفاع مخروط با قطر قاعده آن برابر است. الف) حجم فضای بین مخروط و استوانه را بدست آورید. ب) مساحت جانبی استوانه را بیابید.	
۱/۵	۱۳- حجم یک چهار وجهی که همه وجه های آن مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۴ سانتی متر است را بدست آورید.	
۱	۱۴- عدد مساحت کل نیم کره ای سه برابر عدد حجم آن است. الف) شعاع این نیم کره را بدست آورید. ب) مساحت رویه نیم کره را محاسبه کنید.	
۲۰	جمع نمره	«سربلند و پیروز باشید.»

۱) الف) استدلال استنتاج روش نتیجه گیری کلی بر مبنای حقایق است که درستی آن ها را پذیرفته ایم. (۱/۵)



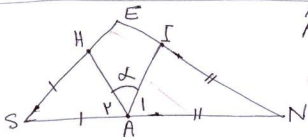
ب) حکم: $\hat{O} = \frac{\hat{A}}{r} + 90^\circ$

در مثل متقابل B و C و CO به ترتیب نیسارهای زاویه های B و C باشند

پس داریم: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + 2\hat{B}_r + 2\hat{C}_r = 180^\circ$

$\Rightarrow \hat{B}_r + \hat{C}_r = 90^\circ - \frac{\hat{A}}{r}$ (۱/۵)

$\hat{O} + \hat{B}_r + \hat{C}_r = 180^\circ \xrightarrow{(1)} \hat{O} + 90^\circ - \frac{\hat{A}}{r} = 180^\circ \Rightarrow \hat{O} = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{r}$ (۱/۵)

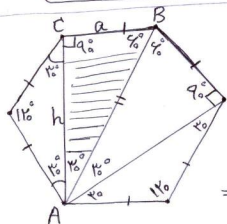


(۲) $\hat{A}_r = \frac{180^\circ - \hat{S}}{r}$, $\hat{A}_l = \frac{180^\circ - \hat{N}}{r}$

$\hat{\alpha} = 180^\circ - (\hat{A}_l + \hat{A}_r) = 180^\circ - \left(\frac{180^\circ - \hat{N}}{r} + \frac{180^\circ - \hat{S}}{r} \right)$ (۱/۲۵)

$\hat{\alpha} = 180^\circ - 180^\circ + \left(\frac{\hat{N} + \hat{S}}{r} \right) \Rightarrow \hat{\alpha} = \frac{\hat{N} + \hat{S}}{r}$ (۱/۲۵)
 $\hat{E} + \hat{S} + \hat{N} = 180^\circ \Rightarrow \hat{N} + \hat{S} = 180^\circ - \hat{E}$ (۱/۲۵)

$\Rightarrow \boxed{\hat{E} = 180^\circ - 2\alpha}$ (۱/۲۵)



(۳) $\Delta ABC: \tan 30^\circ = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{r} = \frac{a}{h} \Rightarrow$

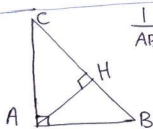
$h = \frac{ra}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{r\sqrt{3}a}{3} \Rightarrow h = \sqrt{3}a \Rightarrow h = 4\sqrt{3}$ (۱/۵)

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{r} BC \times AC = \frac{1}{r} ah = \frac{1}{r} a \times \sqrt{3}a = \frac{\sqrt{3}}{r} a^2$

$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}}{r} \times 4^2 = 16\sqrt{3}$ (۱/۲۵)

مساحت شش ضلعی $S = \frac{3\sqrt{3}}{r} a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{r} (4^2) = \frac{3\sqrt{3}}{r} \times 16 = 48\sqrt{3}$ (۱/۲۵)

$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{شش ضلعی}} = \frac{16\sqrt{3}}{48\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$ (۱/۵) $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{شش ضلعی}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{r} a^2}{\frac{3\sqrt{3}}{r} a^2} = \frac{1}{3}$



(۴) $\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{AC^2 + AB^2}{AB^2 \cdot AC^2} = \frac{BC^2}{AB^2 \cdot AC^2} \xrightarrow{(1)} \frac{BC^2}{BC^2 \cdot AH^2} \Rightarrow \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{AH^2}$ (۱/۲۵)

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{r} AB \cdot AC$
 $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{r} BC \cdot AH \Rightarrow AB \cdot AC = BC \cdot AH$ (۱/۵)

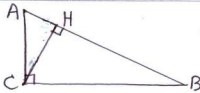
(۵) قضیه ثاب

$$MN \parallel BC \xrightarrow[\text{قضیه تالس}]{\text{تثبیت}} \frac{x}{2x+1} = \frac{x+3}{2x+1} = \frac{MN}{BC} \quad (۱) \quad (۱/۵)$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 18x = 2x^2 + 7x + 3 \Rightarrow \boxed{x=3} \Rightarrow \begin{cases} AB=V \\ AC=2x+1=13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BC=3 \times 8 - (13+7) = 17/5 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \rightarrow \frac{3}{V} = \frac{MN}{17/5} \Rightarrow \boxed{MN=V/5} \quad (۱/۲۵)$$

