باسمه‌تعالی

سؤالات امتحانی درس: **جبر و احتمال**	آموزش و پرورش استان تهران – منطقه ۵	تاریخ: ۱۳۹۴/۱۰/۱۶
کلاس سوم شهید .... (ره)	**مجتمع فرهنگی آموزشی خواجه‌نصیرالدین‌طوسی (ره)**	مدت‌امتحان: ۱۳۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	پایانی نوبت اول ـ سال تحصیلی ۹۵-۹۴	نام دبیر: جناب‌آقای رضائی‌صدرآبادی
شماره:		نمره و امضاء:

آگاه‌باشید که‌دل‌ها تنها بایاد خدا آرامش می‌یابد.

با سلام و صبح بخیر لطفاً به نکات زیر توجه داشته باشید :

الف) پاسخ سؤالات را داخل برگه، خوش خط و منظم و خوانا بنویسید. (فقط با خودکار آبی پاسخ دهید!)

ب) نوشتن توضیحات کافی، کامل و کلیه روابط و فرمول‌ها برای هر سؤال الزامی است. (از خلاصه نویسی اکیداً بپرهیزید.)

ج) مدیریت زمان را فراموش نکنید.

		بارم
۱	به سؤالات زیر **پاسخ کوتاه** دهید.	
الف	دانش‌آموزان یک کلاس در اولین امتحان جبر و احتمال متوجه می‌شوند که معلمشان سخت‌گیر است. نتیجه‌گیری این دانش‌آموزان مبتنی برچه استدلالی است؟	۰/۲۵
ب	معلمی در اولین جلسه سال تحصیلی از چند دانش آموز به تصادف معدل سال قبلشان را می‌پرسد، بعد می‌گوید عجب کلاس درس خوانی! به نظر شما معلم از چه استدلالی استفاده کرده است؟	۰/۲۵
ج	حاصل عبارت روبرو را بیابید. (فقط جواب آخر) $1-4+9-16+25-\dots-160000=$	۰/۵
۲	برای هر عدد $n \in \mathbb{N}$ به روش **استقرای ریاضی** اثبات کنید:	
الف	$16 \mid 5^n - 4n - 1$	۱
ب	$(2n)! < 2^{2n}(n!)^2$	۱/۲۵
۳	به روش **استدلال استنتاجی** اثبات کنید:	
الف	به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ ثابت کنید عبارت $1+(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)$ همواره مربع کامل است.	۱/۲۵
ب	اگر «**مجموع اعداد طبیعی فرد متوالی با شروع از یک**» برابر باشد با «**مربع تعداد آن اعداد**»، ثابت کنید هر عدد فرد را می‌توان به صورت تفاضل دو مربع کامل نمایش داد.	۱/۲۵
۴	اگر x, y, z سه عدد حقیقی باشند به روش **بازگشتی** ثابت کنید: $x^2+y^2+z^2 \geq xy+xz+yz$	۱

