



اداره کل آموزش و پرورش استان یزد
معاونت آموزش متوسطه
خانه ریاضیات یزد

همگام

با

ریاضیات

یک



پرورش ذهن خلاق و پویا برای حل مشکلات زندگی هر دانش‌آموز ضروری است و ورود به دنیای

جذاب ریاضیات علاوه بر شکوفایی ذهن، انبساط خاطر می‌آورد و بر تقویت هوش می‌افزاید.

مجموعه حاضر به منظور تقویت بینش ریاضی و توان علمی دانش‌آموزان عزیز پایه اول متوسطه با

رویکرد حل مسئله تهیه گردیده است و مطالب آن طوری طراحی شده که مکمل کتاب ریاضیات یک می‌باشد.

این مجموعه شامل دو بخش، فعالیت و تمرین می‌باشد:

★ فعالیت شامل سؤالاتی است که دانش‌آموزان می‌توانند، با نظارت و راهنمایی دبیر در کلاس به

صورت گروهی پاسخ دهند.

★ تمرین شامل سؤالاتی است که دانش‌آموزان جهت تمرین و تکرار و جبران ضعف‌های خود می‌توانند از

آنها استفاده کنند.

★ ارسال پیشنهادات و نظرات ارزنده شما در مورد این مجموعه به خانه ریاضیات یزد موجب امتنان و

تشکر خواهد بود.



فصل ۱

فعالیت ۱ :

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

۱) $(-2) + (+5) =$

۲) $(-2) + (-3) =$

۳) $[2 + (-7)] - (-6 + 3) =$

۴) $(-5) - (-6) =$

۵) $(-24) \div (-15) =$

۶) $9 - 8 + 5 - 4 + 3 - 10 =$

۷) $(+4) \div (-3) =$

۸) $(-2)(5)(-7) =$

فعالیت ۲ :

در تساوی های زیر ، جای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.

۱) $6 + \dots = -2$

۲) $-6 + \dots = 3$

۳) $\dots - (-4) = 3$

۴) $\dots + (-8) = -15$

۵) $(-2)(\dots) = 12$

۶) $(\dots)(-6) = -18$

۷) $(-16) \div (\dots) = 4$

۸) $(\dots) \div (+3) = -8$

۹) $(+18) \div (\dots) = -\frac{18}{5}$

۱۰) $(\dots) \div (12) = -\frac{5}{4}$

تذکر : برای محاسبه مقدار عددی یک عبارت ، که شامل بیش از یک عمل است باید ابتدا عملیات داخل

پرانتزها را انجام داد و ترتیب عملیات به شرح زیر می باشد :

۱- عبارت های توانی را ساده می کنیم.

۲- ضرب و تقسیم ها را از چپ به راست انجام می دهیم.

۳- جمع و تفریق ها را از چپ به راست انجام می دهیم.



فعالیت ۳:

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$۱) \quad ۲^2 - ۴ \times ۲ \times (-۵) =$$

$$۲) \quad ۲ \times ۳^2 - ۱۸ \times ۲ - ۷ =$$

$$۳) \quad ۱۲ \div ۴ \times ۳ - ۲ \times [۳ + (-۷)] =$$

$$۴) \quad ۶ \times ۳۳ + ۲(-۵ + ۳) \div ۴ =$$

$$۵) \quad ۵ \times (-۳ \times ۲^4 - ۴۰) + ۵ =$$

$$۶) \quad ۴ \times [-۷ + (-۲)] - ۲ \times [-۶ \times ۳^2 + ۲] =$$

یاد آوری : در ضرب کسرها ، می توان صورت یک کسر را علاوه بر مخرج همان کسر با مخرج کسر دیگر ساده نمود.

فعالیت ۴:

حاصل عبارت های زیر را بدست آورید:

$$۱) \quad \frac{۲}{۳} + \frac{۱}{۳} =$$

$$۲) \quad \frac{۱۲}{۲۵} + \frac{۱۵}{۷۵} - \frac{۷}{۵۵} =$$

$$۳) \quad -\frac{۵}{۶} - \frac{۱}{۳} =$$

$$۴) \quad ۲\frac{۳}{۸} + ۵\frac{۱}{۸} =$$

$$۵) \quad \frac{۳}{۸} - \frac{۵}{۶} =$$

$$۶) \quad \left(\frac{۳}{۵} \times \frac{۱}{۶}\right) \div \left(\frac{۱}{۵} + \frac{۳}{۱۰}\right) =$$

$$۷) \quad \left(\frac{۳}{۵} - \frac{۲}{۷}\right) \times \left(\frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۹}\right) =$$

$$۸) \quad \frac{\frac{۳}{۴} + \frac{۴}{۲۱}}{۵ - \frac{۱۹}{۲۴}} =$$

$$۹) \quad \frac{۳}{۵} \div \left(-\frac{۳}{۲}\right) =$$

$$۱۰) \quad \frac{۲۴}{۳۶} \times \frac{۱۲}{۳۵} \times \left(-\frac{۱۴}{۳}\right) =$$



$$۱۱) -۷\frac{1}{2} + ۳\frac{2}{5}$$

$$۱۲) \left(-\frac{۴}{۳} - ۳\right) \div \left(۵ - \frac{۵}{۴}\right) =$$

فعالیت ۵:

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$۱) ۸۲ + ۰.۰۷۵ =$$

$$۲) ۴/۲ + ۳۲/۸۲۵ =$$

$$۳) (-۱۲/۵) \times (۶/۲۵ - ۸/۲) =$$

$$۴) -۳۱/۱۵ - (-۷۲/۱) =$$

$$۵) (-۰.۰۰۵)(-۰.۷) =$$

$$۶) ۳/۸۵ \times ۱/۲۵ =$$

فعالیت ۶:

خارج قسمت هر یک از تقسیم های زیر را تا یک رقم اعشار به دست آورید.

$$۴۹/۳ \overline{) ۲/۹}$$

$$۷/۵۸۲ \overline{) ۰.۳۶}$$

$$۲۴/۵ \overline{) ۱/۲۷}$$

$$۲۰۳۴ \overline{) ۱/۵۴۲}$$

فعالیت ۷:

حاصل هر یک از عبارت های زیر را به دست آورید.

$$۱) \frac{۷}{۵} + ۳/۲ - ۲\frac{1}{۲} =$$

$$۲) \left(\frac{۳}{۵} \div \frac{۸}{۵}\right) \div \left[\left(۱ - \frac{۲}{۳}\right) \times \frac{۱}{۵}\right] =$$

$$۳) ۶\frac{1}{۳} + ۵\frac{1}{۲} - ۳\frac{1}{۷} =$$

$$۴) ۸ - ۴ \times ۳ \div ۶ + ۸ \times ۲^۳ \div ۳۲ =$$

$$۵) (۳/۲۵ + ۱/۴) - (۱۲/۳ - ۱۴/۱۱) =$$

$$۶) (۰/۲۵ \times ۰/۷) + (۱/۲)^۲ - \frac{۷۳}{۱۰} =$$



$$7) \frac{\frac{3}{4} - 1}{\frac{5}{6} + 3} \div \frac{5}{23} =$$

$$8) \frac{\frac{2}{3} - \frac{5}{6}}{1\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}} \times \frac{4}{1 - 2\frac{2}{3}} =$$

فعالیت ۸:

علت نادرستی محاسبات زیر را بنویسید ، سپس جواب صحیح را به دست آورید.

$$1) 4 - 2 \times 3^2 = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$$

$$2) 4 - 2 \times 3^2 = 4 - 6^2 = 4 - 36 = -32$$

$$3) 4 - 2 \times 3^2 = 2 \times 3^2 = 6^2 = 36$$

فعالیت ۹:

حاصل هر یک از عبارت های زیر را به دست آورید.

$$1) 5 - 3(-7 + 2(-2 + 3) + 7) - 5 =$$

$$2) 3(9 - 4(4 - 5) - 9) - 3 =$$

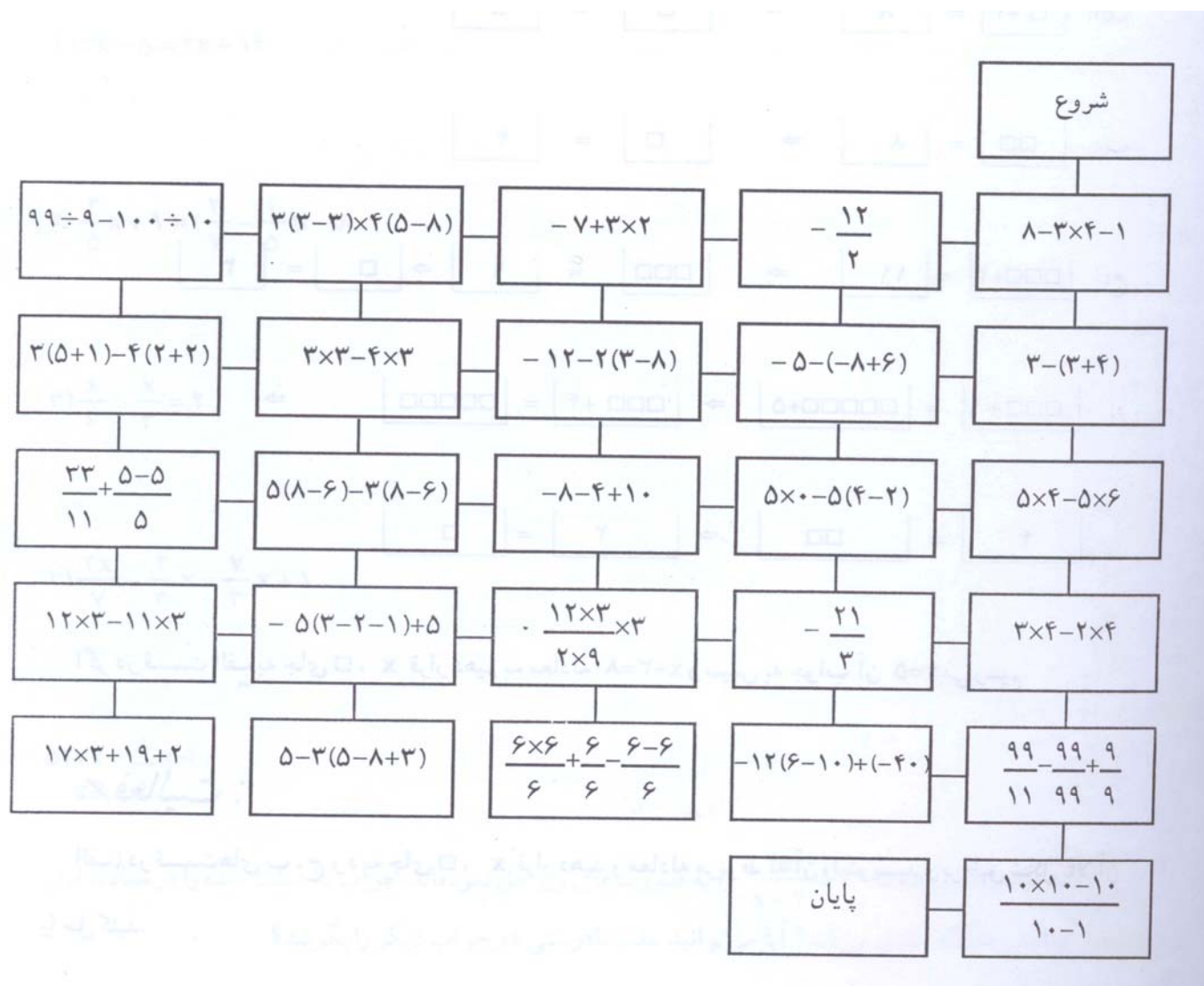
فعالیت ۱۰:

درمربع جادویی حاصل جمع اعداد هرسطر و هرستون وهرقطر با هم برابر است. مربع جادویی زیر را کامل کنید.

$13\frac{2}{6}$		$7\frac{3}{6}$	
$2\frac{3}{6}$	$8\frac{2}{6}$	۵	
	$9\frac{1}{6}$	$5\frac{5}{6}$	
	$6\frac{4}{6}$		$\frac{5}{6}$



از شروع به سمت پایان حرکت کنید بدون آنکه از مسیری بیش از یک بار عبور کنید. شما وقتی می توانید از یک مستطیل به مستطیل دیگر بروید که عدد دوم بزرگتر باشد.





- ۱- روی محور اعداد حقیقی از نقطه A نظیر عدد ۹ ، پاره خطی به طول ۷ جدا می کنیم انتهای دیگر این پاره خط نظیر چه عددهایی می تواند باشد ؟
- ۲- یک تکه نخ به طول ۱۰ متر داریم می خواهیم با این تکه نخ یک مربع بسازیم
- الف (طول هر ضلع مربع چقدر است ؟
- ب (مساحت این مربع چقدر است ؟
- ج) اگر با این نخ یک مستطیل به طول ۳ متر و عرض ۲ متر بسازیم مساحت آن چقدر است ؟
- د) با این تکه نخ چند مستطیل دیگر بسازید و مساحت آن ها را بیابید.
- ه) اگر با این تکه نخ یک دایره بسازید مساحت تقریبی آن تا یک رقم اعشار چقدر است ($\pi \approx 3/14$)
- و) با نخ فوق یک شکل به دلخواه بسازید و مساحت تقریبی آن را به دست آورید.
- ز) به نظر شما با این تکه نخ چه شکلی را با بیشترین مساحت می توان ساخت
- ۳- توضیح دهید با یک مقوای مستطیلی شکل به ابعاد ۴۵ و ۲۰ سانتی متر چگونه می توان اشکال زیر را تهیه نمود: .
- الف (مستطیلی به طول ۹۰ و عرض ۱۰ سانتیمتر
- ب (مربعی به طول ۳۰ سانتی متر
- ج (محیط هر شکل را به دست آورید.
- د (شما نیز یک برش دلخواه دیگری به دست آورید و محیط آن را به دست آورید .
- ه (محیط کدام شکل از همه بیشتر است ؟
- ۴- اگر هر بسته نمک محتوی $\frac{3}{4}$ کیلو گرم نمک و گنجایش هر نمکدان $\frac{1}{4}$ کیلو گرم باشد با هر بسته نمک چند نمکدان را می توان پر کرد .
- ۵- اطاقی به طول ۵ متر و عرض ۴ متر و ارتفاع $\frac{2}{5}$ متر داریم اگر برای رنگ آمیزی هر متر مربع دیوار $\frac{1}{10}$ لیتر رنگ لازم باشد برای رنگ کردن ۴ دیوار چه مقدار رنگ لازم است ؟
- ۶- مادر فاطمه ۷ متر پارچه خرید او پارچه را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کرد تا با یکی برای فاطمه لباس بدوزد و با دو تای دیگر در جشن نیکوکاری به همسالان فاطمه هدیه کند ، طول پارچه فاطمه برحسب سانتی متر به کدام عدد صحیح نزدیکتر است ؟
- ۷- در هر مورد مطلب خواسته شده را به زبان ریاضی بنویسید .
- الف (یک پارکینگ اتومبیل جهت ورودی هر اتومبیل مبلغ ۴۰۰ تومان و به ازای هر ساعت توقف در پارکینگ ۲۰۰ تومان دریافت می کند هزینه دریافتی پارکینگ را به زبان ریاضی بنویسید.



ب) مدرسه ای به ازای هر مورد بی انضباطی هر دانش آموز ۰/۲۵ از نمره انضباط آن ها کم می کند نمره انضباط هر دانش آموز را به ازای هر تعداد بی انضباطی به زبان ریاضی بنویسید.

ج) یک مغازه ساخت جعبه های شیرینی را به شکل مکعب مستطیل تولید می کند حجم این جعبه ها را به زبان ریاضی بنویسید.

د) اگر عرض جعبه های ساخت این مغازه نصف طول آن باشد حجم را به زبان ریاضی بنویسید..
۸- تساوی زیر را با رسم شکل به صورت هندسی نشان دهید.

$$a(b-c) = ab - ac \quad a, b, c \geq 0$$

۹- مقدار هر یک را بدون استفاده از قدر مطلق بنویسید.

$$\left| \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{-2} \right| \quad \text{الف)} \quad |3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}| \quad \text{ب)} \quad |1 - \pi| \quad \text{ج)}$$

۱۰- نقطه متناظر با هریک از اعداد زیر را روی محور مشخص کنید.

$$1 + \sqrt{5} \quad \text{الف)} \quad 2 - \sqrt{3} \quad \text{ب)}$$

۱۱- روی محور از نقطه B نظیر عدد ۲ پاره خطی به طول ۱۳/۱ جدا می کنیم انتهای دیگر پاره خط نظیر چه عددهایی می تواند باشد .

۱۲- شیر فروشی ۱۲ بطری شیر را در یک جعبه قرار داده است اگر جرم کل جعبه با شیرها ۱۱/۵ کیلوگرم باشد و جرم جعبه خالی ۰/۷ کیلوگرم باشد . جرم هر بطری شیر چقدر است ؟

۱۳- یک نوع شکلات در دو نوع جعبه ۱۸ و ۲۴ تایی بسته بندی می شود . ۱۶۲ عدد شکلات را چگونه با این دو نوع جعبه می توان بسته بندی کرد ؟

۱۴- مساحت قطاعی از دایره به شعاع ۷ سانتی متر با زاویه مرکزی ۳۶° را به دست آورید . (مقدار π را تقریباً برابر $\frac{22}{7}$ بگیرید .)

۱۵- اگر هزینه تلفن همراه در هر ساعت ۲۵۰۰ تومان باشد و شخصی در ساعت ۱۲ و ده دقیقه شروع به مکالمه کرده و در ساعت یک و چهل و هشت دقیقه مکالمه پایان یافته باشد هزینه تقریبی مکالمه بر حسب تومان و با تقریب کمتر از یک تومان چقدر است ؟



۱۶- در یک مغازه کاشی و سرامیک فروشی سه نوع سرامیک به ابعاد ۲۰×۱۵ و ۲۴×۲۰ و ۴۰×۳۵ سانتیمتر مربع وجود دارد کدام سرامیک برای فرش کردن کف یک مغازه به شکل مستطیل به ابعاد ۷ و ۴ متر مناسب است .

۱۷- یک ظرف مکعب مستطیلی شکل فلزی در بسته به ابعاد ۱۰ و ۲۰ و ۴۰ سانتیمتر پر از مایع است .

