

نام و نام خانوادگی:		مدیریت آموزش و پرورش آران و بیدگل		نام درس: هندسه تحلیلی و جبر خطی	
نام پدر:		کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی		رشته: ریاضی فیزیک مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه	
نام دبیر/آموزگار: مهدی منیری بیدگلی		آموزشگاه شهیدان عبداللہی		صفحه: ۱ تاریخ امتحان: ۱۳۹۲/۱۰/۲۳	
دیمه سال تحصیلی: ۹۳-۹۲		نمره کتبی	نمره شفاهی	جمع با حروف	
شماره دانش آموزی:		نام و نام خانوادگی مصحح:		امضا:	
تذکر: پاسخها را خوش خط و خوانا بنویسید/ در حین برگزاری امتحان، سوال نفرمایید.					
ردیف	سوالیات				
۱	اگر $\vec{a} = 2i - j + 2k$ و $\vec{b} = i - j$ و $\vec{c} = i + mj + 3k$ سه بردار باشند؛ الف) بردارهای $2a + b$ و $a - 2b$ را بدست آورید. ب) تصویر بردار $b$ را بر امتداد بردار $a - 2b$ بدست آورید. ج) مساحت مثلثی را که روی دو بردار $2a + b$ و $a - 2b$ تولید می شود، محاسبه کنید. د) مقدار $m$ را چنان بیابید که سه بردار $a$ و $b$ و $c$ هم صفحه باشند.				
۲	نقاط $A = (m, 2, -1)$ و $B = (2m - 2, m, 2)$ مفروضند. اگر اندازه تصویر پاره خط $AB$ روی محور $x$ ها برابر ۳ باشد، مقدار $m$ را بدست آورید.				
۳	فرض کنید $a$ و $b$ دو بردار یکه و ناهمراستا باشند. اگر $ a + b  = \sqrt{3}$ باشد، حاصل $(3a + b)(2a + b)$ را بیابید.				
۴	عبارت روبرو را ساده کنید $i \times (j + k) - j \times (i + k) + k \times (i + j + k) =$				
۵	وضعیت دو خط $D: \frac{x}{2} = 1 - y = \frac{z + 2}{3}$ و $D': -x - 1 = \frac{y}{3} = \frac{z}{2}$ را بررسی کنید.				
۶	فاصله دو خط موازی $D: \frac{x + 1}{2} = y - 1 = \frac{z + 2}{3}$ و $D': \frac{x}{2} = y - 2 = \frac{z - 1}{3}$ را بدست آورید.				
۷	معادله صفحه ای را بنویسید که از نقطه تقاطع خط $L: \frac{x - 1}{-4} = \frac{y + 3}{5} = \frac{z}{7}$ و صفحه $\Gamma: x + 2y + 2z = 15$ می گذرد و بر محور $x$ ها عمود است.				
۸	معادله صفحه عمود منصف پاره خط واصل بین دو نقطه $A = (3, 1, 0)$ و $B = (5, -1, 4)$ را بیابید.				
۹	نقطه $(a, b, 1)$ روی خط گذرا از نقاط $A = (2, 5, 7)$ و $B = (0, 3, 2)$ قرار دارد. مقادیر $a$ و $b$ را بدست آورید.				
۱۰	معادله صفحه ای را بنویسید که از نقاط $A = (1, 2, 3)$ و $B = (2, 1, 3)$ می گذرد و بر صفحه $\Gamma': x + y - 2z = 4$ عمود است.				
۱۱	معادله دایره ای به مرکز مبدأ مختصات را بنویسید که بر خط $3x - 4y = 5$ مماس باشد.				
۱۲	مکان هندسی نقاطی از صفحه را بیابید که فاصله آنها از نقطه $(2, 0)$ برابر با نصف فاصله آنها از خط $x = 8$ باشد.				
۱۳	هذلولی $16x^2 - 9y^2 = 144$ را رسم کنید.				
۲۰	مجموع نمرات				
می توانید موفق باشید					

پاسخنامه تشریحی سوالات، ۱۲ ساعت پس از برگزاری امتحان در وبلاگ [www.Moniri2.Blogfa.com](http://www.Moniri2.Blogfa.com) قابل دریافت است.

# پاسخنامه

ردیف

۱

الف)  $\vec{r}a + \vec{b} = 2(2, -1, 2) + (1, -1, 0) = (4, -2, 4) + (1, -1, 0) = (5, -3, 4)$   
 $\vec{a} - 2\vec{b} = (2, -1, 2) - 2(1, -1, 0) = (2, -1, 2) - (2, -2, 0) = (0, 1, 2)$   
 ب)  $\vec{d} = \vec{a} - 2\vec{b}$  ,  $\vec{d}' = \frac{\vec{b} \cdot \vec{d}}{|\vec{d}|^2} \vec{d} = \frac{(1, -1, 0) \cdot (0, 1, 2)}{|(0, 1, 2)|^2} (0, 1, 2) = \frac{0 - 1 + 0}{\sqrt{1+4+0}} (0, 1, 2)$   
 $\vec{d}' = -\frac{1}{3} (0, 1, 2) = (0, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3})$

