

آزمون ریاضی ۳		سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان	سال سوم تجربی
نام و نام خانوادگی:		دارالفنون شهید بهشتی لاهیجان	تاریخ امتحان: دی ۹۴ طراح حسین پور مدت امتحان ۱۰۰ دقیقه
ردیف	سوالات	بارم	
۱	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف- اگر اعضای فضای نمونه ای قابل شمارش باشند فضای نمونه را..... می گویند. ب- سه سکه را پرتاب می کنیم فضای نمونه ای دارای عضو است ج- در پرتاب تاس پیشامد آمدن عددی بزرگتر از ۶ یک پیشامد است. د- اگر A, B دو پیشامد و $A \cap B \neq \emptyset$ دو پیشامد را می گویند.	۱	
۲	از جعبه ای که ۲ مهره سفید، ۴ مهره سبز و ۳ مهره سیاه دارد ۳ مهره به تصادف خارج می کنیم مطلوب است احتمال اینکه : الف- فقط ۲ مهره سبز ب- حداکثر ۲ مهره سیاه باشد	۲	
۳	احتمال اینکه احمد در کنکور قبول شود ۴/۰، و احتمال اینکه علی در کنکور قبول شود ۷/۰. مطلوب است احتمال اینکه حداقل یکی از این دو نفر قبول شوند	۲	
۴	یک کلاس ۶ نفری چقدر احتمال دارد که روز تولد هیچ دو نفری یکسان نباشد	۱	
۵	خانواده ای دارای چهار فرزند است مطلوب است احتمال اینکه الف- دو فرزند این خانواده پسر باشد ب- حداقل دو فرزند خانواده دختر باشد.	۲	
۶	$A = \{x x \in R, \frac{4}{x} \leq 4\}$ و $B = (-1, 2)$ باشد مجموعه های خواسته شده را بصورت بازه نمایش دهید. $A \cup B$, $A \cap B$	۱/۵	
۷	معادله گویای زیر را حل کنید. $\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x^2-1} = \frac{x+3}{x+1}$	۱/۵	
نام و نام خانوادگی مصحح			
نمره با عدد			
نمره با حروف			
امضاء			
نمره بعد از تجدید نظر			

۸	نامعادله را حل کنید و جواب را بصورت بازه نشان دهید. $\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} \geq -1$	۲/۵
۹	با توجه به مقادیر داده شده نسبت مثلثاتی خواسته شده را محاسبه کنید. $\sin 2\alpha = ?$, حاده α , $\tan \alpha = \frac{1}{2}$	۱/۵
۱۰	اگر $f(x) = x + 3$, $g(x) = \sqrt{4-x}$ دو تابع باشند. الف - دامنه تابع $\frac{g}{f}$ را بدست آورید. ب- مقدار $(g + 3f)(-3)$ محاسبه کنید.	۱/۵
۱۱	a,b,c را طوری بدست آورید که سهمی محور عرضها را در نقطه ای به عرض ۳ و محور طولها را در نقطه ای به طول ۱ قطع کند و از نقطه (۳و۲) بگذرد. $f(x) = ax^2 + bx + c$	۲
۱۲	نمودار تابع داده شده را رسم کنید. مقدار خواسته شده را محاسبه کنید. $f(f(-1))$	۱/۵
	$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq 0 \\ x - 1 & x < 0 \end{cases}$	

*** (توکل بر خدا، تلاش و کوشش زیاد و باور داشتن توانایی خود ، رمز موفقیت است.) ***

۱	الف) گستره ب) ۸ عضو ج) ۷ عضو د) سازگار	۱
۲	الف) $P(A) = \frac{\binom{4}{2} \binom{1}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{6 \times 1}{84} = \frac{1}{14}$ ب) $P(A) = 1 - \frac{1}{14} = \frac{13}{14}$	۲
۳	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $= \frac{1}{14} + \frac{1}{7} - \frac{1}{14} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{14} + \frac{2}{14} - \frac{1}{98} = \frac{1}{14}$	۳
۴	$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{64}$	۴
۵	الف) $P(A) = \frac{\binom{4}{2}}{2^4} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ ب) $P(B) = \frac{\binom{4}{2} + \binom{4}{1} + \binom{4}{0}}{2^4} = \frac{6 + 4 + 1}{16} = \frac{11}{16}$	۵
۶	$\frac{x}{x} \leq 2 \rightarrow \frac{x}{x} - 2 \leq 0 \rightarrow \frac{x-2x}{x} \leq 0$ $x=1$ $x=0$ $A = (-\infty, 0) \cup [1, +\infty)$ $B = (-1, 2)$ $A \cup B = \mathbb{R}$ $A \cap B = (-1, 0) \cup [1, 2)$	۶
۷	$\frac{x}{x-1} + \frac{1}{x-1} - \frac{x+1}{x+1} = 0$ $\frac{x^2 + x + 1 - x^2 - 1}{(x-1)(x+1)} = 0$ $-x + 1 = 0$ $x = 1$	۷

$\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} \geq -1 \Rightarrow \frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} + 1 \geq 0$
 $\frac{x^2 - x^2 + 1 + x^2 + x}{x(x+1)} \geq 0 \rightarrow \frac{x^2 + x + 1}{x(x+1)} \geq 0$
 $x = 0$
 $x = -1$
 $\begin{array}{c|c|c} & -1 & 0 \\ \hline & + & + \\ \hline x < -1 & \cup & x > 0 \end{array}$
 $(-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$

$\sin^2 \alpha = r \sin \alpha \cos \alpha = r \times \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{r}{\sqrt{5}} = \frac{r}{5}$
 $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow 1 + \frac{1}{r} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{r}{5} \rightarrow \cos \alpha = \frac{r}{\sqrt{5}}$
 $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{r}{5}} = \sqrt{\frac{5-r}{5}} = \frac{\sqrt{5-r}}{\sqrt{5}}$

$Df: \mathbb{R}$ $Dg: (-\infty, 0] \rightarrow x \leq r$
 الف) $D_{g/f} = Dg \cap Df - \{x \mid f(x) = 0\} = (x \leq r) \cap (\mathbb{R} - \{-r\}) =$
 $\Rightarrow (-\infty, r] - \{-r\} = (-\infty, -r) \cup (-r, r]$

ب) $(g + rf)(-r) = g(-r) + rf(-r) = \sqrt{r - (-r)} + r(-\frac{r}{r} + r) = \sqrt{2r}$

$\begin{bmatrix} 0 \\ r \end{bmatrix} \quad r = 0 + 0 + c \quad \underline{c = r}$
 $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad 0 = a + b + r \quad a + b = -r$
 $\begin{bmatrix} r \\ r \end{bmatrix} \quad r = ra + rb + r \quad ra + rb = 0 \rightarrow ra + b = 0 \quad \boxed{a = r} \quad \boxed{b = -r}$

