

نام خانوادگی:	نام: همدسه	اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران (منطقه ی ۱۲)	نام درس: هندسه
کلاس: دهم	نام دبیر: آقای بهرمندپور	دبیرستان و پیش دانشگاهی غیر دولتی	نام دبیر: آقای بهرمندپور
رشته: ریاضی	تاریخ امتحان: ۹۵/۰۳/۲۰	امتحانات نوبت دوم سال تحصیلی ۹۵-۹۶	تاریخ امتحان: ۹۵/۰۳/۲۰
شماره صندلی:	ساعت امتحان: ۹ صبح		ساعت امتحان: ۹ صبح
	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه		مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه

ردیف	سؤالات	ردیف
۱	جاهای خالی زیر را پر کنید. الف) اگر نقطه ای به فاصله یکسان از دو ضلع زاویه باشد، آن نقطه ..... قرار دارد. ب) استدلالی که بر اساس نتیجه گیری منطقی بر پایه حقایقی که درستی آنها را پذیرفته ایم باشد را ..... می گویند. ج) در هر $n$ ضلعی تعداد قطر ها برابر ..... است. د) در هر مثلث قائم الزاویه اندازه میانه وارد بر وتر ..... اندازه وتر است.	۱
۲	لوزی به طول ضلع ۴ سانتی متر و قطر ۵ سانتی متر رسم کنید. (مراحل رسم را توضیح دهید).	۱
۳	ثابت کنید نیمسازهای زوایای هر مثلث همرسند.	۱
۴	در شکل مقابل $MN \parallel BC$ ، مقادیر $x$ و $y$ را مشخص کنید.	۱/۵
۵	طول ضلع های مثلث $ABC$ ، ۳ و ۵ و ۷ است. مثلث $DEF$ با مثلث $ABC$ متشابه است و طول کوچک ترین ضلع آن ۱۲ است. الف) محیط مثلث $DEF$ چقدر است؟ ب) نسبت مساحت مثلث $DEF$ به مساحت مثلث $ABC$ چند است؟	۱
۶	در مثلث مقابل $BH=9$ و $CH=4$ . اندازه های زیر را بدست آورید. الف) $AH$ ب) $AB$ ج) $AC$	۱/۵
۷	ثابت کنید در هر متوازی الاضلاع، ضلع های روبرو برابرند.	۱/۵
۸	در متوازی الاضلاع $ABCD$ ، $M$ و $N$ به ترتیب وسط های ضلع های $AD$ و $BC$ می باشند. چرا خط های $MB$ و $DN$ موازیند؟ به کمک آن ثابت کنید: $AP=PQ=QC$	۱/۵
۹	ثابت کنید سه میانه هر مثلث را به ۶ مثلث هم مساحت تقسیم می کند.	۱
۱۰	ثابت کنید مجموع فاصله های هر نقطه درون مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع مثلث با ارتفاع مثلث برابر است.	۱/۵
۱۱	در یک لوزی هر ضلع $2\sqrt{10}$ و نسبت اندازه های دو قطر $\frac{1}{3}$ است. مساحت لوزی را پیدا کنید.	۱