۵	دانش‌آموزی باهوش استدلال زیر را نوشته است، به نظر شما کجای این راه حل اشکال دارد؟ $\boxed{۳=۳} \rightarrow ۳^۴ = ۳^۴ \rightarrow ۳^۴ - ۳^۴ = ۳^۴ - ۳^۴$ $\rightarrow (۳^۲ - ۳^۲)(۳^۲ + ۳^۲) = ۳^۲ \times ۳^۲ - ۳^۲ \times ۳^۲$ $\rightarrow (۳^۲ - ۳^۲)(۳^۲ + ۳^۲) = ۳^۲(۳^۲ - ۳^۲)$ $\rightarrow \boxed{\cancel{(۳^۲ - ۳^۲)}(۳^۲ + ۳^۲) = ۳^۲ \cancel{(۳^۲ - ۳^۲)}}$ $\rightarrow (۳^۲ + ۳^۲) = ۳^۲ \rightarrow \boxed{۱۸ = ۹}$	۰/۵
۶	ریاضی‌دانی ادعا می‌کند که اگر α عددی گنگ باشد $\alpha^۲ - ۴\alpha$ همواره گنگ است. صحت ادعای او را بررسی کنید.	۰/۵
۷	به روش **برهان خلف** ثابت کنید: $۲\sqrt{۵} - ۳\sqrt{۱۱}$ عددی گنگ است. (می‌دانیم $\sqrt{۵}$ عددی گنگ است.)	۱
۸	مسایل زیر را با استفاده از **اصل لانه کبوتر** حل کنید: (به طور کامل توضیح دهید و راه حل بنویسید.)	
الف	حداقل چند نقطه درون مستطیلی به ابعاد ۴×۶ انتخاب کنیم، تا مطمئن شویم که دست کم فاصله‌ی دو تا از آن نقاط از $\sqrt{۲}$ کمتر است. (رسم شکل کامل الزامی است.)	۱
ب	از بازه‌ی $[۱,۱۳۹۴]$ حداقل چند عدد حقیقی باید انتخاب کرد تا حتماً در میان آن‌ها دو عدد مانند x و y یافت شوند که رابطه $\left\| [\sqrt{x}] - [\sqrt{y}] \right\| < ۲$ برقرار باشد. ([ ] علامت جزء صحیح یا براکت می‌باشد.)	۱
۹	مجموعه‌های زیر را با نماد ریاضی بنویسید: $B = \left\{\frac{\sqrt{۱۵}+۵}{۳}, \frac{۵-\sqrt{۱۵}}{۳}\right\} =$ $A = \{۳, ۳۳, ۳۳۳, ۳۳۳۳, ...\} =$	۱/۲۵
۱۰	تعداد زیر مجموعه‌های چهار عضوی مجموعه‌ی A بیشتر از تعداد زیر مجموعه‌های شش عضوی آن است. مجموعه‌ی A حداکثر چند زیر مجموعه‌ی سه عضوی دارد؟	۱
۱۱	اگر $A \cup B = A \cup C$, $A \cap B = A \cap C$ آن‌گاه ثابت کنید : $B = C$	۱
۱۲	اگر $A = \{۵,۲,۹,۴\}, B = \{۱,۲,۴,۷,۵,۶,۱۱,۸,۱۰,۱۲\}$ تعداد مجموعه‌هایی که به جای X می‌توان قرارداد تا رابطه‌ی زیر همواره برقرار باشد را بیابید. $(A - B) \subseteq X \subset (A \Delta B)$	۰/۷۵
۱۳	موارد الف و ب را با قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید: (فقط از قوانین مطرح شده بهره بگیرید و خلاصه نویسی ممنوع!)	
	$[A \cup B \cup C] \cap [A \cup B \cup C'] \cap [A \cup B'] = A$	۱

	$(A-B)\cup(A-C)\cup(A-(B'\cup C'))=A$	۱
۱۴	اگر مجموعه‌های $A_i=\left(-3i,i^2\right]$ و $B_i=\left\{2i,2i+1,2i+2,...,5i+3\right\}$ مفروض باشد، حاصل موارد زیر را بیابید: (راه حل کوتاه) الف) $\bigcup_{i=5}^{13}A_i=$ ب) $\bigcap_{i=6}^{14}B_i=$	۱
۱۵	اگر $A=\left\{2,3,6,7,9,12\right\}, B=\left\{1,2,5,7,9\right\}$ مطلوبست: الف) رابطه‌ی کوچکتر بودن از A در B ب) رابطه‌ی مربع بودن از B در A	۰/۷۵
۱۶	نمودار روابط زیر را بزرگ و دقیق رسم کنید. (نمودارها را با خط کش رسم کنید.) $1)([-4,-1]\times[2,5])-([-2,2]\times[1,4])$ $2)R=\left\{(x,y)\middle\|x^2+y^2\le 16,\|2x+y\|<1\right\}$	۱/۵
	ان شاء ا... موفق و عاقبت بخیر باشید.	۲۰

باسمه‌تعالی

سؤالات امتحانی درس: **جبر و احتمال**
کلاس سوم شهید .... (ره)
نام و نام خانوادگی: **کلید**
شماره:

آموزش و پرورش استان تهران – منطقه ۵
مجتمع فرهنگی آموزشی خواجه‌نصیرالدین‌طوسی (ره)
پایانی نوبت اول ـ سال تحصیلی ۹۵-۹۴

تاریخ: ۱۳۹۴/۱۰/۱۶
مدت‌امتحان: ۱۳۰ دقیقه
نام دبیر: جناب‌آقای رضائی‌صدرآبادی
نمره و امضاء:

آگاه‌باشید که دل‌ها تنها با یاد خدا آرامش می‌یابد.