الف (مقدار مایع داخل این ظرف چقدر است ؟

ب (آیا می توان مکعبی در بسته ساخت که گنجایش آن به اندازه ظرفیت این ظرف باشد ؟

۱۸- در هر مورد مطلب خواسته شده را به زبان ریاضی بنویسید .

الف (بهای حاصل از نرده گذاری دور زمین های مستطیل شکل که قیمت هر متر نرده ده هزار تومان است ؟

ب (حاصل جمع هر عدد مثبت با معکوس آن بزرگتر مساوی عدد ۲ است .

ج (مربع هر عدد طبیعی بزرگتر از یک از خودش بزرگتر است .

۱۹- نقطه نظیر کدامیک از عددهای زیر روی محور اعداد حقیقی در سمت راست دو نقطه دیگر قرار دارد؟

الف) $2\sqrt{3}$ ب) $\sqrt{5}+1$ ج) $3(\sqrt{5}-1)$

۲۰- سه پاره خط به طول های $6\sqrt{15}$ و $15\sqrt{3}$ و $10\sqrt{5}$ واحد داریم . طول کدام پاره خط از همه بیشتر است ؟

۲۱- مقدار $\sqrt{63} - \sqrt{65}$ با تقریب دو رقم اعشار چقدر است ؟

۲۲- از مستطیل های زیر کدام مساحت بیشتری دارد ؟

الف (مستطیلی به طول ۲ و عرض $\sqrt{3}$

ب (مستطیلی به طول ۳ و عرض $\sqrt{5}-1$

ج (مستطیلی به طول $\sqrt{5}$ و عرض $1+\frac{\sqrt{5}}{5}$

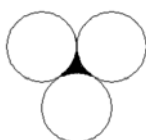
۲۳- از مستطیل های زیر کدام مساحت بیشتری دارد ؟

الف (مستطیلی به طول ۶ و عرض $\sqrt{15}$

ب (مستطیلی به طول $3\sqrt{3}$ و عرض ۵

ج (مستطیلی به طول ۵ و عرض $2\sqrt{5}$

۲۴- شکل روبرو سه دایره مساوی به شعاع یک واحد را نشان می دهد . مساحت قسمت هاشور زده را به طور تقریبی تا ۳ رقم اعشار بیابید .

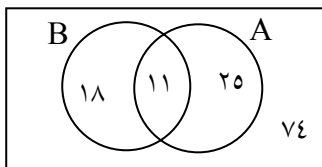


راهنمایی : مساحت مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a برابر $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ است و $\pi \approx 3.14$.



فعالیت ۱ :

نمودار ون زیر، نمایش دانش آموزان یک مدرسه را نشان می دهد که در آن A مجموعه دانش آموزانی هستند که عضو گروه سرود مدرسه بوده و B مجموعه دانش آموزانی هستند که عضو شورای دانش آموزی مدرسه هستند.



الف) مدرسه چند دانش آموز دارد ؟

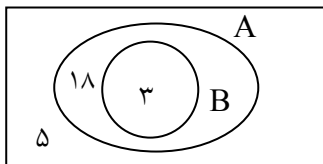
ب) چند دانش آموز عضو شورای مدرسه هستند ؟

ج) چند دانش آموز هم عضو گروه سرود و هم عضو شورای مدرسه هستند ؟

د) چند دانش آموز مدرسه عضو گروه سرود نیستند ؟

فعالیت ۲ :

نمودار ون زیر، نمودار دانش آموزان یک کلاس را نشان می دهد که در آن A مجموعه دانش آموزان فوتبالیست کلاس و B مجموعه دانش آموزانی را نشان می دهد که دروازه بان هستند :



الف) این کلاس چند دانش آموز دارد ؟

ب) چند نفر از اعضای این کلاس فوتبالیست هستند ؟

ج) چند بازیکن فوتبالیست هستند ولی دروازه بان نیستند ؟

د) چند دانش آموز فوتبال بازی نمی کنند ؟

ه) مجموعه های زیر چند عضو دارند ؟

$$A - B \quad (۴)$$

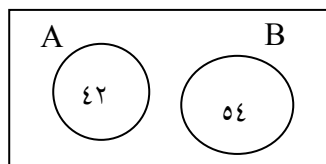
$$B - A \quad (۳)$$

$$A \cup B \quad (۲)$$

$$A \cap B \quad (۱)$$



نمودار ون زیر، نمودار دانش آموزان یک پیش دانشگاهی را نشان می دهد که در آن A مجموعه دانش آموزان رشته ریاضی و B مجموعه دانش آموزان رشته تجربی هستند. اگر این مدرسه ۱۵۷ دانش آموز داشته باشد:



الف) چند دانش آموز نه در رشته ریاضی تحصیل می کنند و نه در رشته تجربی؟

ب) چند دانش آموز در رشته ریاضی تحصیل نمی کنند؟

ج) چند دانش آموز در رشته ریاضی یا تجربی تحصیل می کنند؟

د) هر یک از مجموعه های زیر چند عضو دارند؟

$A \cup B$ (۴)

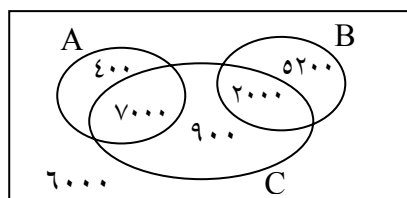
$A - B$ (۳)

$B - A$ (۲)

$A \cap B$ (۱)

فعالیت ۴:

نمودار ون زیر، نمودار افراد یک شهر را نشان می دهد که در آن A مجموعه مردان بالای ۲۵ سال، B



مجموعه زنان بالای ۲۵ سال و C مجموعه افراد شاغل این شهر می باشند:

الف) این شهر چند نفر جمعیت دارد؟

ب) چند نفر در این شهر شاغل هستند؟

ج) چند نفر در این شهر هستند که سن آنها از ۲۵ سال بیشتر نیست ولی شاغل هستند؟

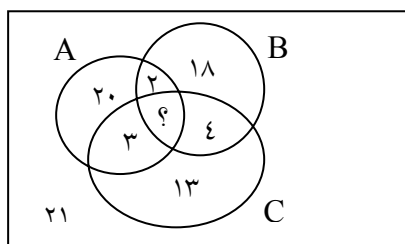
د) این شهر چند نفر بیکار بالای ۲۵ سال دارد؟

ه) مجموعه های زیر چند عضو دارند؟

$(B \cup C) - A$ (۳)

$(B \cup C) \cap A$ (۲)

$B \cup (C \cap A)$ (۱)



نمودار ون مقابل، نمودار دانش آموزان یک مدرسه را نشان می دهد

که در آن A مجموعه دانش آموزانی از مدرسه هستند که مجلات علمی

مطالعه می کنند، B مجموعه دانش آموزانی را نشان می دهد که مجلات ورزشی مطالعه می کنند و C

مجموعه دانش آموزانی هستند که روزنامه می خوانند. اگر این مدرسه ۱۰۸ نفر جمعیت داشته باشد:

الف) چند نفر در این مدرسه هم مجله علمی و هم مجله ورزشی و هم روزنامه می خوانند ؟

ب) چند نفر هم مجله علمی و هم مجله ورزشی می خوانند ولی روزنامه نمی خوانند ؟

ج) چند نفر روزنامه یا مجله ورزشی می خوانند ولی مجله علمی مطالعه نمی کنند ؟

د) چند نفر روزنامه می خوانند ولی مجلات علمی مطالعه نمی کنند ؟

ه) مجموعه های زیر چند عضو دارد ؟

$$A - (A \cup B) \quad (۳)$$

$$C \cap (A \cup B) \quad (۲)$$

$$(A \cap C) \cup (B \cap C) \quad (۱)$$

فعالیت ۶ :

در یک کلاس ۳۵ نفری، ۲۱ نفر در هیچکدام از دروس فیزیک و زبان تجدید نشده اند. ۹ نفر در درس فیزیک

و ۱۲ نفر در درس زبان تجدید شده اند. چند نفر در هر دو درس فیزیک و زبان تجدید شده اند.

فعالیت ۷ : فرض کنید :

$$A = \{2^n - n^2 \mid n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 7\}$$

$$B = \{2n + 3 \mid n \in \mathbb{N}\}$$

$$C = \{n \in \mathbb{Z} \mid n^2 + 1 \mid 14\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 1\}$$

$$E = \left\{k \in \mathbb{Z} \mid \left|k + \frac{1}{k}\right| \leq 2\right\}$$

$$D = \{k \in \mathbb{Z} \mid |k| = k\}$$

$$G = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{1}{x} < 0.1\right\}$$

$$H = \{-x \mid x \in \mathbb{Z}, x + |x| = 0\}$$

$$I = (A \cup B) - D$$

$$J = D - (B \cap G)$$



ریاضیات یک

الف) مشخص کنید هر یک از مجموعه های فوق متناهی هستند یا نامتناهی؟

ب) رابطه \subset بین کدام مجموعه ها برقرار است، آن ها را مشخص کنید.

فعالیت ۸:

مجموعه های زیر را با زبان ریاضی مشخص کنید.

الف- مجموعه اعداد حقیقی بین اعداد ۳ و -۳-

ب- مجموعه اعداد حقیقی نا بیشتر از ۱ که از صفر کمتر نیستند

ج- مجموعه اعداد طبیعی فرد

د- $\left\{ \frac{1}{3}, 1, 3, 9, 27, 81, \dots \right\}$

ه- $\left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots \right\}$

و- $\{2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, \dots\}$

تمرین:

۱- فرض کنید:

B مجموعه همه چهار ضلعی ها

A مجموعه همه چند ضلعی ها

D مجموعه همه متوازی الاضلاع ها

C مجموعه همه دوزنقه ها

F مجموعه همه مربع ها

E مجموعه همه مستطیل ها

تمام رابطه های \subset که بین این ۶ مجموعه برقرار است را بنویسید.

۲- اگر $A \subset B$ طرف دوم تساوی های زیر را کامل کنید:

الف) $B - A =$ ب) $A - B =$ ج) $A \cap B =$ د) $A \cup B =$



۳- از رابطه های زیر کدام همواره برقرار است (A و B و C مجموعه هستند)، هرکدام که همواره برقرار

نیست آیا حالت خاصی وجود دارد که رابطه برقرار شود:

۱) $A - B = B - A$

۲) $A \cup B = A - B$

۳) $A \cup B = A \cap B$

۴) $A - B = A - (A \cap B)$

۵) $A \cap (A - B) = A$

۶) $(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$

۷) $A - (A \cap B) = A - B$

۸) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$

۴- هر یک از مجموعه های زیر را به صورت اعضای آن بنویسید:

الف) $\{x^x + 2^y \mid x, y \in N, x + y = 4\}$

ب) $\{3x + 1 \mid x < 2, x \geq -1, x \in Z\}$

ج) $\{x \mid x \in N, (x^2 - 9)(x - 1) = 0\}$

د) $\{x \mid x \in Z, |x| < 3\}$

ه) $\{x \in N \mid x^2 \leq 16\}$

۵- هریک از مجموعه های زیر را به زبان ریاضی بیان کنید:

الف) مجموعه مجذور اعداد طبیعی کمتر از ۹

ب) مجموعه اعداد فرد طبیعی که مربع کامل هستند

ج) مجموعه اعداد حقیقی نامثبت

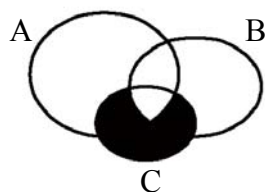
د) مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۷

ه) $\left\{ \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \dots \right\}$

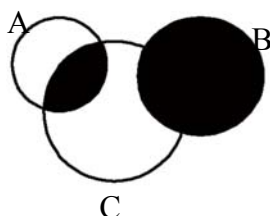
و) $\left\{ \frac{7}{2}, \frac{14}{4}, \frac{21}{8}, \dots, \frac{63}{512} \right\}$



۶- در هر یک از نمودارهای زیر ، کدام یک از مجموعه های زیر قسمت رنگی را نشان می دهد.



- (الف)
- ☐ $A \cap B \cap C$
 - ☐ $C - (A \cap B)$
 - ☐ $(A \cup B) \cap C$



- (ب)
- ☐ $A \cap (B \cup C)$
 - ☐ $B \cup (A \cap C)$
 - ☐ $(B - A) \cap C$

۷- دو مجموعه نامتناهی نام ببرید که مجموعه اشتراک آنها متناهی باشد.

۸- دو مجموعه نامتناهی نام ببرید که مجموعه اشتراک آنها نامتناهی باشد.

۹- اگر داشته باشیم $B - A = \{e, f\}$, $A - B = \{c, d\}$, $A \cap B = \{a, b\}$ مجموعه های A و B را مشخص کنید.

۱۰- اگر A مجموعه اعداد طبیعی کمتر از ۲۰ و بخش پذیر بر ۳ و B مجموعه اعداد طبیعی کمتر از ۱۰۰ و

بخش پذیر بر ۵ باشند هر مجموعه زیر را به زبان فارسی و با استفاده از ویژگیهای اعضای مجموعه A و B

توصیف کنید.

الف) $A - B$

ب) $B - A$

ج) $A \cap B$

د) $A \cup B$

۱۱- از بین ۴۰ کارمند یک شرکت ۲۷ نفر خود را بیمه تأمین اجتماعی کرده اند و ۲۱ نفر بیمه حوادث

شده اند و ۱۱ نفر هم بیمه تأمین اجتماعی و هم بیمه حوادث هستند ، چند نفر نه بیمه تأمین اجتماعی هستند و

نه بیمه حوادث ؟

۱۲- ۵۰ نفر در یک باشگاه ورزشی ثبت نام کرده اند ۱۸ نفر فوتبال، ۱۷ نفر بسکتبال ، ۲۴ نفر هند بال و تمام

آنها والیبال بازی می کنند از طرفی ۵ نفر هند بال و فوتبال ، ۷ نفر هند بال و بسکتبال، ۶ نفر فوتبال و بسکتبال

و ۲ نفر در همه رشته ها بازی می کنند. تعیین کنید چند نفر فقط والیبال بازی می کنند؟ چند نفر در هیچکدام

از این سه رشته (فوتبال، بسکتبال، هندبال) فعالیت ندارند؟



توان و تجزیه اعداد طبیعی به عوامل اول

در بسیاری از کاربردهای علمی با اعداد بزرگ و یا کوچک سر و کار داریم که کار با آنها طاقت فرسات. توان از جمله نمادهایی است که محاسبات با این دسته اعداد را آسان تر می کند.

فعالیت ۱:

در مزرعه ای ۷ خانه وجود دارد و در هر خانه ۷ گربه و مقداری خوشه گندم و تعدادی موش وجود دارد. هر خوشه گندم ۷ دانه دارد و هر موش ۷ خوشه گندم می خورد و هر گربه ۷ موش می خورد و در آخر موشی و گندمی باقی نمی ماند. تعداد دانه های گندم چند تا است ؟

تعداد خانه ها برابر ۷ است و تعداد گربه ها برابر $7 \times 7 = 7^2$ تا می باشد. همچنین تعداد موش ها برابر و تعداد خوشه های گندم برابر خواهد بود و بالاخره تعداد دانه های گندم برابر است.

فعالیت ۲:

حاصل هر یک از عبارت های زیر را به صورت عددی توان دار با توان مثبت بنویسید.

$$۱) 5^5 \times 5^2 \times 15 \times \frac{1}{3} =$$

$$۲) 6^7 \times \left(\frac{1}{3}\right)^7 =$$

$$۳) \left(2\frac{1}{4}\right)^{12} \div (2/25)^5 =$$

$$۴) (0/01)^{-4} \times \frac{1}{10^5} =$$

$$۵) 4^{10} \div (0/1)^{10} =$$

$$۶) 8^6 \div 8^8 =$$

$$۷) \frac{1}{0/027} \div 5^2 =$$

$$۸) (0/05)^6 \times 64 =$$

فعالیت ۳:

دانش آموزی معادله $2^{x-5} = 64$ را به صورت زیر حل کرده است .

$$2^{x-5} = 64 \rightarrow 2^x - 2^5 = 2^6 \rightarrow 2^x = 2^5 + 2^6 \rightarrow 2^x = 2^{11} \rightarrow x = 11$$

آیا می توانید اشتباه های او را بیابید؟

حل صحیح مسأله را بنویسید.

فعالیت ۴:

کسرهای زیر را ساده نموده و حاصل را به صورت عددی توان دار بنویسید.

$$۱) \frac{15^6}{25^4}$$

$$۲) \frac{3^{-12} \times 891}{11 \times 3^{-2}}$$

$$۳) \frac{1^6 \times 6^7 \times 2^{-4}}{9^2 \times 5^0}$$



فعالیت ۵:

در تساوی های زیر مقدار k را بیابید.

$$۱) \frac{1}{3^{k-2}} = 9$$

$$۲) k^2 \times k^2 = 32$$

$$۳) 5^{2k+1} \times 5^5 = 25^9$$

$$۴) (2^k)^2 = 16$$

$$۵) (2 \times 3^{2k})^2 = 72$$

$$۶) (K^2)^2 = 4^2 \times 3^6$$

فعالیت ۶:

۱) اگر $A = 4^{2K+2}$ و $B = 2^{k-1}$ مقدار $\frac{A}{B^2}$ را بیابید.

۲) حاصل $2^{2^2} \div (2^2)^2$ را به دست آورید.

فعالیت ۷:

یادآوری: عدد ۱۲ را می توان به صورت 2×6 نوشت که در این صورت می گوئیم ۱۲ را تجزیه کرده ایم و اعداد ۲ و ۶ را عامل های تجزیه می گوئیم همچنین عدد ۱۲ را می توان به صورت 3×4 و $2 \times 2 \times 3$ نیز تجزیه نمود در تجزیه عدد ۱۲ به صورت $2 \times 2 \times 3$ همه عامل های تجزیه یعنی ۲ و ۳ اول هستند در این صورت گوئیم عدد ۱۲ را به عامل های اول تجزیه کرده ایم همچنین این تجزیه را می توان چنین نوشت:

$$\begin{array}{c|c} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow 12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$

حال اعداد زیر را به عامل های اول تجزیه کنید.

