

<p>باسمه تعالی</p> <p>وزارت آموزش و پرورش جمهوری اسلامی ایران</p> <p>مجمع آموزشی امام جعفر صادق(ع)</p> <p>نام و نام خانوادگی: نام کلاس: سوم ریاضی نام دبیر: محمد جواد کاظمی تاریخ امتحان: ۹۴/۱۰/۲۳ مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه</p>		
ردیف	سؤالات جبر و احتمال	استفاده از ماشین حساب مجاز نیست
۱	با استفاده از استقرای ریاضی ثابت کنید :	۲
		$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
۲	ابتدا m مناسب برای درست بودن نابرابری $2^n > n^2$ پیدا کنید سپس با استقرای تعمیم یافته ثابت کنید	۱/۵
۳	با استفاده از استقرای ریاضی برای هر $n \in \mathbb{N}$ ثابت کنید عدد $4^{2n} - 1$ بر ۵ بخشپذیر است	۱/۵

۴	ثابت کنید مجموع دو عدد گویا عددی گویا می باشد.	۱
۵	با استفاده از برهان خلف ثابت کنید هرگاه n عددی صحیح و n^2 فرد باشد، آنگاه n نیز فرد است	۱
۶	ثابت کنید $\sqrt{2}$ گنگ است	۱/۵
۷	با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید برای هر سه عدد دلخواه a, b, c داریم $a^2 + b^2 + c^2 + 3 \geq 2a + 2b + 2c$	۱/۵

۸	پنج نقطه داخل مربعی به ضلع ۱ مفروض اند. ثابت کنید حداقل فاصله دو نقطه از این پنج نقطه کمتر از $\frac{\sqrt{2}}{2}$ است	۱
۹	ثابت کنید $A - B = A \cap B'$	۱
۱۰	الف) عضوهای مجموعه A را بنویسید $A = \left\{ \frac{(-1)^n}{n} \mid n \in N, n < 5 \right\}$ ب) مجموعه B را با نمادهای ریاضی بنویسید $B = \{2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}\}$	۱/۵
۱۱	قانون جذب را ثابت کنید $A \cup (A \cap B) = A$	۱/۵

۲	<p>به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید</p> <p>الف) $(A - B) \cap (A - C) = A - (B \cup C)$</p> <p>ب) $(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = A \cup B$</p>	۱۲
۱/۵	<p>اگر $A_n = \left[\frac{-1}{n}, \frac{2n-1}{n} \right]$ باشد اولاً A_1, A_2, A_3 را مشخص کنید سپس $\bigcup_{i=1}^3 A_i$ را بدست آورید</p>	۱۳
۱/۵	<p>قضیه دمرگان را ثابت کنید $(A \cap B)' = A' \cup B'$</p>	۱۴