با سلام و صبح بخیر لطفاً به نکات زیر توجه داشته باشید :

الف) پاسخ سؤالات را داخل برگه، خوش خط و منظم و خوانا بنویسید. (فقط با خودکار آبی پاسخ دهید!)

ب) نوشتن توضیحات کافی، کامل و کلیه روابط و فرمول‌ها برای هر سؤال الزامی است. (از خلاصه نویسی اکیداً بپرهیزید.)

ج) مدیریت زمان را فراموش نکنید.

		بارم
۱	به سؤالات زیر **پاسخ کوتاه** دهید.	
الف	دانش‌آموزان یک کلاس در اولین امتحان جبر و احتمال متوجه می‌شوند که معلمشان سخت‌گیر است. نتیجه‌گیری این دانش-آموزان مبتنی برچه استدلالی است؟ استدلال تمثیلی	۰/۲۵
ب	معلمی در اولین جلسه سال تحصیلی از چند دانش آموز به تصادف معدل سال قبلشان را می‌پرسد، بعد می‌گوید عجب کلاس درس خوانی! به نظر شما معلم از چه استدلالی استفاده کرده است؟ استدلال استقرایی	۰/۲۵
ج	حاصل عبارت روبرو را بیابید. (فقط جواب آخر) $1-4+9-16+25-\dots-160000=-80200$	۰/۵
۲	برای هر عدد $n\in\mathbb{N}$ به روش **استقرای ریاضی** اثبات کنید:	

الف (بارم: ۱)

$16 \mid 5^n-4n-1 \to 5^n-4n-1=16m \to p(1): 0=16m$ ✓

فرض $p(k): 5^k-4k-1=16m' \to$ طرفین فرض را در ۵ ضرب می‌کنیم

حکم $p(k+1): 5^{k+1}-4(k+1)-1=16m''$

فرض جدید $5\times(5^k-4k-1=16m') \to 5^{k+1}-20k-5=5\times16m' \to 5^{k+1}-4k-16k-4-1=5\times16m'$

$\to 5^{k+1}-4(k+1)-1=5\times16m'+16k=16\underbrace{(5m'+k)}_{m''}=16m''$ ✓ با قبول درستی فرض حکم ثابت می‌شود.

ب (بارم: ۱/۲۵)

$(2n)!<2^{2n}(n!)^2 \to p(1): 2<2^2(1)^2 \to 2<4$ ✓

فرض $p(k): (2k)!<2^{2k}(k!)^2 \to$ طرفین فرض را در $(2k+1)\times(2k+2)$ ضرب می‌کنیم

حکم $p(k+1): \underbrace{(2k+2)!}_{A}<\underbrace{2^{2k+2}((k+1)!)^2}_{B}$

فرض جدید $p(k): \underbrace{(2k)!(2k+1)\times(2k+2)}_{\underbrace{(2k+2)!}_{A}}<\underbrace{2^{2k}(k!)^2(2k+1)\times(2k+2)}_{C}$

$$\begin{cases} A<C \\ \boxed{C<B} \\ A<B \end{cases}$$

$\boxed{C<B} \to 2^{2k}(k!)^2(2k+1)\times(2k+2)<2^{2k+2}((k+1)!)^2 \to$

$\cancel{2^{2k}}\cancel{(k!)^2}(2k+1)(2k+2)<\cancel{2^{2k}}\times2^2\times(k+1)^2\cancel{(k!)^2} \to (2k+1)(2k+2)<4(k^2+2k+1)$

$\to \cancel{4k^2}+6k+2<\cancel{4k^2}+8k+4 \to 0<2k+2 \to \boxed{-1<k} \to$ بدیهی

با قبول درستی فرض حکم ثابت می‌شود.

