

باسمه تعالی

اداره ی آموزش و پرورش شهرستان باوی
دبیرستان امام حسین (ع)



آزمون نوبت دوم درس هندسه ی تحلیلی و جبر خطی

مشخصات امتحان	زمان امتحان	مشخصات دانش آموز	مهر آموزشگاه
درس: هندسه ی تحلیلی و جبر خطی	ساعت: ۸ صبح	شماره ی کارت:	
رشته: ریاضی و فیزیک	روز و تاریخ: پنجشنبه ۱۳۹۳/۲/۲۵	نام:	
پایه: چهارم	مدت: ۹۰ دقیقه	نام خانوادگی:	

ردیف	سؤال	نمره
۱	<p>در هر مورد گزینه ی صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>الف: گزینه ی ۱ $(-\sqrt{\frac{3}{17}})$ ب: گزینه ی ۲ $(-2, 1, 2)$ ج: گزینه ی ۴ (۷)</p> <p>د: گزینه ی ۳ $(3\sqrt{5})$ هـ: گزینه ی ۲ (مقاطع) و: گزینه ی ۴ $(\sqrt{3})$</p> <p>ز: گزینه ی ۲ $(-1, 2)$ ح: گزینه ی ۲ (-4) ط: گزینه ی ۲ (۲)</p> <p>ی: گزینه ی ۳ $(y = \frac{3}{4})$ هر مورد ۰/۵ نمره</p>	۵
۲	<p>چون مقطع مخروطی شامل جمله ی xy است، لذا به کمک دوران این جمله را حذف می کنیم، تا معادله ی استاندارد مقطع مخروطی به دست آید.</p> <p>$xy + \sqrt{2}x = 1 \rightarrow ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0 \rightarrow a = 0, b = 1, c = 0$</p> <p>$\tan 2\theta = \frac{b}{a-c} \rightarrow \tan 2\theta = \frac{1}{-} = \infty \rightarrow 2\theta = \frac{\pi}{2} \rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$ ۰/۲۵</p> <p> $\begin{cases} x = x' \cos \theta - y' \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}(x' - y') & ۰/۲۵ \\ y = x' \sin \theta + y' \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}(x' + y') & ۰/۲۵ \end{cases}$ </p> <p>$xy + \sqrt{2}x - 1 = 0$ ۰/۲۵</p> <p>$\rightarrow [\frac{\sqrt{2}}{2}(x' - y')][\frac{\sqrt{2}}{2}(x' + y')] + \sqrt{2}[\frac{\sqrt{2}}{2}(x' + y')] - 1 = 0$</p>	۲/۵

	$\rightarrow \frac{1}{2}(x'^2 - y'^2) + (x' + y') - 1 = 0 \xrightarrow{\times 2} (x'^2 - y'^2) + 2(x' + y') - 2 = 0$ $\rightarrow x'^2 + 2x' - y'^2 + 2y' - 2 = 0 \rightarrow (x'^2 + 2x' + 1) - (y'^2 - 2y' + 1) = 2$ $\rightarrow (x' + 1)^2 - (y' - 1)^2 = 2 \rightarrow \frac{(x' + 1)^2}{2} - \frac{(y' - 1)^2}{2} = 1 \quad \cdot/25$ <p>معادله ی به دست آمده مربوط به یک هذلولی افقی متساوی القطرین است.</p> <p>لذا $a^2 = 2$ و $b^2 = 2$ حال چون $c^2 = a^2 + b^2$ در نتیجه:</p> $c^2 = 2 + 2 \rightarrow c = \sqrt{4} \rightarrow c = 2 \quad \cdot/25$ <p style="text-align: right;">$FF' = 2c = 4$ فاصله ی کانونی</p>	
۱/۵	<p>کافی است پارامتر را حذف کنیم. برای این کار به شکل زیر عمل می کنیم.</p> $x = 1 + 4 \sin \theta \rightarrow \sin \theta = \frac{x-1}{4} \rightarrow \sin^2 \theta = \frac{(x-1)^2}{16} \quad \cdot/25$ $y = -2 + 3 \cos \theta \rightarrow \cos \theta = \frac{y+2}{3} \rightarrow \cos^2 \theta = \frac{(y+2)^2}{9} \quad \cdot/25$ $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \frac{(x-1)^2}{16} + \frac{(y+2)^2}{9} \rightarrow \frac{(x-1)^2}{16} + \frac{(y+2)^2}{9} = 1 \quad \cdot/25$ <p>لذا مکان هندسی، بیضی افقی به مرکز $(1, -2)$ می باشد. $\cdot/25$</p>	۳
۱/۵	$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow A^t = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ $M = A + A^t = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 2 \\ 4 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{متقارن} \quad \cdot/25$ $N = A - A^t = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \\ 0 & -4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{پاد متقارن} \quad \cdot/25$	۴