(۷) قضیه کتاب



$$\frac{AH}{BH} = \frac{1}{F} \quad AB=10 \Rightarrow \begin{cases} AH=2 \\ BH=8 \end{cases} \quad (۱/۵)$$

$$CH^2 = AH \times BH = 2 \times 8 = 16 \Rightarrow CH=4 \rightarrow S = \frac{10 \times 4}{2} = 20 \quad (۱/۲۵)$$

$$\left. \begin{matrix} \hat{D} = \hat{C} \\ \hat{A} = \hat{A} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \Delta ADE \sim \Delta ABC \quad (\text{زاویه مشترک}) \Rightarrow \frac{S_{\Delta ADE}}{S_{\Delta ABC}} = K^2 \quad \text{نسبت مساحت} \quad (۱/۲۵)$$

$$\frac{S_{\Delta ADE}}{S_{DECH}} = \frac{2}{V} \xrightarrow[\text{در مجموع}]{\text{تکثیر صورت}} \frac{S_{\Delta ADE}}{S_{\Delta ADE} + S_{DECH}} = \frac{2}{2+V} \Rightarrow \frac{S_{\Delta ADE}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{2}{4} \Rightarrow K^2 = \frac{2}{4} \Rightarrow K = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۱/۲۵)$$

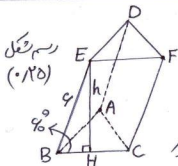
$$\frac{AD}{AC} = K \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{V+X} = \frac{\sqrt{2}}{3} \Rightarrow V+X=15 \Rightarrow \boxed{X=1} \quad (۱/۲۵)$$

$$S = 2(ab+bc+ac) = 92 \quad (۱/۲۵) \quad (۱۱) \text{ الف در کتاب ب}$$

$$a+b+c=24 \Rightarrow (a+b+c)^2 = 576 \Rightarrow a^2+b^2+c^2 + 2(ab+ac+bc) = 576 \quad (۱/۲۵)$$

$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2 = 576 - 92 = 484 \Rightarrow AB = \sqrt{484} = 22 \quad (۱/۲۵)$$

قطر مثلث متساوی



(۱۱) با توجه به فرض طول هر ضلع مثلث متساوی الاضلاع ABC که قاعده منفرجه است، برابر $a=4$ است که پس داریم:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (4)^2 = 4\sqrt{3} \quad (۱/۲۵)$$

$$\Delta BEH: \sin 40^\circ = \frac{h}{4} \Rightarrow h = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \quad (۱/۲۵)$$

$$V = S \times h = 4\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 12 \times 2 \Rightarrow \boxed{V=36} \quad (۱/۵)$$

$$h=2r$$

$$V = \pi r^2 h = \pi r^2 (2r) = 2r^3 \pi \quad (0/25)$$

$$V - V' = 2\pi r^3 - \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad (0/5)$$

$$V' = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi r^2 (2r) = \frac{2}{3}\pi r^3 \quad (0/25)$$

این حجم با حجم کره ای به ارتفاع ۲ برابر است.

$$S = 2\pi r h = 2\pi r (2r) = 4\pi r^2 \quad (\text{مساحت کل کره}) \quad (0/5)$$

جانبی
استوانه

۳) پای ارتفاع چهار وجهی منتظم (نقطه H) همان محل هری میانها (یا منبسطها یا ارتفاعها) در مثلث قاعده مربع.

$$BH = \frac{2}{3} BK \Rightarrow BH = \frac{2}{3} \times 2\sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \quad (0/25)$$

$$BK = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3} \quad (\text{ارتفاع}) \quad (0/25)$$

$$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 16 - \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2 = 16 - \frac{16}{3} = \frac{32}{3}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{3} \quad (0/25)$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} (4)^2 = 4\sqrt{3} \quad (0/25) \Rightarrow V = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \times 4\sqrt{3} \times \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

$$V = \frac{16\sqrt{24}}{9} = \frac{16 \times 2\sqrt{6}}{9} \Rightarrow V = \frac{32\sqrt{6}}{9} \quad (0/25)$$

$$S = 3V \Rightarrow \pi R^2 + 2\pi R^2 = 3 \times \frac{2}{3}\pi R^3 \Rightarrow 3\pi R^2 = 2\pi R^3 \Rightarrow 3 = 2R \quad (15)$$

$$\Rightarrow R = \frac{3}{2} \quad (0/25)$$

$$S = 2\pi R^2 = 2\pi \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 2\pi \times \frac{9}{4} = \frac{9\pi}{2} \quad (0/25)$$

حسن کلر

«موفق باشید»