

۱- با استفاده از اصل استقراء ثابت کنید به ازای هر عدد طبیعی n عدد $1 - 9^n$ بر ۸ بخش پذیر است. (۱ نمره)

۲- با استدلال استقرای ریاضی، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید:
(۱/۵ نمره)

$$(1 + \sqrt{3})^n \geq 1 + n\sqrt{3}$$

۳- با استفاده از استدلال استتجایی نشان دهید، مجموع مربعات دو عدد فرد، یک عدد زوج است. (۱/۵ نمره)

۴- اگر a و b و c سه عدد گنگ باشند، آیا abc^2 یک عدد گنگ است؟ چرا؟ (۱ نمره)

۵- برای هر سه عدد حقیقی و مثبت a و b و c ، ثابت کنید:
(۱/۵ نمره)

$$a^2 + b^2 + c^2 + 3 \geq 2(a + b + c)$$

۶- اگر n عدد طبیعی و n^2 مضرب ۳ باشد، آنگاه نشان دهید که n مضرب ۳ است. (برهان خلف) (۱/۵ نمره)

۷- از ۸۰۰ نفر دانش آموزان یک مدرسه حداقل چند دانش آموز در یک روز سال متولد شده اند؟ چرا؟ (سال را ۳۶۵ روز در نظر بگیرید). (۱ نمره)

۸- پنج نقطه داخل مربعی به ضلع ۲ مفروض اند. ثابت کنید: حداقل فاصله دو نقطه از این پنج نقطه کمتر از $\sqrt{2}$ است.
(۱/۵ نمره)

۹- اگر تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه $k+1$ عضوی ۲۴ واحد کمتر از تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه $k+3$ عضوی است k را بیابید. (۱/۵ نمره)

۱۰- اگر $i \in \mathbb{N}$ و $A_i = [-2i, 8-i]$ ، A_1, A_2, A_3, A_4 را تعیین کنید. سپس $\bigcap_{i=1}^4 A_i$ را مشخص کنید. (۱ نمره)

۱۱- اگر دو زوج مرتب $(25, 2^{3x+2})$ و $(64, 5^{3y})$ مساوی باشند، x و y را تعیین کنید. (۱ نمره)

۱۲- به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: (۳ نمره)

$$B \subset A \Rightarrow A' \subset B' \quad \text{الف)} \quad [A \cap (A' \cup B)] \cup [B \cap (A' \cup B')] = B$$

۱۳- قضیه: اگر $A \subseteq B$ باشد آن گاه $(A \cup B) = B$ و برعکس. (۱/۵ نمره)

۱۴- اگر $A = \{x | x \in \mathbb{N}, 1 < x \leq 3\}$ و $B = \{x | x \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 2\}$ باشند: (۱/۵ نمره)

الف) حاصل ضرب های $A \times B$ و A^2 را به صورت زوج های مرتب بنویسید.

ب) حاصل عبارت $A^2 - A \times B$ را با اعضاء مشخص کرده و نمودار آن را رسم کنید.