

بسمه تعالی

محل مهر آموزشگاه

اداره کل آموزش و پرورش استان بوشهر

مدیریت آموزش و پرورش شهرستان بوشهر

دبیرستان امام جواد(ع) متوسطه دوره دوم عالیشهر

پایه: سوم ریاضی

نام پدر:

نام و نام خانوادگی:

دبیر مربوطه: بختیاری

تاریخ امتحان: ۹۳/۱۰/۱۷

مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه

نام درس: جبر و احتمال

این آزمون مشتمل بر ۱۴ سوال و در دو صفحه تنظیم شده است

ردیف	شرح	بارم
۱	ثابت کنید به ازاء هر عدد طبیعی $\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$ (اصل استقرا ریاضی)	۱/۵
۲	برای هر عدد طبیعی n با استفاده از اصل استقراء ریاضی ثابت کنید $12^n - 1$ مضرب ۱۱ است.	۱/۲۵
۳	با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید حاصلضرب سه عدد زوج متوالی مضرب ۸ است.	۱/۲۵
۴	با استفاده از برهان خلف نشان دهید: الف: اگر $x \neq 1, \frac{y^3}{2x} = 4$ آنگاه $y \neq 2$ ب: اگر $\sqrt{5}, \sqrt{7}$ گنگ باشند آنگاه $3\sqrt{5} + 3\sqrt{7}$ گنگ است.	۱/۵
۵	به روش بازگشتی ثابت کنید $a^2 + b^2 + 3 \geq 2(a+b+c) - c^2$	۱/۲۵
۶	۵ نقطه درون مربعی به ضلع ۴ مفروض است. ثابت کنید حداقل فاصله دو نقطه از این ۵ نقطه کمتر از $2\sqrt{2}$ است.	۱/۲۵
۷	هر گاه تعداد زیر مجموعه یک مجموعه $2k$ عضو ۳۲ برابر تعداد زیر مجموعه یک مجموعه k عضو باشد حاصل عبارت $2k - 5$ را بیابید.	۱/۲۵
۸	برای عبارتهای زیر مثال نقض بیاورید. اگر a, b, c سه عدد گنگ باشد abc^2 گنگ است. اگر x, y دو عدد گنگ باشد آنگاه $\frac{x+y}{x-y}$ نیز عدد گنگ است. مجموع دو عدد گنگ همواره گنگ است.	۱/۷۵
۹	x, y را طوری بیابید که دو زوج مرتب $(-7, 3^{3x+2}), (243, x+2y)$ با هم مساوی باشند.	۱/۲۵

۱	اگر $n \in \mathbb{N}$ و $A_n = (n, n+1)$ باشد مطلوب است محاسبه A_1, A_2, A_3 و $\bigcap_{i=1}^3 A_i$	۱۰
۱/۵	مجموعه های $A = \{2^k \mid k \in \mathbb{N}, k \leq 2\}$, $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 < 10\}$ الف: عضوهای مجموعه های A, B را مشخص کنید. ب: حاصلضرب دکارتی $A \times B$ را تشکیل داده نمودار آنرا رسم کنید.	۱۱
۱	اگر $A = (-\infty, 3)$, $B = [-2, 5)$ نمودارهای $A \times B$, $B \times A$ را بطور جداگانه رسم کنید.	۱۲
۲/۷۵	به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: الف: $A \cup (B - C) = (A \cup B) - (C - A)$ ب: $\text{if } A \subseteq B, B \subseteq C \Rightarrow A \cup B \subseteq C$ ج: $A - (B \cup C) = (A - B) - C$	۱۳
۱/۵	نمودار رابطه رویبرو را رسم کنید. $R = \{(x, y) \in R^2 \mid x + y \leq 1\}$	۱۴
موفق باشید بختیاری		