ج) ۳۶۰

ح) ۴۶۲

ب) ۴۲۰

الف) ۱۲۰



۱- اگر $a \neq 0, 1, -1$ و $a^{2k-2} \times a^4 = a^{11}$ ، k را بیابید. آیا شرط $-1, 1, a \neq 0$ لازم است. چرا؟

۲- اگر $a \neq 1$ و $a > 0$ و $a^{2k} = a^{2k+1}$ ، مقدار k را بیابید. همانطور که در تمرین ۱ دیدید باید $a \neq 1$ و

$a \neq 0$. در بحث رادیکال ها خواهید دید که شرط نامنفی بودن a نیز لازم است .

۳- اگر $3^x = 6$ ، مقدار عددی $9^{2x-1} - 4$ را بیابید.

۴- در تساوی های زیر مقادیر x و y را بیابید.

الف) $(3x + 2)^5 = (3y + 2)^\circ$

ب) $3^{2+x} + 3^x = 270$

ج) $5^{-5} \div (5^{2x-1})^2 = 625$

د) $5^x \times 7^{y+4} = 343$

ه) $2^{x-1} \times 3^{y+4} = 24^2$

و) $2^x \times 3^x = 5^{x+y}$

۵- هریک از عبارت های زیر را ساده و به صورت عددی توان دار بنویسید.

الف) $\frac{20 \cdot 2^{20} \times 3^{20}}{30 \cdot 3^{20} \times 2^{20}}$

ب) $\frac{27^{-\frac{2}{3}} + (0/125)^{\frac{1}{3}} (0/25)^{-\frac{1}{2}}}{3 + 9^{\frac{2}{3}}}$

ج) $a^4 \times 16^2 \times 3^8$

ه) $\frac{2 \times 4^x - 3 \times 4^{x+1} + 4^{x+2}}{2^{x+4} + 2^{x+3}}$

د) $\left(\frac{2}{3}\right)^{11} \times \left(\frac{9}{4}\right)^8$

د) $10^5 \times \frac{1}{30^2 \times 27}$

۶- اندازه مساحت مربعی برابر $3^6 + 3^6 + 3^6 + 3^6$ است . اندازه طول ضلع مربع را بیابید.



رادیكال ها - قسمت اول

یاد آوری ۱ :

الف (می دانیم تنها جواب معادله $x^2 = 8$ برابر ۲ است . یعنی توان سوم عدد ۲ برابر ۸ است . بنابراین $\sqrt[3]{8} = 2$ ، همچنین داریم : $\sqrt[5]{-32} = -2 \rightarrow (-2)^5 = -32$)
 ب (معادله $x^2 = 4$ دارای دو جواب ۲ و -۲ می باشد . اما $\sqrt[3]{4}$ یا $\sqrt{4}$ مقدار مثبت ۲ تعریف می شود .

حاصل رادیكال های با فرجه زوج مقداری نامنفی است

فعالیت ۱ :

عبارت های زیر را کامل کنید .

- الف (از تساوی $4^2 = 64$ می توان نتیجه گرفت که $\sqrt[2]{4} = \dots\dots\dots$)
 ب (معادله $x^2 = 25$ دارای جوابهای $\dots\dots\dots$ و $\dots\dots\dots$ است اما $\sqrt{25}$ برابر است با $\dots\dots\dots$.)
 ج (از تساوی $3^4 = 81$ می توان نتیجه گرفت که $\sqrt[4]{81} = \dots\dots\dots$)
 د (معادله $x^5 = -1$ تنها دارای جواب $\dots\dots\dots$ است ، لذا می توان نوشت که $\dots\dots\dots$.)
 ه (از تساوی $(-7)^3 = -343$ می توان نتیجه گرفت که $\sqrt[3]{-343} = \dots\dots\dots$)

یاد آوری ۲ :

* به طور کلی داریم $\sqrt{a^2} = |a|$. بنابراین :

$$\sqrt{x^4} = \sqrt{(x^2)^2} = |x^2| = x^2 \quad \text{و} \quad \sqrt{x^6} = \sqrt{(x^3)^2} = |x^3|$$

** برای هر عدد طبیعی n بزرگتر یا مساوی ۲ ($n \geq 2$) و عدد های حقیقی a و b ، اگر $a^n = b$ و n عددی فرد باشد ، آنگاه $a = \sqrt[n]{b}$ و اگر n عددی زوج و $b \geq 0$ آنگاه $|a| = \sqrt[n]{b}$.

فعالیت ۲ :

به سؤالات زیر پاسخ دهید:

- (۱) مقدار عددی عبارت $\sqrt{x^2}$ را به ازای $x = 3$ و $x = -3$ به دست آورید.
 (۲) مقدار عددی عبارت $\sqrt[5]{x^5}$ را به ازای $x = 3$ و $x = -3$ به دست آورید.



فعالیت ۳ :

حاصل هر يك را به دست آورید.

$$۱) \sqrt{۵^2} =$$

$$۲) \sqrt{(-۵)^2} =$$

$$۳) \sqrt[4]{۲^4} =$$

$$۴) \sqrt[4]{(-۲)^4} =$$

$$۵) \sqrt[3]{(-۲)^3} =$$

$$۶) \sqrt[5]{-۳۲} =$$

$$۷) \sqrt[4]{(a+b)^4} =$$

$$۸) \sqrt[3]{(a+b)^3} =$$

$$۹) \sqrt{(\sqrt{۲}+۱)^2} =$$

$$۱۰) \sqrt{(\sqrt{۲}-۱)^2} =$$

$$۱۱) \sqrt{(۱-\sqrt{۲})^2} =$$

$$۱۲) \sqrt[4]{(-۲)^4}$$

فعالیت ۴ :

عبارت های زیر را کامل کنید.

$$۱) \sqrt{x} = ۱ \rightarrow x = \dots$$

$$۲) \sqrt{x} = ۷ \rightarrow x = \dots$$

$$۳) \sqrt[4]{x} = ۲ \rightarrow x = \dots$$

$$۴) \sqrt[4]{x} = -۲ \rightarrow x = \dots$$

$$۵) \sqrt{۰/۰+۱} = x \rightarrow x = \dots$$

$$۶) \sqrt[3]{۰/۰+۱} = x \rightarrow x = \dots$$

$$۷) \sqrt{(-۴)^2} = x \rightarrow x = \dots$$

$$۸) \sqrt[4]{(-۳)^4} = x \rightarrow x = \dots$$

فعالیت ۵ :

عبارت زیر را کامل کنید.

اگر $\sqrt{-۴}$ عددی حقیقی باشد قرار می دهیم $x = \sqrt{-۴}$ آنگاه باید $x^2 = \dots$ که امکان ندارد پس می توان گفت : $\sqrt{-۴}$ عددی
به طور کلی :

رادیکال های منفی با فرجه زوج حقیقی نیستند.

فعالیت ۶ :

عبارت های زیر را کامل کنید.

$$۱) \sqrt{۳۶} = \dots$$

$$۲) \sqrt{۴} \times \sqrt{۹} = \dots \times \dots =$$

از مقایسه ۱ و ۲ نتیجه می شود که : $\sqrt{۴} \times \dots = \dots$



عبارت های زیر را تا جایی که ممکن است ساده کنید .

۱) $\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{10} =$

۲) $\sqrt[5]{2} \times \sqrt[5]{48} =$

۳) $5\sqrt{3} \times 4\sqrt{15} =$

۴) $\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{9} =$

۵) $\sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{6} \times \sqrt{\frac{5}{7}} \times \sqrt{14} \times \sqrt{10} =$

۶) $\sqrt[3]{a^2bc} \times \sqrt[3]{ab^2c} \times \sqrt[3]{c^2} =$

۷) $(\sqrt[3]{3x^2})^6 =$

۸) $-2\sqrt{-27} + 3\sqrt{64}$

فعالیت ۸ :

رادیكال های زیر را ساده کنید.

۱) $\sqrt[3]{16}$

۲) $\sqrt{72}$

۳) $\sqrt[3]{54}$

۴) $\sqrt{324}$

۵) $\sqrt[3]{(a+b)^9}$

۶) $\frac{\sqrt{a^6b^4}}{b^2\sqrt[3]{a^4b^5}}$

فعالیت ۹ :

دانش آموزی نوشته است :

$$3 = \sqrt{9} = \sqrt{25-16} = \sqrt{25} - \sqrt{16} = 5 - 4 = 1$$

اشتباه او چیست ؟

فعالیت ۱۰ :

الف) عبارت های زیر را ساده کنید.

۱) $\sqrt{4+20} = \dots\dots$

۲) $\sqrt{36-9} = \dots\dots$

ب) هر یک از عبارت های زیر را تا جایی که ممکن است ساده کنید.

۱) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \dots\dots$

۲) $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{2}} = \dots\dots$

۳) $\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{2}} = \dots\dots$

۴) $\sqrt{\frac{1}{121}} = \dots\dots$

۵) $\sqrt{1\frac{16}{9}} = \dots\dots$

۶) $\sqrt[5]{\frac{-1}{32}} = \dots\dots$

۷) $\frac{6\sqrt{50}}{2\sqrt{2}} = \dots\dots$

۸) $\frac{3\sqrt{40}}{\sqrt{5}} = \dots\dots$



(۱) حاصل هر یک را تا جایی که ممکن است ساده کنید

$$۱) \sqrt{\frac{۲۷}{۱۲۵}} \times \sqrt{۰/۶} \times \sqrt[۳]{-۰/۰۶۴}$$

$$۲) \sqrt[۳]{۰/۰۰۱x^4y^9} \quad (x > ۰, y < ۰)$$

$$۳) \sqrt{۰/۰۴x^5y^3} \quad (x > ۰, y < ۰)$$

$$۴) \sqrt{۶۴(x-y)^2} \quad (x < y)$$

$$۵) \sqrt[۳]{۱۴۲a^6b^5c^2}$$

$$۶) ۶\sqrt[۳]{۱۶} - ۵\sqrt[۳]{۵۴} + ۳\sqrt[۳]{۱۲۸}$$

$$۷) ۲\sqrt{(-۰/۱)^2} - ۵\sqrt{\frac{۱}{۱۰۰}} + ۴\sqrt{۰/۲۵} - ۷\sqrt{۰/۰۹}$$

$$۸) \sqrt[۵]{۶۴} \times \frac{1}{\sqrt[۵]{۸}} \times \sqrt[۵]{۱۶} \times \frac{1}{\sqrt[۵]{۲^7}}$$

$$۹) \sqrt[۳]{۸} \times ۲^{-\frac{5}{3}} \times ۲^{-\frac{2}{3}}$$

$$۱۰) \sqrt[3]{a^2} \times \frac{1}{\sqrt[3]{a^6}} \times \sqrt[3]{a^5} \times \sqrt[3]{a^{-2}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{a^4}}$$

$$۱۱) \left(\frac{۸۱x^{-۸}y^6}{۲۵a^4b^{-۱۰}} \right)^{-\frac{2}{3}}$$

$$۱۲) \left(\frac{\left(a^{\frac{2}{3}} \left(a^{\frac{2}{5}} \right)^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{5}{3}}}{a^2} \right)^{\frac{5}{2}}$$

(۲) به ازای چه مقادیری از x عبارت $\sqrt{x+2} \times \sqrt{x-2}$ با عبارت $\sqrt{x^2-4}$ برابر است ؟

(۳) عبارت های زیر به ازای چه مقادیری از x با معنی است ؟

الف) $\sqrt{\frac{1}{x}}$

ب) $\sqrt{x^4+1}$

ج) $\sqrt{-x}$

د) $\sqrt{-x^2}$

ه) $\sqrt[3]{-x^2}$

و) $\sqrt{x} + \sqrt{-x}$



رادیكال ها - قسمت دوم

فعالیت ۱ :

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$۱) ۲x + ۳x =$$

$$۲) ۲\sqrt{۵} + ۳\sqrt{۵} = ...$$

$$۳) ۵\sqrt{۲} - \sqrt{۲} = ...$$

$$۴) \sqrt{۲} + \sqrt{۴} + \sqrt{۹} = ...$$

ب) عبارت های زیر را تا جایی که ممکن است ساده کنید. (ابتدا رادیكال ها را ساده کنید.)

$$۱) ۵\sqrt{۳} + \sqrt{۱۲} =$$

$$۲) \sqrt{۲} + \sqrt{۸} - \sqrt{۲۴} =$$

$$۳) \sqrt{۱۸} - ۴\sqrt{۲} =$$

$$۴) \sqrt{۳۲} + ۳\sqrt{۱۲} + \sqrt{۷۲} =$$

$$۵) ۵\sqrt{۲} - ۵\sqrt{۵۴} =$$

$$۶) \sqrt{\frac{۵}{۴}} + \sqrt{\frac{۴۵}{۴}} =$$

فعالیت ۲ :

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$۱) (\sqrt{۲} - ۱)(\sqrt{۲} + ۱) =$$

$$۲) (\sqrt{۳} - \sqrt{۲})(\sqrt{۳} + ۲\sqrt{۲}) = ...$$

$$۳) (\sqrt{۲} + ۱)^۲ = ...$$

$$۴) (\sqrt{۳} + ۲\sqrt{۲})^۲ = ...$$

$$۵) (\sqrt{۳} - ۲\sqrt{۲})(۵\sqrt{۲} + \sqrt{۳} - ۱) = ...$$

$$۶) \sqrt{۷۵} + \sqrt[۳]{۸ \times ۲۷} = ...$$

فعالیت ۳ :

الف) عبارت های زیر را کامل کنید.

$$۱) \frac{۲}{\sqrt{۳}} - \frac{۲}{\sqrt{۳}} \times \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}} = ...$$

$$۲) \frac{۸}{۳\sqrt{۲}} = \frac{۸}{۳\sqrt{۲}} \times \frac{۳\sqrt{۲}}{....} = \frac{....}{....} = ...$$

ب) مخرج کسره های زیر را گویا کنید.

$$۱) \frac{۳}{\sqrt{۲}} =$$

$$۲) \frac{۵}{۲\sqrt{۷}} =$$

$$۳) \frac{\sqrt{۲}}{۳\sqrt{۳}} =$$

$$۴) \sqrt{\frac{۳}{۲}} =$$

$$۵) \sqrt{\frac{۴۹}{۷۲۰}} =$$

$$۶) \sqrt{\frac{۵۱}{۶۴۸}} =$$

$$۷) \frac{۲}{\sqrt{۲۵}} =$$

$$۸) \frac{۴}{\sqrt[۳]{۳۶}} =$$

$$۹) \frac{۱}{\sqrt[۴]{a^۴}} =$$



ج) حاصل هر را تا جایی که ممکن است ساده کنید.

$$۱) \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{3}} =$$

$$۲) 4\sqrt[3]{50} \times \sqrt[3]{160} =$$

$$۳) 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} \times \sqrt{54} =$$

تمرین :

۱- هریک از عبارت های زیر را تا جایی که ممکن است ساده کنید.

الف) $\frac{1}{\sqrt[3]{25}} + \sqrt[3]{5}$

ب) $\frac{2}{\sqrt[3]{4}} + \sqrt[3]{250}$

ج) $\sqrt{405} + (\sqrt{2} + \sqrt{10})^2$

د) $-4\sqrt[4]{a^6b^6} - 2b\sqrt[4]{a^6b} + 3a\sqrt[4]{ab^6} + 3ab\sqrt[4]{ab}$

۲- مقدار عددی عبارت های زیر را به ازای مقادیر داده شده بیابید.

الف) عبارت $\sqrt{(1-a)^2} - \sqrt{(a-1)^2}$ به ازای $a = -3$

ب) عبارت $|2x^2y^2 - \sqrt[3]{x-y}|$ به ازای $x = -1$ و $y = 7$

ج) عبارت $(x + x^{-1})^{\frac{1}{2}}$ به ازای $x = 1 - \sqrt{2}$

۳- مخرج کسرهای زیر را گویا کنید

الف) $\frac{5}{\sqrt[3]{200}}$

ب) $\frac{a^2}{\sqrt{ab^5}}$

ج) $\frac{5a^2 + 2}{\sqrt[3]{a^2}}$

د) $\frac{1}{\sqrt[3]{a^2b}}$

۴- هر عبارت را تا جایی که ممکن است ساده کنید.

$$\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{7}} + \frac{18}{\sqrt{70}} - \sqrt{\frac{56}{5}}$$

۵- عرض یک مکعب مستطیل نصف ارتفاع آن و ارتفاعش نصف طول آن است اگر حجم مکعب مستطیل ۱۷۲۸ واحد مکعب باشد ابعاد مکعب مستطیل را بیابید.

۶- مساحت یک کره از رابطه $S = 4\pi R^2$ و حجم آن از رابطه $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ به دست می آید در هر مورد با توجه به اطلاعات داده شده مقادیر نامعلوم را بیابید.

الف) $V = ?$ ، $R = ?$ ، $S = \pi$

ب) $S = ?$ ، $R = ?$ ، $V = 36\pi$



فعالیت ۱:

درستی یا نادرستی تساوی های زیر را با ذکر چند مثال بررسی کنید.

$$۱) a \times (b + c) = ab + ac$$

$$۲) a + (b \times c) = (a + b) \times (a + c)$$

$$۳) a \times (b \times c) = (a \times b) \times (a \times c)$$

$$۴) -۲(a \times b) = (-۲a) \times (-۲b)$$

$$۵) (x - y)^r = (y - x)^r$$

$$۶) (x - y)^r = x^r - y^r$$

$$۷) \frac{1}{a-b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$

$$۸) \frac{a}{b+c} = \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$$

$$۹) \frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

$$۱۰) \frac{a \times b}{c} = \frac{a}{c} \times \frac{b}{c}$$

$$۱۱) \sqrt{a^r + b^r} = a^r + b^r$$

$$۱۲) \sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$$

$$(۱۳) \text{ اگر } x < 0 \text{ آن گاه } \sqrt{x^2} = -x$$

$$(۱۴) \text{ اگر } x > 0 \text{ و } y < 0 \text{ آن گاه } \sqrt{-xy} = \sqrt{x} \times \sqrt{-y}$$



ریاضیات یک

فعالیت ۲:

الف) اگر طول یال یک مکعب x باشد مطلوب است

(۱) محیط یک وجه

(۲) مساحت کل مکعب

(۳) حجم مکعب

ضرایب عددی و درجه هر یک از چند جمله ای های به دست آمده را مشخص کنید.

فعالیت ۳:

دوزنقه ای با قاعده های a و $a+2$ و ارتفاع $3a$ مفروض است مساحت دوزنقه را به دست آورید.

