

نام و نام خانوادگی:

باسمه تعالی

آزمون: ریاضیات ۲



تاریخ: ۹۴/۱۰/۱۲

نام دبیر: آقای رضائی

دیرستان و مرکز پیش دانشگاهی پیام استکباران

کلاس: دوم شهید

آگاه باشید که دل ها تنها با یاد خدا آرامش می یابد

سلام و صبح بخیر! لطفاً پاسخ سؤالات را کامل و مرتب نوشته و از خلاصه نویسی اکیداً پرهیزید تا حق از شما ضایع نگردد.
لطفاً فقط با خودکار آبی پاسخ سؤالات را بنویسید.

۱- به سؤالات زیر پاسخ کوتاه دهید. (راه حل لازم نیست). [بارم هر مورد ۰,۲۵]

الف) دنباله‌ی تفاضلات یک دنباله‌ی همگرا به، همگراست.

ب) در دنباله‌ی $a_{3n-2} = \frac{2n-5}{3-n}$ جمله‌ی بیست و پنجم را بیابید.

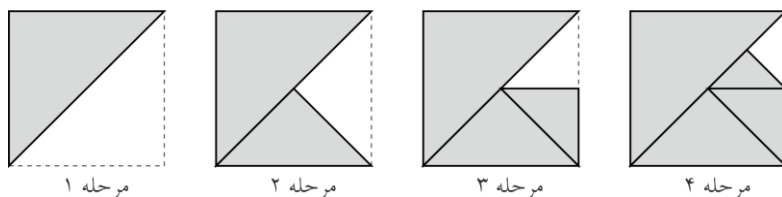
ج) دنباله‌ی $a_n = \frac{-3n+1}{2n-7}$ به چه عددی همگراست؟

۲- دنباله‌ی $a_n = \frac{7n-13}{5n-94}$ چند جمله‌ی منفی (کوچکتر از صفر) دارد؟ (بدون نوشتن جملات دنباله، پاسخ را بیابید). [۱ نمره]

۳- در یک تصاعد حسابی $a_4^2 - a_6^2 = 460$ و $a_{10} = 28$ است. قدر نسبت این تصاعد را بیابید. [۱ نمره]

۴- جملات اول، نهم و چهل و نهم یک دنباله‌ی حسابی با قدر نسبت غیر صفر به ترتیب جملات متوالی دنباله‌ای هندسی هستند. قدر نسبت دنباله‌ی هندسی را بیابید. [۵,۱ نمره]

۵- یک تکه کاغذ مربعی شکل به ضلع 16 cm در اختیار داریم. این مربع را (مطابق شکل) از روی قطر به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. و یک قسمت را رنگ می‌کنیم، سپس تکه‌ی دیگر (سفید رنگ) را باز به دو قسمت مساوی تقسیم کرده و نصف آن را رنگ می‌زنیم. این کار را به همین ترتیب ادامه می‌دهیم. [۱،۵ نمره]

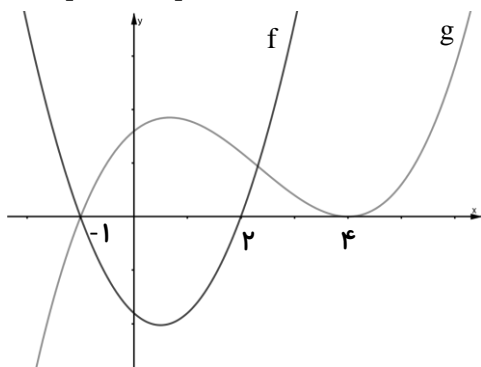


الف) چهار جمله‌ی اولیه دنباله‌ی حاصل از مساحت مثلث رنگ شده در هر مرحله را نوشته سپس جمله‌ی عمومی آن را نیز تعیین کنید.

$$a_1 = \quad a_2 = \quad a_3 = \quad a_4 = \quad \rightarrow a_n =$$

ب) در چندمین مرحله مساحت قسمت رنگ شده برابر $0/25$ خواهد بود؟

۶- نمودار دو تابع f, g مطابق شکل زیر است، محدوده‌ی تعریف شده برای x را در هر کدام از موارد زیر به صورت بازه بنویسید. [۱،۲۵ نمره]



