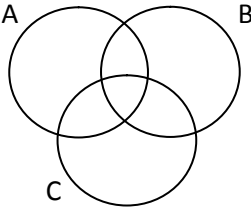
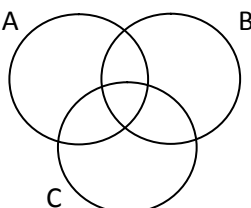
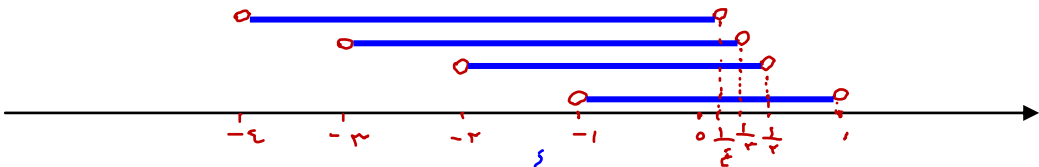
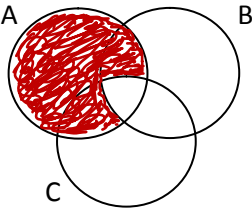
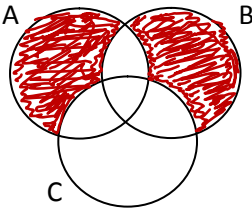


نام و نام خانوادگی:		مدیریت آموزش و پرورش آران و بیدگل		نام درس: جبر و احتمال مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه	
نام پدر:		کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی		رشته: ریاضی فیزیک تاریخ امتحان: ۱۳۹۲/۱۰/۹	
نام دبیر/آموزگار: مهدی منیری بیدگلی		آموزشگاه شهیدان عبداللہی		صفحه: ۱	
دیمه سال تحصیلی: ۹۳-۹۲		نمره کتبی	نمره شفاهی	جمع با حروف	
شماره دانش آموزی:		تعداد صفحه: ۲		نام و نام خانوادگی مصحح:	
امضا:					
تذکره: پاسخها را خوش خط و خوانا بنویسید/ در حین برگزاری امتحان، سوال نفرمایید.					
ردیف	سوالات				
۱	با استفاده از استقرای ریاضی ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n :				
۱/۵	الف- $3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n = \frac{3}{2}(3^n - 1)$				
۱/۵	ب- عبارت $4^n + 6n - 1$ بر ۹ بخشپذیر است.				
۲	با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید که حاصلضرب ۳ عدد زوج متوالی مضرب ۱۶ است .				
۳	الف- با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید: $a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$				
۱	ب- اگر $\sqrt{3}, \sqrt{2}$ دو عدد گنگ باشند، ثابت کنید $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ نیز گنگ است.(برهان خُلف)				
۴	هر کدام از احکام زیر را که درست است ثابت کرده و برای احکام نادرست مثال نقض بیاورید.				
۰/۵	الف- عدد $4 + 3^n$ ، همیشه عددی اول است.				
۱	ب- اگر به مربع یک عدد فرد یک واحد اضافه کنیم، یک عدد زوج بدست می آید.				
۰/۵	ج- تفاضل دو عدد گنگ همواره عددی گنگ است.				
۱/۵	الف- درون یک مربع به ضلع واحد ۱۰ نقطه انتخاب می کنیم. ثابت کنید حداقل فاصله دونقطه از این ۱۰ نقطه کمتر از $\frac{\sqrt{2}}{2}$ است.				
۰/۵	ب- برای اینکه در یک مدرسه حداقل ۶ دانش آموز در یکی از ماههای سال متولد شده باشند، این مدرسه حداقل باید چند دانش آموز داشته باشد؟				
۲	اگر $n \in N$ و $A_n = (-n, \frac{1}{n})$ باشد، مجموعه های $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ و $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$ را مشخص کنید.				
۱	اگر $A = \{x, \{x\}, \{x, \{x\}\}\}$ باشد، کدامیک از عبارات زیر درست و کدامیک نادرست است؟				
	الف) $\{x\} \subseteq A$ ب) $\{\{x\}\} \in A$ ج) $\{x, \{x\}\} \subseteq A$ د) $\{\{x\}\} \in P(A)$				
۱	اگر $A = \{a, \{b, c\}\}$ باشد، مجموعه توانی A را با نوشتن اعضاء مشخص کنید.				
۱/۵	اگر دو زوج مرتب $(25, 2^{3x+3})$ و $(64, 5^{3y})$ مساوی باشند، مقدار $3x + y$ را بیابید.				