ردیف	سؤال	بارم
۳	به روش **استدلال استنتاجی** اثبات کنید:	
الف	به ازای هر $n\in\mathbb{N}$ ثابت کنید عبارت $(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)+1$ همواره مربع کامل است. $\underbrace{(n+1)(n+4)}\underbrace{(n+2)(n+3)}+1$ $=(\underbrace{n^2+5n+4}_{a})(\underbrace{n^2+5n+6}_{a+2})+1=a(a+2)+1$ $=(a^2+2a+1)=(a+1)^2=(n^2+5n+5)^2=A^2\to$ مربع کامل	۱/۲۵
ب	اگر «**مجموع اعداد طبیعی فرد متوالی با شروع از یک**» برابر باشد با «**مربع تعداد آن اعداد**»، ثابت کنید هر عدد فرد را می‌توان به صورت تفاضل دو مربع کامل نمایش داد. با توجه به راهنمایی صورت سؤال $\to\underbrace{\begin{cases}1+3+5+\dots+(2n-1)=n^2\\1+3+5+\dots+(2n+1)=(n+1)^2\end{cases}}_{\text{تفاضل}}$ $\to\underbrace{2n+1}_{\text{عدد فرد}}=(n+1)^2-n^2=\boxed{a^2-b^2}\to$ تفاضل دو مربع کامل	۱/۲۵
۴	اگر x,y,z سه عدد حقیقی باشند به روش **بازگشتی** ثابت کنید: $x^2+y^2+z^2\ge xy+xz+yz$ $2\times(x^2+y^2+z^2)>2\times(xy+yz+xz)$ $\Leftrightarrow 2x^2+2y^2+2z^2>2xy+2yz+2xz$ $\Leftrightarrow(x^2+y^2-2xy)+(z^2+x^2-2xz)+(y^2+z^2-2yz)>0$ $\Leftrightarrow\underbrace{(x-y)^2}_{+}+\underbrace{(z-x)^2}_{+}+\underbrace{(y-z)^2}_{+}>0\to$ بدیهی چون به یک عبارت بدیهی رسیدیم و با توجه به برگشت پذیر بودن مراحل پس حکم اثبات می‌شود.	۱
۵	دانش‌آموزی باهوش استدلال زیر را نوشته است، به نظر شما کجای این راه حل اِشکال دارد؟ $\boxed{3=3}\to3^4=3^4\to3^4-3^4=3^4-3^4$ $\to(3^2-3^2)(3^2+3^2)=3^2\times3^2-3^2\times3^2$ $\to(3^2-3^2)(3^2+3^2)=3^2(3^2-3^2)$ $\to\boxed{\cancel{(3^2-3^2)}(3^2+3^2)=3^2\cancel{(3^2-3^2)}}$ $\to(3^2+3^2)=3^2\to\boxed{18=9}$ همه مراحل به جز سطر چهارم صحیح است. علت آن است که در سطر چهارم طرفین را به صفر تقسیم کرده که این عمل تعریف نشده است. به همین دلیل به نتیجه غلط رسیدیم.	۰/۵
۶	ریاضی‌دانی ادعا می‌کند که اگر α عددی گنگ باشد $\alpha^2-4\alpha$ همواره گنگ است. صحت ادعای او را بررسی کنید. $\alpha^2-4\alpha=(\alpha-2)^2-4$ برای این ادعا مثال نقض می‌زنیم... $\alpha=\sqrt{3}+2\to(\sqrt{3}+\cancel{2}-\cancel{2})^2-4=(\sqrt{3})^2-4=-1\in\mathbb{Q}$	۰/۵

باسمه‌تعالی

سؤالات امتحانی درس: **جبر و احتمال** — آموزش و پرورش استان تهران – منطقه ۵ — تاریخ: ۱۳۹۴/۱۰/۱۶

کلاس سوم شهید .... (ره) — **مجتمع فرهنگی‌آموزشی خواجه‌نصیرالدین‌طوسی (ره)** — مدت‌امتحان: ۱۳۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی: **کلید** — پایانی نوبت اول ـ سال تحصیلی ۹۵-۹۴ — نام دبیر: جناب‌آقای رضائی‌صدرآبادی

شماره: — نمره و امضاء:

۷ به روش **برهان خلف** ثابت کنید: $2\sqrt{5}-3\sqrt{11}$ عددی گنگ است. (می‌دانیم $\sqrt{5}$ عددی گنگ است.) ۱

$$\mathbb{Q}=\left\{\frac{a}{b}\middle|a,b\in\mathbb{Z},b\neq 0,(a,b)=1\right\} \qquad 2\sqrt{5}-3\sqrt{11}\in\mathbb{Q}\rightarrow 2\sqrt{5}-3\sqrt{11}=\frac{a}{b}$$

