

۱- با استفاده از اصل استقراء ثابت کنید به ازای هر عدد طبیعی n عدد $1 - 9^n$ بر ۸ بخش پذیر است. (۱/۲۵ نمره)

۲- در عبارت زیر ابتدا عدد طبیعی مناسب m را بیابید و سپس حکم را برای هر عدد طبیعی n ($n \geq m$) ثابت کنید. (۱/۵ نمره)

$$2^n < n!$$

۳- با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید مجموع سه عدد صحیح زوج متوالی مضربی از ۶ است. (۱/۲۵ نمره)

۴- اگر a و b و c سه عدد گنگ باشند، آیا abc^2 یک عدد گنگ است؟ چرا؟ (۱ نمره)

۵- اگر x و y دو عدد حقیقی باشند، ثابت کنید:

$$x^2 + y^2 \geq 2(x + y - 1)$$

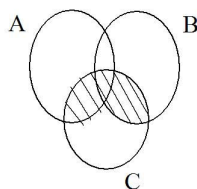
(۱/۵ نمره)

۶- با استفاده از روش استدلالی برهان خلف، حکم زیر را ثابت کنید:

اگر n^2 مضربی از ۳ باشد، نشان دهید که n نیز مضربی از ۳ است. (۱/۵ نمره)

۷- کمترین تعداد افرادی که حداقل دو نفر از آنها در یک ماه از سال و در یک روز از هفته متولد شده‌اند چند نفر است؟ (۱ نمره)

۸- ده نقطه داخل مربع به ضلع واحد در نظر می‌گیریم. حداقل دو نقطه وجود دارند که فاصله آنها از ... کمتر است. (با راه حل) (۱/۵ نمره)



۹- قسمت هاشورزده‌ی شکل زیر، تصویر ون کدام مجموعه است؟ (۰/۵ نمره)

$$(A \cap B) \cup C \quad (۲)$$

$$A \cap (B \cup C) \quad (۱)$$

$$(A \cup B) \cap C \quad (۴)$$

$$A \cup (B \cap C) \quad (۳)$$

۱۰- اگر $A \subset B$ باشد، کدامیک از روابط زیر درست است؟ (۰/۵ نمره)

$$A \cap B' = \emptyset \quad (۴)$$

$$A \cup B = A \quad (۳)$$

$$A \cap B = B \quad (۲)$$

$$A' \subset B' \quad (۱)$$

۱۱- در $\{a\} = \{(2x - 5), (25 - 3x)\}$ ، a را بدست آورید؟ (۱ نمره)

۱۲- اگر تعریف کنیم $A_n = [n - 1, n + 2]$ مجموعه $\bigcup_{n=1}^4 A_n - \bigcap_{n=1}^3 A_n$ دارای چند عضو صحیح است؟
(با راه حل کامل) (۱/۵ نمره)

۱۳- اگر به تعداد عضوهای یک مجموعه، چهار عضو جدیدی افزوده شود به تعداد زیر مجموعه‌های آن ۲۴۰ زیرمجموعه اضافه شود، این مجموعه چند عضو دارد؟ (۱/۵ نمره)

۱۴- اگر $A = \{a, b, c, d\}$ و $p(A)$ نشانگر مجموعه‌ی توانی A باشد آن‌گاه $p(p(A))$ چند برابر $p(A)$ می‌باشد؟
(۱ نمره)

۱۵- به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: (۲/۵ نمره)
الف) $[A \cap (A' \cup B)] \cup [B \cap (A' \cup B')] = B$
ب) $B \subset A \Rightarrow A' \subset B'$

۱۶- اگر تساوی روبه‌رو برقرار باشد، مجموعه‌ی X را تعیین کنید. (۱ نمره)

$$[X \cap (B' \cap C')] \cup [X \cap (B \cup C)] = A$$

موفق و پیروز باشید شهیدی

omidshahidi@ymail.com