	ادامه سوالات در صفحه دوم	
	صفحه دوم	
۱۰	مجموعه های زیر را با استفاده از نمودار ون نمایش دهید.	۱/۵
	 	
	<p>الف) $((A - B) \cup (B - A)) - C$</p> <p>ب) $A - (B \cap C)$</p>	
۱۱	اگر تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه $2k + 1$ عضوی، ۹۶ واحد بیشتر از تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه $2k - 1$ عضوی باشد، مقدار k را بدست آورید.	۱
۱۲	اگر $A = \{3^x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 1\}$ و $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$ باشند، مجموعه های A و B را با اعضای آن مشخص کنید.	۱
۱۳	اگر $A = [1, 3]$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 4\}$ باشند، نمودار $A \times B$ را در صفحه مختصات رسم کنید.	۱
۲۰	مجموع نمرات	می توانید موفق باشید

ردیف	پاسخنامه تشریحی امتحان جبر و احتمال - سال سوم ریاضی فیزیک - دبیرستان شهیدان عبداللہی شهرستان آران و بیدگل - ۱۳۹۲/۱۰/۹	
۱	<p>الف) $p(1): 3^1 = \frac{3}{2}(3^1 - 1) \rightarrow 3 = \frac{3}{2} \times 2 \rightarrow 3 = 3 \checkmark$ <i>عدد برقرار است</i></p> <p><i>فرض استوار</i> $p(k): 3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^k = \frac{3}{2}(3^k - 1)$</p> <p><i>فرض استوار</i> $p(k+1): 3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^k + 3^{k+1} = \frac{3}{2}(3^{k+1} - 1)$</p> <p><i>طرف چپ صم</i> $= 3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^k + 3^{k+1} = \frac{3}{2}(3^k - 1) + 3^{k+1} = \frac{3^{k+1}}{2} - \frac{3}{2} + 3^{k+1}$</p> <p><i>طرف راست صم</i> $= \frac{1}{2}(3^{k+1}) - \frac{3}{2} + 3^{k+1} = \frac{3}{2}(3^{k+1}) - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}(3^{k+1} - 1) =$ <i>فرض</i></p> <p><i>نتیجه این صم بر هر عدد طبیعی n برقرار است.</i></p> <p>ب) $9r = 4n - 1 \Rightarrow n = \frac{9r + 1}{4}$ که $r \in \mathbb{Z}$ بر این متصور داریم:</p> <p><i>عدد برقرار است.</i> $p(1): 4^1 + 4(1) - 1 = 10 - 1 = 9 = 9 \times 1 \checkmark$</p> <p><i>فرض استوار</i> $p(k): 4^k + 4k - 1 = 9r'$</p> <p><i>فرض استوار</i> $p(k+1): 4^{k+1} + 4(k+1) - 1 = 9r'' \rightarrow 4^{k+1} + 4k + 3 = 9r''$</p> <p><i>برای اثبات صم کاملیت فرض را در عددی ضرب کنیم:</i></p>	

$\varepsilon(\varepsilon^K + 4K - 1) = \varepsilon \times 9r' \rightarrow \varepsilon^{K+1} + \underbrace{4\varepsilon K - \varepsilon}_{4K+18K \quad \downarrow \quad \varepsilon-9} = 9r' \rightarrow \varepsilon^{K+1} + 4K + 5 + 18K - 9 = 9r'$ $\rightarrow \varepsilon^{K+1} + 4K + 5 = 9r' - 18K + 9 = 9(\underbrace{\varepsilon r' - 2K + 1}_{r''}) = 9r''$ <p>بنابراین هم بزرگتر و هم کوچکتر از n برقرار است.</p>	
$x = 2n, y = 2n+2, z = 2n+4$ $xyz = 2n(2n+2)(2n+4) = 2 \times 2 \times 2n(n+1)(n+2) = 8n(n+1)(n+2) = 144(n+2) = 144q''$ <p style="text-align: center;">$\rightarrow xyz = 144q''$</p>	۲
$a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b \Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2 \geq 2ab + 2a + 2b \Leftrightarrow$ $\underbrace{2a^2 + 2b^2 + 1 + 1 - 2ab - 2a - 2b}_{\substack{\hat{a^2+a} \quad \hat{b^2+b}}} \geq 0 \Leftrightarrow (a^2 - 2a + 1) + (b^2 - 2b + 1) + (a^2 - 2ab + b^2) \geq 0 \Leftrightarrow$ $(a-1)^2 + (b-1)^2 + (a-b)^2 \geq 0 \rightarrow$ <p>همواره برقرار است. پس کار و ابداع برگشت پذیر هستند.</p> <p>(ب) $\sqrt{2} - \sqrt{3} = a \in \mathbb{Q}$: فرض کنیم. $\sqrt{2} - \sqrt{3} = a$: حاصل داریم:</p> $\sqrt{2} = \sqrt{3} + a \xrightarrow{\text{هر دو طرف را مربع کنیم}} 2 = 3 + a^2 + 2a\sqrt{3} \rightarrow 2a\sqrt{3} = -a^2 - 1 \rightarrow \sqrt{3} = \frac{-a^2 - 1}{2a}$ <p>که کسری (مجبوری) است.</p> <p>گویا $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ بی‌مقدور است پس فرض خلف باطل است و لذا اصل برقرار است.</p>	۳
<p>(الف) نادرست. مثال نقض: اگر $n=4$ باشد $8 \neq 4 + 4$ که $8 \neq 4 + 4$!</p> <p>(ب) درست. زوج $2(2k^2 + 2k + 1) = 4k^2 + 4k + 2 = 4k^2 + 4k + 1 + 1 = (2k+1)^2 + 1$</p> <p>(ج) نادرست. ممکن نقض:</p> $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2} + 1 \rightarrow x - y = \sqrt{2} - \sqrt{2} - 1 = -1 \in \mathbb{Q}$	۴
<p>(الف) مربع را به ۹ قسمت مساوی تقسیم کنیم. ۹ نقطه را به مرکزهای ۹ دایره می‌کشیم. طبق اصل لانه کبوتر در یکی از دایره‌ها حداقل ۲ نقطه مکرر را می‌گیریم. حال ثابت می‌کنیم فاصله این دو نقطه کوچکتر از $\frac{\sqrt{2}}{3}$ است. طبق قضیه فیثاغورس داریم:</p> $AB^2 = AC^2 + BC^2$ $AB^2 \leq \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9} \rightarrow AB \leq \frac{\sqrt{2}}{3}$	۵