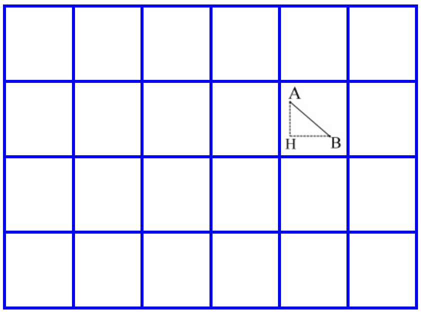
$$\rightarrow -3\sqrt{11}=\frac{a}{b}-2\sqrt{5}\rightarrow (-3\sqrt{11})^2=(\frac{a}{b}-2\sqrt{5})^2$$

$$\rightarrow 99=(\frac{a}{b})^2-4\sqrt{5}\frac{a}{b}+20\rightarrow 79-(\frac{a}{b})^2=-4\sqrt{5}\frac{a}{b}$$

$$\rightarrow \underbrace{\sqrt{5}}_{\in\mathbb{Q}'}=\frac{79-(\frac{a}{b})^2}{\frac{-4a}{b}}=\frac{a'}{b'}\in\mathbb{Q}\rightarrow$$ چون به تناقض رسیدیم پس فرض خلف باطل و حکم ثابت می‌شود.

۸ مسایل زیر را با استفاده از **اصل لانه کبوتر** حل کنید: (به طور کامل توضیح دهید و راه حل بنویسید.)

الف حداقل چند نقطه درون مستطیلی به ابعاد ۴×۶ انتخاب کنیم، تا مطمئن شویم که دست کم فاصله‌ی دو تا از آن نقاط از $\sqrt{2}$ کمتر است. (رسم شکل کامل الزامی است.) ۱



با توجه به این‌که $\sqrt{2}$ قطر مربعی به ضلع یک واحد است، پس مستطیل را به ۲۴ مربع ۱×۱ تقسیم می‌کنیم. که طبق اصل لانه کبوتر چون تعداد لانه ها ۲۴ عدد است پس حداقل باید ۲۵ نقطه (۲۵ > ۲۴) درون این مستطیل بیابیم تا فاصله‌ی دو تا از آن‌ها از $\sqrt{2}$ کم‌تر باشد.

لانه‌ها: مربع‌های کوچک $1\times1=24$

کبوترها: نقاط انتخاب شده = m

$$\left.\begin{aligned}AH<1\rightarrow AH^2<1\\ BH<1\rightarrow BH^2<1\end{aligned}\right\}\rightarrow AH^2+BH^2<2\rightarrow AB^2<2\rightarrow \boxed{AB<\sqrt{2}}$$

ب از بازه‌ی $[1,1394]$ حداقل چند عدد حقیقی باید انتخاب کرد تا حتماً در میان آن‌ها دو عدد مانند x و y یافت شوند که رابطه $\left|\left[\sqrt{x}\right]-\left[\sqrt{y}\right]\right|<2$ برقرار باشد. ([ ] علامت جزء صحیح یا براکت می‌باشد.) ۱

$$\left.\begin{aligned}&[1,9)\\&[9,25)\\&[25,49)\\&\vdots\\&[1369,1394]\end{aligned}\right\}\rightarrow$$

منطق لانه‌بندی: بازه‌ی فوق را به بازه‌هایی تقسیم می‌کنیم که درون هر بازه رابطه‌ی مورد نظر بین هر دوعدد دلخواه عضو بازه برقرار باشد.

*لانه ها: بازه‌های جدید=۱۹ عدد   *کبوترها: اعداد انتخاب شده=m $m=19\times1+1=20$

طبق اصل لانه کبوتر چون ۱۹ > ۲۰ پس باید ۲۰ عدد از بازه‌ی $[1,1394]$ انتخاب کنیم تا حتماً در بین آن‌ها دو عدد مانند x,y یافت شود که رابطه‌ی $\left|\left[\sqrt{x}\right]-\left[\sqrt{y}\right]\right|<2$ بینشان برقرار باشد.