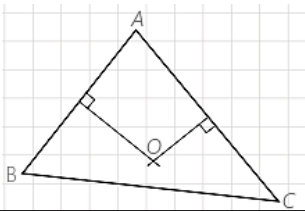
۱۲	با توجه به مساحت چندضلعی‌های شبکه‌ای مساحت قسمت سایه زده را محاسبه کنید.	۱/۵	
۱۳	درستی یا نادرستی جملات زیر را تعیین کنید. الف) هرگاه خطی با فصل مشترک دو صفحه متقاطع موازی باشد، با خود آن دو صفحه نیز موازی است. ب) اگر صفحه‌ای با دو خط متقاطع موازی باشد با صفحه گذرنده از آن دو خط متقاطع نیز موازی است. ج) هرگاه سه صفحه متمایز دوجه دو متقاطع باشند، نقطه‌ای وجود دارد که متعلق به هر سه صفحه باشد. د) از هر نقطه غیر واقع بر یک خط راست، تنها یک خط متنافر با آن خط می‌گذرد.	۱	
۱۴	تصویر جسم مقابل از نمای بالا را رسم کنید.	۱	
۱۵	در هر مورد مشخص کنید شکل حاصل از دوران چه خواهد بود؟ (تصویر مناسبی رسم کنید). الف) دوران یک مثلث متساوی‌الساقین حول ارتفاع آن. ب) دوران یک دوزنقه قائم‌الزاویه حول ضلع عمود بر قاعده‌ها. ج) دوران یک مستطیل حول طول آن.	۱/۵	
۱۶	اگر در شکل روبرو هر ۶ وجه مکعب را با ۶ رنگ متفاوت رنگ آمیزی کنیم. آن‌گاه: الف) چند مکعب فقط یک وجه آن رنگی است؟ ب) چند مکعب هیچ یک از وجه‌های رنگ نشده است؟ ج) حداقل چند تا و حداکثر چند تا از مکعب کوچک برداشته شود تا نمای بالا بصورت  باشد؟	۱/۵	
موفق باشید.			جمع نمره
۲۰			

« پاسخنامه »

۱- الف) روی نیمساز (ب) استنتاجی (ج)  $\frac{n(n-3)}{2}$  (د) نصف

۲- ابتدا پاره خطی به طول ۵ سانتی متر رسم می کنیم. پرگار را به اندازه ۴ سانتی متر باز کرده و از دو سر پاره خط دو کمان می زنیم. دو محل برخورد کمانها را به دو سر پاره خط وصل می کنیم.

۳- مثلث دلخواه ABC در شکل مقابل را در نظر می گیریم. دو نیمساز زاویه های مثلث در نقطه O همدیگر را قطع می کنند.



(۱) نقطه O روی نیمساز زاویه A است. بنابراین  $OX=OY$ .

(۲) نقطه O روی نیمساز زاویه B است. بنابراین  $OY=OZ$ .

از (۱) و (۲) نتیجه می گیریم  $OX=OZ$ . بنابراین نقطه O روی نیمساز C قرار دارد. در نتیجه نیمسازهای زاویه های مثلث همسرند.

۴-

$$\frac{AN}{NC} = \frac{AM}{MB} \Rightarrow \frac{9}{x} = \frac{x}{4} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{NM}{BC} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{2y-1}{8} \Rightarrow 20y-10=48 \Rightarrow y=2.9$$

۵- از تشابه این دو مثلث و نسبت دو ضلع کوچک نتیجه می شود که نسبت تشابه مثلث DEF با مثلث ABC برابر  $\frac{12}{3} = 4$  است. در نتیجه اضلاع مثلث DEF برابر است با ۱۲ و ۲۰ و ۲۸ است.

$$P_{\triangle DEF} = 12 + 20 + 28 = 60$$

الف)

$$\frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{12}{3}\right)^2 = 16$$

ب)

۶-

$$AH^2 = BH \times HC = 9 \times 4 = 36 \Rightarrow AH = 6$$

الف)

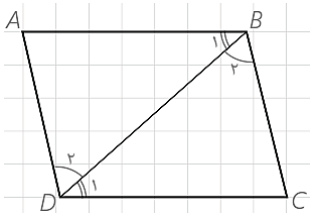
$$AB^2 = BH \times BC = 9 \times 13 \Rightarrow AB = 3\sqrt{13}$$

ب)

$$AC^2 = CH \times BC = 4 \times 13 \Rightarrow AC = 2\sqrt{13}$$

ج)

۷- یکی از قطرهای متوازی الاضلاع را رسم می کنیم. طبق حالت (ز ض ز)



$$\begin{cases} \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \\ \hat{B}_2 = \hat{D}_2 \\ BD = BD \end{cases} \Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle CBD$$