<p>تعداد زوجها = تعداد زوج همزمان برآیند دیکه دیکه لازم حداقل ۲ کیبوتر باشد ، تعداد کیبوترها باید حداقل ۹ باشد (ب) $4-1=3 \rightarrow 3 \times 12 + 1 = 40 + 1 = 41$ تعداد لازمها ۴۱ تا ۴۰ سال</p>	
<p>$A_1 = (-1, 1)$, $A_2 = (-2, \frac{1}{2})$, $A_3 = (-2, \frac{1}{3})$, $A_4 = (-2, \frac{1}{4})$</p>  <p>$\bigcup_{i=1}^4 A_i = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 = (-1, 1)$, $\bigcap_{i=1}^4 A_i = A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 = (-2, \frac{1}{4})$</p>	۶
<p>الف) درست . ب) نادرست ج) درست د) درست</p>	۷
<p>$A = \{a, \{b, c\}\} \rightarrow$ تعداد زیرمجموعه ها $= P(A) = 2^{ A } = 2$ $P(A) = \{ \phi, \{a\}, \{\{b, c\}\}, \{a, \{b, c\}\} \}$</p>	۸
<p>$4x = 2^{3x+3} \rightarrow 2^2 = 2^{3x+3} \rightarrow 2x+3=4 \rightarrow 2x=1 \rightarrow \boxed{x=1}$ $8^y = 25 \rightarrow 2^{3y} = 5 \rightarrow 3y=2 \rightarrow \boxed{y=\frac{2}{3}}$ $3x+y = 3(1) + \frac{2}{3} = \frac{11}{3}$</p>	۹
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>ب) $A - (B \cap C)$</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>الف) $(A-B) \cup (B-A) - C$</p> </div> </div>	۱۰
<p>$2^{k+1} = 94 + 2^{k-1} \rightarrow 2^k \times 2 = 94 + 2^k \times \frac{1}{2} \rightarrow 2^k \times 2 - 2^k \times \frac{1}{2} = 94$ $\rightarrow 2^k (2 - \frac{1}{2}) = 94 \rightarrow 2^k \times \frac{3}{2} = 94 \rightarrow 2^k = \frac{2 \times 94}{3} = 42 \rightarrow 2^k = 42 = 2^5 \rightarrow \boxed{k=5}$</p>	۱۱
<p>$A = \{2^x \mid x = -1, 0, 1\} = \{2^{-1}, 2^0, 2^1\} = \{\frac{1}{2}, 1, 2\}$ $B = \{x \in \mathbb{N} \mid (x-1)(x-2) = 0\} = \{1, 2\}$</p>	۱۲

$A = [1, 3]$ $B = (2, 4)$	۱۳
<div data-bbox="491 134 951 371" data-label="Figure"> </div> <p>می توانید موفق باشید!</p> <p>مهدی منیری بیدگلی — نهم دیماه ۱۳۹۲</p>	

www.riazisara.ir

دانلود نمونه سوالات از سایت ریاضی سرا