چند جمله ای به دست آمده را استاندارد کنید.

فعالیت ۴:

مساحت ناحیه بین مربعی به ضلع a و دایره به شعاع R که $a = 2R$ را بیابید.

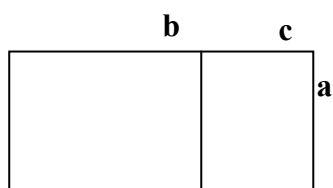
(۱) اگر ضلع مربع ۸ واحد باشد مقدار عددی مساحت این ناحیه را به دست آورید.

(۲) اگر مساحت مربع ۲۰۰ واحد باشد مقدار عددی این مساحت چقدر است؟

(۳) اگر قطر مربع ۱۵ واحد باشد مقدار عددی مساحت این ناحیه چقدر است؟

فعالیت ۵:

الف) اگر محیط دایره ای p واحد باشد شعاع آن را بر حسب p به دست آورید.



ب) در شکل روبرو ۳ مستطیل می بینید.

(۱) مساحت هر سه مستطیل را به دست آورید.

(۲) چه رابطه ای بین مساحت های این مستطیل ها برقرار است؟ رابطه را بر حسب a و b و c بنویسید.



یک مربع به ضلع a واحد و یک مربع به ضلع b واحد و دو مستطیل به ضلع های a و b واحد داریم .

(۱) مساحت هر یک از شکل ها و مجموع مساحت ها را بر حسب a و b به دست آورید.

(۲) چهار شکل را طوری کنار هم قرار دهید که یک مربع به دست آید.

(۳) طول ضلع این مربع چقدر است ؟

(۴) مساحت این مربع را به دست آورید.

(۵) چه نتیجه ای می گیرید.

فعالیت ۷:

(۱) نشان دهید که مساحت مستطیلی به طول $a+b$ و با عرض $a-b$ ، برابر $a^2 - b^2$ می باشد.

(۲) نشان دهید که مساحت مربعی به ضلع $a+b$ برابر $a^2 + 2ab + b^2$ می باشد.

(۳) نشان دهید که حجم مکعبی به ضلع $a+b$ ، برابر $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ می باشد.

فعالیت ۸:

(۱) اگر $A = \frac{1}{3}x^2y^2$, $B = \frac{4}{5}x^2y^2$, $A+B=C$ مقدار A را بیابید.

(۲) اگر $A = \frac{9}{4}x^5y^5$, $B = 5xy^2$, $3x^2(A+B)=C+D$ ، A و D را بیابید.

فعالیت ۹:

حاصل عبارت های زیر را به ساده ترین صورت بنویسید.

$$۱) \quad 2(vt + 4m + 2) - 3(vt - 2) =$$

$$۴) \quad 5ab \left(\frac{3}{5}ab^2 - 2ab^2 + 1 \right) =$$

$$۲) \quad (6x + 5y) - 2(4x + y - 3) - (2z + 5x + 2y) =$$

$$۵) \quad (2x + 3)^2 = (2x + 3)(2x + 3) =$$

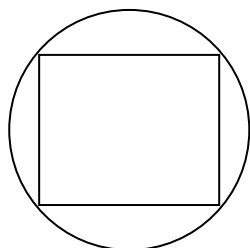
$$۳) \quad x^2 - (x+1)(x^2 - x + 1) =$$

$$۶) \quad (2y^2 - 3)^2 =$$



۱- مستطیلی به طول $x^2 + 5x + 3$ و محیط $2x^2 + 11x + 12$ مفروض است، مساحت این مستطیل را به صورت چند جمله ای استاندارد بنویسید.

۲- در شکل روبرو طول ضلع مربع برابر با a می باشد، مساحت بین مربع و دایره را بدست آورید.



۳- طول و عرض مستطیلی به ترتیب a و b واحد می باشد، اگر $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 5$ ، نسبت محیط به مساحت مستطیل را بیابید.

۴- الف) حجم استوانه ای قائم به شعاع قاعده r و ارتفاع h را بدست آورید.

ب) اگر بین r, h ، رابطه $h^2 + r^2 = 10$ برقرار باشد، حجم این استوانه را برحسب h بدست آورید.

۵- اگر $A = -2ab$, $C = -24a^5b^5$, $A^3 \times B^2 = C$ ، B را بیابید.

۶- حاصل عبارت های زیر را به ساده ترین صورت بنویسید.

۱) $3(a-b)a - 4(a-b)b + 8ab$

۲) $\frac{1}{2}(x-1)^2 - \left(\frac{x}{2} + 1\right)^2 + 2x$

۳) $-4m[2m - m(2-m)]^2 + 6m^4$

۴) $150x^{12}y^{12}z^{10} + 7x^7z^7y^4(-10x^4y^4z^4) - 10(2x^4y^4)^2(z^4)^2$



اتحاد:

یادآوری: معادله یک تساوی شامل یک یا چند حرف است که برای بعضی مقادیر که جانشین حروف می شوند برقرار می گردد ولی اتحاد تساوی است، که برای همه اعدادی که جانشین حروف می شوند، درست باشد.
مثال:

$$(1) \quad x^2 - 3x = -2 \quad \text{یک معادله است زیرا فقط به ازای } x=1 \text{ و } x=2 \text{ برقرار است.}$$

$$(2) \quad x^2 - 3x = x(x-3) \quad \text{یک اتحاد است زیرا برای همه مقادیر } x \text{ برقرار می باشد.}$$

فعالیت ۱:

$$\begin{aligned}(a+b)(a-b) &= a^2 - b^2 \\ (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (x+a)(x+b) &= x^2 + (a+b)x + ab\end{aligned}$$

با توجه به اتحادهای

تساوی های زیر را کامل کنید.

- ۱) $(x+2y)^2 = x^2 + 2(x)(2y) + (2y)^2 = x^2 + \dots + \dots$
- ۲) $(3x-5)(3x+5) = (3x)^2 - \dots = \dots - 25$
- ۳) $(x+5)(x-7) = x^2 + (5-\dots)x - \dots = x^2 - 2x - 35$
- ۴) $(3x+2y)(2x+5y) = \dots + (2y+5y)3x + \dots = 9x^2 + \dots + \dots$
- ۵) $\left(\frac{1}{4}x^2y + \dots\right)(\dots - 3z) = \left(\frac{1}{4}x^2y\right)^2 - (3z)^2 = \dots - \dots$
- ۶) $(\sqrt{3}+a)(\sqrt{3}-\dots) = \dots - a^2$
- ۷) $x^2 + \frac{3}{4}x + \dots = (x+\dots)^2$
- ۸) $4x^2 + \dots + \frac{9}{4} = \left(\dots - \frac{3}{2}\right)^2$
- ۹) $25x^2 + \dots + 2 = (5x + \dots)(5x + \dots)$
- ۱۰) $y^2 - \dots - 12 = (y - \dots)(y + 3)$



به کمک اتحادهای

$$\begin{aligned}(a+b)^r &= a^r + r a^{r-1} b + r a^{r-2} b^2 + \dots + b^r \\ (a+b)(a^r - ab + b^r) &= a^r + b^r \\ (a-b)(a^r + ab + b^r) &= a^r - b^r\end{aligned}$$

تساوی های زیر را کامل کنید.

- ۱) $(x+2)^r = x^r + r(x)^{r-1}(2) + \dots + 2^r = x^r + \dots + 12x + \dots$
- ۲) $(4y-5)^r = \dots + r(4y)^{r-1}(-5) + \dots = 64y^r - \dots + 300y - 125$
- ۳) $(3x-2)(9x^r + \dots + 4) = (3x)^r - 2^r = \dots - 8$
- ۴) $(x^r + \dots)(x^r - 2x^r + 4) = \dots + \dots$

فعالیت ۳ :

طرف دوم تساوی های زیر را به کمک اتحادها بیابید.

- ۱) $(4x^r + 5y)(4x^r + y) =$
- ۲) $(x+7y)^r =$
- ۳) $(x-2y)(x^r + 2xy + 4y^r) =$
- ۴) $(9-5x)(5x+1) =$
- ۵) $(2x-y^r)(y^r + 2x) + (2x+y)(2x+y^r) =$
- ۶) $(x^r+1)(x^r-x^r+1) =$
- ۷) $(-2x-3x^r y)^r =$
- ۸) $(-5-3x^r)^r =$
- ۹) $\left(\frac{x}{3} + \frac{y}{2}\right)\left(\frac{x}{3} - \frac{y}{2}\right) =$
- ۱۰) $(-x^r - 2y^r)(-x^r - 1) - (1-x^r)(1+x^r) =$

فعالیت ۴ :

تساوی های زیر را کامل کنید.

$$۱) (x+y)^r = x^r + 2xy + y^r$$

→

$$x^r + y^r = \dots\dots\dots$$

$$۲) (x+y)^r = x^r + 2xy + y^r$$

$$(x-y)^r = x^r - 2xy + y^r$$

→

$$\begin{aligned}(x-y)^r &= (x+y)^r - \dots\dots\dots \\ (x+y)^r &= (x-y)^r + \dots\dots\dots \\ (x-y)^r &= (x+y)^r - \dots\dots\dots\end{aligned}$$

$$۳) (x+y)^r = x^r + 3x^r y + 3xy^r + y^r$$

→

$$x^r + y^r = \dots\dots\dots$$

$$\rightarrow (x+y)^r = x^r + y^r + 3xy(x+y)$$



اگر $x + y = 5$ و $x \cdot y = 6$ ، به کمک اتحادهای به دست آمده در فعالیت ۴ مقدار هر یک را به دست آورید.

$$۱) \quad x^2 + y^2 =$$

$$۲) \quad (x - y)^2 =$$

$$۳) \quad x^3 + y^3 =$$

فعالیت ۶:

۱- مستطیلی به طول و عرض ۵ و ۴ مفروض است اگر طول و عرض آن x واحد بزرگ شود مساحت آن

چه تغییری می کند؟

۲- مثلث قائم الزاویه ای با طول وتر ۱۰ و یک ضلع ۸ مفروض است اگر هر ضلع این مثلث a واحد زیاد شود

مساحت آن چه تغییری می کند؟

تمرین:

الف) طرف دوم تساوی های داده شده را به کمک اتحاد ها بیابید.

$$۱) \quad (\sqrt{3}xy + \sqrt{2}y)^2 =$$

$$۲) \quad \left(\frac{5}{3}ab^2 - \frac{1}{4}a\right)\left(\frac{5}{3}ab^2 - \frac{3}{5}b\right) =$$

$$۳) \quad (-3x^2y^2 + 5xy)^2 =$$

$$۴) \quad \left(\sqrt{3}t + \frac{1}{5}z\right)\left(\frac{1}{5}z - \sqrt{3}t\right) =$$

$$۵) \quad \left(3a^2b - \frac{1}{4}ab^2\right)^2 - \left(2a^2b + \frac{3}{4}ab^2\right)\left(2a^2b - \frac{3}{4}ab^2\right) =$$

$$۶) \quad \left(\frac{2x}{3} + \frac{3y}{4}\right)^2 + \left(\frac{x}{3} + \frac{3y}{4}\right)\left(\frac{x}{3} - \frac{3y}{4}\right) =$$

$$۷) \quad (2\sqrt{2} + 1)(2\sqrt{2} + 5) =$$

$$۸) \quad (3a^2b - 5ab^2)^2 =$$

$$۹) \quad (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)(x^4 + y^4)(x^8 + y^8) =$$

$$۱۰) \quad (x^2 + 1)(x^2 + \sqrt{3}x + 1)(x^2 - \sqrt{3}x + 1) =$$

$$۱۱) \quad (x - 1)(x + 1)(x^2 + x^2 + 1)(x^4 + 1) =$$

$$۱۲) \quad (x^2 - y^2)(x^4 + x^2y^2 + y^4) =$$

$$۱۳) \quad [(x + y) - 1][(x + y)^2 + (x + y) + 1] =$$

$$۱۴) \quad (\sqrt[3]{2} - 1)(\sqrt[3]{2} + 1)(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} + 1) =$$

ب) اگر $x = 2\sqrt[3]{2}$ و $y = \sqrt[3]{54}$ مقدار عددی عبارت $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$ را بیابید.



ریاضیات یگ

ج) اگر $a^2 + b^2 = 1$ ، ثابت کنید $2(a^4 + b^4) - 2(a^6 + b^6) = 1$.

د) اگر $x + y = 7$ و $xy = 3$ باشد حاصل $x^2 - y^2$ و $x^4 - y^4$ را به دست آورید.

ه) اگر $x + y = p$ و $xy = q$ حاصل $x^2 + y^2$ و $x^3 + y^3$ را بر حسب p و q بیابید.

و) اگر $x + \frac{1}{x} = a$ ، حاصل هر یک از عبارت های $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ، $x^3 + \frac{1}{x^3}$ ، $x^4 + \frac{1}{x^4}$ ، $x - \frac{1}{x}$ را بیابید.

ز) اگر $x^2 + y^2 = 5xy$ مقدار عددی $\frac{x}{y}(1-x) + \frac{y}{x}(1-y)$ را بیابید.

ح) از طول هر یال مکعبی ۷ واحد کم کرده ایم حجم و مساحت کل این مکعب چه تغییری می کند.

تجزیه چند جمله ای

یادآوری: منظور از تجزیه یک عبارت این است که آن را به صورت حاصل ضرب عوامل اول بنویسیم.

مثال: عدد ۱۲ را می توان به صورت های $2 \times 2 \times 3$ ، 2×6 ، 3×4 نوشت که تنها $2 \times 2 \times 3$ تجزیه عدد ۱۲ به عامل های اول می باشد که آن را به صورت $2^2 \times 3$ می نویسیم.

چند جمله ای ها را نیز می توان به صورت حاصل ضرب عامل ها نوشت به طوری که عامل ها قابل تجزیه شدن نباشد.

مثال: عبارت $x^2 - x$ را می توان به یکی از صورت های $x(x^2 - 1)$ ، $(x-1)(x^2 + x)$ ، $(x+1)(x^2 - x)$ یا $x(x-1)(x+1)$ نوشت که تنها $x(x-1)(x+1)$ تجزیه عبارت $x^2 - x$ (به عامل های اول) می باشد.

فعالیت ۱:

تساوی ها را کامل کنید.

۱) $3x^2 + 6x = 3x(\dots + \dots)$

۲) $4a^2b - 10ab^2 = \dots (2a - 5b)$

۳) $18x^2y^2 - 24x^2y^2 + 6xy^2 = 6xy^2(\dots - \dots + 1)$

در تجزیه عبارت های فوق از بزرگترین مقسوم علیه مشترک جملات استفاده شده است. به این روش فاکتورگیری گوئیم.

فعالیت ۲:

عبارت های زیر را تجزیه کنید.

۱) $10y^4 - 15y^3 =$

۲) $25a^5b^3 + 30a^4b^5 - 15a^3b^4 =$

۳) $8x^3z^2 + 24x^2z^2t^2 - 20x^2zy^2 =$



الف) تساوی‌های زیر را کامل کنید:

$$۱) x^2 + 4x + 4 = (x + \dots)^2$$

$$۲) x^2 - 25 = (x - 5)(\dots + \dots)$$

$$۳) x^2 + 7x + 10 = (x + \dots)(x + \dots)$$

$$۴) y^2 - 27 = (y - 7)(\dots + \dots + \dots)$$

ب) در تجزیه عبارت‌های قسمت الف از بعضی اتحادها استفاده شده است.

اتحاد نظیر هر تجزیه را بنویسید.

فعالیت ۴:

عبارت‌های زیر را تجزیه کنید.

$$۱) x^2 - 6x + 9 =$$

$$۲) \frac{1}{27} + 0.001a^3 =$$

$$۳) x^2 y^2 - 81y^2 =$$

$$۴) x^2 - 2x - 15 =$$

$$۵) a^2 - a + \frac{1}{4} =$$

$$۶) 4x^2 + 12xy + 9y^2 =$$

$$۷) x^2 + 3x^2 + 3x + 1 =$$

$$۸) 27t^2 - 1 =$$

$$۹) 4x^2 - 8x^2 - 5x =$$

$$۱۰) x^2 - 5x^2 - 36 =$$

$$۱۱) (a+b)^2 - (a+b) =$$

$$۱۲) a^2 - 5a^2 + 4 =$$

$$۱۳) x^2 - 5x^2 - 24x =$$

$$۱۴) x^2 a^2 + 8x^2 a^2 + 16xa^2 =$$

مثال: عبارت $3x^2 + 8x + 5$ را تجزیه کنید.

برای تجزیه این عبارت به طور مستقیم نمی‌توان از روش‌های فاکتورگیری یا اتحادها استفاده کرد. اما با ضرب همه جملات در ضریب x^2 و استفاده از اتحاد جمله مشترک این عبارت به صورت زیر تجزیه می‌شود.

$$A = 3x^2 + 8x + 5$$

$$3A = 3 \times 3x^2 + 3 \times 8x + 3 \times 5$$

$$3A = (3x)^2 + 8(3x) + 15$$

$$3A = (3x + 3)(3x + 5)$$

$$3A = 3(x + 1)(3x + 5)$$

$$A = (x + 1)(3x + 5)$$

این روش تجزیه به روش A معروف است.