الف) $\frac{f}{g} > 0 \rightarrow$

ب) $h(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)}} \rightarrow$

ج) $\frac{\sqrt{g}}{\sqrt{f}} \leq 0 \rightarrow$

۷- حدود m را طوری تعیین کنید تا سهمی $y = (m-1)x^2 + 3x + m$ همواره بالای خط $y = -2x - 1$ قرار گیرد. [۱،۵ نمره]

۸- فرض کنید a, b, c اعدادی طبیعی باشند و جدول تعیین علامت عبارت $y = ((a-2)x + b)(x - c)^2$ به صورت زیر باشد، آن‌گاه حاصل $a + 2b + 3c$ را بدست آورید. [۱/۲۵ نمره]

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
y	$+$	0	$-$	$-$

۹- a, b را طوری تعیین کنید که رابطه‌ی روبرو تابعی یک‌به‌یک باشد. [۱ نمره]

$$R = \{(2a, 5), (5, 2b+1), (a^2+1, 5), (3a+2, 7)\}$$

۱۰- دامنه‌ی تابع $f(x) = \sqrt{6 - \sqrt{4 - 2x}}$ را به‌دست بیاورید. [۱,۲۵ نمره]

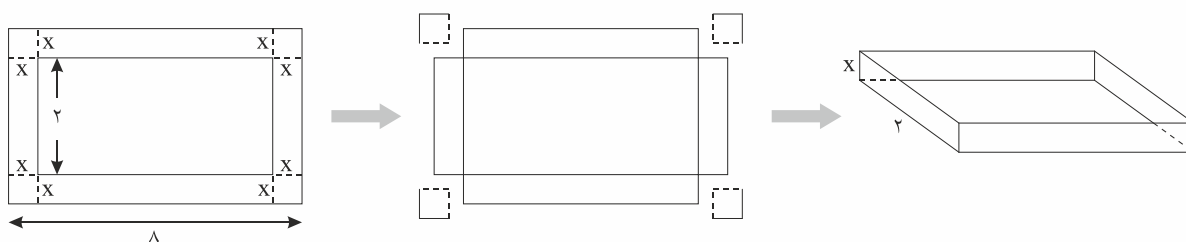
۱۱- اگر $-12 - 7x^2 = f(x) + f(-2) - 3f(1)$ باشد، آنگاه $f(10)$ را حساب کنید. [۱,۲۵ نمره]

۱۲- در تابع خطی f اگر $f^{-1}(3) = 4$ و $f^{-1}(-5) = 2$ آنگاه ضابطه‌ی $f(x)$ را به‌دست آورید. [۱,۵ نمره]

۱۳- برد تابع $f(x) = \frac{3x-5}{-2x+7}$ را به روش تابع معکوس بیابید. [۱,۲۵ نمره]

۱۴- اگر $4x+1 = 3f(x) + f(-x)$ باشد، آنگاه ضابطه‌ی $f(x)$ را بیابید. [۱,۵ نمره]

۱۵- یک کارگاه جعبه‌سازی قالب‌هایش برای تولید جعبه، مقوایی به شکل زیر هستند که با برش قسمت‌های نقطه‌چین و تا زدن مقوا به داخل، جعبه‌هایی مشابه شکل زیر می‌سازند. [نمره ۱,۲۵]



الف) ضابطه‌ی $V(x)$ که حجم جعبه را به صورت تابعی از x بیان می‌کند، بیابید.

ب) بیشترین حجمی که با این قالب‌ها می‌توان ساخت را بیابید.

۱۶- اگر $f(x)$ تابعی همانی با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{(1-a)x^3 + (b+2)x^2 + (3-c)x + 2d-1}{g(x)}$ و $D_f = \mathbb{R} - \{-3, 7\}$ و $g(x)$ تابعی چندجمله‌ای باشد و $g(0) = -42$ و a و b و c و d را بیابید. [نمره ۱,۲۵]

امتیازی- تابع معکوس $f(x) = \sqrt{x-6}\sqrt{x+5} + 14$ را بیابید. [نمره ۱]

امتیازی- اگر $f(x) = x^{1395} - 4x^{1394} + x^{1393} + 5$ باشد، $f(2+\sqrt{3})$ را محاسبه کنید. [نمره ۱]