بسم الله الرحمن الرحیم

زمان پاسخگویی : ۱۱۰ دقیقه

تعداد سوالات : ۱۳

تعداد صفحات : ٤

مدیریت آموزش و پرورش شهرستان قاین

دبیرستان نمونه خیامی

پاسخنامه تشریحی

آزمون جبر و احتمال (سال سوم ریاضی)

تاریخ: ۱۳۹۲/۱۰/۲۱

نام دبیر: برخوردار

حضرت علی(ع): هر کس تحمل رنج آموزش ندارد ، در تاریکی جهل بماند

ردیف	سوالات	بارم
۱	**الف) تفاوت استدلال استقرایی و استدلال استنتاجی در چیست؟** نتیجه حاصل از استدلال استقرایی بصورت حدس و گمان است اما نتیجه استدلال استنتاجی قطعی است **ب) (اصل لانه کبوتر) و (اصل استقرای ریاضی) را تعریف کنید** اصل لانه کبوتر : اگر m کبوتر بخواهند n لانه را اشغال کنند و m>n باشد ، حداقل یک لانه با بیش از یک کبوتر وجود خواهد داشت. اصل استقرای ریاضی : اگر P(n) حکمی در مورد اعداد طبیعی باشد بطوری که : اولا P(1) برقرار باشد و ثانیا چنانچه P(k) برقرار باشد آنگاه P(k+1) نیز برقرار باشد. در اینصورت P(n) برای هر عدد طبیعی n برقرار است.	۱/۵
۲	**کدام یک از عبارت های زیر درست و کدام یک نادرست است ؟ برای عبارت های نادرست مثال نقض بیاورید.** الف)حاصل ضرب هر دو عدد گنگ ، عددی گویاست. ب) مربع هر عدد فرد به اضافه یک ، عددی زوج است. پ)برای هر عدد طبیعی n آنگاه $۲^n + ۳$ عددی اول است. الف) نادرست است زیرا $\sqrt{۲}$ و $\sqrt{۳}$ هردو گنگ هستند اما ضربشان برابر $\sqrt{۶}$ است که گنگ است ب) درست است ج) نادرست است زیرا: اگر (n=۵) باشد داریم $۲^۵ + ۳ = ۳۵$ که اول نیست	۱/۲۵
۳	با استدلال استقرای ریاضی ، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید : الف) $(۱+\sqrt{۳})^n \geq ۱+n\sqrt{۳}$ ب) $P(n): ۱^۲+۲^۲+.....+n^۲ = \frac{n(n+۱)(۲n+۱)}{۶}$ $p(۱): ۱+\sqrt{۳} \geq ۱+\sqrt{۳}$ $p(۲): (۱+\sqrt{۳})^۲ \geq ۱+۲\sqrt{۳}$ $p(k): (۱+\sqrt{۳})^k \geq ۱+k\sqrt{۳}$ $p(k+۱): (۱+\sqrt{۳})^{k+۱} \geq ۱+(k+۱)\sqrt{۳}$ دو طرف فرض را در $۱+\sqrt{۳}$ ضرب می کنیم. $(۱+\sqrt{۳})^k(۱+\sqrt{۳}) \geq (۱+k\sqrt{۳})(۱+\sqrt{۳})$ $(۱+\sqrt{۳})^{k+۱} \geq (۱+k\sqrt{۳})(۱+\sqrt{۳})$ باید ثابت کنیم : $(۱+k\sqrt{۳})(۱+\sqrt{۳}) \geq ۱+(k+۱)\sqrt{۳}$ $\Rightarrow ۱+\sqrt{۳}+k\sqrt{۳}+۳k \geq ۱+k\sqrt{۳}+\sqrt{۳} \Rightarrow ۳k \geq ۰$ بدیهی است	۳

دانلود نمونه سوالات از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

	جواب پ) $P(1): 1^2 = \frac{1(1+1)(2+1)}{6} \Rightarrow 1 = 1$ فرض استقراء $P(K): 1+2^2+3^2+.....+k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$ حکم استقراء $P(K+1): 1+2^2+3^2+.....+k^2+(k+1)^2 = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$ $P(K+1): 1+2^2+3^2+.....+k^2+(k+1)^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}+(k+1)^2 =$ $= \frac{k(k+1)(2k+1)+6(k+1)^2}{6} = \frac{(k+1)(k(2k+1)+6(k+1))}{6} = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$	
۱	اگر n عدد طبیعی و (۳n +۲) عددی فرد باشد ، با استدلال برهان خلف ، نشان دهید که n نیز عددی فرد است. خلاف حکم $n=2k \Rightarrow 3(2k)+2 = 6k+2 = 2(3k+1) = 2A$ به خلاف فرض رسیده ایم ، پس همان حکم داده شده صحیح است.	۴
۱	نشان دهید که اگر هر زیر مجموعه ۶ عضوی از مجموعه S={ ۱ ، ۲ ، ۳ ، ... ، ۹ } را در نظر بگیریم ، حداقل دو عضو وجود دارد که مجموع آنها برابر ۱۰ باشد . هر مجموعه A که ۶ عضوی انتخاب شود ، ۶ عضو = تعداد کبوترها تعداد حالاتی که ۱۰ ایجاد می شود با استفاده از اعداد تکرار ی یا اعداد بی تکرار (۵ حالت) یا (۴ حالت) = تعداد لانه ها { (۱ , ۹) , (۲ ,۸), (۳ , ۷) , (۴ , ۶) } یا { (۱ , ۹) , (۲ ,۸), (۳ , ۷) , (۴ , ۶)(۵ , ۵) } بر طبق اصل لانه کبوتر ۶>۵ یا ۶>۴ پس حداقل دو عضو با مجموع ۱۰ وجود دارد.	۵
۱/۵	به روش بازگشتی ثابت کنید: $x^2+y^2+1 \geq xy+x+y$ $x^2+y^2+1 \geq xy+x+y \Rightarrow 2x^2+2y^2+2-2xy-2x-2y \geq 0 \Rightarrow$ $(x-1)^2+(x-y)^2+(y-1)^2 \geq 0$ درستی عبارت بدیهی است .بنابراین تمامی روابط برگشت پذیر است.	۶