هر یک از تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\begin{aligned} ۱) \quad A &= ۵x^2 + ۱۱x + ۲ \\ \Delta A &= ۵ \times ۵x^2 + ۵ \times ۱۱x + ۵ \times ۲ \\ \Delta A &= (\dots)^2 + ۱۱(\dots) + ۱۰ \\ \Delta A &= (۵x + \dots)(۵x + \dots) \\ \Delta A &= ۵(\dots + \dots)(\dots + \dots) \\ A &= (\dots)(\dots) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ۲) \quad A &= ۶x^2 - ۵x - ۲ \\ ۶A &= ۶ \times ۶x^2 - ۶ \times ۵x - ۶ \times ۶ \\ ۶A &= (\dots)^2 - ۵(\dots) - ۳۶ \\ ۶A &= (۶x - \dots)(۶x + \dots) \\ ۶A &= ۶(۲x - \dots)(۳x + \dots) \\ A &= (\dots)(\dots) \end{aligned}$$

فعالیت ۶:

هر یک از عبارت‌های زیر را تجزیه کنید.

$$۱) \quad ۷x^2 - ۵x - ۲$$

$$۲) \quad ۳x^2 + ۵x - ۸$$

$$۳) \quad ۶x^2 - ۵x - ۴$$

$$۴) \quad ۵x^2 + ۱۷x + ۶$$

تمرین :

الف) عبارت‌های زیر را تجزیه کنید.

$$۱) \quad ۵x^2y - ۴ \cdot xy^2$$

$$۱۳) \quad ۵x^2 - ۴ \cdot x + ۷۵$$

$$۲) \quad ۹x^2 + ۳xy - ۲y^2$$

$$۱۴) \quad x^2 + ۴x^2y^2 + ۱۶y^2$$

$$۳) \quad x^2 - ۱۷x^2 + ۱۶$$

$$۱۵) \quad x^2 - y^2$$

$$۴) \quad ۳x^2 - ۱۵x^2 + ۱۸x$$

$$۱۶) \quad (x + y)^2 - ۹$$

$$۵) \quad ۲a^2 + ۵x - ۳$$

$$۱۷) \quad ۹(x + ۵)^2 - y^2(x + ۵)^2$$

$$۶) \quad ۳c^2 - ۱۱c + ۶$$

$$۱۸) \quad (x + y)^2 - ۳(x + y) + ۲$$

$$۷) \quad ۶w^2 + ۳ + ۱۱w$$

$$۱۹) \quad -x^2 + ۱۰x - ۲۵$$

$$۸) \quad (x^2 - ۵x)^2 - ۳۶$$

$$۲۰) \quad x^2 - ۱۳x^2 + ۳۶$$

$$۹) \quad x^2 - ۷x^2 - ۸$$

$$۲۱) \quad x^2 - ۶x^2 + ۱۲x - ۸$$

$$۱۰) \quad (x^2 + ۳x)^2 - ۲(x^2 + ۳x) - ۸$$

$$۲۲) \quad (x + ۱)^2 + ۸$$

$$۱۱) \quad ۴z^2 - ۱۳z + ۳$$

$$۲۳) \quad ۲x^2 - ۱۷x + ۳۵$$

$$۱۲) \quad (x^2 + ۲)^2 - ۱۲(x^2 + ۲) + ۱۱$$

$$۲۴) \quad (۳x^2 + ۷x)^2 - ۱۶(۳x^2 + ۷x) + ۶۰$$

ب) اگر $A = x + y$ و $B = x - y$ مطلوبست.

$$۱) \quad A^2 + b^2 + ۲AB$$

$$۲) \quad A^2 - B^2$$

$$۳) \quad A^2 - B^2 - ۲A^2B + ۳AB^2$$

$$۴) \quad A^2B^2$$



فعالیت ۱:

معادلات زیر را حل کنید:

الف) $(x+3)^2 - 8x = x^2$

ب) $\frac{x+1}{8} + \frac{2x-1}{4} = x$

ج) $\frac{3}{5}(2y+1) - \frac{y+3}{2} = 1$

د) $2x(x+2) = (2+x)(2x+1)$

فعالیت ۲:

 k را طوری بیابید که هر جفت معادلات زیر هم ارز باشند.

الف) $7x-2=4x+1$, $\frac{kx+1}{2}=5$

ب) $\frac{x+1}{2} + \frac{x-3}{3} = 2$, $x+3=2(x+k)$

فعالیت ۳:

(۱) اگر در یک کفه‌ی ترازو ۲ بسته‌ی چای کوچک به همراه ۲ وزنه‌ی ۰/۵ کیلوگرمی و در کفه‌ی دیگر

۳ بسته‌ی چای بزرگ، که وزن هر بسته‌ی کوچک $\frac{1}{4}$ وزن بسته‌های بزرگ می‌باشد را بگذاریم، وزن

هر بسته کوچک چند گرم است. (معادله ریاضی مربوطه را بنویسید)

(۲) در یک صندوق امداد ۱۹۲ سکه ۲۵ تومانی و ۵۰ تومانی وجود دارد اگر در این صندوق مبلغ ۶ هزار

تومان باشد تعداد هر سکه چقدر است؟

(۳) محمد ۱۰۰۰ تومان و حامد ۱۲۰۰ تومان پول دارند محمد روزی ۲۰۰ تومان و حامد روی ۱۵۰ تومان

پس انداز می‌کند پس از چند روز پول آنها مساوی می‌شود؟

فعالیت ۴:

(۱) اگر $x_A = 3m + 4$ که m عددی صحیح است و $x_B = -3$ و همچنین طول پاره خط AB برابر ۲باشد مقدار m را بیابید.(۲) نقطه $A(3m+2, m+1)$ مفروض است:الف- m را طوری تعیین کنید که نقطه A بر محور طول‌ها قرار گیرد.ب- m را طوری تعیین کنید که نقطه A بر محور عرض‌ها قرار گیرد.(۳) فرض کنید $D(m, 1)$ و $E(2m, -2)$ و طول DE برابر $\sqrt{18}$ باشد، m را بیابید.(۴) نقاطی روی محور y به قسمی بیابید که فاصله هر نقطه از نقطه $M(-2, 2)$ برابر $\sqrt{13}$ باشد.



۱) کارگری برای انجام کاری ۵ هزار تومان پیش پرداخت می‌گیرد و هم‌چنین به‌ازای هر ساعت کار، ۲ هزار تومان نیز می‌خواهد.

الف- جدولی برای دستمزد ۵ ساعت اول او رسم کنید.

ب- رابطه‌ی بین دستمزد و ساعت کار او را بیابید.

ج- آیا این رابطه خطی است؟

فعالیت ۶:

تعداد کلماتی که در گنجینه لغات کودک وجود دارد، تابعی از سن اوست.

فرمول زیر، اندازه این گنجینه لغات را در کودکان معمولی بین ۲۰ ماهگی تا ۵۰ ماهگی نشان می‌دهد

$$n = 60a - 900$$

که در آن، a معرّف سن کودک به ماه و n نشان دهنده تعداد کلماتی که کودک به درستی استفاده می‌کند، هستند.

الف- جدول زیر را کامل کنید.

a	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰
n							

ب- نمودار این جدول را رسم کنید محور افقی a ها (سن کودک بر حسب ماه) و محور عمودی را محور n ها (تعداد کلمات) در نظر بگیرید.

ج- یک کودک معمولی، در ۲۰ ماهگی چند کلمه در گنجینه لغاتش وجود دارد.

د- یک کودک معمولی، در ۵۰ ماهگی و یک کودک معمولی در هر ماه، چند کلمه جدید یاد می‌گیرند.

و- آیا این فرمول، می‌تواند برای کودک در سن ۱۰ ماهگی درست باشد توضیح دهید.

(به نقل از کتاب ریاضی سوم علوم انسانی)

فعالیت ۷:

طبق گفته‌ی مدیر یک کارخانه‌ی اتومبیل‌سازی، اتومبیلی در هر ۱۰۰ کیلومتر ۷ لیتر بنزین مصرف می‌کند.

الف- وقتی این اتومبیل ۴۰۰ کیلومتر مساحت را طی می‌کند، چقدر بنزین مصرف کرده است؟

ب- اگر اتومبیل فوق ۲۸ لیتر بنزین مصرف کرده باشد، چند کیلومتر مسافت طی کرده است؟

ج- اگر x ، مقدار بنزین مصرفی و y مسافت طی شده توسط این اتومبیل باشد چه رابطه‌ای بین این دو مقدار وجود دارد؟



تمرین:

- ۱- علی می‌خواهد از یک مغازه یک شانه‌ی تخم مرغ بخرد، مغازه‌دار یک وزنه ۳ کیلوگرمی را در یک کفه‌ی ترازو و شانه‌ی تخم مرغ به همراه یک وزنه‌ی ۲۵۰ گرمی را در کفه‌ی دیگر ترازو گذاشت تا بحال تعادل درآید، اگر هر کیلو تخم مرغ ۲۵۰۰ تومان باشد، او چقدر باید پرداخت کند. (با حل معادله)
 - ۲- در یک صندوق امداد سکه‌های ۲۵ تومانی و ۵۰ تومانی و ۱۰۰ تومانی وجود دارد. اگر تعداد سکه‌های ۱۰۰ تومانی دو برابر ۵۰ تومانی و تعداد سکه‌های ۵۰ تومانی دو برابر سکه‌های ۲۵ تومانی باشد و پول صندوق ۱۲۶۰۰ تومان باشد تعداد هر سکه چقدر است؟
 - ۳- تعدادی گلدان داریم اگر در هر گلدان ۳ شاخه قرار دهیم یک شاخه گل اضافه می‌ماند اگر در هر گلدان ۴ شاخه قرار دهیم ۳ گلدان خالی می‌ماند تعداد گل‌ها را بیابید.
 - ۴- فاطمه و زهرا می‌خواهند برای خریدن کادوی روز مادر، پس‌انداز خود را به طور مساوی بدهند، اگر برادر فاطمه و زهرا نیز در خریدن کادو با آنها شریک شود، آنها باید هر کدام ۲۰۰۰ تومان کمتر بپردازند، قیمت کادویی چقدر است؟
 - ۵- دو شمع با طول‌های مساوی داریم اولی در ۲ ساعت و دومی در ۳ ساعت به طور کامل می‌سوزند، پس از چه مدت طول شمع اولی نصف طول شمع دومی خواهد شد؟
 - ۶- نقاط A ، B ، C به ترتیب با طول‌های $1+3m$ ، 2 ، $3-m$ روی محور اعداد حقیقی به قسمی قرار دارند که نقطه C سمت راست نقطه B و نقطه A سمت چپ نقطه B قرار دارد همچنین طول AC سه برابر طول BC است، مقدار m چقدر است؟
 - ۷- نقطه‌ای در ناحیه اول دستگاه مختصات که طول و عرض آن با هم برابر است را طوری بیابید که فاصله آن تا مبدأ مختصات برابر $\sqrt{8}$ باشد.
 - ۸- مختصات دو رأس روبروی یک لوزی $(1, 1)$ ، $(-1, 3)$ می‌باشد، مختصات رأس سوم را طوری بیابید که عرض آن دو برابر طول آن باشد. لوزی را در دستگاه مختصات رسم کنید.
 - ۹- a را به قسمی بیابید که مثلث ABC با رئوس $A(3, 4)$ ، $B(0, 1)$ ، $C(a+1, a)$ در رأس A قائمه باشد.
 - ۱۰- یک کارخانه‌ی تولید مداد، در هر بسته مداد ۳۶ عدد مداد قرار می‌دهد.
- الف) در ۲۰ بسته مداد چند عدد مداد قرار دارد؟
- ب) ۷۲۰۰ عدد مداد را در چند بسته می‌توان جای داد؟
- ج) اگر x تعداد بسته‌ها و y تعداد مدادها باشد، چه رابطه‌ای بین آنها برقرار است؟



۱۱- می‌دانیم تعداد جیرجیر جیرجیرک‌ها، با درجهٔ حرارت متناسب است یعنی هر چه هوا گرمتر باشد، جیرجیرها بیشتر می‌شود.

اگر تعداد جیرجیرها در هر دقیقه را با n و درجهٔ حرارت به سانتیگراد را با c نشان دهیم آن گاه رابطهٔ تجربی $n = 7/5c - 32$ بدست می‌آید.

الف- در گرمای ۱۶ درجه سانتیگراد، تعداد جیرجیرها در هر دقیقه چندتاست؟

ب- در گرمای ۱۰ درجه سانتیگراد، تعداد جیرجیرها در هر دقیقه چندتاست؟

ج- جدول زیر را کامل کنید.

c	۴	۱۰	۱۵	۱۶	۱۸	۲۱	۲۷	۳۲
n								

د- در مورد تعداد جیرجیرها در ۴ درجهٔ سانتیگراد چه می‌گویید؟

ه- در صفر درجهٔ سانتیگراد، آیا صدای جیرجیر از جیرجیرک‌ها شنیده می‌شود.

(به نقل از کتاب ریاضی سوم علوم انسانی)

۱۲- هزینهٔ ثابت یک واحد تولیدی دمپایی ۵۲۰۰۰۰ تومان می‌باشد و هزینه تولید هر واحد کالا ۱۵۰۰ تومان است اگر هزینه کل را c و تعداد دمپایی را با x نشان دهیم:

الف- معادله هزینه تولید را بر حسب c و x بنویسید؟

ب- قسمت تمام شدهٔ تولید ۲۵۰ واحد کالا چقدر است؟

ج- اگر هزینه تولید n واحد کالا برابر ۹۷۰۰۰۰۰ تومان باشد n چقدر است؟

د- نمودار مربوط به هزینه را رسم کنید؟

ه- اگر هر واحد کالا ۲۰۰۰ تومان فروخته شود نمودار مربوط به درآمد را رسم کنید. (درآمد را با R نمایش دهید)

و- نمودار مربوط به سود را رسم کنید. (سود را با P نمایش دهید)

ز- اگر ۱۰۴۰۰ واحد کالا تولید شود و واحد تولیدی چقدر سود می‌برد؟



(۱) شیب خط‌های $2y = 3x + 1$ و $2y + 4 = 0$ و $y = -x + 1$ را به دست آورید.

(۲) شیب خطی که از نقاط $(1, 3)$ و $(-3, -1)$ می‌گذرد را به دست آورید.

(۳) اگر شیب خط‌های $y = -2x + 1$ و $(a+1)x + 2y = 3$ برابر باشد، a را بیابید.

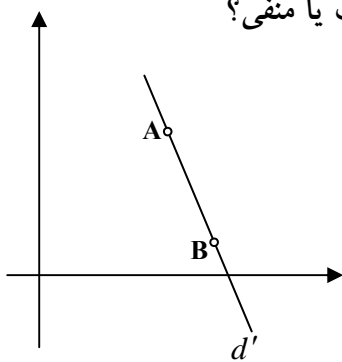
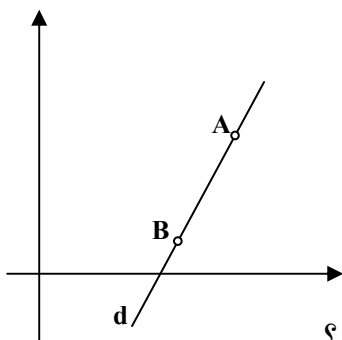
(۴) در مورد شیب خط $x + 1 = 0$ چه می‌توان گفت؟

(۵) خط d (شکل روبرو) را در نظر بگیرید.

شیب خط را می‌توان از رابطه $\frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$ به دست آورد.

صورت کسر مثبت و مخرج کسر نیز مثبت است. شیب این خط مثبت است یا منفی؟

(۶) سمت قبلی را در مورد را روی خط d' نیز انجام دهید. شیب این خط مثبت است یا منفی؟



(۷) از مقایسه قسمت‌های (۵) و (۶) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

فعالیت ۲:

به سؤالات زیر پاسخ دهید:

(۱) شیب سرسره‌ای ۱ و طول آن ۵ متر است، ارتفاع سرسره با تقریب یک رقم اعشار چقدر است؟

(۲) مسافت طی شده توسط اتومبیل A از فرمول $x = 20t + 15$ و مساحت طی شده توسط اتومبیل B از

رابطه $x = 30t$ که در آن t زمان حرکت برحسب ساعت و x مسافت طی شده برحسب کیلومتر

است به دست می‌آید.

الف) در ابتدا زمان ($t = 0$) فاصله هر اتومبیل تا مبدا چقدر است؟

ب) معادله $x = 20t + 15$ و $x = 30t$ را رسم کنید و شیب هر دو خط را بیابید.

ج) سرعت هر دو اتومبیل را بیابید و ارتباط آن را با شیب خط‌های نظیر به دست آورید.

د) دو اتومبیل در چه زمانی به هم می‌رسند.



الف) خط‌های $x - 2 = 0$ و $2y + 4 = 0$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

ب) با توجه به معادله $x = y - 2$ جدول زیر را کامل نموده، نمودار آن را رسم کنید.

x	y
۲	...
...	۰

ج) خط به معادله $2x + y - 2 = 0$ را رسم کنید.

فعالیت ۴:

به سؤالات زیر پاسخ دهید:

۱- خط $y = x + a + 2$ مفروض است. مقدار a را به قسمی تعیین کنید که خط از نقطه $(0, 4)$ بگذرد.

۲- در معادله $2ax + y - a + 1 = 0$ مقدار a را چنان بیابید که شیب آن برابر ۳- باشد.

۳- مقدار m را طوری بیابید که دو خط $2x + y - 3 = 0$ ، $(m - 1)x - 2y = 0$ یکدیگر را در نقطه‌ای به طول ۳ قطع کنند.

۴- نقاط $A(2, 2)$ ، $B(5, 5)$ ، $C(a, 4 - a)$ مفروضند، به ازای چه مقادیری از a مساحت مثلث ABC برابر ۶ است؟

۵- عرض از مبدأ خطی که از محل تلاقی خطوط $y = 2$ ، $y = 3x - 1$ گذشته و با خط $y = -9x$ موازی چقدر است؟

۶- معادله خطی بنویسید که عرض از مبدأ آن خط دو برابر شیب آن باشد و از نقطه $(3, 1)$ بگذرد.



تمرین:

(۱) نردبانی به طول ۱۳ متر را روی دیواری به ارتفاع ۱۲ متر قرار می‌دهیم به طوری که سرنردبان در انتهای دیوار قرار گیرد، شیب نردبان چقدر است؟

(۲) ارتفاع روستاهای C, B از سطح دریا یکی است و از شهر A به روستاهای C, B جاده‌هایی وجود دارد که شیب آنها عکس یکدیگر است.

الف- فاصله شهر A تا کدام روستا بیشتر است.

ب- نسبت این فاصله‌ها چقدر است.

(۳) دو خط d, d' به معادلات $d: ax + y - 1 = 0$, $d': (a+2)x - y = 2$ مفروضند. مقدار a را چنان بیابید که شیب خط d دو برابر شیب خط d' باشد.

(۴) در شکل زیر چهار ضلعی $ABCD$ یک دوزنقه قائم‌الزاویه و هم چنین

مثلث DEC یک مثلث قائم‌الزاویه است ($\hat{E} = 90^\circ$), $DC = 5$, $EC = 4$, $AD = \frac{9}{\sqrt{10}}$, $BC = \frac{4}{\sqrt{10}}$ است.

الف) اندازه اضلاع AE, ED را بیابید.

ب) شیب پاره خط‌های EC, EB چقدر است، شیب

این دوپاره خط چه ارتباطی با هم دارند.

