

۱- الف) یک مثلث متساوی الاضلاع به دقت رسم نمایید. وسط ضلع‌ها را پیدا کرده و به هم وصل کنید.

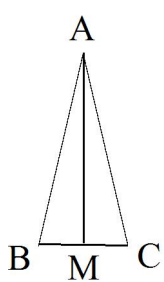
ب) سه مثلی را که در گوشه ایجاد می‌شود، نگه دارید و مثلث میانی را با سیاه کردن حذف کنید.

این فرآیند را روی سه مثلث باقی‌مانده تکرار کنید و با استفاده از استدلال استقرایی، جدول زیر را کامل کنید. (۱ نمره)

مرحله	۰	۱	۲	...	n
تعداد مثلث‌ها	۱	؟	؟	...	؟

(در مرحله‌ی دوم شکل را رسم کنید.)

۲- از تقاطع نیمسازهای زاویه‌های داخلی یک مستطیل، یک مربع پدید می‌آید. رابطه بین طول ضلع این مربع و اضلاع مستطیل را به دست آورید. (۱/۵ نمره)



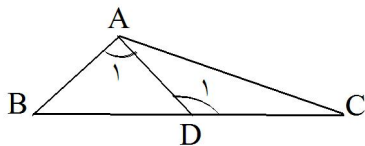
۳- مثلث متساوی الساقین ABC مفروض است. اگر $BM > CM$ باشد. ثابت کنید: $\widehat{A_1} \neq \widehat{A_2}$. (۱ نمره)

۴- محیط مثلی ۴۳ سانتی‌متر و اندازه‌های پاره‌خطهایی که نیمساز یک زاویه درونی آن بر ضلع مقابل آن پدید می‌آورد. به ترتیب $7/2$ و $10/8$ سانتی‌مترند. سه ضلع مثلث را حساب کنید. (۱/۵ نمره)

۵- قضیه: ثابت کنید اگر در مثلی دو ضلع نابرابر باشند، آن‌گاه زاویه‌ی مقابل به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه‌ی مقابل به ضلع کوچکتر. (۱/۲۵ نمره)

۶- ثابت کنید مجموع فاصله‌های هر نقطه داخل مثلث از سه رأس، از نصف مجموع سه ضلع مثلث بزرگ‌تر است. (۱ نمره)

۷- در شکل مقابل اگر $AB = DC$ آن‌گاه؛ ثابت کنید: $AC > BD$ (۱ نمره)



۸- مکان هندسی رأس‌های مثلی را که در قاعده مشترک و مساحت برابر دارند را تعیین کنید. (۱ نمره)

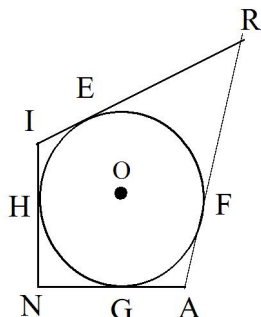
۹- قضیه: ثابت کنید سه ارتفاع هر مثلث هم‌رسند. (۱/۵ نمره)

۱۰- مثلث ABC را با معلوم بودن اندازه‌های $BC = a$ ، میانه‌های $BB' = m_b$ و $CC' = m_c$ رسم کنید. (روش رسم را توضیح دهید.) (۱/۲۵ نمره)

۱۱- ضلع‌های چهارضلعی محیطی IRAN بر دایره مماس‌اند. ثابت کنید:

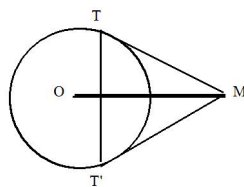
$$IR + AN = RA + NI$$

(۱/۲۵ نمره)

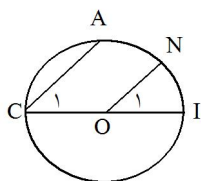


۱۲- دو دایره به شعاع‌های $R_1 = 3$ و $R_2 = 4$ و طول خط‌المركزین $d = \sqrt{2} - 1$ است. این دو دایره نسبت به هم چه وضعی دارند؟ (۰/۷۵ نمره)

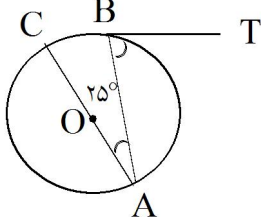
۱۳- دایره‌ی $C(O, 6)$ و نقطه‌ی M به فاصله‌ی ۱۲ سانتی‌متر از مرکز این دایره را در نظر بگیرید. خط‌های MT و MT' بر این دایره مماسند. (T و T' نقطه‌های تماسند). طول وتر TT' را به دست آورید. (۱/۵ نمره)



۱۴- در دایره‌ی به مرکز O و به قطر CI، داریم $CA \parallel ON$ ثابت کنید $\widehat{AN} = \widehat{NI}$. (۱ نمره)



۱۵- در شکل روبه‌رو اندازه‌ی زاویه‌ی ظلّی \widehat{ABT} را به دست آورید. ($\widehat{BAC} = 25^\circ$) (۰/۷۵ نمره)



۱۶- پاره خط AB به طول ۴ سانتی‌متر و کمان درخور زاویه‌ی 30° روبه‌رو به این پاره‌خط مفروض است. شعاع دایره‌ای را که این کمان در خور بخشی از آن است و فاصله‌ی مرکز این دایره از این پاره خط را تعیین کنید. (رسم کمان درخور الزامی نیست) (۱/۲۵ نمره)

۱۷- در شکل زیر، مقادیر x و y را به دست آورید. (۱/۵ نمره)

$$\widehat{AB} = x \text{ و } \widehat{PQ} = y$$