۹ مجموعه‌های زیر را با نماد ریاضی بنویسید: ۱/۲۵

$$B=\left\{\frac{\sqrt{15}+5}{3},\frac{5-\sqrt{15}}{3}\right\}=\left\{x\middle|x^2-\frac{10}{3}x+\frac{10}{9}=0\right\} \qquad A=\{3,33,333,3333,\ldots\}=\left\{\frac{10^x-1}{3}\middle|x\in\mathbb{N}\right\}$$

۱۰ تعداد زیر مجموعه‌های چهار عضوی مجموعه‌ی A بیشتر از تعداد زیر مجموعه‌های شش عضوی آن است. مجموعه‌ی A حداکثر چند زیر مجموعه‌ی سه عضوی دارد؟ ۱

$$\binom{n}{4} > \binom{n}{6} \to \frac{n!}{4!(n-4)!} > \frac{n!}{6!(n-6)!}$$

$$\to \frac{\cancel{n!}}{\cancel{4!}(n-4)(n-5)\cancel{(n-6)!}} > \frac{\cancel{n!}}{6\times 5\times \cancel{4!}\,\cancel{(n-6)!}}$$

$$\to \frac{1}{(n-4)(n-5)} > \frac{1}{6\times 5}$$

$$\to (n-4)(n-5)<30 \to n^2-9n-10<0 \to (n-10)(n+1)<0 \to \begin{cases} n=10 \\ n=-1 \end{cases} \to -1<n<10$$

$$\to n_{\max}=9 \to \binom{9}{3} = \frac{9!}{3!6!} = \frac{9\times 8\times 7\times \cancel{6!}}{3\times 2\times 1\times \cancel{6!}} = \boxed{84}$$

۱۱ اگر $A\cup B = A\cup C$, $A\cap B = A\cap C$ آن‌گاه ثابت کنید : $B=C$ ۱

$$\underbrace{B\cup(A\cap B)}_{B} = B\cup(A\cap C)$$

$$\to B = \underbrace{(B\cup A)}_{A\cup C}\cap(B\cup C)$$

$$\to B = (A\cup C)\cap(B\cup C)$$

$$\to B = C\cup\underbrace{(A\cap B)}_{A\cap C}$$

$$\to B = \underbrace{C\cup(A\cap C)}_{C} \to \boxed{B=C}$$

۱۲ اگر $A=\{5,2,9,4\}, B=\{1,2,4,7,5,6,11,8,10,12\}$ تعداد مجموعه‌هایی که به جای X می‌توان قرارداد تا رابطه‌ی زیر همواره برقرار باشد را بیابید. $(A-B)\subseteq X\subset(A\Delta B)$ ۰/۷۵

$$\{9\}\subseteq X \subset \{1,6,7,8,9,10,11,12\}$$

$$\{\boxed{9},\square,\square,\square,\square,\square,\square,\square\} \to 2^7-1=127$$

۱۳ موارد الف و ب را با قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید: (فقط از قوانین مطرح شده بهره بگیرید و خلاصه نویسی ممنوع!)

$[A\cup B\cup C]\cap[A\cup B\cup C']\cap[A\cup B'] = A$ ۱

سمت چپ $[(A\cup B)\cup C]\cap[(A\cup B)\cup C']\cap[A\cup B']$

$$=\left[(A\cup B)\cup\underbrace{(C\cap C')}_{\varnothing}\right]\cap[A\cup B']$$

$$=(A\cup B)\cap(A\cup B') = A\cup\underbrace{(B\cap B')}_{\varnothing} = A$$ سمت راست

$(A-B)\cup(A-C)\cup(A-(B'\cup C'))=A$ ۱

سمت چپ

$$(A\cap B')\cup(A\cap C')\cup(A\cap(B'\cup C')')$$

$$=(A\cap\underbrace{(B'\cup C')}_{D})\cup(A\cap\underbrace{(B'\cup C')'}_{D'})$$

$$=(A\cap D)\cup(A\cap D') = A\cap\underbrace{(D\cup D')}_{U} = A\cap U = A$$

باسمه‌تعالی

سؤالات امتحانی درس: **جبر و احتمال** | آموزش و پرورش استان تهران – منطقه ۵ | تاریخ: ۱۳۹۴/۱۰/۱۶

کلاس سوم شهید .... (ره) | **مجتمع فرهنگی‌آموزشی خواجه‌نصیرالدین‌طوسی (ره)** | مدت‌امتحان: ۱۳۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی: **کلید** | پایانی نوبت اول ـ سال تحصیلی ۹۵-۹۴ | نام دبیر: جناب آقای رضائی‌صدرآبادی

شماره: | نمره و امضاء:

---

۱۴ اگر مجموعه‌های $A_i=(-۳i,i^۲]$ و $B_i=\{۲i,۲i+۱,۲i+۲,...,۵i+۳\}$ مفروض باشد، حاصل موارد زیر را بیابید: (راه حل کوتاه) ۱