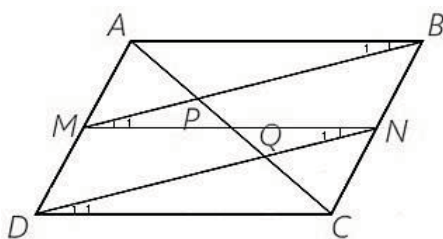
با توجه به هم نهشتی بالا نتیجه می شود:  $AB = DC$  ,  $AD = BC$

۸- نقطه M و N را به هم وصل میکنیم. بوضوح خط MN موازی AB و DC است. با استفاده از همنهشتی دو مثلث ABM و MND نتیجه میشود:

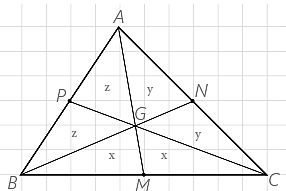
$$\begin{aligned} \hat{B}_1 &= \hat{N}_1 \Rightarrow BM \parallel DN \\ \hat{M}_1 &= \hat{D}_1 \end{aligned}$$

با استفاده از قضیه تالس داریم:

$$\begin{aligned} MP \parallel DQ &\Rightarrow \frac{AP}{PQ} = \frac{AM}{MD} = 1 \Rightarrow AP = PQ \\ BP \parallel NQ &\Rightarrow \frac{CQ}{PQ} = \frac{NC}{NB} = 1 \Rightarrow QC = PQ \end{aligned} \Rightarrow AP = PQ = QC$$



۹- سه میانه مثلثی مانند شکل روبرو را رسم می کنیم. با توجه با اینکه اگر هر نقطه روی میانه باشد و به دو سر ضلع مقابل وصل کنیم. دو مثلث هم مساحت بوجود می آید. از طرفی نقطه A روی میانه BC قرار دارد:



پس:  $2z + x = 2y + x \Rightarrow z = y$ .

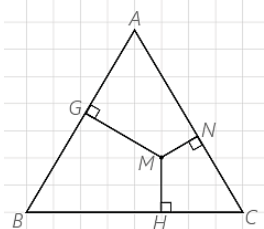
از طرف دیگر نقطه C روی میانه AB قرار دارد پس:  $2x + z = 2y + z \Rightarrow x = y$ . در نتیجه:  $x = z = y$ .

۱۰- نقطه دلخواه M را درون مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a در نظر بگیرید.

سه خط عمود از آن نقطه M بر سه ضلع رسم می کنیم. از M به سه رأس مثلث وصل می کنیم. مساحت‌های مثلثهای

AMB و AMC و BMC را حساب می کنیم.

در نتیجه:  $GM + HM + NM = h_{ABC}$



۱۱-

$$x^2 + 9x^2 = 40 \Rightarrow x = 2$$

در نتیجه قطر کوچک ۴ و قطر بزرگ برابر ۱۲ است. بنابراین  $S = \frac{4 \times 12}{2} = 24$

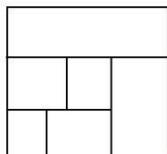
۱۲-

$$S_1 = \frac{b}{2} - 1 + i = \frac{9}{2} - 1 + 13 \Rightarrow S = S_1 - S_2 = 12$$

$$S_2 = \frac{b}{2} - 1 + i = \frac{5}{2} - 1 + 3$$

۱۳- الف) درست ب) درست ج) نادرست د) نادرست

۱۴- نمای بالا



۱۵- الف) مخروطی به ارتفاع، ارتفاع مثلث و شعاع قاعده نصف قاعده مثلث

ب) نیم مخروطی به ارتفاع، یکی از اضلاع قائمه و به شعاع قاعده، قاعده بزرگ دوزنقه

ج) استوانه ای به ارتفاع طول مستطیل و شعاع قاعده عرض مستطیل

$$۱۶ - \text{الف} = ۵۴ = ۹ \times ۶$$

$$\text{ب} = ۲۷ = ۹ \times ۳$$

$$\text{ج} \text{ حداقل: } ۵۵ = ۱۱ \times ۵$$

$$\text{حداکثر: } ۱۱۱ = ۱۴ - ۱۲۵$$