۷	با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید اگر به مکعب عدد فردی یک واحد اضافه کنیم عدد زوجی به دست می‌آید. $x = ۲k - ۱ \rightarrow x^۳ + ۱ = (۲k-۱)^۳ + ۱ = ۸k^۳ - ۱۲k^۲ + ۶k - ۱ + ۱ = ۲(۴k^۳ - ۶k^۲ + ۳k) = ۲A$ پس زوج است	۱/۵
۸	با ذکر دلیل بنویسید آیا ($۴ + ۳^n$) همیشه یک عدد اول است ؟ به ازای (n=۴) داریم: $۴ + ۳^۴ = ۸۵$ که اول نیست	۰/۵
۹	اگر مجموعه ی $A = \{x, \{x\}, \{x, \{x\}\}\}$ باشد ، کدامیک از عبارات زیر درست و کدامیک نادرست است؟ الف) $\{x\} \subseteq A$ ب) $\{\{x\}\} \in A$ الف : درست است و پ : نادرست است	۰/۵
۱۰	مجموعه های زیر را به صورت ریاضی (گزاره نما) نشان دهید . $A = \{-۱ , ۰ , ۱ , ۸ , ۲۷ , \cdots\}$ و $B = \{-\sqrt{۲} , \sqrt{۲}\}$ $A = \{x^۳ \mid x \in z , x \geq -۱\}$ حاصلضرب دو ریشه مجموع دو ریشه $S = ۰ , P = -۲ \Rightarrow x^۲ - Sx + P = ۰ \Rightarrow x^۲ - ۲ = ۰ \Rightarrow B = \{x \mid x^۲ - ۲ = ۰\}$	۱
۱۱	اگر $A = [-i, ۲-i]$ و $i \in N$ باشد ، مطلوب است $\bigcup_{i=۱}^{۴} A_i$ و $\bigcap_{i=۱}^{۴} A_i$ $A_۱ = [-۱,۱]$ $A_۲ = [-۲,۰]$ $A_۳ = [-۳,-۱]$ $A_۴ = [-۴,-۲]$ $\bigcup_{i=۱}^{۴} A_i = [-۴,۱]$ $\bigcap_{i=۱}^{۴} A_i = \Phi$	۲
۱۲	مجموعه های $A = \{۲k+۱ \mid k \in Z , -۲ < k < ۲\}$ و $B = \{x \in N \mid x^۲ \leq ۴\}$ مفروضند : الف) مجموعه های A , B را با نوشتن عضوها مشخص کنید. ب)اعضای مجموعه $A \Delta B$ را معین کنید. A={-۱ , ۱ , ۳} و B={۱ , ۲} و $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) = \{-۱ , ۳ , ۲\}$	۱/۵
۱۳	مقادیر x و y را طوری بیابید که دو زوج مرتب $(x^۲ - y^۲, ۳)$ و $(۱۵, x-y)$ با هم برابر باشند. $\begin{cases} x^۲ - y^۲ = ۱۵ \Rightarrow (x-y)(x+y) = ۱۵ \\ x - y = ۳ \end{cases} \Rightarrow ۳(x+y) = ۱۵ \Rightarrow x + y = ۵$ $\begin{cases} x+y=۵ \\ x-y=۳ \end{cases} \Rightarrow x=۴, y=۱$	۰/۷۵

۱۴	به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: الف) $(A\cup B)-(B\cup C)=(A-B)-C$ ب) $A\subseteq B \Rightarrow B'\subseteq A'$ ج) $(A\Delta B)\cup(A\cap B)=A\cup B$ د) $A-(A-B)=A\cap B$ الف) $(A\cup B)-(B\cup C)=(A\cup B)\cap(B\cup C)'=(A\cup B)\cap(B'\cap C')=[(A\cup B)\cap B']\cap C'=$ $[(A\cap B')\cup\phi]\cap C'=(A\cap B')\cap C'=(A-B)-C$ ب) $A\subseteq B \Rightarrow (A\cup B)=B \Rightarrow (A\cup B)'=B' \Rightarrow$ $A'\cap B'=B' \Rightarrow B'\subseteq A'$ ج) $[(A-B)\cup(B-A)]\cup(A\cap B)=[(A\cap B')\cup(B\cap A')]\cup(A\cap B)=$ $(A\cap B')\cup[(B\cap(A\cup A')]=(A\cap B')\cup B=(A\cup B)\cap(B\cup B')=(A\cup B)$ د) $A-(A-B)=A-(A\cap B')=A\cap(A\cap B')'=A\cap(A'\cup B)$ $=(A\cap A')\cup(A\cap B)=\emptyset\cup(A\cap B)=A\cap B$	۳

دانلود نمونه سوالات از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

جمع نمرات : ۲۰

در پیروی از حق موفق باشید