ج) شیب پاره خط CD چقدر است.

(۵) ثابت کنید که سه خط $y = 2x + 5$, $y = -x - 1$, $y = x + 3$ از یک نقطه می‌گذرند.

(۶) معادله خط d , $y = 3x - 2$ می‌باشد.

الف) مقدار m را چنان بیابید که نقطه $A(m-7, -2)$ بر روی آن خط واقع باشد.

ب) محل تلاقی خط با محور طول‌ها و محل تلاقی آن با محور عرض‌ها را بیابید.

(۷) a را چنان تعیین کنید که سه نقطه $A(2, 3)$, $B(a-1, 2a)$, $C(a+1, 2a-3)$ بر یک خط راست واقع باشند.

(۸) به ازای چه مقدار k دو خط $2x + 3y = 2$, $(a+1)x - 3ay = 5a$:

الف) موازیند.

ب) برهم عمودند.

ج) برهم منطبقند.

(۹) معادله ی خطی بنویسید که از نقطه ای به عرض ۳، متعلق به خط $4y - 5x = 2$ ، بر این خط عمود باشد.

(۱۰) خطی که از نقطه $A(2, 3)$ عمود بر خط $y - 2 = 0$ رسم شود از نقطه $(a, 5)$ می‌گذرد. a چقدر

است؟



(۱۱) خطی که از مبدأ مختصات عمود بر نیمساز ربع دوم و چهارم رسم می‌شود از نقطه $(9, t)$ می‌گذرد. مقدار t چقدر است؟

(۱۲) خطی به معادله $3x + 2 = by$ مفروض است، اگر این خط نیمساز ربع اول و سوم را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع کند، شیب آن چقدر است.

(۱۳) اگر خطی که از نقاط $(5, a)$ و $(a, 5)$ بگذرد و محور x ها را در نقطه‌ای به طول (-3) قطع کند مقدار a را بدست آورید.

(۱۴) سه نقطه $A(-2, m)$ و $B(-1, 2)$ و $C(-2, 5)$ را در نظر بگیرید، مقدار m را در حالت‌های زیر بدست آورید.

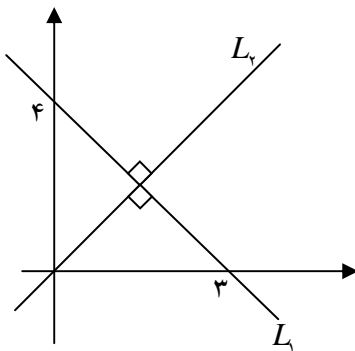
الف) AB بر BC عمود باشد.

ب) نقطه A بر BC واقع باشد.

ج) خط AB موازی محور x ها باشد.

(۱۵) مساحت مثلث محصور بین خط $y = x - 4$ و محور x ها و محور y ها را بیابید.

(۱۶) در شکل زیر معادله خطوط L_1, L_2 را بیابید.



(۱۷) الف) نشان دهید معادله خطی که محور طول‌ها را در $x = a$ و محور عرض‌ها را در $y = b$ قطع

می‌کند از رابطه $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ به دست می‌آید.

ب) با استفاده از قسمت الف معادله خطی که از نقاط $(0, 3), (-2, 0)$ می‌گذرد را بنویسید.

(۱۸) مختصات رأس‌های مربعی را بیابید که $A(2, -5)$ یکی از رأس‌های آن و یک ضلع آن بر خط $x - 2y = 7$ واقع باشد.



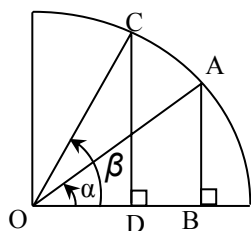
اندازه ی نسبتهای مثلثاتی زیر را بدست آورید. (از رسم مثلث استفاده کنید)

$$\sin 20^\circ \quad \cos 20^\circ \quad \tan 20^\circ \text{ (الف)}$$

$$\sin 40^\circ \quad \cos 40^\circ \quad \tan 40^\circ \text{ (ب)}$$

$$\sin 60^\circ \quad \cos 60^\circ \quad \tan 60^\circ \text{ (ج)}$$

فعالیت (۲)



در شکل مقابل شعاع ربع دایره یک واحد است.

الف) اندازه $\sin \alpha$ چقدر است.

ب) اندازه $\sin \beta$ چقدر است.

ج) دو مقدار به دست آمده در الف و ب را با هم مقایسه کنید چه نتیجه ای می گیرید - با انتخاب زوایای دیگر صحت نتیجه به دست آمده را بررسی کنید.

د) اندازه $\cos \alpha$ را بدست آورید.

ه) اندازه $\cos \beta$ را بدست آورید.

و) دو مقدار بدست آمده در (د و ه) را با هم مقایسه کنید چه نتیجه ای می گیرید.

ز) رابطه ی فیثاغورث را در مثلث های OAB و OCD نوشته و به جای طول هر ضلع نسبت مثلثاتی بدست آمده در قسمتهای قبل را قرار دهید ، چه نتیجه ای می گیرید.

ح) با توجه به قسمتهای (ج ، و) اگر $0 < \alpha < \beta < 90^\circ$ مقدار $\tan \alpha$ و $\tan \beta$ را مقایسه کنید.

فعالیت (۳)

می خواهیم یک تابلو مربع شکل به ضلع ۱۶ واحد را توسط نخى که به دو رأس مجاور این تابلو وصل شده به دیوار آویزان کنیم. بین دو قطعه نخ در محل اتصال به دیوار زاویه ی θ ایجاد می شود (محل اتصال وسط نخ است) اگر :

$$\theta = 100^\circ \text{ (ج)}$$

$$\theta = 90^\circ \text{ (ب)}$$

$$\theta = 60^\circ \text{ (الف)}$$

باشد ، طول نخ را در هر حالت محاسبه کنید.

تحقیق کنید که θ را چگونه انتخاب کنیم تا کمترین نخ استفاده شود.



فاطمه و زهرا در یک پارک بازی، روی دو سرسره قرار گرفته اند، فاطمه در ارتفاع ۳ متری روی سرسره ای است که زاویه ی ۵۵ درجه با سطح زمین می سازد و زهرا در ارتفاع ۲ متری روی سرسره ای است که زاویه ی ۴۲ درجه با سطح زمین می سازد، اگر شرایط هر دو یکسان و سرعتشان با هم برابر باشد کدام یک زودتر به سطح زمین می رسند.

فعالیت ۵)

دانش آموزی می خواهد طول درختی را اندازه بگیرد او یک ربع دایره می سازد و جلوی چشم خود قرار می دهد و نوک درخت را نظاره می کند اگر زاویه ی دید او ۳۶ درجه و فاصله اش تا درخت ۵ متر باشد ارتفاع تقریبی درخت چقدر است.

فعالیت ۶)

ارتفاع ساختمانی ۵ متر است مایلیم با نردبانی به طول ۱۲ متر به بالای ساختمان برویم، اگر زاویه ی نردبان با زمین ۳۰ درجه باشد، چند متر از طول نردبان بالاتر از ساختمان قرار می گیرد، تحقیق کنید اگر انتهای نردبان دقیقاً در انتهای ساختمان باشد، زاویه ای که نردبان با سطح زمین می سازد به طور تقریبی چقدر است.

فعالیت ۷)

الف) زاویه ی خط $y = ax + b$ ($a > 0$) با جهت مثبت محور x ها، 60° است اگر عرض از مبدأ خط، ۲ باشد، a و b را بیابید.

ب) اگر ($a < 0$) معادله خط را بیابید، (راهنمایی: $\tan 120^\circ = -\sqrt{3}$)



۱- حاصل عبارت های زیر را ساده کنید.

الف) $|\cos x - 1|$

ب) $|2 \sin x - 3|$

ج) $|\sin 25^\circ - \sin 48^\circ|$

د) $|\sin 52^\circ - \cos 27^\circ|$

ه) $|2 \cos x - 3| + |1 - \cos x|$

و) $|\sin^2 30^\circ - \cos^2 45^\circ| + |1 - \tan^2 30^\circ|$

۲- اگر $\tan \theta = \frac{6}{5}$ حاصل عبارت $\frac{2 \sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$ را بیابید.

۳- اگر $\frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \sqrt{a} - 1$ و $\tan \theta = \sqrt{a} + 1$ مقدار a را بیابید.

۴- اگر $(1 + \sin \theta)(\sin \theta - 1) + \frac{1}{5} = 0$ مقدار $\tan^2 \theta$ را بیابید.

۵- الف) بیشترین مقدار $2 + 3 \cos \theta$ را بیابید.

ب) کمترین مقدار $3 - 2 \sin \theta$ را بیابید.

۶- اگر $\alpha + \beta = 90^\circ$ حاصل عبارت $\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ را بیابید.

۷- پارکینگ اتومبیل یک آپارتمان در زیر ساختمان قرار دارد، که از سطح شیبدار برای حرکت اتومبیل ها به پارکینگ استفاده شده است. اگر این سطح شیبدار با افق زاویه 35° بسازد و طول این سطح شیبدار ۳ متر باشد، این پارکینگ چقدر از سطح زمین پایین تر است؟

۷- اگر نور خورشید نسبت به خط افق با زاویه 56° به زمین بتابد، طول سایه ی یک ساختمان ۱۲ متری چقدر است.

۸- علی قسمتهایی از پره های چرخ دوچرخه اش که نزدیک لاستیک می باشد را با نوارهای رنگی تزئین کرده است، طول پره ها 30 cm و قطر لاستیک 5 cm می باشد. اگر نقطه A در محل نوار قرمز رنگ باشد و در شروع حرکت در پایین ترین حالت نسبت به سطح زمین باشد، زمانی که چرخ 420° درجه دوران کند، فاصله ی نقطه A تا سطح زمین چقدر است.

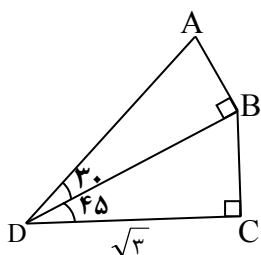
۹- ارتفاع درخت سپیداری در فضای سبز نزدیک یک مجتمع ۸ متر است حسین در نقطه ای ایستاده به طوری که نوک درخت را با زاویه 50° می بیند و حسن در راستای حسین، نوک درخت را با زاویه 45° درجه می بیند حسن و حسین چقدر با هم فاصله دارند. (قد هر دو نفر $1/5$ متر است)

۱۰- هواپیمایی در ارتفاع ۶۰۰۰ متری پرواز می کند. مسیر پرواز هواپیما درست از بالای سر ناظر می گذرد، ناظر هواپیما را با زاویه 30° می بیند فاصله ی تقریبی ناظر از هواپیما چقدر است. (از قد ناظر صرف نظر شود)

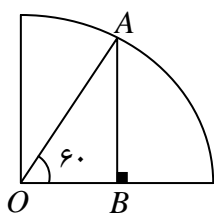


۱۱- در شکل مقابل طول $DC = \sqrt{3}$ و $\angle BDC = 45^\circ$ و $\angle ADB = 30^\circ$ ، طول AD

را بیابید.



۱۲- در ربع دایره شکل مقابل طول ضلع AB برابر ۵ است، محیط و مساحت ربع دایره را بیابید.

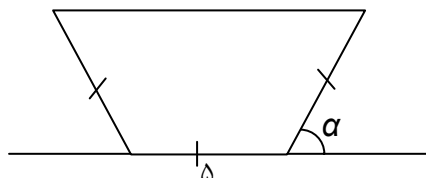


۱۳- مثلث قائم الزاویه ABC را به قسمی رسم کنید که : $\angle B = 90^\circ$ و $\tan A = 0.75$

چند مثلث با این مشخصات می توانید رسم کنید ، در این مثلث $\sin A$ را بیابید.

۱۴- مقاطع عرضی یک کانال آبیاری دوزنقه های متساوی الساقین هستند که طول سه ضلع شان ۵ متر

می باشد ، اگر زاویه ی α را 50° انتخاب کنیم مساحت این مقطع عرضی چقدر است.



۱۵- خانوده ی آقای محمدی برای تفریح به پارک بازی شهر خود رفتند، این پارک یک چرخ فلک با

شعاع ۱۶ متر دارد که فاصله ی مرکز آن تا سطح زمین ۱۷ متر است ، خانوده ی آقای محمدی تصمیم

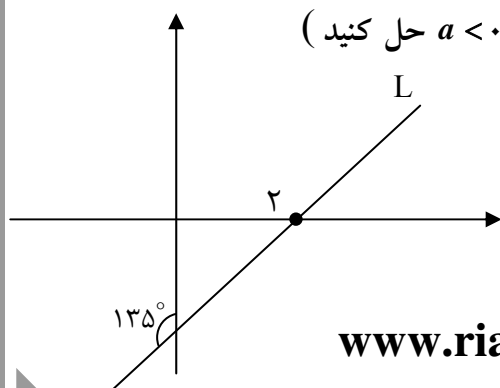
گرفتند سوار بر این چرخ فلک شوند، موقعی که فاصله ی آنها از سطح زمین ۹ متر است، کابین آنها با

سطح افق چه زاویه ای می سازد؟

۱۶- زاویه خط $y = ax + b$ با جهت مثبت محور x ها 60° است اگر این خط از نقطه $(\sqrt{3}, 2)$ بگذرد ،

معادله ی خط را بیابید. (راهنمایی : مسأله را در دو حالت $a > 0$ و $a < 0$ حل کنید)

۱۷- با توجه به شکل زیر عرض از مبدأ خط L را بیابید.





۱۰ نفر کاری را در ۱۲ روز تمام می‌کنند اگر بخواهیم کار در ۸ روز تمام شود چند کارگر جدید باید استخدام شود (سرعت کار کارگرها یکسان می‌باشد)

با انجام مراحل زیر مسأله را حل کنید:

الف) یک کارگر در یک روز چه کسری از کار را انجام می‌دهد.

ب) یک کارگر در ۸ روز چه کسری از کار را انجام می‌دهد.

ج) چند کارگر برای انجام کل کار در ۸ روز نیاز است.

د) چند کارگر جدید باید استخدام کرد تا همه کار در ۸ روز تمام شود.

تمرین در کلاس:

به ۱۰۰ لیتر الکل ۸۰٪ چند لیتر آب اضافه کنیم تا الکل ۵۰٪ به دست آید.

عبارت های گویا - قسمت اول

فعالیت (۲)

الف) با توجه به تعریف عبارت‌های گویا معین کنید کدام یک از عبارت‌های زیر گویا است؟

$$\frac{x+2}{3}, \frac{\sqrt{x}}{2}, \frac{1}{x}, \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}, \frac{6}{\sqrt{3}-\sqrt{x}}, \frac{x^2-x}{x+1}, 3x^2-1, \sqrt{3}x+1$$

ب) مقدار عددی عبارت $\frac{x+5}{x-1}$ را به ازای $x=3$ و $x=-5$ و $x=\frac{1}{3}$ بیابید.

ج) آیا می‌توان حاصل عبارت $\frac{x+2}{x^2-1}$ را به ازای $x=1$ به دست آورد؟ چرا؟

فعالیت (۳)

هر یک از عبارت‌های گویای زیر به ازای چه مقادیری از x تعریف شده می‌باشد.

۱) $\frac{1}{-3x}$

۲) $\frac{-3}{x^2-x-2}$

۳) $\frac{x}{x-2}$

۴) $\frac{x^2-1}{7}$

۵) $\frac{x^2-1}{x(x^2+1)}$

۶) $\frac{3}{x^2-4} + \frac{4}{2x+1}$



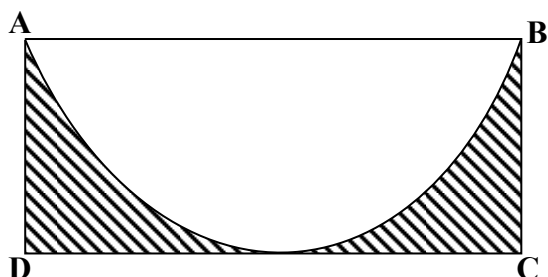
مقدار عددی عبارت‌های گویای زیر را به ازای $x=3$ و $y=-\frac{1}{2}$ به دست آورید.

۱) $\frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$

۲) $\frac{2xy - y + y^2}{2y - 1}$

۳) $\frac{(1-y)(2x+1)}{2x^2y^2}$

فعالیت ۵



با توجه به شکل روبرو

الف) اگر طول مستطیل برابر x باشد مساحت

قسمت هاشور خورده را بر حسب x بیابید.

ب) نسبت مساحت قسمت هاشور خورده

به مساحت کل شکل چقدر است؟

ج) اگر مساحت نیم‌دایره برابر 50π واحد مربع باشد مساحت مستطیل چقدر است؟

فعالیت ۶

عبارت‌های گویای زیر را ساده کنید.

۱) $\frac{2a^2xy^2}{3x^2y^2}$

۴) $\frac{a-3}{2a^2-18}$

۲) $\frac{3x^2-6x}{x^2-4}$

۵) $\frac{3x^2-27}{x+3}$

۳) $\frac{14b^2x \times 5ay}{15a^2x \times 7b^2y}$

۶) $\frac{x^2-7x-8}{x^2+3x^2+2x}$

فعالیت ۷

حاصل ضرب عبارت‌های گویای زیر را به دست آورید.

۱) $\frac{a}{6b} \times \frac{2b}{4} \times \frac{2b}{5} =$

۲) $\frac{4x^2-6xy}{5x} \times \frac{10x}{6x-9y} =$

۳) $\frac{x^2-9}{x^2-5x+6} \times \frac{3x^2-6x}{2x+6} =$

۴) $\frac{a+x}{(m+n)} \times \frac{x^2-y^2}{12} \times \frac{(m+n)^2}{m-n} \times \frac{6(m^2-n^2)}{x+y} =$



تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$۱) \frac{۲}{۳} \div \frac{۵}{۶} = \frac{۲}{۳} \times \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

$$۲) \frac{a^2 - b^2}{a} \div \frac{a + b}{a - b} = \frac{a^2 - b^2}{a} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{(a - b)(a + b)}{a} \times \frac{\dots}{a + b} = \dots$$

فعالیت ۹

حاصل تقسیم‌های زیر را بدست آورید.

$$۱) \frac{a^2}{a^2 - 1} \div \frac{a + 2}{a - 1} =$$

$$۲) \frac{4x^2 - 9a^2}{ab - a^2} \div \frac{2x - 3a^2}{a^2b - a^2}$$

$$۳) \frac{20x - 25}{2b - 4} \div \frac{4a^2x - 5a^2}{9b^2 - 16} =$$

$$۴) \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 25} \div \frac{x^2 - 3x + 2}{5x - 25} =$$

$$۵) \frac{x^2 - x}{x^2 - 1} \div \frac{5x^2}{x + 1} =$$

فعالیت ۱۰

۱) اگر داشته باشیم $\frac{1}{(x-1)(2x+1)} = \frac{1}{3(x-1)} + \frac{B}{(2x+1)}$ مقدار B را به دست آورید.