	$A = \frac{1}{2}(M + N) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 6 & -2 & 4 \\ 2 & -4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix} \quad \cdot/25$	
۱/۵	$\begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}^{13} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \times 2 & -\frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 & \frac{1}{2} \times 2 \end{bmatrix}^{13} = 2^{13} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}^{13} = 2^{13} \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{3} & -\sin \frac{\pi}{3} \\ \sin \frac{\pi}{3} & \cos \frac{\pi}{3} \end{bmatrix}^{13} \quad \cdot/25$ $= 2^{13} \begin{bmatrix} \cos \frac{13\pi}{3} & -\sin \frac{13\pi}{3} \\ \sin \frac{13\pi}{3} & \cos \frac{13\pi}{3} \end{bmatrix} = 2^{13} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = 2^{12} \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \quad \cdot/25$	۵
۱/۵	$\begin{vmatrix} \sin x & \cos x & \sin(x+t) \\ \sin y & \cos y & \sin(y+t) \\ \sin z & \cos z & \sin(z+t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sin x & \cos x & \sin x \cos t + \cos x \sin t \\ \sin y & \cos y & \sin y \cos t + \cos y \sin t \\ \sin z & \cos z & \sin z \cos t + \cos z \sin t \end{vmatrix} \quad \cdot/25$ $\begin{vmatrix} \sin x & \cos x & \sin x \cos t \\ \sin y & \cos y & \sin y \cos t \\ \sin z & \cos z & \sin z \cos t \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sin x & \cos x & \cos x \sin t \\ \sin y & \cos y & \cos y \sin t \\ \sin z & \cos z & \cos z \sin t \end{vmatrix} = 0 + 0 = 0 \quad \cdot/25$	۶
۱/۵	$\begin{bmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{bmatrix} \rightarrow A = abc + abc + abc - c^3 - b^3 - a^3 = 3abc - (a^3 + b^3 + c^3) \quad \cdot/25$	۷
۱	$A^{-1} = \frac{1}{ A } \times A^* \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ A } \times A^* \rightarrow \frac{1}{ A } = \frac{1}{ A ^n} \times A^* \rightarrow \frac{ A ^n}{ A } = A^* \rightarrow A^* = A ^{n-1} \quad \cdot/25$	۸
۱	$\begin{vmatrix} -6 & a & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ a & -1 & 0 \end{vmatrix} \xrightarrow{R_2+R_1 \rightarrow R_1} \begin{vmatrix} -6 & a+1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ a & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow -1(-1)^{2+3} \begin{vmatrix} -6 & a+1 \\ a & -1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow$ $\begin{vmatrix} -6 & a+1 \\ a & -1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow a^2 + a - 6 = 0 \rightarrow (a+3)(a-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} a = -3 & \cdot/25 \\ a = 2 & \cdot/25 \end{cases}$	۹
۱	$\begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 2 & 9 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 2 & 9 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix} \rightarrow A = 4 \quad \cdot/25$	۱۰

	$y = \frac{ A_2 }{ A } = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 2 & 9 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & a & 1 \\ 2 & b & 2 \\ 3 & 3 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{4}{4} = 1$	
۲	<p>دستگاه جواب دارد.</p> $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & -2 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow A = -15 \neq 0$ $[A D] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 9 \\ 4 & 5 & 6 & 24 \\ 3 & -2 & -2 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{\substack{-4R_1+R_2 \rightarrow R_2 \\ -3R_1+R_3 \rightarrow R_3}} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 9 \\ 0 & -3 & -6 & -12 \\ 0 & -5 & -11 & -23 \end{bmatrix}$ $\xrightarrow{\substack{\frac{2}{3}R_2+R_1 \rightarrow R_1 \\ -\frac{5}{3}R_2+R_3 \rightarrow R_3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & -6 & -12 \\ 0 & 0 & -1 & -3 \end{bmatrix}$ $\xrightarrow{\substack{-R_3+R_1 \rightarrow R_1 \\ -6R_3+R_2 \rightarrow R_2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & -3 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & -1 & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\substack{-\frac{2}{3}R_2 \rightarrow R_2 \\ -R_3 \rightarrow R_3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \\ z = 3 \end{cases}$	۱۱
۲۰	جمع	

موفق باشید. جابر عامری

هندس ، توصیف زیبایی های خلقت است.