الف) $\bigcup_{i=۵}^{۱۳}A_i=A_{۱۳}=(-۳۹,۱۶۹]$

$A_۵=(-۱۵,۲۵]$

$A_۶=(-۱۸,۳۶]$

$A_۷=(-۲۱,۴۹]$

$\vdots$

$A_{۱۳}=(-۳۹,۱۶۹]$

ب) $\bigcap_{i=۶}^{۱۴}B_i=\{۲۸,۲۹,۳۰,۳۱,۳۲,۳۳\}$

$B_۶=\{۱۲,۱۳,۱۴,...,۳۳\}$

$B_۷=\{۱۴,۱۵,۱۶,...,۳۸\}$

$B_۸=\{۱۵,۱۶,۱۷,...,۴۳\}$

$\vdots$

$B_{۱۴}=\{۲۸,۲۹,۳۰,...,۷۳\}$

---

۱۵ اگر $A=\{۲,۳,۶,۷,۹,۱۲\}$, $B=\{۱,۲,۵,۷,۹\}$ مطلوبست: ۰/۷۵

الف) رابطه‌ی کوچکتر بودن از A در B $R_۱=\{(۲,۵),(۲,۷),(۲,۹),(۳,۵),(۳,۷),(۳,۹),(۶,۷),(۶,۹),(۷,۹)\}$

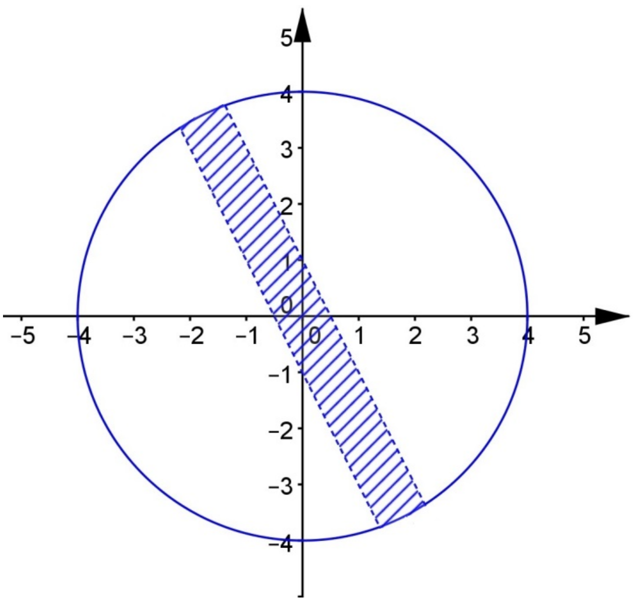
ب) رابطه‌ی مربع بودن از B در A $R_۲=\{(۹,۳)\}$

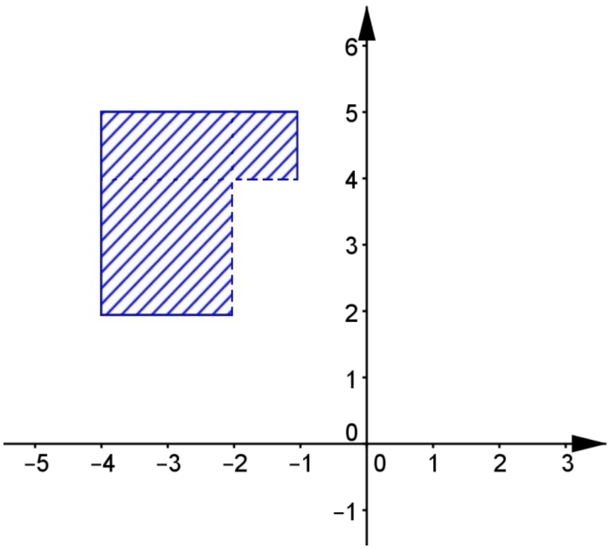
---

۱۶ نمودار روابط زیر را بزرگ و دقیق رسم کنید. (نمودارها را با خط کش رسم کنید.) ۱/۵

$۱)([-۴,-۱]\times[۲,۵])-([-۲,۲]\times[۱,۴])$

$۲)R=\{(x,y)\,|\,x^۲+y^۲\le ۱۶,|۲x+y|<۱\}$





ان شاء ا... موفق و عاقبت بخیر باشید. ۲۰