۲) اگر $A = \frac{2x}{1-x^2}$ و $B = \frac{2x}{1+x^2}$ نشان دهید $\frac{1}{B^2} - \frac{1}{A^2} = 1$

۳) حاصل عبارت روبرو را ساده کنید.

$$\left(1 - \frac{y}{x}\right) \left(\frac{x}{y} + 1\right) \left(\frac{xy}{x^2 - y^2}\right)$$

۴) اگر $\frac{xy}{x+y} = 1$ و $\frac{xz}{x+z} = 2$ و $\frac{yz}{y+z} = 3$ مقادیر x, y, z را بیابید.



تمرین:

الف) هر یک از عبارت‌های گویای زیر به ازای چه مقادیری از متغیرش بامعنی است.

$$۱) \frac{x-2}{x^2-x}$$

$$۲) \frac{y+2}{y^2+y-2}$$

$$۳) \frac{z}{2z^2-z-1}$$

$$۴) \frac{t+1}{(t^2+1)(t^2-1)}$$

$$۵) \frac{(x^2-1)(x^2+1)}{x^2-1}$$

$$۶) \frac{(y^2+1)(y^2-y-2)}{y^2+1}$$

ب) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$۱) \frac{4x^2-4x+1}{4x^2-1} \times \frac{8x^2+1}{8x^2-1}$$

$$۳) \frac{10-5t}{4t^2-1} \times \frac{3-6t}{2+3t} - 2t^2$$

$$۵) \frac{4x-4y}{(y-x)^2} \times \frac{x^2-y^2}{4x+4y}$$

$$۷) \frac{x-y}{x-2y} \div \frac{y^2-x^2}{2y^2-3xy+x^2}$$

$$۹) 2 \div \frac{a^2}{(a-2)(3a^2-6a)}$$

$$۱۱) \frac{4x^2-25y^2}{2x^2+y+5xy^2} \div \frac{6x^2-15xy}{9x^2y^2}$$

$$۲) \frac{(a-2b)^2}{4b^2-a^2} \times \frac{a+2b}{2ab-a^2}$$

$$۴) \frac{m^2-1}{16m^2-9m^2} \times \frac{4m^2-3n}{2m^2+2} \times \frac{4m^2+3n}{m-1}$$

$$۶) \frac{x-3a}{4a-x} \times \frac{x^2-7ax+12a^2}{3a-x}$$

$$۸) \frac{c^2+5c+6}{21+4c-c^2} \div \frac{4-c^2}{c^2-7c}$$

$$۱۰) \frac{x^2-2x-15}{5x^2+15x} \div (x^2-6x+5)$$

$$۱۲) \frac{x^2+x^2+1}{(x^2+x)(1-x^2)} \div \frac{x^2+1}{x^2+2x^2+x}$$

ج) اگر $1 = \frac{4x^2-36}{x^2-5x+6} \times \frac{2x-4}{ax+3a}$ ، مقدار a را بیابید.

د) عبارت گویایی بیابید که اگر در $\frac{4x^2-1}{6+x-x^2}$ ضرب شود حاصل برابر $\frac{2x+1}{x+2}$ شود.

ه) عبارت گویایی بیابید که حاصل تقسیم آن بر $\frac{5x^2}{2xyz}$ برابر $\frac{14}{45z}$ باشد.

و) اگر $1 = \frac{3-x}{A} \times \left(\frac{4-x^2}{x^2+2x+1} \div \frac{x^2-4x+4}{x^2+3x+2} \right)$ ، A را بیابید.

ز) اگر $3 = \frac{2a^2-a}{4a^2-1} \div \left(\frac{9a}{6a+3} \times \frac{a}{3a+2} \right)$ ، A را بیابید.



ز) تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$۱) \frac{2}{x-2} + \frac{x}{x-2} = \frac{\dots}{x-2}$$

$$۲) \frac{x-3}{x+3} - \frac{x+3}{x-3} = \frac{(x-3)^2 - (x+3)^2}{\dots} = \frac{\dots}{(x+3)(x-3)} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$۳) \frac{1}{x} + \frac{3x}{x+1} - \frac{1}{x(x+1)} = \frac{\dots}{x(x+1)} = \dots$$

ن) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید و در صورت امکان آن را ساده کنید.

$$۱) \frac{2}{x+1} - \frac{x}{x+1} - \frac{x-2}{x+1}$$

$$۲) \frac{x-2y}{xy} + \frac{3y-a}{ay} - \frac{3x-2a}{ax}$$

$$۳) \frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b} - \frac{2ab}{a^2-b^2}$$

$$۴) \frac{a+5}{a-1} - \frac{6}{a^2+a+1} - \frac{6(a^2+2)}{a^2-1}$$

$$۵) \frac{a+1}{x^2-a^2} + \frac{a-1}{(x-a)^2}$$

یادآوری: گاهی تقسیم $\frac{A}{B} \div \frac{C}{D}$ را به صورت $\frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C}$ نوشته که به آن کسر مرکب گوئیم.

مثال: هر یک از عبارت‌های $\frac{x}{x+4}$ ، $\frac{x}{x^2-1}$ کسر مرکب هستند.

یادآوری: برای ساده کردن کسرهای مرکب می‌توان به طریق زیر عمل کرد:

ابتدا صورت و مخرج کسر مرکب را جداگانه (در صورت امکان) ساده می‌کنیم، سپس حاصل را به صورت تقسیم درآورده و مانند تقسیم عبارت‌های گویا عمل می‌کنیم.

مثال:

$$\begin{aligned} \frac{2x - \frac{1}{2x}}{1 - \frac{1}{8x^2}} &= \frac{\frac{4x^2-1}{2x}}{\frac{8x^2-1}{8x^2}} = \frac{4x^2-1}{2x} \div \frac{8x^2-1}{8x^2} = \frac{4x^2-1}{2x} \times \frac{8x^2}{8x^2-1} = \\ &= \frac{(2x-1)(2x+1)}{2x} \times \frac{8x^2}{(2x-1)(4x^2+2x+1)} = \frac{4x^2(2x+1)}{(4x^2+2x+1)} \end{aligned}$$



۱- حاصل هر یک را به دست آورید.

$$\begin{aligned} & \frac{x-1}{x+1} \\ ۱) & \frac{x}{x+1} \\ & \frac{x+1}{x^2-9} \\ ۳) & \frac{x+2}{x+3} \\ & \frac{2x+4}{2x+4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{x}{x^2-1} \\ ۲) & \frac{x+1}{x-1} \\ & \frac{y+1}{y} \\ ۴) & \frac{12}{y-1} \end{aligned}$$

۲- عبارت‌های گویا را تا حد امکان ساده کنید.

$$۱) \frac{a^r - b^r}{(a-b)^r + 2ab}$$

$$۲) \frac{12ax^r + 3ax}{8x^r + 22x + 5}$$

$$۳) \frac{a^r - b^r}{(a+b)^r (a^r + b^r)}$$

$$\begin{aligned} & 1 - \frac{\Delta k - 6}{k} \\ ۴) & \frac{1}{k} - \frac{3}{k^r} \end{aligned}$$

$$۵) \frac{x+1}{x^r-1} \div \left(\frac{2x+1}{x^r-1} - \frac{3}{x-1} \right)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1-x} + \frac{x}{1+x} \\ ۶) & \frac{1+x}{1-x} - \frac{x}{1+x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{r - \frac{2s^r}{r+s}}{r + \frac{rs - 3s^r}{r+s}} \\ ۷) & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & c + \frac{1}{c^r} \\ ۸) & 1 + \frac{1}{c} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{a - \frac{a-x}{1-ax}}{1 + \frac{a^r - ax}{1+ax}} \\ ۹) & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{a^r - a + 1 - \frac{2}{a+1}}{a + \frac{1}{a+1}} \\ ۱۰) & \end{aligned}$$

$$۱۱) \left(6 + \frac{5y+2}{y^r-1} \right) \div \left(2 + \frac{1}{y-1} \right)$$

$$۱۲) \left(r - s + \frac{s^r}{r} \right) \times \left(2 - \frac{2s^r}{r^r + s^r} \right)$$



تقسیم چند جمله‌ای‌ها

تقسیم یک جمله‌ای بر یک جمله‌ای

یادآوری: تقسیم یک جمله‌ای بر یک جمله‌ای همانند ساده کردن کسرها است.

مثال:

$$۱) \frac{۴x^۶y^۲}{۲x^۲y} = ۲x^۴y \quad x, y \neq 0$$

$$۲) \frac{-\frac{۱}{۳}xy^۲z^۴}{-\frac{۱}{۲}x^۲y^۲z} = \frac{۲yz^۲}{۳x} \quad x, y, z \neq 0$$

تقسیم چند جمله‌ای بر یک جمله‌ای غیر صفر

$$\frac{x+y}{z} = \frac{x}{z} + \frac{y}{z} \quad (z \neq 0)$$

یادآوری:

مثال:

$$۱) \frac{۵+۲}{۹} = \frac{۵}{۹} + \frac{۲}{۹}$$

$$۲) \frac{۴+۲x}{۲} = \frac{۴}{۲} + \frac{۲x}{۲} = ۲+x$$

$$۳) \frac{۶a^۲x^۲y - ۱۵a^۲x^۴ + ۲a^۲x^۲y}{۲a^۲x^۲} = \frac{۶a^۲x^۲y}{۲a^۲x^۲} - \frac{۱۵a^۲x^۴}{۲a^۲x^۲} + \frac{۲a^۲x^۲y}{۲a^۲x^۲} = ۳ay - ۷.۵ax^۲ + a^۲y \quad (a, x \neq 0)$$

فعالیت ۱:

تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

$$۱) \frac{\frac{۱}{۲}xy^۲z^۲}{xz^۲}$$

$$۲) \frac{۸a^۵b}{\frac{۲}{۳}ab^۲}$$

$$۳) \frac{۸xy^۲ - ۴x^۲y + ۵xyz}{xy}$$

$$۴) \frac{۴a^۲b^۲ - ۲a^۲b^۵}{۴a^۲b}$$



تقسیم چند جمله‌ای بر چند جمله‌ای

به مثال‌های زیر توجه کنید:

مثال ۱: خارج قسمت و باقیمانده حاصل از تقسیم چند جمله‌ای $4x^2 - 1 - 5x$ بر چند جمله‌ای $2x - 1$ را به دست آورید.

$$\begin{array}{r}
 4x^2 - 5x - 1 \\
 -(2x^2 - 2x^2) \\
 \hline
 2x^2 - 5x - 1 \\
 -(2x^2 - x) \\
 \hline
 -4x - 1 \\
 -(-4x + 2) \\
 \hline
 -3
 \end{array}$$

خارج قسمت و باقیمانده تقسیم فوق به ترتیب $2x^2 + x - 2$ و -3 می‌باشد

و داریم: $4x^2 - 5x - 1 = (2x - 1)(2x^2 + x - 2) - 3$

مثال ۲: مقسوم و مقسوم‌علیه را بر حسب توان‌های نزولی متغیر a مرتب کرده و سپس تقسیم را انجام دهید.

$$\begin{array}{r}
 a^2 - b^2 \\
 \hline
 a^2 - b^2 \\
 -(a^2 + ab) \\
 \hline
 -ab - b^2 \\
 -(-ab - b^2) \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

چون باقیمانده تقسیم صفر است گوئیم $a^2 - b^2$ بر $a + b$ بخش پذیر است

و می‌توان نوشت: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

مثال ۳: مقسوم و مقسوم‌علیه را بر حسب توان‌های نزولی متغیر a مرتب کرده، سپس تقسیم را انجام دهید.

$$\begin{array}{r}
 a^2 - b^2 \\
 \hline
 a^2 - b^2 \\
 -(a^2 - a^2b) \\
 \hline
 a^2b - b^2 \\
 -(a^2b - ab^2) \\
 \hline
 ab^2 - b^2 \\
 -(ab^2 - b^2) \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

در نتیجه داریم:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$



فعالیت ۲: مقسوم و مقسوم علیه تقسیم مثال ۳ را بر حسب متغیر b مرتب کرده و تقسیم را انجام دهید. چه نتیجه ای می گیرید.

مثال: مقسوم و مقسوم علیه را بر حسب توان های نزولی متغیر a مرتب کرده، سپس تقسیم را انجام

دهید.

$$\begin{array}{r}
 a^3 - b^3 \quad | \quad a + b \\
 \hline
 a^3 - b^3 \quad | \quad a + b \\
 - (a^3 + a^2b) \quad | \quad a^3 - ab + b^3 \\
 \hline
 -a^2b - b^3 \\
 - (-a^2b - ab^2) \\
 \hline
 ab^2 - b^3 \\
 - (ab^2 + b^3) \\
 \hline
 -2b^3
 \end{array}$$

در نتیجه داریم:

$$a^3 - b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) - 2b^3$$

فعالیت ۳:

الف) تساوی روبرو را کامل کنید.

$$\frac{a^3 - b^3}{a + b} = \dots + \frac{\dots}{a + b}$$

ب) مقسوم و مقسوم علیه این تقسیم را بر حسب متغیر b مرتب کرده و تقسیم را انجام دهید و نتیجه را با بالا مقایسه کنید.

فعالیت ۴: تقسیم های زیر را انجام داده و خارج قسمت و باقیمانده را به دست آورید.

$$1) \quad 4x^2 + 7x + 8 \quad | \quad 2x - 1$$

$$2) \quad 8x^4 + 8x^3 - 4x + 12 \quad | \quad -x^2 + 1$$

$$3) \quad x^5 + 1 \quad | \quad x + 1$$

$$4) \quad x^3 + y^3 \quad | \quad x + y$$



۱- تقسیم های زیر را انجام دهید:

الف) $4 - x^4 \overline{) x^2 - 2 + x^2}$

ب) $x^5 \overline{) x^2 + 1 + x}$

ج) $x^2 + 2x^2y + 3xy^2 + y^2 \overline{) x + y}$

د) $x^4 - 3x^2 + 2x + x^2 - 1 \overline{) -2 + x}$

۲- a و b را چنان بیابید که عبارت $6x^4 - 7x^2 + ax + b$ بر عبارت $3x^2 - 2x + 5$ بخش پذیر باشد.

۳- a و b را چنان بیابید که در تقسیم $x^2 + x^2 - 1$ بر $x + a$ خارج قسمت $x^2 + bx + 2$ و باقیمانده ۵ شود.

۴- در یک تقسیم مقسوم برابر $x^2 + x - 3$ و مقسوم علیه برابر $x^2 + a$ ، خارج قسمت $x + b$ و باقیمانده $c - x$ است. a و b و c را بیابید.

۵- مقدار عددی خارج قسمت تقسیم $(x^2 - 2x) \div (1 - x^4)$ به ازای $x = -3$ را بیابید.

۶- خارج قسمت و باقیمانده تقسیم روبرو را به دست آورید. $\frac{3x^4 - 14x + 11}{x - 1} \div (x^2 - 6x + 5)$

عبارت های رادیکالی

فعالیت ۵:

به سؤالات زیر پاسخ دهید:

۱- مساحت کف راهروی مستطیل شکلی ۱۵ واحد مربع و طول آن $\sqrt{27} + \sqrt{12}$ واحد می باشد عرض کف راهرو را بیابید.

۲- مخرج عبارت های رادیکالی زیر را گویا کنید.

الف) $\frac{6 - \sqrt{3}}{2\sqrt{3} + 1}$

ب) $\frac{a}{b\sqrt{x} - \sqrt{y}}$

۳- اگر $x = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$ حاصل $x^2 - 2x + \frac{3}{2}$ را به دست آورید.

۴- حاصل هر یک از عبارت های زیر را تا جایی که ممکن است ساده کنید.

الف) $(\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} - 2)^2$

ب) $\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - 1\right)^{-1}$

ج) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

د) $\sqrt[4]{(1 - \sqrt{2})^4} + \frac{1}{1 - \sqrt{2}}$



(۱) مخرج عبارت‌های رادیکالی زیر را گویا کنید.

الف) $\frac{1}{3\sqrt{8}-\sqrt{50}+\sqrt{3}}$

ب) $\frac{a-1}{(\sqrt{a}-\sqrt{a+1})(\sqrt{a+1})}$

(۲) حاصل هر عبارت را تا جایی که ممکن است ساده کنید.

الف) $2(\sqrt{5}+2)^3(\sqrt{5}-2)^4$

ب) $\frac{1}{\sqrt{12}-6\sqrt{3}}$

ج) $\frac{8(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{5}+1} - \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$

د) $\frac{1}{2+\sqrt{3}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} - 2$

ه) $\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{11}} + \frac{1}{\sqrt{11}+\sqrt{18}} + \frac{1}{\sqrt{18}+\sqrt{25}}$

و) $\frac{2\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

(۳) اگر $x+y=2a$ نشان دهید

$$\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{y}} = \frac{2}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$$

(۴) به ازای چه مقادیری از x و y حاصل عبارت زیر برابر صفر می‌شود

$$x^2y - y - 2x^2\sqrt{y} + 2\sqrt{y}$$

(۵) مساحت کدام یک از اشکال زیر کمتر است

الف) مربعی به ضلع $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5+3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}$ واحد

ب) مستطیلی به اضلاع $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}$ و $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ واحد

ج) مثلثی با قاعده و ارتفاع $\frac{12+7\sqrt{3}}{6}$ و $\sqrt{3}-1$ واحد



فصل ۸

ریاضیات یگ

معادلات درجه دوم

فعالیت ۱:

الف) سهمی $y = x^2$ و خط $y = 1$ را رسم کنید این دو نمودار در چه نقاطی یکدیگر را قطع می کنند. با توجه به نمودار جواب های معادله $x^2 = 1$ را بنویسید.

