

۱. درستی یا نادرستی هریک از عبارت‌های زیر را بررسی کرده و برای عبارات نادرست مثال نقض بیاورید. (۲)

(الف) حاصل ضرب هر دو عدد گنگ عددی گنگ است.

(ب) قرینه‌ی هر عدد از خود عدد کوچک‌تر است.

(ج) عبارت $4 + 3^n$ به ازای $n \in N$ همیشه عددی اول است.

۲. با استفاده از استدلال استقرایی برای هر عدد طبیعی n ، درستی رابطه‌ی زیر را ثابت کنید. (۲)

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

۳. با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $\sqrt{7}$ عددی گنگ است. (۱/۵)

۴. اگر ۲۲ عدد طبیعی دلخواه را بر ۶ تقسیم کنیم، نشان دهید باقی مانده حداقل چهارتا از آنها یکسان است. (۱)

۵. با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید، اگر x یک عدد صحیح و مضرب ۳ باشد، آنگاه $x(x+3)$ مضرب ۱۸ است. (۱/۵)

۶. تمام زیرمجموعه‌های، مجموعه‌ی $A = \{1, \{3, 4\}\}$ را بنویسید. (۱)

۷. اگر $A = \{2^n | n \in N, n < 4\}$ و $B = \{2k + 1 | k \in Z, |k| < 1\}$ دو مجموعه باشند:

(الف) اعضای A و B را با نوشتن اعضایشان مشخص کنید. (۱/۵)

(ب) مجموعه‌ی $A \Delta B$ را تشکیل دهید. (۱)

(ج) اعضای $B \times A$ را بدست بیاورید. (۱/۵)

۸. با ذکر یک مثال درستی یا نادرستی رابطه‌ی زیر را نشان دهید. (۱)

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

۹. با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها درستی رابطه‌ی زیر را ثابت کنید. (۲)

$$(A \cup B) \cap (C - A)' = A \cup (B - C)$$

۱۰. اگر $A = \{1, 2, 4\}$ و $B = \{2, 3, 5\}$ باشد، اعضای رابطه‌ی R که رابطه‌ی A به روی B باشد را بدست آورید. (۲)

$$R = \left\{ (x, y) \mid \frac{x+y}{3} \in N \right\}$$

۱۱. رابطه‌ی زیر روی مجموعه‌ی اعداد حقیقی تعریف شده است، نمودار آن را رسم کنید. (۲)

$$R = \{(x, y) \mid |x| < |y|\}$$

موفق باشید-قربانی