

نام و نام خانوادگی :	به نام خدا	زمان : ۹۰ دقیقه	نمره با عدد:
نام درس : جبر و احتمال	وزارت آموزش و پرورش	تاریخ : ۱۳۹۰/۱۰/۲۵	نمره با حروف :
نام دبیر:	آموزش و پرورش منطقه ۷ تهران	نوبت : اول	امضاء دبیر:
	دبیرستان پسرانه ملا صدرا	سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰	

۱	اصل استقرای ریاضی را بیان کنید.	۱
۲	به ازای هر عدد طبیعی n ثابت کنید. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n}$	۱/۵
۳	برای هر عدد طبیعی n ، با استفاده از اصل اسقرای ریاضی ثابت کنید $5^n - 4n - 1$ بر عدد ۱۶ بخش پذیر است.	۱/۵
۴	با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید «حاصل ضرب ۳ عدد صحیح زوج متوالی مضرب ۲۴ است»	۱

۵	مثال نقض بیاورید. «اگر $x^2 \geq 0$ آنگاه $x > 0$ »	۰/۵
۶	به روش بازگشتی ثابت کنید. $y^2 + 1 \geq 2x(y - x + 1)$	۱
۷	با استفاده از برهان خلف نشان دهید $\sqrt{2}$ عدد گنگ است.	۲
۸	۵۰ ورزشکار مرد در رشته های فوتبال، والیبال، بسکتبال از شهر های تهران، مشهد، اصفهان و تبریز در یک اردوی ورزشی شرکت کرده اند. چند ورزشکار هم رشته و هم شهری هستند؟ چرا؟	۱/۵
۹	قضیه: دو مجموعه B, A مساوی هستند $(A = B)$ اگر و تنها اگر $B \subseteq A, A \subseteq B$	۱

۱	قضیه : اگر $B \subseteq C, A \subseteq C$ آنگاه $A \cup B \subseteq C$	۱۰
۱/۵	اگر $A_n = \left(\frac{-1}{n}, \frac{2n-1}{n}\right), n \in N$ مطلوبست محاسبه ی A_4, A_3, A_2, A_1 سپس $\bigcap_{i=1}^4 A_i$	۱۱
۱/۵	مجموعه های $B = \{3x \mid x \in Z, x < 2\}, A = \{3^x \mid x \in N, x \leq 2\}$ داده شده است الف) مجموعه های B, A را به صورت اعضا مشخص کنید. ب) حاصل ضرب دکارتی $B \times A$ را تشکیل دهید و نمودار آن را رسم کنید.	۱۲

۱/۵	<p>به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید .</p> $(B \cup C) - A = (B - A) \cup (C - A)$	۱۳
۱/۵	<p>نمودار رابطه زیر را رسم کنید .</p> $R = \{(x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq x \}$	۱۴
۲	<p>رابطه ی R روی $(Z - \{0\})^2$ به صورت مقابل تعریف شده است. $(x, y)R(z, t) \Leftrightarrow \frac{x^2}{y} = \frac{z^2}{t}$</p> <p>الف) ثابت کنید R یک رابطه هم ارزی است .</p> <p>ب) کلاس هم ارزی $[(1, 2)]$ را مشخص کنید.</p>	۱۵