

بسمه تعالی

نام و نام خانوادگی: پایه: سوم نام دبیرستان: حافظ تاریخ امتحان: ۹۲/۱۰/ رشته: ریاضی نام امتحان: جبر و احتمال مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

ردیف	سوالات	بارم
۱	با استدلال استنتاجی نشان دهید که تفاضل مربعات دو عدد فرد مضرب چهار است.	۱
۲	درستی یا نادرستی هر قسمت را مشخص کنید. (الف) به ازای هیچ دو عدد اول $a, b$ مجموع آنها یعنی $a+b$ اول نیست. (ب) اگر $x$ فرد باشد. آنگاه $x(x+2)$ هم فرد است.	۱/۵
۳	ثابت کنید که اگر $a, b$ دو عدد حقیقی باشند که $a+b > 0$ آنگاه رابطه ی زیر برقرار می باشد. $\frac{a^2 + b^2}{a + b} \geq ab$	۱/۵
۴	شرکت کنندگان در یک آزمون ۱۰۲۵ نفر هستند. آیا حداقل دو نفر پیدا می شوند که حرف اول نام و نام خانوادگی آنها یکسان باشد. چرا؟	۱
۵	با استفاده از برهان خلف نشان دهید که اگر $n$ عددی صحیح و $n^2$ مضرب ۳ باشد $n$ مضرب ۳ است.	۱
۶	دبیرستانی ۶۰۱ دانش آموز دارد حداقل چند نفر وجود دارد که ما تولدشان یکسان باشد. چرا؟	۱
۷	به کمک استقرای ریاضی نشان دهید که مجموع زاویه های داخلی هر $n$ ضلعی محدب برابر است با $(2n-4) \times 90$	۱/۵
۸	با استفاده از اصل استقرای ریاضی ثابت کنید که رابطه ی زیر به ازای هر عدد طبیعی $n$ برقرار است. $\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$	۱/۵

۱/۵	مجموعه های زیر را بصورت ریاضی (گزاره نما) نشان دهید.	۹
	$1) \{-1, 0, 1, 8, 27, \dots\}$ $2) \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$	
۱	قضیه: برای هر دو مجموعه A, B اگر A زیر مجموعه B باشد آنگاه $A \cap B = A$	۱۰
۱/۵	اگر A زیر مجموعه B باشد با استفاده از قوانین مجموعه ها نشان دهید که رابطه زیر درست است. $B - (B - A) = A$	۱۱
۱	اگر مجموعه $A = \{x, \{x\}, \{x, \{x\}\}\}$ باشد کدامیک از عبارتهای زیر درست و کدامیک نادرست است. $1) \{x\} \in A \quad 2) \{\{x\}\} \in A \quad 3) \{x\} \in A$ <p>(۴) تعداد اعضای مجموعه توانی A برابر است با ۸ عضو.</p>	۱۲
۱/۵	برای دو مجموعه A, B ثابت کنید که $(A \cup B) = (A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A)$	۱۳
۱/۵	اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , $B = \{1, 4, 5\}$ باشند عضوهای $A \times B - B^2$ را مشخص و روی محور مختصات رسم کنید.	۱۴
۱	مقدارهای x, y را طوری بیابید که دو زوج مرتب $(x^2 - y^2, 8)$ , $(16, x + y)$ مساوی باشند.	۱۵
۱/۵	نمودار رابطه زیر را رسم کنید. $R = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, y \leq x\}$	۱۶
۲۰	موفق باشید-سنائی نژاد	