ب) به طور مشابه با الف وضعیت سهمی $y = x^2$ و $y = 0$ را با یکدیگر مشخص کنید و جواب های معادله $x^2 = 0$ را مشخص کنید.

ج) وضعیت سهمی $y = x^2$ و $y = -1$ نسبت به یکدیگر چگونه است؟ معادله $x^2 = -1$ چند جواب دارد؟

د) در مورد وضعیت سهمی $y = x^2$ با خط $y = k$ به ازای $k \notin R$ بحث کنید.

ه) در مورد جواب های معادله $x^2 = k$ به ازای $k \in R$ بحث کنید.

فعالیت ۲:

با انجام مراحل زیر مشخص کنید آیا عددی وجود دارد که حاصل جمع آن با معکوسش برابر یک شود؟

الف) توضیح دهید که چرا جواب معادله $x + \frac{1}{x} = 1$ در صورت وجود پاسخ این سؤال است.

ب) نشان دهید که معادله فوق با معادله $x^2 = x - 1$ که x مخالف صفر می باشد، معادل است.

ج) سهمی $y = x^2$ و خط $y = x - 1$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنید وضعیت این دو نمودار را نسبت به یکدیگر بررسی کنید. آیا نمودارها یکدیگر را قطع می کنند؟

فعالیت ۳:

با کامل کردن جدول زیر مقادیر چند جمله ای $x^2 + x - 1$ را به ازای مقادیر داده شده محاسبه کنید.

x	۰/۶	۰/۷	۰/۶۸	۰/۶۹	۰/۶۸۲	۰/۶۸۳	۰/۶۸۲۳	۰/۶۸۲۴
$x^2 + x - 1$								

ب) جواب معادله $x^2 + x - 1 = 0$ را با یک رقم اعشار، دو رقم اعشار، سه رقم اعشار و ۴ رقم اعشار مشخص کنید.

فعالیت ۴:

معادله $(x+1)^2 - 1 + k = 0$ را در نظر بگیرید این معادله با معادله $(x+1)^2 = 1 - k$ معادل است و همچنین به ازای $k = 1$ معادله فوق فقط یک جواب $x = -1$ دارد.

و اگر $k < 1$ معادله دو جواب دارد که بر حسب k چنین به دست می آید

$$x + 1 = \pm \sqrt{1 - k} \Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{k}$$

به ازای $k > 1$ معادله فوق جواب ندارد.



با روشی مشابه در تعداد جواب‌های معادلات زیر به ازای k های مختلف بحث کنید.

الف) $x^2 - 4x + k = 0$

ب) $x^2 + x - k = 0$

فعالیت ۵:

به سؤالات زیر پاسخ دهید:

۱- نشان دهید $x = 1$ جوابی برای معادله $x + \frac{1}{x} = 2$ است با رسم شکل‌های مناسب مطلب را تحقیق کنید آیا این معادله جواب دیگری دارد؟

۲- معادله‌های زیر را با روش تجزیه حل کنید.

الف) $x^2 - 4x + 4 = 0$

ب) $x^2 - 3x + 2 = 0$

۳- معادله‌های زیر را با روش مربع کامل کردن حل کنید.

الف) $x^2 + x = 1$

ب) $2x^2 + 5x - 3 = 0$

۴- معادله‌های زیر را با روش کلی حل کنید و جواب‌های آن‌ها را در صورت وجود بیابید.

الف) $5x^2 - 3x + 2 = 0$

ب) $4x - x^2 - 21 = 0$

ج) $x(x+7) = x-6$

فعالیت ۳:

به سؤالات زیر پاسخ دهید:

۱) الف) یکی از ریشه‌های معادله $x^2 + x - 1 = 0$ بین دو عدد صحیح صفر و یک است این ریشه را تا دورقم اعشار بیابید.

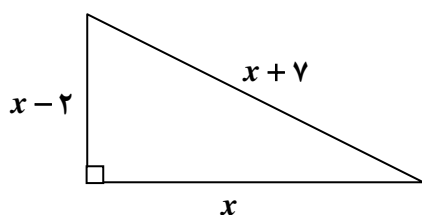
ب) ریشه دیگر آن بین دو عدد صحیح ۱- و ۲- است این ریشه را تا یک رقم اعشار بیابید.

۲- خط $y = 3x + 1$ از چند نقطه می‌گذرد که عرض آن مربع طول آن باشد؟

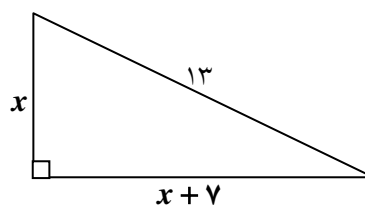
۳- می‌خواهیم منبعی به شکل مکعب مستطیل با قاعده‌ای به شکل مربع و ارتفاع ۲ متر طوری بسازیم که گنجایش ۱۸۰۰۰ لیتر داشته باشد طول ضلع قاعده آن چقدر است؟



۱- در مثلث‌های قائم‌الزاویه زیر مقدار x را به دست آورید.



الف



ب

۲- معادله‌های زیر را حل کنید و جواب‌های آن را در صورت وجود بیابید.

الف) $(x-1)(3-x)=1$

ب) $(2x+3)(4-5x)-7=0$

ج) $\frac{3x-2}{x}=2-\frac{6}{x+3}$

د) $\frac{3y+5}{2y+5}=\frac{3}{y+4}+1$

ه) $z+\frac{z-2}{z+3}=2$

و) $x+\frac{1}{x}=-2$

ز) $\frac{x-2}{x+2}+\frac{x}{x-2}=\frac{8}{x^2-4}$

۳- مجموع مربعات دو عدد متوالی ۱۲۰۱ است آن دو عدد را بیابید.

۴- مجموع مربعات دو عدد فرد متوالی ۲۹۰ است آن دو عدد کدامند؟

۵- منبعی به شکل مکعب مستطیل که قاعده آن مستطیلی است که طولش ۲ برابر عرض آن است اگر ارتفاع این

منبع $\frac{2}{5}$ متر و گنجایش آن ۲۴۰۰۰ لیتر باشد ابعاد قاعده منبع چقدر است؟

۶- با رسم نمودارهای مناسب تحقیق کنید معادله $x^2=|x|$ چند جواب دارد؟

۷- ریشه معادله $x^3-x-1=0$ را تا دو رقم اعشار بیابید.

۸- محیط یک مستطیل ۲۰ واحد است ابعاد آن را طوری بیابید که مساحت آن ۱۵ واحد مربع باشد.

۹- نردبانی به طول ۲۵ متر روی یک دیوار عمودی (برسطح زمین) تکیه دارد پای نردبان که روی زمین قرار دارد

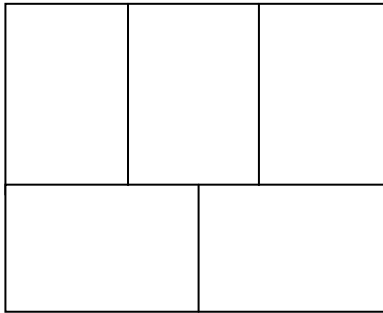
را می‌کشیم وقتی فاصله پای نردبان تا دیوار برابر ۱۵ متر است فاصله سر نردبان تا سطح زمین چقدر است؟

۱۰- از بین زمین‌های مستطیلی شکل با محیط ۴۰۰ متر کدام مستطیل بیشترین مساحت را دارد؟

۱۱- مقدار m را طوری بیابید که خط $y=3x+m$ و منحنی $y=x^2$ همدیگر را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع کند.



۱۲- زمینی مستطیلی شکل با مساحت ۲۷۰ متر مربع را مطابق شکل روبرو به ۵ مستطیل برابر تقسیم کرده‌ایم برای اینکه دور این زمین ۳ دور سیم خاردار بکشیم به چند متر سیم احتیاج داریم؟



۱۳- معادله‌های زیر را حل کنید و جواب‌های آن را در صورت وجود بیابید.

الف) $x + \sqrt{x} = 30$

ب) $\sqrt{2x+1} + \sqrt{x} = 5$

ج) $x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$

د) $x^6 + x^2 = 90$

ه) $4^x - 9 \times 2^x + 8 = 0$

ز) $x^6 - 4x^2 + 5x^2 - 4x + 1 = 0$

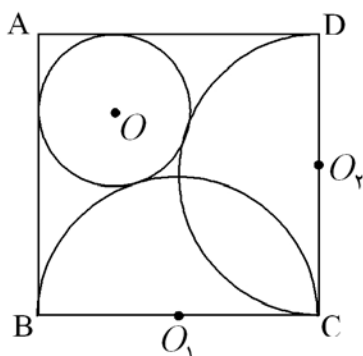
(راهنمایی: فرض کنید $y = x + \frac{1}{x}$)

۱۴- دستگاه‌های زیر را حل کنید.

الف)
$$\begin{cases} y = x^2 - 4x + 3 \\ 2y + x = 3 \end{cases}$$

ب)
$$\begin{cases} y + 2x + 3 = 0 \\ 2x^2 + 6x + 5y + 17 = 0 \end{cases}$$

۱۵- در تعداد جواب‌های معادله $kx^2 - 4x + 1 = 0$ به ازای $k \in \mathbb{R}$ بحث کنید.



۱۶- در شکل روبرو:

$ABCD$ مربعی به ضلع a ،

دو نیم‌دایره به قطر BC و CD ،

و دایره به مرکز O و شعاع r مماس

بر دو نیم‌دایره و دو ضلع مربع رسم شده است نسبت $\frac{r}{a}$ را بیابید.

(راهنمایی: ابتدا رابطه فیثاغورس را در مثلث قائم‌الزاویه OHO_1 که OH بر BC عمود است را بنویسید.)



نامعادله

فعالیت ۱:

الف) عبارت های زیر را کامل کنید.

می دانیم موشک برای فرار از جو زمین باید بیش از ۲۵۰۰۰ مایل در ساعت سرعت داشته باشد. اگر x نمایش سرعت موشک باشد مساله فوق چنین نوشته می شود:

$$x > \dots\dots\dots$$

مجموعه جواب این نامعادله روی محور به صورت زیر مشخص می شود.



ب) در یک جاده حرکت وسایل نقلیه با ارتفاع بیش از ۳/۵ متر ممنوع است. نامعادله مربوط به این مساله را تشکیل دهید و سپس مجموعه جواب را روی محور نمایش دهید.

ج) می دانیم ارتفاع حرکت هواپیماها حداقل باید ۱۰۰۰ پا و حداکثر ۴۳۰۰۰ پا باشد نامعادله مربوط را تشکیل دهید و مجموعه جواب را روی محور نمایش دهید.

د) یک بانک جهت خرید مسکن به اندازه سپرده افراد به آنها وام اعطا می نماید منزل هایی که شخصی مایل به خرید آنها می باشد حداقل ۱۰۰ میلیون تومان قیمت دارد حدود مبلغی که این شخص باید به عنوان سپرده به بانک بپردازد چقدر است؟

فعالیت ۲:

نامعادله های زیر را حل و مجموعه جواب را روی محور اعداد حقیقی نشان دهید.

$$۱) 7x + 10 \geq 3x - 2$$

$$۲) 2x(x+1) < 2x^2 + 4x + 7$$

$$۳) x^2 + \frac{x}{8} - \frac{1}{3} > (x-1)^2 + \frac{5}{4}x$$

$$۴) \frac{2x+5}{4} + \frac{x-3}{6} < \frac{x-1}{2}$$

فعالیت ۳:

دستگاه نامعادله ی $\begin{cases} 5x - 7 < 3x \\ 2x + 5 > 1 \end{cases}$ را در نظر بگیرید.

الف) هر یک از نامعادلات را حل کنید.

ب) مجموعه جواب هر نامعادله را روی محور نمایش دهید.

ج) می دانیم اشتراک مجموعه جواب دو نامعادله، مجموعه جواب دستگاه است.

آن را روی محور نمایش داده و مجموعه جواب را مشخص کنید.



از روابط زیر کدام همواره درست و کدام نادرست است.

الف) اگر $0 < a < b \rightarrow a^2 < ab < b^2$

ب) اگر $a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow a^2 + b^2 \geq ab$

تمرین :

۱- وزن مجاز یک نوع وسیله نقلیه برای عبور از یک جاده ۳۰۰۰ کیلوگرم است. اگر وزن ثابت وسیله

نقلیه ۸۰۰ کیلوگرم باشد حدود مجاز برای وزن سرنشین و بار چقدر است؟

۲- هزینه ثابت یک کارخانه کفش در هر ماه ۴ میلیون تومان است. اگر به ازای هر جفت تولید کفش کارخانه

۳۰۰۰ تومان سود ببرد و صاحب کارخانه بخواهد در هر ماه حداقل ۲۰ میلیون تومان سود ببرد حدود تولید کفش این کارخانه را بیابید.

۳- علی با خودرو شخصی خود می خواهد از شهر یزد به مشهد سفر کند. خودروی او بازای هر ۱۰۰

کیلومتر ۸ لیتر بنزین مصرف می کند. اگر اتومبیل او موقع حرکت از مبدأ ۱۸ لیتر بنزین داشته باشد :

الف) پس از حداکثر چند کیلومتر باید بنزین بزند تا در راه نماند؟

ب) اگر از یزد تا مشهد ۱۱۰۰ کیلومتر باشد و احمد هر دفعه ۴۰ لیتر بنزین بزند او حداقل چند بار باید برای بنزین زدن توقف کند؟

۵- مجموعه جواب های حقیقی نامعادله های زیر:

الف) $\frac{x-1}{2} < \frac{x}{3} - 1$

ب) $2 - \frac{x}{3} \geq \frac{2x^2 + x}{6x}$

ج) $2x^2 + 5x + \frac{1}{2} > 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

د) $(x+5)(x-1) < (x-4)(x+4)$

ه) $\frac{x+7}{10} - \frac{x-9}{3} \geq \frac{x-5}{5}$

و) $\frac{x+1}{3} - \frac{2x-1}{4} \geq \frac{1-x}{2} + 3x$

ز) $x^2 - 3x^2 + 3x - 1 > \frac{3}{2}x(x-1)^2$

ح) $(4x+2)^2 - x(8x+5)^2 \geq 16x^2 + 11$

را روی محور اعداد حقیقی نمایش دهید.

۶- مقدار a را طوری تعیین کنید که نقطه $A(a-1, 3-a)$ در ربع اول باشد.

۷- اگر $a < 1$ ، مجموعه جواب نامعادله $ax \leq x$ را روی محور اعداد حقیقی نمایش دهید.

۸- در معادله $(k-1)x^2 + 2x - 3 = 0$ حدود k را طوری بیابید که معادله دارای دو ریشه حقیقی باشد.

۹- اگر $\sin \theta = 2 - 3m$ باشد و θ زاویه حاده باشد، حدود m را بیابید.



۱۰- نامعادله‌های توأم زیر را حل کنید.

الف)
$$\begin{cases} 9x - 15 > 4x + 13 \\ 19 - 5x < 7 + 3x \end{cases}$$

ب)
$$\begin{cases} 2x + 5 > 5x - 4 \\ x - 7 < 2x - 3 \end{cases}$$

ج)
$$\begin{cases} \frac{x-5}{6} - \frac{x-9}{8} > \frac{x+7}{9} \\ \frac{x+5}{4} - \frac{x-3}{6} < \frac{x}{3} \end{cases}$$

د)
$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{x}{3} > \frac{1}{6} \\ x - \frac{1}{2}x < 2 \\ x - 2 < 1 \end{cases}$$

ه)
$$\begin{cases} \frac{2x+1}{3} \geq x-1 \\ x(x-4) \leq x^2 - 16 \end{cases}$$

و)
$$\begin{cases} x^2 - 4 < 4 - 2x \\ -x + 1 > 5 \end{cases}$$

۱۱- IQ (آی کیو) افراد از فرمول $IQ = \frac{MA}{CA} \times 100$ که در آن MA سن هوشی و CA سن تقویمی افراد است به دست می‌آید یک مؤسسه می‌خواهد افراد با آی کیو بالاتر از ۱۲۰ را انتخاب کند در این صورت سن هوشی شرکت کنندگان ۱۲ ساله حداقل چقدر باید باشد؟

۱۲- بازیکنان یک رده سنی تیم فوتبال برای آمادگی لازم در سال به ۳۰ روز استراحت و ۶۰ روز بدن‌سازی نیاز دارند و برای بقیه سال اگر در کمتر از هر ۵ روز بیش از یک بازی انجام دهند دچار افت ناشی از خستگی می‌شوند و اگر بیش از ۹ روز بازی نداشته باشند بدن آن‌ها از فرم لازم خارج خواهد شد حداقل حداکثر تعداد بازی‌های لازم برای هر تیم چقدر است؟

۱۳- محمد ۱۰۰۰۰ و علی کمتر از محمد پول دارد. علی ثلث پول خود را خرج می‌کند و محمد نصف پول خود را خرج می‌کند و آن گاه پول علی از پول محمد بیشتر می‌شود در مرحله بعد علی $\frac{2}{3}$ باقیمانده پول خود را خرج می‌کند و محمد نصف بقیه پول خود را خرج می‌کند و بار دیگر پول محمد از پول علی بیشتر می‌شود حدود پول علی چقدر است؟

۱۴- اگر به ازای هر $-1 < x < 5$ داشته باشیم $ax < 0$ ، a چه مقادیری را می‌تواند داشته باشد؟

۱۵- اگر به ازای هر $x < 2$ داشته باشیم $ax + x - 2a < 2$ حدود a را بیابید.

۱۶- حدود a را طوری بیابید که به ازای هر $x > 0$ داشته باشیم $(a-1)x > 0$

۱۷- حدود a را طوری بیابید که نامساوی $(a-2)x < 2$ به ازای هر $x < 1$ برقرار باشد.

۱۸- مربعی به ضلع $a > 0$ داریم حدود مساحت دایره‌هایی را که می‌توان در داخل این مربع قرار داد چقدر است؟

۱۹- نشان دهید اگر $a > 0$ و $b > 0$ و $c > 0$ آن گاه: $(a+b)(b+c)(a+c) \geq 8abc$

۲۰- نامعادله‌های زیر را حل کنید.

الف) $x - |x| + 1 \geq 0$

ب) $x - |x| - 3 < 0$

ج) $2x - 2 \leq |x|$

د) $3x - |x+1| < 5$