ج)  $S = \frac{1}{r} |(\vec{r}a + \vec{b}) \times (\vec{a} - 2\vec{b})| = \frac{1}{r} |(5, -3, 4) \times (0, 1, 2)| = \frac{1}{r} |(-10, -10, 5)|$   
 $\begin{vmatrix} i & j & k \\ 5 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = (-10, -10, 5)$   $\rightarrow S = \frac{1}{r} \sqrt{100 + 100 + 25} = \frac{15}{r} \rightarrow \boxed{S = \frac{15}{r}}$

د)  $|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| \stackrel{?}{=} 0 \rightarrow |(2, -1, 2) \cdot (-3, -3, m+1)| = 0 \rightarrow -6 + 3 + 2m + 2 = 0$

$\vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & m & 3 \end{vmatrix} = (-3, -3, m+1)$   $\rightarrow 2m = 1 \rightarrow \boxed{m = \frac{1}{2}}$

۲

تعیین مختصات A بر محور x ها  $(m, 0, 0)$   $\rightarrow |A'B| = \sqrt{(2m-2-m)^2 + 0^2 + 0^2} \Rightarrow |m-2| = 3 \rightarrow m-2 = \pm 3$   
 تعیین مختصات B بر محور x ها  $(2m-2, 0, 0)$   $\rightarrow \boxed{m=5} \text{ یا } \boxed{m=-1}$

۳

$|a+b|^2 = 3 \rightarrow |a|^2 + |b|^2 + 2a \cdot b = 3 \rightarrow 1+1+2a \cdot b = 3 \rightarrow 2a \cdot b = 1 \rightarrow \underline{a \cdot b = \frac{1}{2}}$   
 $(2a+b) \cdot (2a+b) = 4|a|^2 + 2a \cdot b + 2b \cdot a + |b|^2 = 4 + 2a \cdot b + 1 = 5 + 2a \cdot b$   
 حاصل عبارت  $= 5 + 2 \times \frac{1}{2} = 5 + 1 = 6$

۴

$i \times j + i \times k - j \times i - j \times k + k \times i + k \times j + k \times k = k + (-j) - (-k) - i + j + (-i) = 2k - 2i$

۵

$\vec{u}_D = (2, -1, 3)$   $\rightarrow \vec{u} \cdot \vec{u}' = -2 - 3 + 4 = 1 \neq 0$   $\rightarrow$  پس عمود نیستند، موثر حجم کم نیستند.  
 $\vec{u}_{D'} = (-1, 3, 2)$   $\rightarrow$  پس عمود است، قطع یا متناظر را بررسی میکنیم.  
 $D = \begin{cases} x = 2t \\ y = -t+1 \\ z = 3t-2 \end{cases} \xrightarrow[\text{خط D را در معادله}]{\text{مختصات D را در معادله}} \frac{2t+1}{-1} = \frac{-t+1}{3} = \frac{3t-2}{2} \rightarrow -2t+2 = 9t-6 \rightarrow \boxed{t = \frac{8}{11}}$   
 $2t+3 = t-1 \rightarrow \boxed{t = -4}$   $\rightarrow$  مسکون نیستند!  $\rightarrow$  پس مواضع متناظرند!



۱۲

$$A=(x,y), B=(2,0) \quad x-1=0 \text{ خط } A \text{ قعر} = \frac{|x+yx-1|}{\sqrt{1+0}} = \frac{|x-1|}{1} = |x-1|$$

$$AB = \sqrt{(x-2)^2 + y^2} \quad \rightarrow \quad AB = \frac{1}{r} |x-1| \rightarrow \sqrt{(x-2)^2 + y^2} = \frac{1}{r} |x-1|$$

په سترایم  
برسانیم  $(x-2)^2 + y^2 = \frac{1}{r^2} (x-1)^2 \rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 = \frac{1}{r^2} (x^2 - 2x + 1)$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 - \frac{1}{r^2} x^2 + \frac{2}{r^2} x - \frac{1}{r^2} = 0 \rightarrow \frac{r^2-1}{r^2} x^2 + y^2 = \frac{4r^2-2}{r^2} \xrightarrow{\times r^2} (r^2-1)x^2 + r^2 y^2 = 4r^2 - 2$$

$$\xrightarrow{\div 4r^2} \frac{x^2}{\frac{4r^2}{r^2-1}} + \frac{y^2}{\frac{r^2}{r^2-1}} = 1 \rightarrow \text{مکان هندسی، یک بیض افقی است!}$$

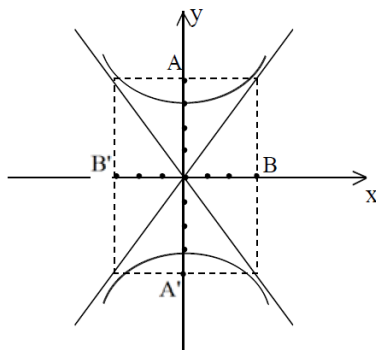
۱۳

$$9y^2 - 14x^2 = 144 \xrightarrow{\div 144} \frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1 \rightarrow (0,0) \text{ محذول قائم با مرکز}$$

$$a^2=14 \rightarrow \boxed{a=4}, b=9 \rightarrow \boxed{b=3}, A(0,4), A'(0,-4), B=(3,0), B'(-3,0)$$

رأسهای کانونی      رأسهای غیر کانونی

$$y = \pm \frac{4}{3} x \quad \text{موجب}$$



می توانید موفق باشید!

مهدی منیر بیگدلی - دی ماه ۹۲ - اراک و بیگلر